

基于空中走廊的多机编队飞行路径规划

温瑞英¹ 何家兴¹ 刘文瀚¹ 王红勇¹

(1. 中国民航大学 空中交通管理学院, 天津, 300300)

摘要: 编队飞行可以有效减少飞机运行成本, 增加空域容量。以三机编队为研究对象, 首先确定了3号机在编队中的危险区域和最优位置。然后基于飞机性能和粒子群算法, 提出了不改变1和2号机路径的3号机编队方案, 揭示了3号机起降机场位置对编队集结点、分离点的影响规律。最后以霍夫变换和DBSCAN聚类算法处理大圆航线, 得到作为初始解的空中走廊, 然后使用鲸鱼优化算法进行优化, 并建立辅助走廊, 为大规模编队路径规划问题提供了可行的方案。研究表明: 3号机与1号机的纵向距离为6000m时, 3号机的编队最优位置在横向距离-57m或114m处, 3号机的最优位置受到1号机和2号机重量的影响。当3号机起降机场或着陆机场与编队航线所在大圆的距离不变时, 最优集结角或最优分离角基本不变。以827个跨太平洋航班为例, 通过霍夫变换和DBSCAN聚类, 得到了5条空中走廊。在起飞和着陆机场与空中走廊的距离阈值为300km时, 可使用走廊的航班百分比达到了54.17%。经过鲸鱼算法的优化, 百分比增加至64.33%。

关键词: 航空运输; 编队飞行; 路径规划; 尾涡流场; 空中走廊; 鲸鱼算法

中图分类号: V19 文献标识码: A

Multi-aircraft formation flight path planning based on air corridor

Wen Ruiying¹, He Jiaying¹, Liu Wenhan¹, Wang Hongyong¹

(1. College of Air Traffic Management, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: Formation flight can effectively reduce aircraft operating costs and increase airspace capacity. Taking the three-aircraft formation as the research object, the dangerous area and the optimal position of the No. 3 aircraft in the formation were determined first. Then, based on the aircraft performance and particle swarm optimization algorithm, the formation scheme of No. 3 aircraft without changing the path of No. 1 and No. 2 aircraft was proposed, and the influence law of the airport location of No. 3 aircraft on the formation assembly point and separation point was revealed. Finally, Hough transform and DBSCAN clustering algorithm were used to process the great circle route, and the air corridor was obtained as the initial solution, and then the whale optimization algorithm was used to optimize it, and the auxiliary corridor was established, which provided a feasible solution for the path planning problem of large-scale formation. The results show that when the longitudinal distance between No. 3 aircraft and No. 1 aircraft is 6000m, the optimal position of the formation of No. 3 is -57m or 114m, and the optimal position of No. 3 is affected by the weight of No. 1 and No. 2. When the distance between the takeoff or landing airport of No. 3 aircraft and the great circle of the formation route is constant, the optimal assembly Angle or the optimal separation Angle is basically unchanged. Taking 827 trans-Pacific flights as an example, five air corridors were obtained through Hough transform and DBSCAN clustering. When the threshold of distance between the take-off and landing airport and the air corridor is 300km, the percentage of flights that can use the corridor reaches 54.17%. After the optimization of the whale optimization algorithm, the percentage increased to 64.33%.

Key words: air transport; formation flight; trajectory design; flow field of wake vortex; air corridor; WOA

引言

随着经济全球化的发展, 至2040年全球航空运输业预计以4%的增速持续增长[1]。与

基金项目: 国家重点研发计划项目(2023YFB4302903); 天津市应用基础多元投入基金重点项目(21JCZDJC00840); 中央高校项目(3122022059)。

通信作者: 温瑞英, 女, 副教授。E-mail: rywen@cauc.edu.cn。

此同时，民航业的飞速发展给人类生存环境带来了不利的影响，2018 年全球商业航空二氧化碳排放量占全球二氧化碳排放量的 2.4% [2]。在考虑减少民航碳排放以及污染相关问题时，编队飞行已经成为一种公认的解决方法。与航空器升级等方法相比，编队飞行所需要的高新技术较少，更多需要的是管理和操作方面的改变。因此编队飞行更容易在实际中应用。

1970 年，Lissaman 和 Shollenberger [3] 发现相对于单独飞行，大量的鸟以“V”字形进行编队飞行时可以增加 71% 的航程。受到鸟类编队飞行的启发，人们希望可以通过对飞机进行编队的方式来实现减少飞机燃油消耗和温室气体排放的效果。近年来，一些实验 [4-5] 和仿真计算 [6] 对后机在不同位置处的省油效果进行了研究，证实了在编队中后机节省燃料、降低碳排放的潜力十分明显。

Kent 等 [7-9] 通过对经典费马点问题加权扩展，用几何方法解决了双机编队飞行路径规划问题。徐肖豪等 [10] 将编队路径规划问题抽象为加权 Steiner 最小树问题，将问题的复杂度依赖于非球面离散化网络规模，提出了“构造-修复”思想的编队路径规划方法。Drews [11] 等综合考虑费马点方法和原始飞行计划对编队路径进行规划，得出的最优航线是几何最优与飞行计划的折中。Verhagen 等 [12] 以费马点法为基础，提出了一种在编队飞行前不计划具体路径的方法。该方法允许飞机与相邻的飞机进行通讯，通过贪婪算法建立编队。

除了几何法以外，Hartje 等 [13-14] 使用通用伪谱优化控制软件 (General Pseudo-spectral Optimal Control Software, GPOPS) 对编队航线进行优化，计算多机编队时飞机的集结点和分离点，并用算例验证编队飞行的节油效果。Hu 等 [15] 通过选取航班对并假设不同节油百分比，优化编队飞行计划轨迹，分析了不同参数影响下的油耗优化效果。Min 等 [16] 开发了一个基于霍夫变换的空中走廊模型，该模型对于航班时刻的变化具有一定的鲁棒性。Malaek 等 [17] 提出了一种基于空中走廊的多机编队方法，考虑了主走廊、辅助走廊、集结点、飞机顺序等因素影响，使用粒子群算法计算编队过程中的燃油消耗。Asadi 等 [18] 使用粒子群算法和遗传算法对同一跑道起飞的飞机编队路径进行优化，求得飞机的集结点，最终油耗降低越 10%。

上述研究对飞机性能考虑不足，同时对编队后机的燃油流量减少率缺少定量的研究。本文首先计算编队飞行中 3 号机最优位置，确定燃油流量减少率；然后基于飞机性能模型，使用粒子群算法对 3 号机编队飞行时的编队集结点和分离点进行优化，使得运行成本最小，分析了编队集结点和分离点的影响因素；最后基于霍夫变换和 DBSCAN 聚类建立了大规模编队飞行的空中走廊。本文的研究内容框架如图 1 所示。

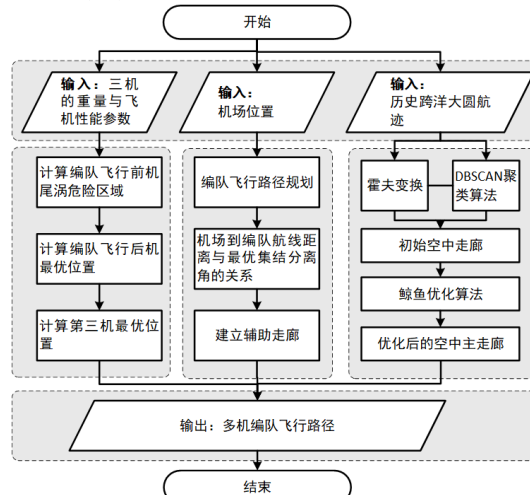


图 1 研究框架

Fig. 1 Research framework

物理模型与计算方法

1.1 编队飞行模型

文献 [6] 中已经研究了双机编队中后机的最优位置，本文在此基础上对三机编队进行研

究。在编队过程中，2号机位于1号机右侧57m、后方3000m处，此时2号机燃油流量减少率最大；3号机加入编队后队形主要包括3种形式，3机编队示意图如图2所示。

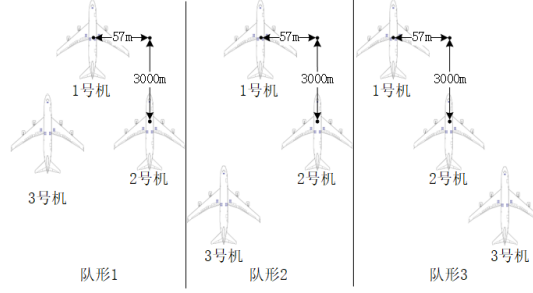


图2 三机编队示意图

Fig. 2 Three aircraft formation diagram

在三机编队飞行的路径规划方面，本文采用双机编队航线不发生变化的模式，编队路径示意图如图3所示。其中， $B_1 B_2$ 为1号机和2号机组成的双机编队航段。3号机由起飞机场 A_1 沿大圆航线飞往集结点 P_1 ， $P_1 P_2$ 为三机编队飞行航段。到达 P_2 后，3号机脱离编队，沿大圆航线飞往着陆机场 A_2 。

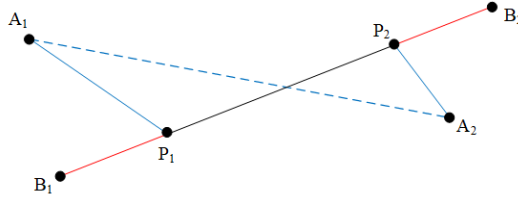


图3 三机编队路径示意图

Fig. 3 Three aircraft formation path diagram

1、2号机最优位置和路径的决策优先于3号机，为了避免后加入的飞机干扰现有决策，本文假设1号机和2号机的相对位置和编队路径不改变，只调整3号机。

1.2 尾涡消散及燃油流量减少率模型

1.2.1 尾涡消散模型

飞机的尾涡强度一般使用环量来表示，初始尾涡环量计算公式^[19]为：

$$\Gamma_0 = \frac{m_1 g - \Delta L}{\rho_\infty v_\infty b_0} \quad (1)$$

式中： Γ_0 为产生尾涡的飞机尾涡初始环量(m^2/s)； m_1 为该飞机质量(kg)； ΔL 为额外升力变化量(N)； g 为重力加速度(m/s^2)； ρ_∞ 为大气的密度(kg/m^3)； v_∞ 为该机飞行的真空速(m/s)； b_0 为翼尖尾涡的初始涡核间距，通常取 $\pi B_1 / 4$ ， B_1 为该飞机的翼展(m)。

尾涡消散分为扩散阶段和快速衰减阶段^[20]。本文采用随机两阶段消散模型来对飞机尾涡进行建模。

扩散阶段无因次尾涡环量^[21]为：

$$\Gamma_{5-15}^*(t^*) = A - \exp \frac{-R^{*2}}{v_1^*(t^* - T_1^*)} \quad (2)$$

式中： Γ_{5-15}^* 为涡核半径5~15 m无量纲尾涡环量均值(基准环量 Γ_0)； R^* 为无量纲的尾涡平均半径(基准长度 b_0)； v_1^* 为扩散阶段有效粘度因数； A 为调节 $\Gamma_{5-15}^*(t^*)$ 的常数； t^* 为无量纲尾涡消散时间， $-T_1^*$ 对应 $t^* = 0$ 时的无量纲时间(基准时间 $t_0 = 2\pi b_0^2 / \Gamma_0$)，反映此时尾涡的结构。

快速衰减阶段无因次尾涡环量^[21]为：

$$\Gamma_{5-15}^*(t^*) = A - \exp\frac{-R^{*2}}{v_1^*(t^* - T_1^*)} - \exp\frac{-R^{*2}}{v_2^*(t^* - T_2^*)} \quad (3)$$

式中： T_2^* 为尾涡快速衰减阶段起始时间； v_2^* 为快速衰减阶段有效粘度因数。 T_2^* 与 v_2^* 均与气象条件有关。

1.2.2 尾涡遭遇模型

将1号机看做一个质点，以其为原点，1号机的纵轴、横轴和竖轴分别为为 x 轴、 y 轴和 z 轴，正方向分别指向前机后方、右方和上方。设1号机尾涡左、右涡核的坐标分别为 (x_1, y_1, z_1) 、 (x_2, y_2, z_2) 。根据Hallock-Burnham^[22]涡模型，1号机尾流对空间任一点 (x, y, z) 产生的垂直诱导速度^[21]为：

$$v_z = \frac{(y - y_1)\Gamma_1}{2\pi[(y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 + r_c^2]} + \frac{(y - y_2)\Gamma_2}{2\pi[(y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 + r_c^2]} \quad (4)$$

式中： v_z 为垂直诱导速度(m s^{-1})； Γ_1 和 Γ_2 分别为左、右涡尾涡强度； r_c 为涡核半径(m)。

当后机受到尾流影响时，气流会对飞机的上翼面和下翼面产生力的作用，最后形成诱导滚转力矩，从而影响飞机的安全。在气流的影响下，后机机翼的升力变化^[21]为：

$$\Delta L = \frac{1}{2} \rho_\infty v_f C_L^{(\omega)} \int_{y_3}^{y_4} v_z(y) C(y) dy \quad (5)$$

式中： ΔL 为升力变化量(N)； v_f 为后机的真空速(m/s)； y_3 为后机左翼坐标； y_4 为后机右翼坐标； $v_z(y)$ 为尾流对后机机翼剖面的垂直诱导速度(m s^{-1})； $C_L^{(\omega)}$ 为升力线斜率； $C(y)$ 为翼弦弦长(m)。

假设后机的坐标为 (x_0, y_0, z_0) ，将式(5)沿后机翼展方向积分，并进行无量纲化处理，可以得到诱导滚转力矩系数^[21]为：

$$C_R = \frac{2C_L^{(\omega)}}{B_2^3(1+\lambda)v_f} \cdot \int_{y_3}^{y_4} |y - y_0| v_z(y) [B_2 - 2|y - y_0|(1-\lambda)] dy \quad (6)$$

式中： λ 为梢根比； B_2 为后机的翼展(m)。

1.2.3 燃油流量减少率模型

飞机的升力系数^[23]为：

$$C_L = \frac{2m_1 g - \Delta L}{\rho_\infty v_f^2 S} \quad (7)$$

式中： S 为飞机翼面面积(m^2)。

飞机的阻力系数^[23]为：

$$C_D = C_{D0,CR} + C_{D2,CR} * C_L^2 \quad (8)$$

式中： $C_{D0,CR}$ 和 $C_{D2,CR}$ 为特定参数，与飞机的机型有关。

巡航阶段后机的燃油流量与真空速和推力有关，巡航时推力与阻力相等。飞机的阻力与阻力系数成正比。因此后机燃油流量的减少率^[6]为：

$$\begin{aligned} \Delta f &= \frac{C_{Dm} - C_{Dn}}{C_{Dm}} * 100\% \\ &= \frac{4C_{D2,CR}(2m_2 g \Delta L - \Delta L^2)}{C_{D0,CR} \rho_\infty^2 v_f^4 S^2 + 4C_{D2,CR} (m_2 g)^2} * 100\% \end{aligned} \quad (9)$$

式中： Δf 为燃油流量的减少率； C_{Dm} 和 C_{Dn} 分别为不受尾涡影响和受到尾涡影响下的阻力系数； m_2 为后机的质量(kg)。

1.3 飞机的运动学和性能模型

将飞机看做是可变质量的质点，飞机的纵向加速度为：

$$a_l = \frac{dv}{dt} = \frac{T - D}{m} - g \sin \gamma \quad (10)$$

式中： v (m/s)为飞机真空速； t (s)为时间； a_l (m/s²)为飞机的纵向加速度； T (N)为飞机的推力； D (N)为飞机的阻力； m (kg)为飞机的质量； g (m/s²)为重力加速度； γ 为爬升角或下降角。

飞机的垂直加速度为：

$$a_h = \frac{d^2h}{dt^2} = \frac{dv_h}{dt} \quad (11)$$

式中： v_h (m/s)为飞机的爬升率或下降率； h (m)为高度。

飞机的爬升角或下降角为：

$$\gamma = \arcsin \frac{v_h}{v} \quad (12)$$

飞机飞过的水平距离为：

$$x = \int v \cos \gamma dt \quad (13)$$

飞机的燃油流量为：

$$F_f = \frac{dm}{dt} \quad (14)$$

飞机的阻力^[23]为：

$$D = \frac{C_D \rho_\infty v^2 S}{2} \quad (15)$$

对于喷气式发动机来说，燃油消耗率 η (kg/(min*kN))^[23]为：

$$\eta = C_{f1} * (1 + \frac{v}{C_{f2}}) \quad (16)$$

式中： C_{f1} 和 C_{f2} 为特定参数， v 的单位为knots。

飞机飞行各阶段的燃油流量(kg/min)^[23]为：

$$\begin{cases} F_{f,1} = \eta * T & \text{非编队爬升下降段} \\ F_{f,2} = \eta * D * C_{fer} & \text{非编队巡航段} \\ F_{f,3} = (1 - \Delta f) * F_{f,2} & \text{编队巡航段} \end{cases} \quad (17)$$

式中： C_{fer} 为特定参数。

飞机的运行成本可以表示为：

$$C = \int_{t_0}^{t_f} (C_t + C_f * F_f) dt \quad (18)$$

式中： t_0 为起飞时刻； t_f 为降落时刻； C_t 为单位时间成本(元/min)； C_f 为单位燃油成本(元/kg)。

编队飞行 3 号机最优位置

编队飞行中飞机的最优位置是飞机在危险区域之外燃油流量减少率最大的位置。燃油流量减少率直接影响飞机在编队飞行时的成本，确定编队飞行中飞机的最优位置是进行编队飞行路径规划研究的前提。

2.1 编队 3 号机危险区域分析

保证飞行安全是编队飞行的前提，若以图 2 中队形 1 进行编队，3 号机的危险区域与 2 号机危险区域相同，2 号机危险区域在文献[6]中有详细的研究。若以图 2 中队形 2 或 3 进行编队，那么需要对 3 号机的诱导滚转力矩系数进行计算确定危险区域。此时 3 号机与 1 号机纵向距离为 6000 m，同时受到 1 号机和 2 号机尾涡的影响。

以 B747-400 为例，设飞机发生逆时针滚转时，诱导滚转力矩系数为正，图 4 给出了编队中飞机重量为 0.95 MTOW 时，不同高度和速度情况下，3 号机在与 1 号机纵向距离 6000 m 处，诱导滚转力矩系数随横向距离的变化规律。

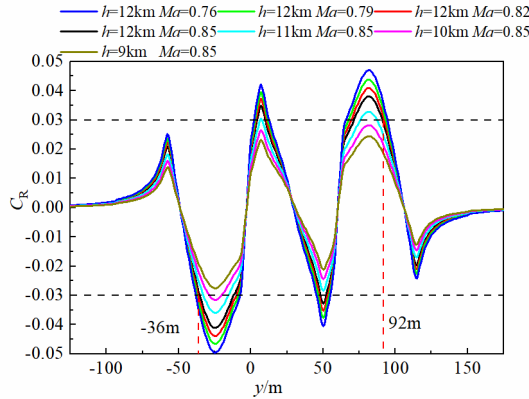


图 4 6000m 处不同高度和速度下 C_R 与横向距离的关系

Fig. 4 The relationship between C_R and lateral distance at different altitudes and velocities at 6000m

取安全阈值为 0.03，可以得到危险区域的左右边界，如高度 12000 m、速度 0.85 马赫时，危险区域左边界为 -36 m、右边界为 92 m。编队飞行高度越高、速度越小，危险区域左右边界之间距离越大。3 号机的危险区域左右边界如表 1。在危险区域以外，编队飞行中的 3 号机是安全的。

表 1 不同高度和速度下 3 号机危险区域

Table 1 Danger zone for No. 3 aircraft at different altitudes and velocities

高度/m	速度/Mach	纵向距离/m	危险区域/m
12000	0.85	6000	-36~92
12000	0.82	6000	-37~93
12000	0.79	6000	-38~94
12000	0.76	6000	-39~95
11000	0.85	6000	-33~88
10000	0.85	6000	-29~-20
9000	0.85	6000	无

2.2 编队 3 号机最优位置

在编队 2 号机与 1 号机的纵向距离 3000m，横向距离 57m 的情况下，研究编队 3 号机的最优位置。

图 5 给出了飞机重量为 0.95MTOW 时，不同飞行高度和速度下，3 号机在与 1 号机纵向距离 6000 m 处，燃油流量减少率随横向距离变化的关系。此时，3 号机的最优位置在 -57m 处，高度 12000m、速度 0.76 马赫时，燃油流量减少率为 8.69%。

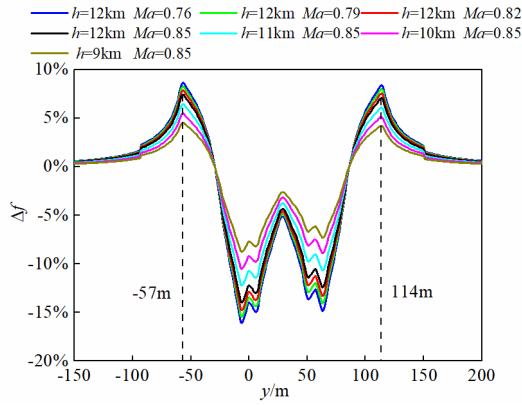


图5 6000m处不同高度和速度下 Δf 与横向距离的关系

Fig. 5 The relationship between Δf and lateral distance at different altitudes and velocities at 6000m

表2给出了飞机重量为0.95MTOW的情况下,不同高度和速度下3号机的最优位置和燃油流量减少率。研究发现,3号机的最优位置与飞行的高度与速度无关,在飞机重量为0.95MTOW的情况下,最优位置均为-57m。编队飞行中飞机的高度越高、速度越慢,燃油流量减少率越大、省油效果越好。

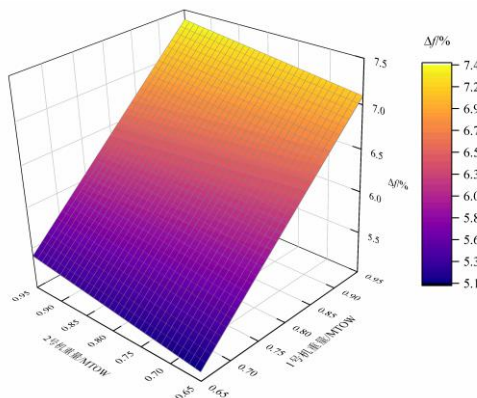
表2 不同高度和速度下3号机最优位置和 Δf

Table 2 Optimal position and Δf for No. 3 aircraft at different altitudes and velocities

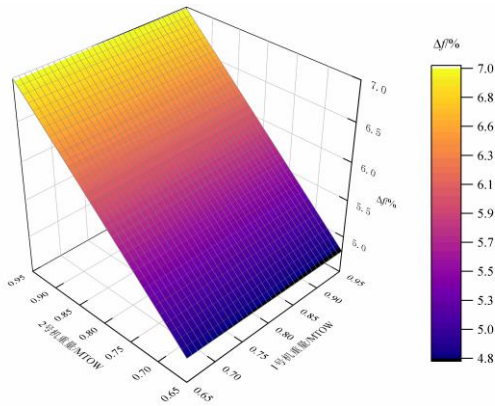
高度/m	速度/Mach	最优位置/m	Δf /%
12000	0.85	-57	7.44
12000	0.82	-57	7.90
12000	0.79	-57	8.29
12000	0.76	-57	8.69
11000	0.85	-57	6.46
10000	0.85	-57	5.49
9000	0.85	-57	4.56

当3号机最优位置位于-57m处,如图2中队形2,3号机与1号机之间的横向距离小于3号机与2号机之间的横向距离,1号机产生的尾涡对3号机影响较强;当3号机最优位置位于114m处,如图2中队形3,3号机与1号机之间的横向距离大于3号机与2号机之间的横向距离,2号机产生的尾涡对3号机影响较强。因为飞机的质量直接影响飞机尾涡的强度,3号机同时受到1号机和2号机尾流的影响,所以3号机的最优位置与1号机和2号机的质量有关。

在高度12000m、速度0.85Mach下,纵向距离6000m处,横向距离-57m时3号机燃油流量减少率与1号机和2号机重量的关系见图6(a);横向距离114m时3号机燃油流量减少率与1号机和2号机重量的关系见图6(b)。



(a) 横向距离-57m时3号机燃油流量减少率与1、2号机重量的关系



(b) 横向距离 114m 时 3 号机燃油流量减少率与 1、2 号机重量的关系

图 6 3 号机燃油流量减少率与 1、2 号机重量的关系

Fig. 6 The relationship between the fuel flow reduction rate of No. 3 aircraft and the weight of No. 1 and No. 2 aircraft

通过图 6 中两张图的对比可以得出 3 号机的不同最优位置分别对应的 1 号机和 2 号机的重量区间，如图 7。当 1 号机和 2 号机的重量区间位于图中区域 A 时，3 号机的最优位置为纵向距离 6000m、横向距离 114m，即队形 3；当 1 号机和 2 号机的重量区间位于图中区域 B 时，3 号机的最优位置为纵向距离 6000m、横向距离 -57m，即队形 2。

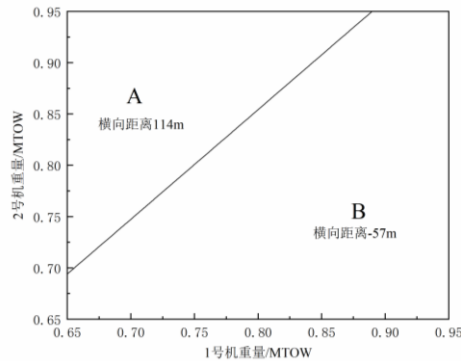


图 7 3 号机的不同最优位置分别对应的 1 号机和 2 号机的重量区间

Fig. 7 The different optimal positions of No. 3 aircraft correspond to the weight intervals of No. 1 aircraft and No. 2 aircraft respectively

基于空中走廊的编队路径规划

本节提出了一种基于空中走廊的编队路径规划方法，为解决大规模编队路径规划问题提供了一种可行的方案。在本方案中，使用霍夫变换和 DBSCAN 处理大圆航线建立一组初始空中走廊；以这一组走廊为初始解、可容纳的航班量为目标函数，使用鲸鱼智能算法，对空中走廊进行寻优；建立连通机场和主空中走廊的辅助走廊，最终达到对大规模航线进行路径规划得到目的。

3.1 初始空中走廊的建立

3.1.1 霍夫变换处理大圆航线

霍夫变换由 Hough 在 1962 年提出^[24]，该方法被广泛的应用于图像识别等领域。该方法可以将笛卡尔坐标系中的一条直线转换为极坐标系中的一个点。如在笛卡尔坐标系中直线方程 $\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$ 与极坐标系中点 (ρ, θ) 对应，其中 ρ 为原点到直线的最短距离， θ 为直

线的法线与 x 轴正方向夹角。

令大圆航线上任一点经纬度为 (δ_i, λ_i) ，在笛卡尔坐标系中的坐标为：

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = R \cdot \begin{bmatrix} \cos \lambda_i \cdot \cos \delta_i \\ \sin \lambda_i \cdot \cos \delta_i \\ \sin \delta_i \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中： R 是地球的半径。

由此可见，位于三维空间中的大圆航线只有两个自由度。因此可以用霍夫变换来处理大圆航线。要变换大圆航线，必须确定参考轴和参考点，参考点被设置在 $[60^\circ \text{ N}, 165^\circ \text{ E}]$ ，参考轴正方向被定义为指向北方。通过确定参考点与大圆航线之间的最短距离 ρ 和参考点上参考轴与大圆航线法线之间的交角 θ 来将大圆航线表示为一个点。图 8 给出了参考系和如何确定 ρ 、 θ 。

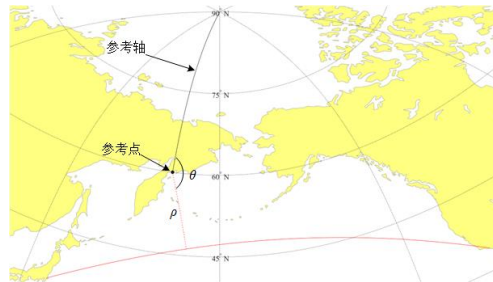


图 8 大圆航线的霍夫变换参考系

Fig. 8 Hough transform reference frame of great circle route

本研究选取了 1 周内共 827 个跨太平洋航班，共有 82 条航线作为示例，图 9 给出了这些航班的航线图。

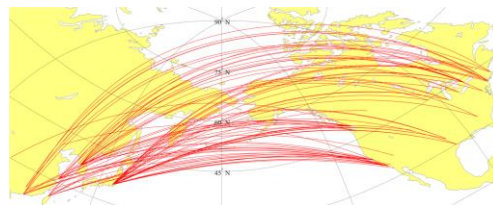


图 9 82 条跨太平洋航班航线图

Fig. 9 Map of 82 trans-Pacific flights

使用霍夫变换处理上述大圆航线，结果如图 10 所示。图中 827 个航班的航线被转换为霍夫空间中的点，由于选取的跨太平洋航班基本为东西走向，所以 θ 值集中在 $[100, 200]$ 和 $[300, 350]$ 两个区间内。由于存在多个航班可能会集中在一条航线上的情况，霍夫空间中的点会出现重叠的现象，图中用颜色区分了重叠的点的数量。霍夫空间中的点反映了大圆航线之间的关系，即点之间的距离越近，对应大圆航线间的相似程度越高。

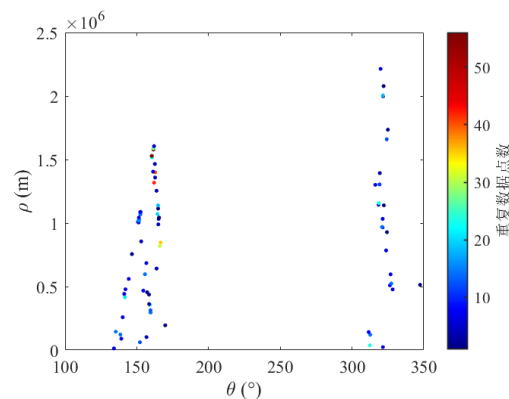


图 10 大圆航线在霍夫空间中的点
Fig. 10 The point of the great circle in Hough space

3.1.2 DBSCAN 聚类建立空中走廊

基于密度概念的聚类算法(Density-Based Spatial Clustering of Application with Noise, DBSCAN)中, 特定点的密度定义为该点邻域半径(Eps)范围内点的总数; 簇定义为最大的具有密度相连属性的区域; 核心点定义为在 Eps 内有超过密度阈值(MinPts)的点; 边界点定义为在 Eps 内点数量小于 MinPts 的点; 噪声点定义为任何不是核心点或边界点的点。

算法的基本思路:

(1) 任意选择一个数据点 n , 判断该点在 Eps 内所覆盖的数据点的个数, 若 Eps 内点的个数大于设置 MinPts, 则 n 为核心点, 遍历下一个数据点, 直到所有数据都被访问过;

(2) 核心点与 Eps 范围内的点形成一个簇, 若一个簇内有多个核心点, 密度可达簇需要合并。

使用 DBSCAN 算法对霍夫空间中的点进行处理, 得到了 5 个密度可达簇和若干噪音点, 如图 11 所示。可以将 82 条航线聚类为 5 个相似程度比较高的密度可达簇, 每簇航线可以建立 1 条空中走廊。

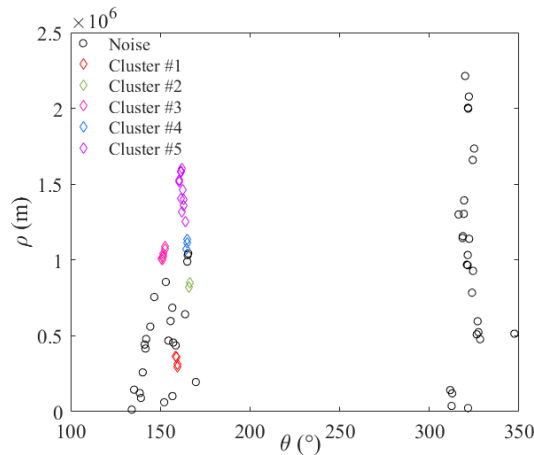
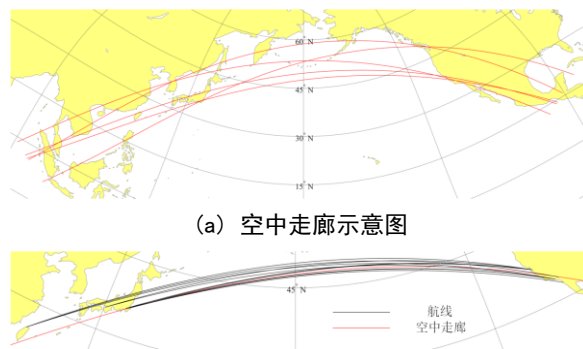


图 11 DBSCAN 聚类后的簇和噪音点

Fig. 11 Clusters and noise points after DBSCAN

针对每簇航线, 取 ρ 和 θ 的平均值, 作为空中走廊的 ρ 和 θ 的值。得到 5 条空中走廊如图 12(a)所示, 其中一条空中走廊和其对应簇的航线如图 12(b)所示。如果起降机场与空中走廊的距离小于 300km 的航班可以使用空中走廊, 则有 448 个航班可以在空中走廊中运行, 空中走廊可容纳的航班百分比为 54.17%。



(b) 一条空中走廊和其对应簇的航线

图 12 空中走廊示意图

Fig. 12 Air corridor diagram

3.2 空中走廊的优化

3.2.1 鲸鱼优化算法

鲸鱼优化算法(Whale Optimization Algorithm, WOA)最早由 Mirjalili 等在 2016 年提出^[25]。

在 M 维搜索空间中, N 头鲸鱼组成鲸鱼群(每次迭代的解集) $W = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}$, 每头鲸鱼不停迭代自身的位置来接近猎物(最优解)。将 $X_i = \{X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{iM}\}$ 定义为鲸鱼的位置(一个解)。

根据鲸鱼捕食的行为, 该算法通过包围猎物、捕食猎物和搜寻猎物三种方式来获得最优解。根据下式判断采用什么方式更新位置:

$$\begin{cases} A_{ij} = 2ar_1 - a \\ C_{ij} = 2r_2 \\ a = 2 - \frac{k}{K} \end{cases} \quad (20)$$

式中: A 、 a 和 C 为系数; i 表示第 i 头鲸鱼; j 表示第 j 维; r_1 和 r_2 为 $[0,1]$ 之间的随机数; k 为当前迭代次数; K 为最大迭代次数。

(1)包围猎物

ε 为 $[0,1]$ 之间的随机数, 当 $\varepsilon < 0.5$ 时鲸鱼 X_{ij} 的位置更新公式为:

$$X_{ij}(k+1) = X_{pj}(k) - A_{ij} |C_{ij} X_{pj}(k) - X_{ij}(k)| \quad (21)$$

式中: $X_{pj}(k)$ 表示第 k 代最优解的位置。

(2)捕食猎物

当 $\varepsilon \geq 0.5$ 时鲸鱼 X_{ij} 的位置更新公式为:

$$X_{ij}(k+1) = |X_{pj}(k) - X_{ij}(k)| e^{bl} \cos(2\pi l) + X_{pj}(k) \quad (22)$$

式中: b 是常数, 用来控制对数螺线的形状; l 是 $[-1,1]$ 之间的随机数。

(3)搜索猎物

当 $\varepsilon < 0.5$ 、 $|A_{ij}| \geq 1$ 时, 为增加搜索范围鲸鱼 X_{ij} 的位置更新公式为:

$$X_{ij}(k+1) = X_{rand,j}(k) - A_{ij} |C_{ij} X_{rand,a}(k) - X_{ij}(k)| \quad (23)$$

式中: $X_{rand,j}(k)$ 为第 k 代中除最优解外的随机一个解的位置。

算法中, 每个鲸鱼的适应度即问题的目标函数被设置为在起飞和着陆机场与空中走廊的距离阈值(h_0)下空中走廊可容纳的航班量最大。当某航班起飞机场到空中走廊的距离 h_1 和着陆机场到空中走廊的距离 h_2 均小于或等于 h_0 时认为该航班可使用该空中走廊。决策变量为参考点与大圆航线之间的最短距离 ρ 和参考点上参考轴与大圆航线法线之间的交角 θ 。

3.2.2 优化结果

本节选择 $h_0=100\text{km}$ 、 $h_0=200\text{km}$ 、 $h_0=300\text{km}$ 、 $h_0=400\text{km}$ 和 $h_0=500\text{km}$ 五种情况使用算法进行求解。当 $h_0=300\text{km}$ 时, 优化后的空中走廊如图 13 所示。

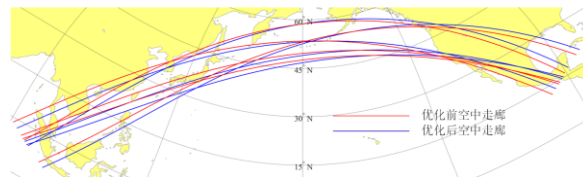


图 13 优化前后空中走廊对比图

Fig. 13 air corridor comparison diagram before and after optimization

定义可容纳航班率为空中走廊内可以容纳的航班量占总跨洋航班数量的比值，以此检验空中走廊的优化效果。优化效果如表 3 所示。结果表明优化前 h_0 越大，可容纳航班率越大，优化后该规律没有发生改变。经过鲸鱼算法的优化，五种情况下的可容纳航班率都有一定的提升，其中 $h_0=300\text{km}$ 时提升最大。优化后 $h_0=300\text{km}$ 与 $h_0=500\text{km}$ 的可容纳航班率相近， $h_0=300\text{km}$ 时可容纳航班率为 64.33%； $h_0=500\text{km}$ 时可容纳航班率为 64.93%。

表 3 优化前后可容纳航班率

Table 3 flight capacity before and after optimization

h_0/km	可容纳航班率	
	优化前	优化后
100	45.59%	49.58%
200	52.72%	58.16%
300	54.17%	64.33%
400	59.49%	64.93%
500	64.81%	64.93%

3.3 辅助走廊的建立

定义连接机场和空中走廊的航段为辅助空中走廊。航班以最短距离飞往空中走廊时，会有很大程度的绕飞，造成成本的增加。研究机场到空中走廊的距离与最优集结分离点的关系，以此关系建立辅助走廊从而减少绕飞的影响，使航班的成本较小。

3.3.1 机场位置与最优集结分离点的关系

定义 3 号机起飞机场和着陆机场到编队航线所在大圆的最短距离分别为 h_1 和 h_2 ，其航段分别为 A_1C_1 和 A_2C_2 ；编队最优集结点和最优分离点分别为 P_1 和 P_2 ，集结航段和分离航段分别为 A_1P_1 和 A_2P_2 ，航段 A_1C_1 与航段 A_1P_1 之间的夹角为最优集结角(Optimum Rendezvous Angle, ORA)，航段 A_2C_2 与航段 A_2P_2 之间的夹角为最优分离角(Optimum Split Angle, OSA)，示意图如图 14 所示。

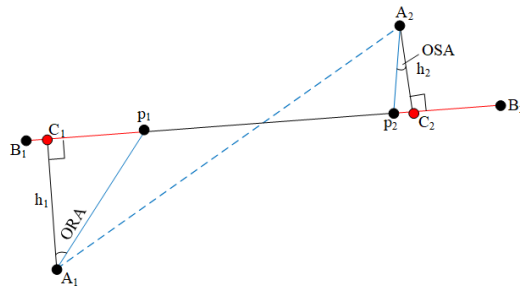


图 14 编队飞行示意图

Fig. 14 Formation flying diagram

为了探究最优编队集结点的位置与 h_1 之间的关系，取 10 个不同的 h_1 值，其代表 3 号机起飞机场距双机编队航线所在大圆的 10 个不同距离；每个 h_1 取不同的 10 个点，其代表 3 号机起飞机场距双机编队航线所在大圆的距离相同时，机场的不同位置。即 h_1 相同为 1 组机场，共有 10 组机场；每组机场中各有 10 个机场，共有 100 个机场，具体如图 15 所示，图中右侧方框中内容为左侧方框的放大。以这些机场为编队后机起飞机场，着陆机场经纬度为 $18.74^\circ \text{ N } 100.42^\circ \text{ W}$ ，对 3 号机的路径进行规划。

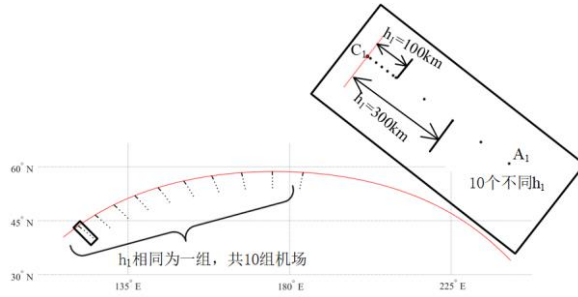


图 15 10 组与航线所在大圆距离相等的起飞机场

Fig. 15 10 groups of departure airports equidistant from the great circle of the route

根据公式(10)-(18)，以 3 号机运行成本最小为目标函数，使用粒子群算法对三机编队路径进行规划。规划结果如图 16 所示。可以看出，在 h_1 不变的情况下，ORA 在误差范围内保持不变，对相同 h_1 处的 ORA 取平均值，计算结果如表 4 所示。当 h_1 为 10km 时，ORA 为 87.51；当 h_1 为 100km 时，ORA 为 70.26。

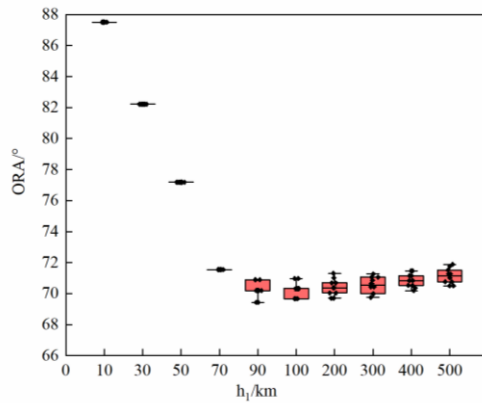


图 16 h_1 相同时不同机场与 ORA 的关系

Fig. 16 The relationship between different airports and ORA when h_1 is the same

表 4 不同 h_1 对应的 ORA 值

Table 4 ORA values corresponding to different h_1

h_1/km	ORA/ $^\circ$	h_1/km	ORA/ $^\circ$
10	87.51	100	70.26
30	82.23	200	70.39
50	77.18	300	70.55
70	71.55	400	70.85
90	70.25	500	71.12

为了探究最优编队分离点的位置与 h_2 之间的关系，取 10 个不同的 h_2 值，其代表 3 号机着陆机场距双机编队航线所在大圆的 10 个不同距离；每个 h_2 取不同的 10 个点，其代表 3 号机着陆机场距双机编队航线所在大圆的距离相同时，机场的不同位置。即 h_2 相同为 1 组机场，共有 10 组机场；每组机场中各有 10 个机场，共有 100 个机场，具体如图 17 所示，图中左侧方框中内容为右侧方框的放大。以这些机场为编队后机着陆机场，对 3 号机的路径进行规划。

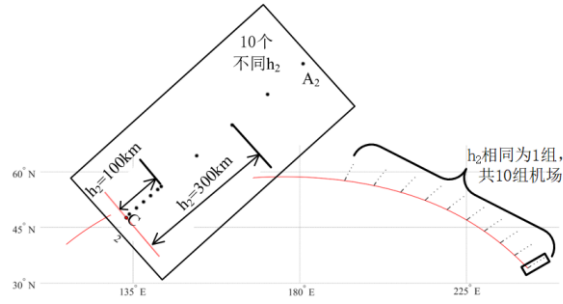


图 17 10 组与航线所在大圆距离相等的着陆机场

Fig. 17 10 groups of landing airports equidistant from the great circle of the route

规划结果如图 18 所示。可以看出，在 h_2 不变的情况下，OSA 在误差范围内保持不变，对相同 h_2 处的 OSA 取平均值，计算结果如表 5 所示。当 h_2 为 10km 时，OSA 为 87.28° ；当 h_2 为 100km 时，OSA 为 72.88° 。

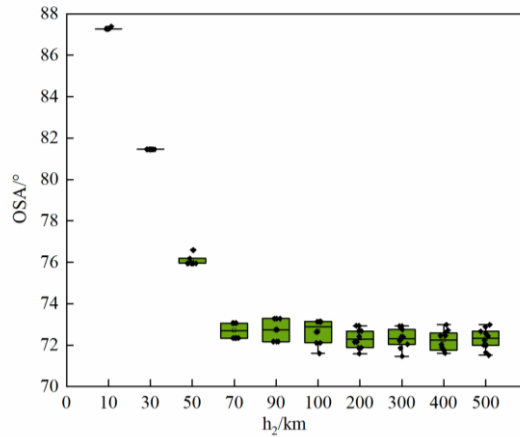


图 18 h_2 相同时不同机场与 OSA 的关系

Fig. 18 The relationship between different airports and OSA when h_2 is the same

表 5 不同 h_2 对应的 OSA 值

Table 5 OSA values corresponding to different h_2

h_2/km	OSA/ $^\circ$	h_2/km	OSA/ $^\circ$
10	87.28	100	72.88
30	81.46	200	72.33
50	76.20	300	72.32
70	72.70	400	72.23
90	72.73	500	72.29

3.3.2 辅助走廊

根据第 3.3.1 节的研究结果建立辅助走廊，当 $h_0=300\text{km}$ 时，大规模编队飞行路径如图 19 所示，图中实线代表主空中走廊，虚线代表辅助走廊。图中同一个机场通过多条辅助走廊连通至主走廊的现象，表明同一航班在编队时可以在多条空中走廊中选择一条作为航线。虽然 $h_0=300\text{km}$ 与 $h_0=500\text{km}$ 的可容纳航班率相近，但是 $h_0=500\text{km}$ 时有多个空中走廊选项的航班更多，则在编队时可以选择的前机也更多，有利于编队飞行的实施。

在运行过程中，飞机起飞后，通过辅助走廊进入主走廊进行编队飞行，到达连通着陆机场的辅助走廊时从编队中脱离，通过辅助走廊飞向着陆机场。该方法降低了编队形成的难度，

提升了大规模编队路径规划的效率。

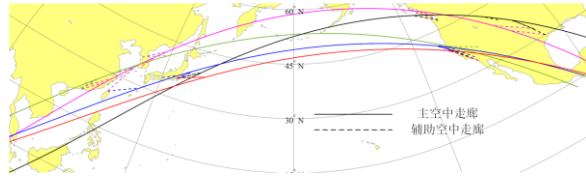


图 19 大规模编队飞行路径示意图

Fig. 19 Flight path diagram of large-scale formation flight

结论

(1) 研究了 3 号机在编队飞行中的最优位置。以 B747 为例，与 1 号机纵向距离 6000m 时，3 号机的最优位置在横向距离 -57m 或 114m 处。3 号机的最优位置受 1 号机和 2 号机重量的影响，重量越大对 3 号机的影响越大。当 3 号机受 1 号机的影响比较大时最优位置在 -57m 处；当 3 号机受 2 号机的影响比较大时最优位置在 114m 处。

(2) 提供了一种构建空中走廊解决大规模编队路径规划问题的方案。使用霍夫变换和 DBSCAN 聚类算法，对大圆航线进行处理和聚类，每簇大圆航线对应一条空中走廊。以此组空中走廊为鲸鱼优化算法的初始解、可容纳航班量最大为目标函数，使用鲸鱼算法进行优化。以选取的 827 个航班为例，在起飞和着陆机场与空中走廊的距离阈值为 300km 时，优化后的可容纳航班率达到了 64.33%，比优化前增加了 10.16%。

(3) 基于粒子群算法，提出了一种不改变编队航线的 3 号机路径规划方法，实现了对编队集结点和分离点的寻优。3 号机起飞机场和着陆机场到编队航线的距离影响编队集结点和分离点的位置，当起飞机场和着陆机场到编队航线所在大圆的距离不变时，ORA 和 OSA 不变。建立相应的辅助走廊，连通机场和主走廊，得到编队飞行的路径。

参考文献

- [1] BOEING.Boeing current market outlook 2020-2039[R].America:Boeing Company,2020.
- [2] ICCT.CO2 emissions from commercial aviation 2018[R].Wilmington:ICCT,2019.
- [3] LISSAMAN P B S,SHOLLENBERGER C A.Formation flight of birds[J].Science,1970,168(3934):1003-1005.
- [4] RAY R J,COBLEIGH B R,VACHON M J,et al.Flight test techniques used to evaluate performance benefits during formation flight[C]//California:AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit,2002.
- [5] FLANZER T C,BIENIAWSKI S R.Operational analysis for the formation flight for aerodynamic benefit program[C]//Maryland:Proceedings of AIAA aerospace sciences meeting,2014.
- [6] 温瑞英,刘文瀚,王红勇.编队飞行中基于危险区域的后机最优位置研究[J].交通运输系统工程与信息,2022,22(05):300-308.
WEN R Y,LIU W H,WANG H Y.Optimal Position of Trailing Aircraft Based on Hazard Zone in Formation Flight[J].Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology,2022,22(05):300-308(in Chinese).
- [7] KENT T E,RICHARDS A G.A geometric approach to optimal routing for commercial formation flight[C]//Minneapolis,Minnesota:AIAA Guidance, Navigation,and Control Conference,2012:109-119.
- [8] KENT T E,RICHARDS A G.On optimal routing for commercial formation flight[C]//Boston:AIAA Guidance,Navigation,and Control,2013.
- [9] KENT T E,RICHARDS A G.Analytic approach to optimal routing for commercial formation flight[J].Journal of Guidance Control & Dynamics,2015,38(10):1872-1884.
- [10] 徐肖豪,孟令航,赵巍飞.基于几何方法的洲际航空编队飞行路径规划[J].北京航空航天大学学报,2015,41(7):1155-1164.
XU X H,MENG L H,ZHAO Y F.Geometric approach for intercontinental formation flight path planning [J] .Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2015,41(7):1155-1164(in Chinese).

- [11] DREWS K, MARKS T, LINKE F, et al. Identification and modeling of civil formation flight routes based on global flight schedule data[C]//München:66.Deutscher Luft-und Raumfahrtkongress,2017.
- [12] VERHAGEN C M, VISSER H G, SANTOS B F. A decentralized approach to formation flight routing of long-haul commercial flights[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2019, 233(8): 2992-3004.
- [13] HARTJES S, VISSER H G, HUBAR M. Trajectory optimization of extended formation flights for commercial aviation[J]. Aerospace, 2019, 6(9): 1-21.
- [14] HARTJES S, HUBAR M, VISSER H G. Multiple-Phase trajectory optimization for formation flight in civil aviation[J]. CEAS Aeronautical Journal, 2018, 10(2): 453-462.
- [15] HU Y, DAI W, Prats X. An Optimization method of formation flight for minimizing fuel consumption[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 38(02): 306-315.
- [16] MIN X, HORNBY G. An analysis of the potential savings from using formation flight in the NAS[C]//Minnesota: AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2013.
- [17] ASADI F, MALAEK S. Total fuel reduction via formation flights; a new approach to air-corridor path optimization[C]//Atlanta: AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations Conference, 2014.
- [18] ASADI F, MALAEK S M, Bagherzadeh S A. Route optimization for commercial formation flights using PSO & GA[C]//CEAS Air & Space Conference, 2013.
- [19] XU J, NING S A, BOWER G, et al. Aircraft route optimization for formation flight[J]. Journal of aircraft, 2012, 51(2): 490-501.
- [20] HOLZÄPFEL F. Probabilistic two-phase wake vortex decay and transport model[J]. Journal of Aircraft, 2003, 40(2): 323-331.
- [21] 魏志强, 李晓晨. 飞机巡航阶段尾涡遭遇安全性多参数评估方法[J]. 交通运输工程学报, 2022, 22(4): 295-305. doi: 10.19818/j.cnki.1671-1637.2022.04.023
WEI Z Q, LI X C. Multi-parametric evaluation method of aircraft wake vortex encounter safety in cruise phase[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2022, 22(4): 295-305. doi: 10.19818/j.cnki.1671-1637.2022.04.023 (in Chinese)
- [22] AHMAD N N, PROCTOR F. Review of idealized aircraft wake vortex models[C]//52nd Aerospace Sciences Meeting, 2014.
- [23] NUIC A. USER MANUAL FOR THE BASE OF AIRCRAFT DATA (BADA) REVISION 3.10[J]. ATMOSPHERE, 2010, 2010: 001.
- [24] DUDA R O, HART P E. Use of the Hough transformation to detect lines and curves in Pictures[J]. Communications of the ACM, 1972, 15(1): 11-15.
- [25] MIRJALILI S, LEWIS A. The Whale Optimization Algorithm[J]. Advances in Engineering Software, 2016, 5(95): 51-67.