

DOI:10.16356/j.2097-6771.2026.03.022

## 一种自适应的二次调频小波变换

陈劲轲, 史治宇, 彭徐俊

(南京航空航天大学航空学院, 南京 210016)

**摘要:** 时频分析方法作为处理非平稳信号的有力工具被广泛应用于非平稳状态下的机械状态检测与系统参数识别。传统的时频分析方法难以有效处理频率组分相近甚至频率轨迹交叉的非线性多分量信号。本文致力于发展一种自适应的二次调频小波变换方法, 首先计算信号包含二次调频参数的二次调频小波变换(Quadratic chirplet transform, QCT), 在残差 QCT 中迭代提取幅值最大的信号分量, 然后从残差 QCT 中移除已检测信号分量的 QCT, 最后根据检测到的全部信号分量特性构建信号的准确时频表示。仿真信号算例与三自由度弹簧阻尼系统模型验证结果表明: 自适应二次调频小波变换方法可以清晰提取频率组分相近以及频率轨迹交叉的信号时频表示, 也克服了传统时频变换方法难以处理高阶频率变化信号的限制性。

**关键词:** 时频分析; 非平稳信号; 二次调频; 模式混叠抑制

中图分类号: O325

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2026)03-0696-13

## An Adaptive Quadratic Chirplet Transform Method

CHEN Jinke, SHI Zhiyu, PENG Xujun

(College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** Time-frequency analysis becomes a powerful tool for processing nonstationary signals and is widely used in mechanical condition monitoring and system parameter identification under nonstationary operating conditions. However, conventional time-frequency methods can hardly effectively handling nonlinear multicomponent signals with closely spaced frequency components or even crossing frequency trajectories. This work proposes an adaptive quadratic chirplet transform (AQCT) method. The approach computes the quadratic chirplet transform (QCT) of the signal, in which a quadratic frequency modulation parameter is explicitly incorporated. The maximum amplitude signal is then iteratively extracted from the residual QCT, and the QCT contribution of the detected component is removed from the residual representation. Finally, an accurate time-frequency representation of the signal is constructed based on all detected components. Simulation examples and a three-degree-of-freedom spring-damper system model demonstrate that the proposed AQCT method can clearly extract the time-frequency representations of signals with closely spaced frequency components and crossing frequency trajectories, and that it effectively overcomes the limitations of conventional time-frequency transforms in dealing with higher-order frequency variations.

**Key words:** time-frequency analysis; non-stationary signals; quadratic chirplet modulation; mode-mixing suppression

自然界与工程实际中的地震波信号、生物医学与雷达信号和机械振动信号等大多数信号都存在

非线性与非平稳特性, 这些信号都具有随时间变化的瞬时幅值或瞬时频率, 这种时变特性可以使用时

**基金项目:** 国家自然科学基金(12272172)。

**收稿日期:** 2025-10-22; **修订日期:** 2026-03-31

**通信作者:** 史治宇, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: zyshi@nuaa.edu.cn。

**引用格式:** 陈劲轲, 史治宇, 彭徐俊. 一种自适应的二次调频小波变换[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2026, 58(3): 696-708. CHEN Jinke, SHI Zhiyu, PENG Xujun. An adaptive quadratic chirplet transform method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics(Natural Science Edition), 2026, 58(3): 696-708.

频表示(Time-frequency representation, TFR)来描述<sup>[1]</sup>。时频分析方法通过构造时间和频率的联合函数将一维时域信号映射到二维时频面,能够同时显示信号在时域和频域的全貌,是处理非平稳信号的有力工具。

线性变换是一类被广泛使用的时频分析方法。短时傅里叶变换<sup>[2]</sup>和小波变换<sup>[3]</sup>是典型的线性变换,其本质是对信号进行加窗线性变换。短时傅里叶变换采用固定窗,时频分辨率固定不变;而小波变换对低频信号分量能获得较好的频域分辨率和较差的时域分辨率,对于高频分量则相反。这两种方法都受到海森堡不确定性原理的限制,得到的时频表示往往比较模糊<sup>[4]</sup>。同步压缩变换及其改进变体<sup>[5-7]</sup>等时频后处理方法可以提高线性变换后时频图的可读性,它们根据原始TFR的相位将原始TFR的能量重新映射到新的时频位置。线性调频小波变换<sup>[8-10]</sup>可以视为短时傅里叶变换的改进版本,其基函数被设定为一组线性调频信号,能更有效地追踪频率随时间线性变化的信号。广义线性调频小波变换<sup>[11]</sup>对信号进行多次线性调频变换,在每个时频点选择幅值最大信号的线性调频变换作为最终时频表示,以此来匹配信号的局部频率变化特性。

然而,无论是线性变换还是时频后处理方法都不能很好地处理频率组分相近甚至频率轨迹交叉的非线性多分量信号。Guan等<sup>[12]</sup>提出的自适应线性调频小波变换可以确定信号分量的瞬时频率和瞬时线性调频率,能相对有效地分析具有交叉瞬时频率的线调频信号,但针对频率在短时区间内非线性变化的信号也不再适用。Zhang等<sup>[13]</sup>提出的广义时间递推稀疏协方差谱估计方法通过对信号在连续时间窗口内构建协方差矩阵并引入稀疏约束对频谱进行优化,对频率组分相近信号的非平稳信号具有较好的分析效果,但对频率交叉信号的适应性有限。

本文根据二次调频小波变换进一步提出一种自适应的二次调频小波变换(Adaptive quadratic chirplet transform, AQCT)方法,以一系列线性调频率和二次调频率作为参数计算信号的二次调频小波变换,迭代性地估计幅值最大的信号分量特性并移除所检测信号分量的能量,并由检测到的全部分量特征构建信号的准确时频表征。由于信号特性是在时频面中直接估计而未使用解调技术,即使在不同迭代中检测到的信号分量发生混叠,时频平面上的能量位置也不会改变。AQCT方法在多分量信号频率交叉点处提供了两个基函数,所以能有效处理频率组分相近甚至频率轨迹交叉的非线性多分量信号。仿真信号算例与三自由度弹簧阻尼系统模型验证了该方法的有效性。

## 1 自适应二次调频小波变换

### 1.1 单分量信号的二次调频小波变换

AQCT基于QCT<sup>[14]</sup>产生。QCT具有4个自变量:时间 $t$ ,频率 $\omega$ ,线性调频率 $c$ 和二次调频率 $q$ 。它表示当使用一组具有线性调频率 $c$ 和二次调频率 $q$ 的调频小波作为基函数时,信号在时频图上的能量分布。

时域解析信号 $x(t)$ 的QCT定义为如下积分变换,表达式为

$$X(\tau, \omega, c, q) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + \tau) \lambda(t) Q_{(\omega, c, q)}^*(t) dt \quad (1)$$

式中: $\lambda(t)$ 表示以时间 $t=0$ 为中心用于截断信号 $x(t)$ 的窗函数; $Q_{(\omega, c, q)}^*(t)$ 表示QCT核。窗函数是经过归一化的,这意味着窗函数在整个时间区间的积分等于1,表示为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(t) dt = 1 \quad (2)$$

$Q_{(\omega, c, q)}(t)$ 构成一组幅值为1且频率二次变化的复指数波,表达式为

$$Q_{(\omega, c, q)}(t) = e^{j\left(\frac{1}{6}qt^3 + \frac{1}{2}ct^2 + \omega t\right)} \quad (3)$$

为了生成精确的TFR,需要从QCT中提取信号分量的特性。一个单分量解析信号可以写成一个复指数函数形式

$$x(t) = A(t) e^{j\phi(t)} \quad (4)$$

式中 $A(t)$ 和 $\phi(t)$ 分别表示信号 $x(t)$ 的时变幅值和时变相位。

在以时间 $t=\tau$ 为中心的短时窗内,信号幅值可近似为时不变的,则信号可以简化为

$$x(t) \approx A(\tau) e^{j\phi(t)} \quad t \in \left[ \tau - \frac{T}{2}, \tau + \frac{T}{2} \right] \quad (5)$$

其中

$$p(t) = \int \omega(t) dt \quad (6)$$

$$p(t)|_{t=\tau} = \phi(t) \quad (7)$$

式中: $T$ 为窗长, $\omega(t) = d\phi(t)/dt$ 为信号的时变瞬时频率。假设窗长较短,则可以使用泰勒展开法将频率 $\omega(t)$ 估计为时间 $t$ 的二次函数形式

$$\omega(t) \approx \frac{1}{2}q(\tau)(t-\tau)^2 + c(\tau)(t-\tau) + \omega(\tau) \quad (8)$$

式中: $c(\tau) = d\omega(\tau)/d\tau$ 为信号的瞬时线调频率, $q(\tau) = dc(\tau)/d\tau$ 为信号的瞬时二次调频率。

基于式(5,8),可以将信号改写为

$$x(t) \approx A(\tau) e^{j\left[\frac{1}{6}q(\tau)(t-\tau)^3 + \frac{1}{2}c(\tau)(t-\tau)^2 + \omega(\tau)(t-\tau) + \phi(\tau)\right]} \quad (9)$$

基于式(1,3,9),信号 $x(t)$ 的QCT可以表示为

$X_{\text{QCT}}(\tau, \omega, c, q) \approx$

$$A(\tau) e^{i\phi(\tau)} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(t) e^{i\left[\frac{1}{6}(q(\tau)-q)t^3 + \frac{1}{2}(c(\tau)-c)t^2 + (\omega(\tau)-\omega)t\right]} dt \quad (10)$$

显然,式(10)在 $(\omega = \omega(\tau), c = c(\tau), q = q(\tau))$ 处达到最大值<sup>[15]</sup>,表示为

$$|X(\tau, \omega, c, q)| \leq |X(\tau, \omega(\tau), c(\tau), q(\tau))| = \left| A(\tau) e^{i\phi(\tau)} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(t) dt \right| = A(\tau) \quad (11)$$

这表示 QCT 模峰值的自变量能表达出所分析单分量信号的瞬时频率、瞬时线性调频率和瞬时二次调频率。

为了更清晰地展现 QCT 的特性,引入两个合成信号

$$x_A = e^{i\int_0^t \omega_1(t) dt} \quad \omega_1(t) = 2\pi \cdot 50t \quad (12)$$

$$x_B = e^{i\int_0^t \omega_2(t) dt} \quad \omega_2(t) = 2\pi(20t^2 + 10t) \quad (13)$$

信号 A 的理论瞬时频率如图 1 所示。由于难以在二维平面中可视化高维的 QCT,在时间点  $\tau = 1$  s 处展示信号 A 的 QCT 模值的时间切片,如图 2 所示。

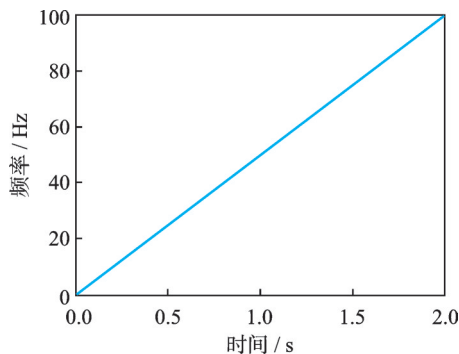


图 1 信号 A 的理论瞬时频率

Fig.1 Theoretical instantaneous frequency of signal A

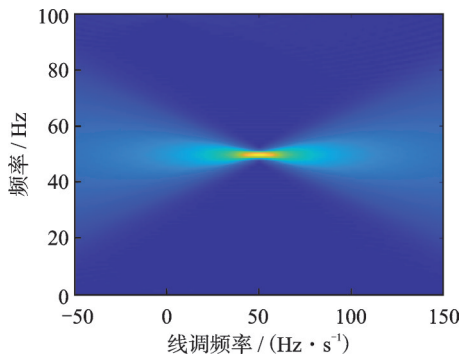


图 2 信号 A 的 QCT 在  $\tau = 1$  s 处的切片

Fig.2 QCT slice of signal A at  $\tau = 1$  s

可以发现,信号 A 经过二次调频小波变换后的时频能量在频率-线性调频率平面集中在一个类似双锥形的区域,信号 A 的 QCT 模的最大值位于

(50 Hz, 50 Hz/s), 对应于图 2 的峰值处。该点精确描述了信号 A 在  $\tau = 1$  s 时的瞬时频率和瞬时线性调频率。

信号 B 的理论瞬时频率以及在时间点  $\tau = 1$  s 处的 QCT 模值的时间切片分别如图 3 和 4 所示。

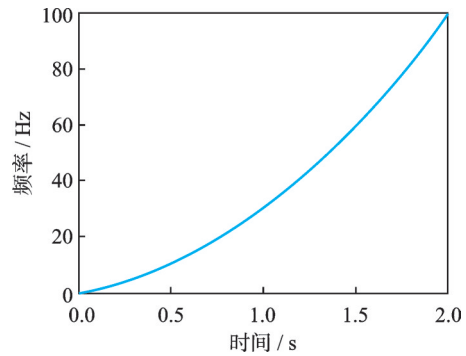


图 3 信号 B 的理论频率

Fig.3 Theoretical frequency of signal B

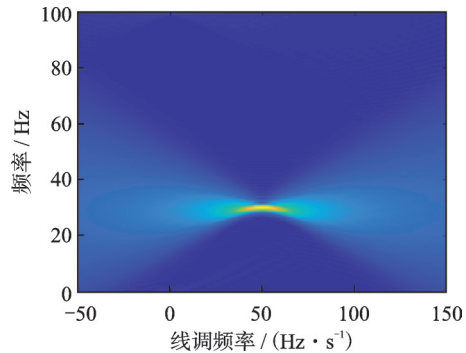


图 4 信号 B 的 QCT 在  $\tau = 1$  s 处的切片

Fig.4 QCT slice of signal B at  $\tau = 1$  s

同样可以发现,信号 B 经过二次调频小波变换后的时频能量在频率-线性调频率平面也集中在一个类似双锥形的区域,信号 B 的 QCT 模的最大值位于 (50 Hz, 30 Hz/s), 对应于图 4 的峰值处。该点同样精确描述了信号 B 在  $\tau = 1$  s 时的瞬时频率和瞬时线性调频率。上述对信号 A 与信号 B 的时频处理结果与理论分析一致。

在 QCT 模峰值的自变量 $(\tau, \omega(\tau), c(\tau), q(\tau))$ 处计算的 QCT 表达式为

$$X_{\text{QCT}}(\tau, \omega(\tau), c(\tau), q(\tau)) = A(\tau) e^{i\phi(\tau)} \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(t) dt = A(\tau) e^{i\phi(\tau)} \quad (14)$$

这正是解析信号  $x(t)$  在时间  $t = \tau$  处的表达式。这表明单分量信号的 5 个重要特征:瞬时频率  $\omega(\tau)$ 、线性调频率  $c(\tau)$ 、二次调频率  $q(\tau)$ 、幅值  $A(\tau)$  和相位  $\phi(\tau)$  都可以直接从信号 QCT 中估计得出

$$A(\tau) e^{i\phi(\tau)} = X_{\text{QCT}}(\tau, \omega(\tau), c(\tau), q(\tau)) \quad (15)$$

其中

$$(\omega(\tau), c(\tau), q(\tau)) = \underset{\omega, c, q}{\text{Arg max}} \left( |X_{\text{QCT}}(\tau, \omega, c, q)| \right) \quad (16)$$

这种信号的特性估计方法称为QCT峰值自变量(QCT peak argument, QCTPA)方法。利用该特性,可以基于理想TFR公式重构信号的时频表示<sup>[16]</sup>。理想TFR公式表达式为

$$X_{\text{TFR}}(\tau, \omega) = A(\tau) e^{j\phi(\tau)} \delta(\omega - \omega(\tau)) \quad (17)$$

式中 $\delta$ 表示狄拉克 $\delta$ 函数。

### 1.2 多分量信号的二次调频小波变换

多分量信号的二次调频小波变换更为复杂,需要进一步讨论。二次调频小波变换是一种线性变换,满足叠加原理,具有线性可加性。因此,对于多分量信号,其QCT是信号中包含的所有分量信号的QCT之和,表达式为

$$X(\tau, \omega, c, q) = \sum_{n=1}^N X_n(\tau, \omega, c, q) \quad (18)$$

假设信号分量在信号整段持续时间内幅值大小顺序不变,式中 $N$ 为多分量信号中包含的信号分量个数, $X_n$ 为该多分量信号中具有第 $n$ 高幅值信号的QCT。

根据式(9),当把每个信号分量的QCT变换到以它自己的瞬时频率、瞬时线性调频率和瞬时二次调频率为原点的坐标系中,不同信号分量的QCT之间只相差一个复常数(即它们的复振幅之比)。这意味着在调整了瞬时频率、瞬时线性调频率和瞬时二次调频率的偏移后,不同信号分量的QCT能量分布具有相同的形状,只是幅值和相位各不相同,即不同信号分量的QCT是彼此加权和移位后的模式

$$\frac{X_n(\tau, \omega + \omega_n(\tau), c + c_n(\tau), q + q_n(\tau))}{X_m(\tau, \omega + \omega_m(\tau), c + c_m(\tau), q + q_m(\tau))} = \frac{X_n(\tau, \omega_n(\tau), c_n(\tau), q_n(\tau))}{X_m(\tau, \omega_m(\tau), c_m(\tau), q_m(\tau))} = \frac{A_n(\tau) e^{j\phi_n(\tau)}}{A_m(\tau) e^{j\phi_m(\tau)}} \quad (19)$$

这种特性类似于傅里叶变换中的时移与频移特性。式(18,19)表明,在多分量信号中,不同信号分量的能量分布在时间-频率-线性调频率-二次调频率空间中的不同区域,并且这些能量分布区域可能彼此重叠。这意味着在使用QCTPA估计各分量特性时,不同分量之间可能会存在相互干扰。幅值较大的信号分量,它在时频表示中的能量也更大,因此其QCT的模会更大。因此一般来说,幅值较大的分量的QCT模值通常大于幅值较小的分量的QCT模值,幅值最大的信号分量的QCT模值最不易受到其他分量的干扰,整个多分量信号在参数空间中的峰值应最接近最高幅值分量的真实参数。

基于以上分析,多分量信号的QCTPA应该与

最高幅值分量的瞬时频率、瞬时线性调频率以及瞬时二次调频率偏差不太大。因此,直接从多分量信号中使用QCTPA方法估计最大幅值分量的特性是可行的

$$A_1(\tau) e^{j\phi_1(\tau)} \approx X(\tau, \omega_1(\tau), c_1(\tau), q_1(\tau)) \quad (20)$$

其中

$$(\omega_1(\tau), c_1(\tau), q_1(\tau)) \approx \underset{\omega, c, q}{\text{Arg max}} \left( |X(\tau, \omega, c, q)| \right) \quad (21)$$

式中: $\omega_1(\tau)$ 、 $c_1(\tau)$ 、 $q_1(\tau)$ 、 $A_1(\tau)$ 以及 $\phi_1(\tau)$ 分别为多分量信号中幅值最大分量的瞬时频率、瞬时线性调频率、瞬时二次调频率、瞬时幅值以及相位。除去幅值最大的信号分量外,由于最大幅值信号分量的干扰,其他信号分量的特性可能难以直接从多分量信号的QCT中估计得到。

### 1.3 自适应二次调频小波变换理论

在实际工程应用中,特别是处理频率组分相近甚至具有交叉频率成分的非平稳多分量信号,使用高维参数空间(如包含时间、频率、线性调频率和二次调频率的四维空间)表征复杂信号时,较低幅值信号分量的特性会显著受到较高幅值信号分量的干扰。具体而言:当信号中不同分量存在较大幅值差异时,高幅值分量在QCT空间中形成的能量峰会对临近低幅值分量能量峰位置产生干扰,导致较低幅值信号分量的特性无法直接从QCT中估计得出。如上所述,解决此类信号分析问题的关键在于:(1)在频率轨迹接近处与两个交叉频率的交点处提供两个基函数;(2)避免或者消除两个分量频率在估计各自特性时产生的相互干扰;(3)避免由于模态混叠引起的信号频率估计误差。

为解决这个问题,本文设计了一种基于能量迭代提取的自适应处理方法框架,将信号分量按幅值降序排列,通过逐次提取最强信号分量来依次迭代估计每个信号分量的特性。当一个较高幅值分量特性从QCT中估计重构得出时,立刻移除该分量的能量避免其对后续较小幅值分量特性重构的干扰。这种方法称为AQCT。

AQCT的完整迭代过程包含以下关键步骤:

(1) 目标分量识别。在每次迭代开始时将当前残差QCT中包含的幅值最大的分量确定为目标分量。在第1次迭代中,将原始信号的完整QCT作为初始残差QCT。这一步骤通过在参数空间 $(\omega, c, q)$ 中搜寻能量最大值来实现。

(2) 参数精确估计。基于当前残差QCT,采用QCT峰值估计算法确定目标分量的时变特性。该算法通过在检测到的能量峰值附近进行精细搜索同时估计 $\omega(\tau)$ 、 $c(\tau)$ 、 $q(\tau)$ 的时变轨迹。

(3) 信号分量精确重构。利用步骤(2)中估计得到的参数,重构目标分量的 QCT。

(4) 残差更新。通过从当前残差 QCT 中减去重构的目标分量 QCT,得到更新后的残差 QCT。

上述方法的数学机理可解释为:设原始信号包含  $k$  个分量,在第  $k$  次迭代开始之前,原始信号 QCT 中具有第 1、2、 $\dots$ 、 $(k-1)$  大幅值的分量已被依次移除。因此,在第  $k$  次迭代中,目标分量(残差 QCT 中包含的幅值最大的分量)对应于原始信号 QCT 中第  $k$  大幅值的分量。这种顺序处理机制确保了较高幅值分量不会干扰较低幅值分量特性的估计。通过重复上述方法,可以按照信号幅值降序地逐个估计出多分量信号中所有信号分量的时变特性。然后,可以基于所有检测到的信号分量估计得到的特性,使用理想 TFR 公式构建原始信号的 TFR,此过程就是 AQCT 方法的核心思想。

迭代步骤(3)中涉及目标信号分量的 QCT 的重构,这可利用式(10)实现。由于 AQCT 在迭代步骤中需要多次进行 QCT 重构,需要运用到复杂的积分运算。式(19)表明不同分量的 QCT 是彼此加权和移位之后的模式,因此引入一个简洁的 QCT 参考函数,借助此参考 QCT 函数进行加权和移位来计算任意分量信号的 QCT。这里使用幅值为 1 的信号 QCT 作为参考函数,表达式为

$$\Delta_q(\omega, c, q) = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(t) Q_{\omega, c, q}^*(t) dt \quad (22)$$

基于这个 QCT 参考函数,可以利用下列函数计算任意分量  $n$  的 QCT

$$X_n(\tau, \omega, c, q) = A_n(\tau) e^{i\phi_n(\tau)} \Delta(\omega - \omega_n(\tau), c - c_n(\tau), q - q_n(\tau)) = X(\tau, \omega_n(\tau), c_n(\tau), q_n(\tau)) \cdot \Delta(\omega - \omega_n(\tau), c - c_n(\tau), q - q_n(\tau)) \quad (23)$$

根据此函数可避免复杂的积分计算,使得 AQCT 方法计算更加高效。

依照上述阐述,本文提出的 AQCT 方法具体流程如图 5 所示。

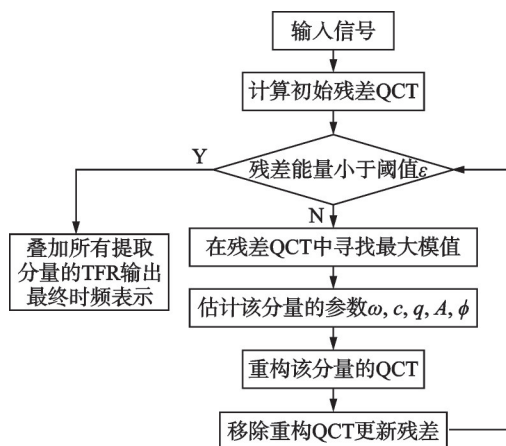


图 5 AQCT 方法流程图

Fig.5 Flowchart of AQCT method

与传统的时频分析方法不同, AQCT 在每一时间点不固定采用某一基函数,而是在频率-线性调频率-二次调频率参数空间中寻找与信号局部特性最匹配且幅值最大的二次调频核,从而自适应地确定该时刻信号的瞬时频率、线性调频率与二次调频率,使能量沿真实频率轨迹分布更集中。同时,基于参考 QCT 函数的迭代残差提取框架, AQCT 能在无需预先指定信号分量数与迭代次数的情况下逐步提取多分量信号的能量最大的分量,再将该分量从残差中剥离并对更新后的残差重复此迭代过程,最终清晰揭示出被幅值较大的信号分量抑制的幅值较小的信号分量。这样由信号时频数据驱动更新的迭代机制使 AQCT 在处理强非平稳多分量信号时拥有显著的自适应性与分量分离能力。

对于工程应用中的真实信号,时间  $\tau$  通常被限制在  $[0, T_s]$  的范围内,其中  $T_s$  为待分析真实信号的持续时间。根据奈奎斯特-香农采样定理,为避免出现混叠现象,频率  $f$  以及 QCT 基函数的频率应被限制在  $[0, F_s/2]$  范围内,其中  $F_s$  是信号的采样率。由于二次调频基函数频率是二次变化的,在窗的两端共同限制基函数的线性调频率与二次调频率可以确保基函数的频率不会超过频率边界  $F_s/2$ , 表示为

$$\left| \frac{1}{2} ct + \frac{1}{6} qt^2 \right| \leq \pi F_s, \quad t \in \left[ -\frac{T}{2}, \frac{T}{2} \right] \quad (24)$$

由此可得

$$|c| \leq 2\pi F_s / T \quad (25)$$

$$|q| \leq 6\pi F_s / T^2 \quad (26)$$

基于以上分析,二次调频基函数的 4 个自变量  $t, f, c$  和  $q$  的定义域可表示为:  $t \in [0, T]$ ,  $f \in [0, 2\pi F_s/2]$ ,  $c \in [-2\pi F_s/T, 2\pi F_s/T]$ ,  $q \in [-6\pi F_s/T^2, 6\pi F_s/T^2]$ 。在实现 AQCT 算法时,自变量可以使用固定步长(等间隔采样)进行采样。例如,二次调频基函数的线性调频率可以采样为  $c_k = -2\pi F_s/T + k\Delta_c$ , 其中  $\Delta_c$  代表线性调频率的增量,  $k=0, 1, \dots$  且  $c_k \in [-2\pi F_s/T, 2\pi F_s/T]$ 。二次调频率可以采样为  $q_k = -6\pi F_s/T^2 + k\Delta_q$ , 其中  $\Delta_q$  代表二次调频率的增量,  $q_k \in [-6\pi F_s/T^2, 6\pi F_s/T^2]$ 。利用这两种离散的线性调频率与二次调频率,便可以利用式(3)生成一组二次调频基函数。

值得关注的是,以上所有关于自适应二次调频小波变换的分析都是基于一个假设:在整个信号持续时间内各信号分量的幅值大小顺序保持不变。如果真实信号中这个假设不成立,那么 AQCT 在单次迭代过程中提取的时频曲线就可能来源于不同的信号分量,而不是单一的一个信号分量,这种

现象称为模态混叠。然而,即使分析时发生了此类混叠现象,由于 AQCT 是在时频平面中直接估计信号分量的特性,这样计算得到的在时频平面上的能量位置仍旧是正确且未被改变的。因此,运用 AQCT 方法分析信号不会存在由于模态混叠现象引起的频率估计误差。

为了更清楚地说明此类现象,引入一个新的合成信号 C,表达式为

$$X_c(t) = \sum_{n=1}^2 A_n \cos\left(2\pi \int_0^t f_n(t) dt\right) \quad (27)$$

信号 C 包含两个非线性调频分量,分别为

$$\omega_1(t) = 2\pi(-20t^2 + 80) \quad (28)$$

$$\omega_2(t) = 2\pi \cdot 20t^2 \quad (29)$$

信号 C 的两个分量的幅值被设定为两个线性函数,表达式为

$$A_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (30)$$

$$A_2 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}t \quad (31)$$

信号 C 的持续时间为 2 s,采样率设置为 200 Hz。两个分量的理论瞬时频率如图 6 所示,两个分量的理论幅值如图 7 所示。

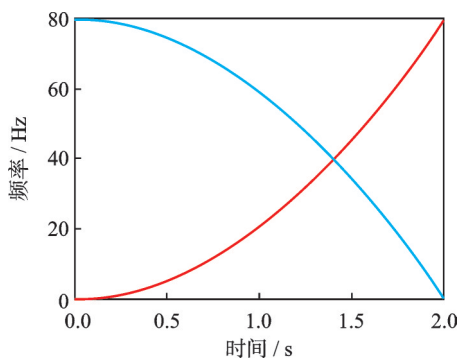


图 6 信号 C 的理论瞬时频率

Fig.6 Theoretical instantaneous frequencies of signal C

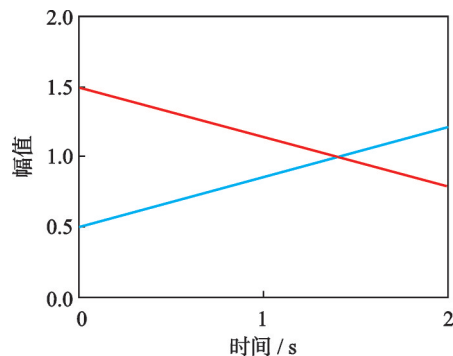


图 7 信号 C 两分量的幅值

Fig.7 Amplitudes of two components of signal C

可以看出,信号 C 的两个分量的频率随时间二次变化且相互交叉,频率交点时刻为  $t = \sqrt{2}$  s。分量 1 在  $(\sqrt{2} - 2)$  s 时具有最大幅值,分量 2 在  $(0 - \sqrt{2})$  s

时具有最大幅值,幅值变化交叉点时刻也为  $t = \sqrt{2}$  s。利用 AQCT 进行第 1 次迭代得到的信号 D 的 TFR 如图 8 所示。可以看到,时频面内  $(0 - \sqrt{2})$  s 的能量来自信号分量 2,而  $(\sqrt{2} - 2)$  s 的能量来自信号分量 1。这是因为 AQCT 迭代时会首先提取能量最大的区域, $(0 - \sqrt{2})$  s 时信号分量 2 的幅值大于信号分量 1,分量 2 的 QCT 能量相应大于分量 1;而  $(\sqrt{2} - 2)$  s 时信号分量 1 的幅值大于信号分量 2,分量 1 的 QCT 能量相应大于分量 2。这与上文对模态混叠的分析是一致的。

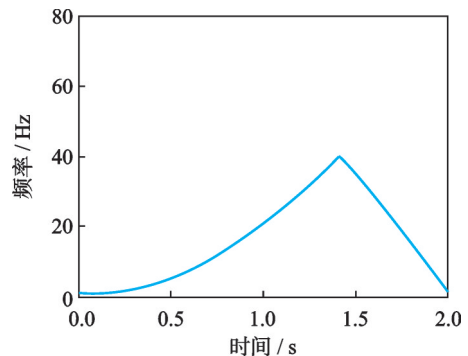


图 8 信号 C 第 1 次迭代获得的 TFR

Fig.8 TFR obtained from the first iteration of signal C

AQCT 进行第 2 次迭代得到的信号 C 的 TFR 如图 9 所示。可以看出,第 2 次迭代提取了两个信号分量经过第 1 次迭代之后的剩余部分。信号 C 最终的完整 TFR 是通过组合两次迭代得到的子 TFR 来计算的,如图 10 所示。可以看到,最终信号的 TFR 没有频率估计误差,完整地呈现了该两分量非线性调频信号的时频特征。

最后通过数学公式总结 AQCT 计算的步骤为:

(1) 计算信号的 QCT 并用作下一步迭代的第 1 个残差 QCT

$$X_{R_1}(\tau, \omega, c, q) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + \tau) \lambda(t) Q_{(\omega, c, q)}^*(t) dt \quad (32)$$

计算 QCT 参考函数,表达式为

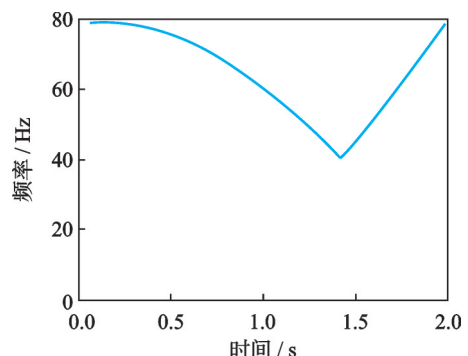


图 9 信号 C 第 2 次迭代获得的 TFR

Fig.9 TFR obtained from the second iteration of signal C

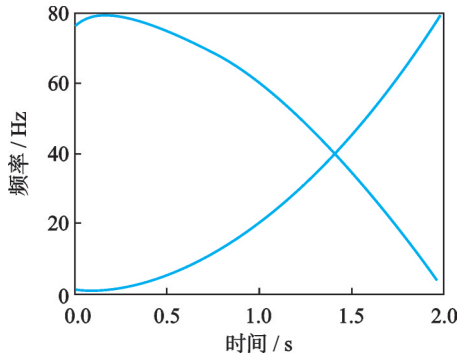


图 10 信号 C 最终的完整 TFR

Fig.10 TFR obtained from the second iteration of signal C

$$\Lambda_q(\omega, c, q) = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda(t) Q_{(\omega, c, q)}^*(t) dt \quad (33)$$

(2) 步骤(2~5)是循环步骤,  $k$  为循环变量。在每个时间点  $\tau$  计算第  $k$  个残差 QCT 模的最大值(在第 1 次迭代中, 将完整信号的 QCT 作为第 1 个残差 QCT)。对应的自变量  $\omega_k(\tau)$ 、 $c_k(\tau)$ 、 $q_k(\tau)$  为具有第  $k$  高瞬时幅值的信号分量的瞬时频率、调频率和二次调频率。基于式(17)构建该分量的时频表示

$$X_{\text{TFR}_k}(\tau, \omega, c, q) = X_{R_k}(\tau, \omega_k(\tau), c_k(\tau), q_k(\tau)) \delta(\omega - \omega_k(\tau)) \quad (34)$$

其中

$$(\omega_k(\tau), c_k(\tau), q_k(\tau)) \approx \underset{\omega, c, q}{\text{Arg max}} (|X_{R_k}(\tau, \omega, c, q)|) \quad (35)$$

(3) 基于式(22), 通过加权和移位 QCT 参考函数  $\Lambda_q(\omega, c, q)$  重构第  $k$  高瞬时幅值信号分量的 QCT

$$X_k(\tau, \omega, c, q) = X_{R_k}(\tau, \omega_k(\tau), c_k(\tau), q_k(\tau)) \Lambda(\omega - \omega_n(\tau), c - c_n(\tau), q - q_n(\tau)) \quad (36)$$

(4) 从第  $k$  个残差 QCT 中移除第  $k$  高幅值信号分量的重构 QCT 获得第  $k+1$  个残差 QCT

$$X_{R_{k+1}}(\tau, \omega, c, q) = X_{R_k}(\tau, \omega, c, q) - X_k(\tau, \omega, c, q) \quad (37)$$

(5) 重复步骤(2~4), 随着 AQCT 迭代次数的增大, 信号残差 QCT 的能量将趋近于 0。为了避免迭代次数过多而降低计算效率, 可设置阈值来控制迭代次数

$$\frac{\iiint\limits_{\omega, c, q} |X_{R_{k+1}}(\tau, \omega, c, q)|^2 d\tau d\omega dc dq}{\iiint\limits_{\omega, c, q} |X_{R_k}(\tau, \omega, c, q)|^2 d\tau d\omega dc dq} < \epsilon \quad (38)$$

式中阈值  $\epsilon \in (0, 1)$  用来控制迭代次数。对于轻微噪声干扰的实际信号, 可将其设置为比较小的数字(例如  $10^{-3}$ )。对于受到强噪声污染的实际信号, 一

旦所有信号分量都被 AQCT 提取出来, 剩余残差中就只包含噪声, 此时, 残差信号能量的收敛将变得十分缓慢, 因为噪声的时频分布特征与 QCT 基函数有很大差异。在这种情况下, 可以考虑将阈值  $\epsilon$  设置得更高以节约计算时间。

(6) 对所有检测到的信号分量的时频表示求和, 构建最终信号的时频表示

$$X_{\text{TFR}}(\tau, \omega) = \sum_{k=1}^K X_{\text{TFR}_k}(\tau, \omega) \quad (39)$$

## 2 仿真算例

### 2.1 频率组分相近的多分量信号

为验证 AQCT 分析非线性调频信号的能力, 引入一个频率轨迹十分相近的多分量调频信号 D, 其表达式为

$$X_D(t) = \sum_{n=1}^2 A_n \cos\left(2\pi \int_0^3 f_n(t) dt\right) \quad (40)$$

式中:  $A_1 = 1$ ,  $A_2 = 0.7$ , 并在信号中加入 10 dB 的高斯白噪声。两个分量频率  $f_n(t)$  分别设置为

$$f_1(t) = 40 - 15\sin(3t) \quad (41)$$

$$f_2(t) = 36 - 15\sin(3t) \quad (42)$$

信号长度与采样频率设置为 3 s 和 200 Hz。信号的时域波形与理论频率如图 11 和 12 所示。

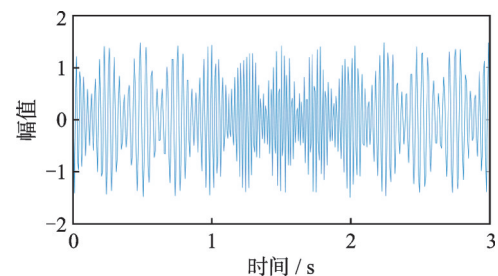


图 11 信号 D 的时域波形

Fig.11 Time-domain waveform of signal D

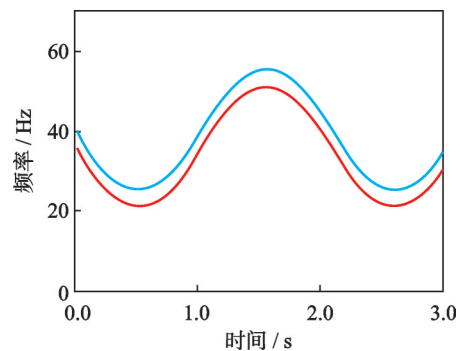


图 12 信号 D 的理论频率

Fig.12 Theoretical frequencies of signal D

使用 AQCT 处理得到信号 D 时频特征如图 12 所示。可以看出, 对于频率组分相近的非线性多分量信号, AQCT 得到的信号时频分布具有最好的时

频集中度,准确刻画了两个分量信号的时频特征。

为了清晰对比 AQCT 的时频分析性能,将其与伪维格纳-威尔分布(Pseudo Wigner-Ville distribution, PWVD)、广义线调频小波变换(General linear chirplet transform, GLCT)和自适应线调频小波变换(Adaptive linear chirplet transform, ALCT)的时频分析效果进行对比。信号 D 经由 PWVD、GLCT 和 ALCT 的时频分析结果分别如图 13~16 所示。可以看出,在 PWVD 得到的时频图中,受到交叉项干扰的影响,当信号分量频率相近时,互交叉项会出现在真实分量之间的频率区域与真实信号的自项发生重叠,使得真实信号的时频脊线变得模糊不清;GLCT 得到的时频图中分量 1 的时频轨迹能量较集中,但分量 2 的时频轨迹曲线被分量 1 所覆盖,且时频平面中仍存在能量泄露现象。因为 GLCT 计算多个不同线性调频率的线性调频小波变换(Linear chirplet transform, LCT),对于每个时频点选择幅值最大的 LCT 值作为输出。当多个非线性调频分量频率相近时,每个时频点只有一个主导的线性调频率成分,选择幅值最大的分量会导致能量重叠或者丢失幅值较小分量时频特征。ALCT 得到的时频图整体能量分散且部分频率轨迹分析错误。因为 ALCT 方法使用线性调频基函数,当处理非线性调频信号时,单一的线性调频率参数无法匹配信号的频率变化特征。

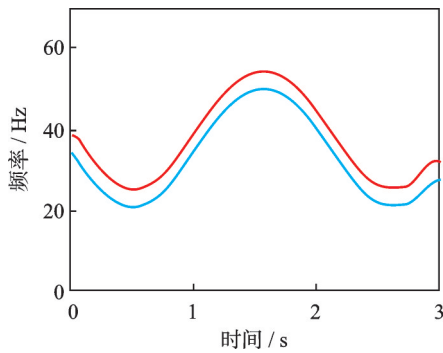


图 13 信号 D 的 AQCT  
Fig.13 AQCT of signal D

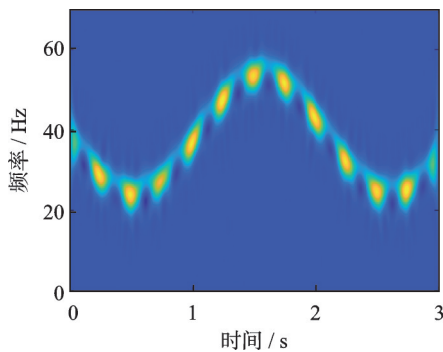


图 14 信号 D 的 PWVD  
Fig.14 PWVD of signal D

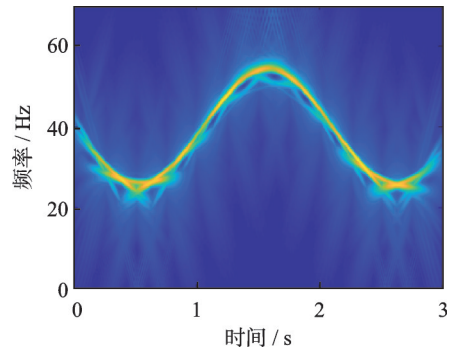


图 15 信号 D 的 GLCT  
Fig.15 GLCT of signal D

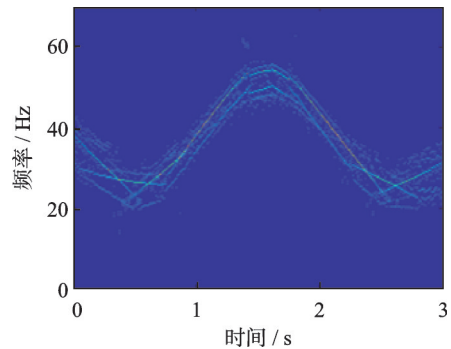


图 16 信号 D 的 ALCT  
Fig.16 ALCT of signal D

为定量评估不同时频分析方法的能量聚集性,利用脊线提取法得到频率分量轨迹  $f(t)$ ,在每个时刻  $t$  取一个脊线邻域(频带半宽  $\Delta f$ ),将分布在时频脊线附近的能量求和,再求得邻域能量与完整时频图总能量的比值。每个时刻的总能量表达式为

$$E_{\text{tot}}(n) = \sum_{k=1}^{N_f} \text{TFR}(n, k) \quad (43)$$

式中:  $n = 1, 2, \dots, N_r$  为时间索引;  $k = 1, 2, \dots, N_f$  为频率索引; TFR 为信号时频表征。

脊线邻域能量表达式为

$$E_{\text{on}}(n) = \sum_{k: |f_k - f_n| \leq \Delta f} \text{TFR}(n, k) \quad (44)$$

式中:  $f_k$  为频率轴,  $f_n$  为时频脊线。

定义能量加权脊线聚集度  $R_\omega$ , 表示所有时刻脊线邻域能量之和与时频平面总能量的比值

$$R_\omega = \frac{\sum_{n=1}^{N_r} E_{\text{on}}(n)}{\sum_{n=1}^{N_r} E_{\text{tot}}(n) + \epsilon} \quad (45)$$

式中  $\epsilon$  为防止分母为 0 的极小数。  $R_\omega$  越接近 1, 说明该信号分量在时间轴上的时频能量越接近分量的时频脊线, 即能量聚集性越强。

针对仿真信号 D, 表 1 给出了 AQCT、PWVD、GLCT、ALCT 这 4 种方法的计算对比结果。信号 D 的分量 1 与分量 2 的幅值分别为 1 和 0.7, 则分量

1的 $R_w$ 对应的理论上限约为0.67,分量2的 $R_w$ 对应的理论上限约为0.33,两分量 $R_w$ 之和上限为1(代表理想情况下所有能量都落在两条时频脊线附近)。从表1中可以看出,AQCT的 $R_w^1$ 与 $R_w^2$ 以及信号分量之和 $R_w$ 均接近理论上限,表明AQCT准确追踪了频率组分相近的非线性调频信号的时频特性;PWVD的 $R_w^1$ 与 $R_w^2$ 以及信号分量之和 $R_w$ 较理论上限均有明显差距,表明其时频能量在整个频带内分布较为弥散;GLCT的 $R_w$ 相对PWVD较高,但 $R_w^1$ 与 $R_w^2$ 比值并未正比于幅值比值,表明GLCT倾向于从强分量信号中提取更多能量而掩盖了弱分量信号;ALCT较PWVD与GLCT能量聚集性指标有相对提升,但仍弱于AQCT,表明采用线性调频变换核在一定程度上提升了时频能量聚集性,但分析高阶频率变化信号仍存在能量扩散现象。

表1 信号D时频能量聚集性对比结果

Table 1 Comparison of time-frequency energy concentration for signal D

| 方法   | $R_w^1$ (分量1) | $R_w^2$ (分量2) | $R_w$ (总信号) |
|------|---------------|---------------|-------------|
| AQCT | 0.67          | 0.32          | 0.99        |
| PWVD | 0.34          | 0.17          | 0.51        |
| GLCT | 0.51          | 0.14          | 0.65        |
| ALCT | 0.52          | 0.26          | 0.78        |

## 2.2 具有交叉频率分量的多分量信号

本节引入一个具有交叉频率分量的二次调频信号E,其表达式为

$$X_E(t) = \sum_{n=1}^2 A_n \cos\left(2\pi \int_0^t f_n(t) dt\right) \quad (46)$$

式中: $A_1 = 1.0$ ,  $A_2 = 0.6$ ,  $f_n(t)$ 分别设置为

$$f_1(t) = 16t^2 - 48t + 40 \quad (47)$$

$$f_2(t) = -16t^2 + 48t + 10 \quad (48)$$

信号E的理论频率曲线如图17所示。使用AQCT方法对合成信号E进行时频分析,第1次迭代得到的TFR如图18所示,第2次迭代得到的TFR如图19所示。

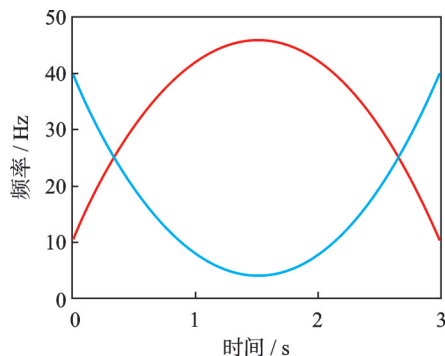


图17 信号E的理论频率

Fig.17 Theoretical frequencies of signal E

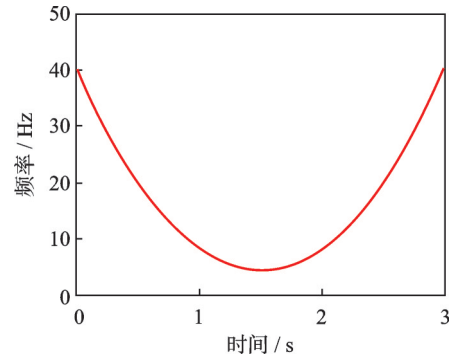


图18 第1次迭代得到的时频表示

Fig.18 TFR obtained from the first iteration

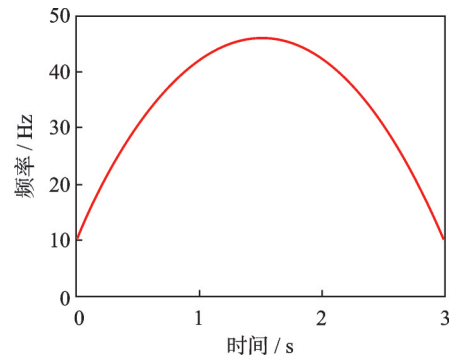


图19 第2次迭代得到的时频表示

Fig.19 TFR obtained from the second iteration

图20~23分别展示了AQCT、PWVD、GLCT和ALCT对信号E的完整时频分析结果。

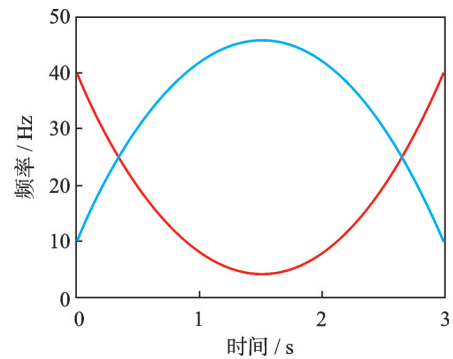


图20 信号E的AQCT

Fig.20 AQCT of signal E

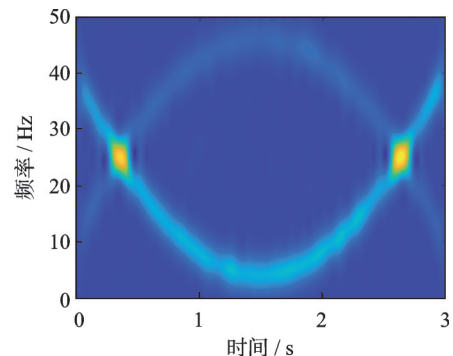


图21 信号E的PWVD

Fig.21 PWVD of signal E

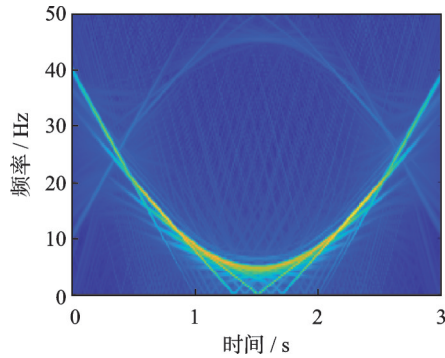


图 22 信号 E 的 GLCT  
Fig.22 GLCT of signal E

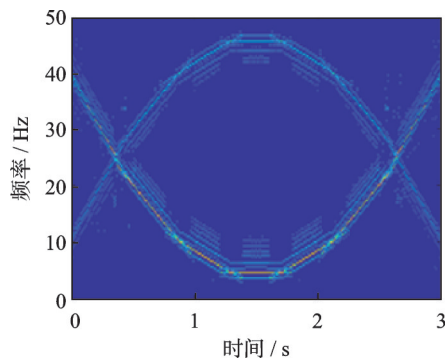


图 23 信号 E 的 ALCT  
Fig.23 ALCT of signal E

信号 E 分量 1 在 0~3 s 具有更高的幅值, AQCT 第 1 次迭代先提取了分量 1 的 TFR, 第 2 次迭代提取了幅值较低的分量 2 的 TFR。多分量信号 E 完整的 TFR 通过组合两次迭代提取的子 TFR 得到。可以看出, AQCT 得到的时频分布具有最好的时频集中度, 精确揭示了频率交叉点的位置。PWVD 分析得到的时频图中难以清晰识别具有相互交叉分量的频率轨迹, 时频能量聚集性差。GLCT 分析得到的时频图中分量 1 的时频轨迹能量相对集中, 但分量 2 的时频轨迹模糊且在频率交叉点位置并不精确, 时频平面中存在能量泄露现象。ALCT 分析得到的时频图频域分辨率差, 频率交叉点位置也不精确。

信号 E 的时频能量聚集性定量分析表达式与信号 D 一致。表 2 给出了 AQCT、PWVD、GLCT、ALCT 这 4 种方法的时频能量聚集性计算对比结果。可以看出, 针对具有交叉频率分量的多分量信号, AQCT 的  $R_w$  值十分接近理论上限, 具有最高的时频能量聚集性; PWVD 的时频能量在整个频带内分布较为弥散, 时频能量聚集性最低; GLCT 的  $R_w^1$  与  $R_w^2$  比值未正比于幅值比值, 弱分量信号能量被强分量信号能量掩盖; ALCT 较 PWVD 与 GLCT 一定程度上提升了时频能量聚集性, 但  $R_w$  值仍显著低于 AQCT。

表 2 信号 E 时频能量聚集性对比结果

Table 2 Comparison of time-frequency energy concentration for signal E

| 方法   | $R_w^1$ (分量 1) | $R_w^2$ (分量 2) | $R_w$ (总信号) |
|------|----------------|----------------|-------------|
| AQCT | 0.66           | 0.32           | 0.98        |
| PWVD | 0.33           | 0.16           | 0.49        |
| GLCT | 0.52           | 0.15           | 0.67        |
| ALCT | 0.51           | 0.25           | 0.76        |

本节利用两个合成信号对 AQCT 方法的有效性进行了评估。AQCT 采用能量残差迭代机制提取信号的时频特征, 每一次迭代过程都在当前残差中自适应地寻找与信号分量局部特性最匹配的参数分布, 因此 AQCT 不需要预先指定信号的分量个数也不需要预先设定每个信号分量的参数变化轨迹, 分量数量与时频特性是通过“提取-剥离-再提取”的残差迭代步骤自动显现的。与其他 3 种时频分析方法比较的结果表明在处理频率组分相近和具有交叉频率分量等非平稳调制的多分量信号时, AQCT 方法具备优于其他传统时频分析方法的时频分析性能。

### 3 AQCT 在时变系统参数识别中的应用

#### 3.1 三自由度弹簧-阻尼系统时频分析

为进一步检测 AQCT 方法针对复杂时变工况的适应性, 构造设计一个三自由度的时变结构, 结构模型如图 24 所示。

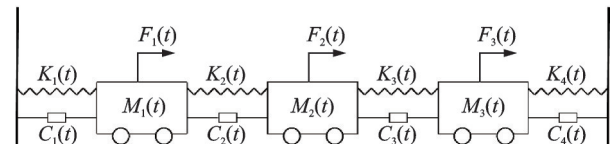


图 24 三自由度弹簧-阻尼系统

Fig.24 Three-degree-of-freedom spring-damper system

结构的初始参数取值如表 3 所示。

表 3 结构模型初始参数

Table 3 Structural model initial parameters

| 参数                                 | 量      | 参数                                 | 量     |
|------------------------------------|--------|------------------------------------|-------|
| $m_1/\text{kg}$                    | 1      | $k_4/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$ | 6 000 |
| $m_2/\text{kg}$                    | 1      | $c_1/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$ | 0.2   |
| $m_3/\text{kg}$                    | 1      | $c_2/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$ | 0.2   |
| $k_1/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$ | 12 000 | $c_3/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$ | 0.2   |
| $k_2/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$ | 15 000 | $c_4/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$ | 0.2   |
| $k_3/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$ | 10 000 |                                    |       |

对该时变系统设置质量与阻尼参数时不变, 系统刚度的时变特性为

$$\begin{cases} \Delta k_1 = 4\,000\sin(2\pi t) \\ \Delta k_2 = 5\,000\sin(\pi t) \\ \Delta k_3 = 3\,000\sin(\pi t) \\ \Delta k_4 = 2\,000\sin(2\pi t) \end{cases} \quad (49)$$

在时刻点为 0 时对系统的第 1 个自由度设置 1 m/s 的初始速度,以 500 Hz 采样频率、3 s 的采样时间并利用四阶龙格库塔方法计算系统的自由响应,信噪比设置为 50 dB。500 Hz 的采样频率远大于系统的最大频率,符合采样频率的设置要求。选取 1 自由度的加速度响应作为分析对象,响应分析结果如图 25 所示。

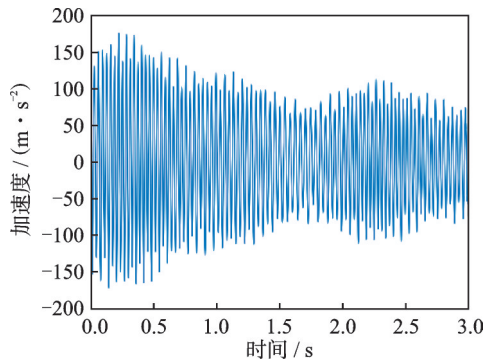


图 25 加速度响应信号的时域波形

Fig.25 Time-domain waveform of acceleration response signal

图 26 为利用 AQCT 分析得到加速度响应信号的时频能量分布,图 27~29 分别表示 PWVD、

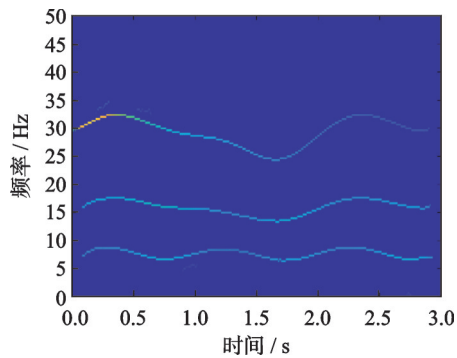


图 26 响应信号的 AQCT

Fig.26 AQCT of response signal

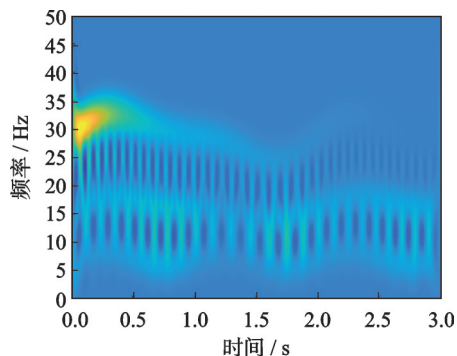


图 27 响应信号的 PWVD

Fig.27 PWVD of response signal

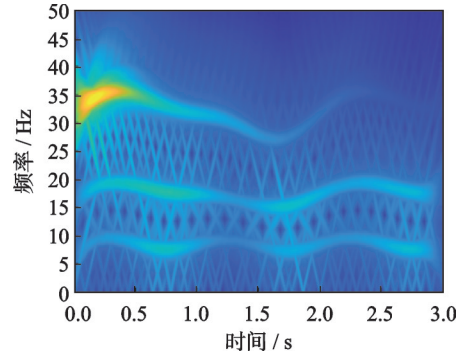


图 28 响应信号的 GLCT

Fig.28 GLCT of response signal

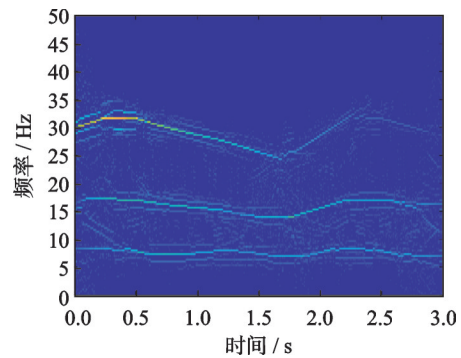


图 29 响应信号的 ALCT

Fig.29 ALCT of response signal

GLCT 和 ALCT 的时频分析结果。对比结果可以发现,加速度响应信号包含 3 个信号分量,第 1、2 阶频率分量较为接近且第 3 阶频率分量随时间变化比较快,AQCT 得到的时频表示清晰揭示了加速度响应信号的三阶频率轨迹且并未受到交叉项的干扰,具有很高的时频集中度。

### 3.2 瞬时频率识别

利用 3.1 节所得时频分析结果提取加速度响应信号的时频脊线,识别加速度响应信号的瞬时频率,前 3 阶瞬时频率识别结果如图 30~32 所示。从识别结果可以看出,根据 AQCT 所得时频表示识别的瞬时频率结果最好,对加速度响应信号的追踪性最强,而另外 3 种方法所得时频表示面对频率快速变化的信号对瞬时频率的识别结果并不理想。

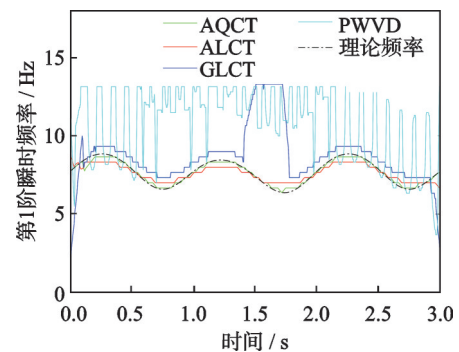


图 30 第 1 阶瞬时频率识别结果

Fig.30 The first-order instantaneous frequency identification results

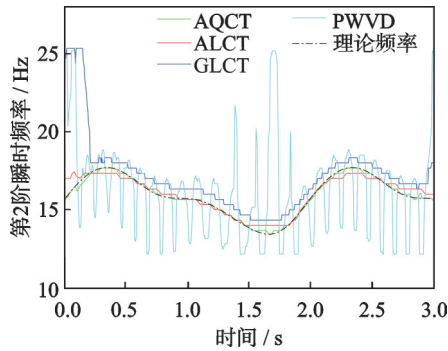


图 31 第 2 阶瞬时频率识别结果

Fig.31 The second-order instantaneous frequency identification results

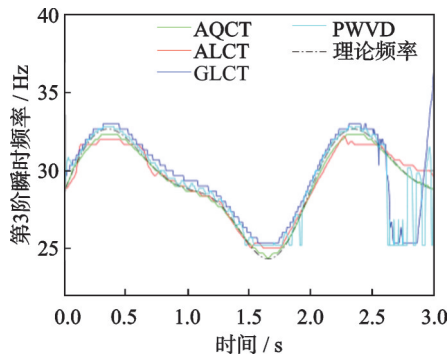


图 32 第 3 阶瞬时频率识别结果

Fig.32 The third-order instantaneous frequency identification results

为进一步直观地显示识别的误差水平与抗噪性能,计算整个时域范围所有采样点识别结果的平均误差百分比 (Mean absolute percentage error, MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \left| \frac{\gamma_i - \tilde{\gamma}_i}{\gamma_i} \right| \times 100\% \quad (50)$$

式中: $N_s$ 为信号总采样点数, $\gamma_i$ 和 $\tilde{\gamma}_i$ 为瞬时频率的理论值与识别值。MAPE值越低表示识别结果越准确。各方法的分析结果如表 4 所示,其中信噪比为 50 dB。根据表 4 中数据可以清晰得出,瞬时频率的识别第 1 阶误差在 1% 左右,第 2、3 阶误差控制在 0.5% 左右。这证明了基于 AQCT 方法进行时频分析得到的时变系统模态参数识别精度高且具备优秀的抗噪声能力。

表 4 瞬时频率识别结果的误差分析

Table 4 Error analysis of instantaneous frequency identification results

| 识别误差/% | 第 1 阶瞬时频率/Hz | 第 2 阶瞬时频率/Hz | 第 3 阶瞬时频率/Hz |
|--------|--------------|--------------|--------------|
| AQCT   | 1.154        | 0.496        | 0.504        |
| ALCT   | 4.047        | 1.557        | 1.315        |
| GLCT   | 18.315       | 7.216        | 3.283        |
| PWVD   | 53.029       | 14.372       | 10.119       |

## 4 结 论

本文针对频率组分相近以及频率轨迹交叉的非线性多分量信号的时频分析问题,以一系列线性调频率和二次调频率为参数计算信号的 QCT,通过残差 QCT 迭代地估计幅值最大的信号分量特性,并在参数空间中移除所检测分量信号的能量,基于检测到的全部分量特征构建信号的准确时频表征。这种迭代性的能量移除可以避免分量间在信号分量特性估计上的相互干扰,从而能够清晰地揭示频率组分相近以及具有交叉频率轨迹的分量,表现出显著的自适应性与分量分离能力。由于引入了二次调频参数,对于高阶调频信号该方法也能准确刻画信号的时频特征。

数值信号算例与时频能量聚集性定量分析结果表明:对于频率组分相近和具有交叉频率分量等非平稳调制的多分量信号,传统的时频分析方法得到的时频表示能量聚集性较差,无法准确追踪信号的时频特征,而 AQCT 具有最优的时频追踪性能。在三自由度弹簧阻尼系统模型中,对比其他 3 种时频分析方法,基于 AQCT 的时频分析结果提取的系统加速度响应信号的三阶瞬时频率具有最小的频率识别误差,这验证了本文所提出的方法在时变系统参数识别应用中的有效性。

AQCT 方法的局限性在于:虽然引入参考 QCT 函数减少了 AQCT 方法的复杂积分运算,但在迭代过程中 AQCT 需要存储信号每个时刻的瞬时频率、瞬时线性调频率与瞬时二次调频率的四维矩阵,分析持续时间较长的信号会降低 AQCT 方法的计算效率并占用较多计算机内存空间。由于 AQCT 采用幅值降序排列假设,当具有交叉频率分量的多分量信号在频率交叉点具有完全一样的幅值时,AQCT 的时频分析结果仍存在轻微模态混叠现象。

### 参考文献:

[1] YANG Y, PENG Z, ZHANG W, et al. Parameterised time-frequency analysis methods and their engineering applications: A review of recent advances[J]. Mechanical Systems Signal Process, 2019(119): 182-221.

[2] ALLEN J B. Corrections to “short term spectral analysis, synthesis, and modification by discrete Fourier transform[J]. IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal, 1977(25): 589.

[3] MOORE K J, KURT M, ERITEN M, et al. Wavelet-bounded empirical mode decomposition for mea-

- sured time series analysis[J]. *Mechanical Systems Signal Process.* 2018(99): 14-29.
- [4] FENG Z, CHEN X. Adaptive iterative generalized demodulation for nonstationary complex signal analysis: Principle and application in rotating machinery fault diagnosis[J]. *Mechanical Systems Signal Process.* 2018(110): 1-27.
- [5] YU G, WANG Z, ZHAO P. Multisynchrosqueezing transform[J]. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on.* 2019, 66(7): 5441-5455.
- [6] DAUBECHIES I, LU J, WU H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: An empirical mode decomposition-like tool[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis.* 2011, 30(2): 243-261.
- [7] AUGER F, FLANDRIN P. Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the reassignment method[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing.* 1995, 43(5): 1068-1089.
- [8] GUAN Y, LIANG M, NECSULESCU D S. Velocity synchronous linear chirplet transform[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics.* 2019, 66(8): 6270-6280.
- [9] YANG Y, PENG Z K, MENG G, et al. Spline-kernelled chirplet transform for the analysis of signals with time-varying frequency and its application[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics.* 2012, 59(3): 1612-1621.
- [10] MANN S, HAYKIN S. The chirplet transform: Physical considerations[J]. *Signal Processing, IEEE Transactions on.* 1995, 43(11): 2745-2761.
- [11] YU G, ZHOU Y. General linear chirplet transform[J]. *Mechanical Systems Signal Process.* 2016 (70/71): 958-973.
- [12] GUAN Y, FENG Z. Adaptive linear chirplet transform for analyzing signals with crossing frequency trajectories[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics.* 2022, 69(8): 8396-8410.
- [13] ZHANG Y, JAKOBSSON A, MAO D, et al. Generalized time-updating sparse covariance-based spectral estimation[J]. *IEEE Access.* 2019(7): 7143876-7143887.
- [14] 赵宗爽. 基于二次调频小波分析的时变系统参数识别方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2021.  
ZHAO Zongshuang. Research on parameters identification based on quadratic chirplet analysis for time varying systems[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2021.
- [15] URBANEK J, BARSZCZ T, ANTONI J. A two-step procedure for estimation of instantaneous rotational speed with large fluctuations[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing.* 2013, 38(1): 96-102.
- [16] CHEN X, FENG Z. Time-frequency space vector modulus analysis of motor current for planetary gearbox fault diagnosis under variable speed conditions[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing.* 2019 (121): 121636-121654.

(编辑:陈珺)