

DOI:10.16356/j.2097-6771.2026.03.016

面向确定性装配的同轴度偏差计算模型

李明冉, 赵 聪, 杨 洋, 褚宏博

(南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

摘要: 在飞机结构确定性装配模式下, 由于制孔偏差、外形偏差等因素的影响, 零件的连接孔在连接时会产生同轴度偏差, 较大时将导致局部产生装配应力, 削弱结构的力学性能。针对飞机机体结构的确定性装配, 将雅可比-旋量法与影响系数法相结合, 确定了零件外形偏差、终孔定位偏差与临时紧固件连接的矩阵表达形式, 提出了一种考虑偏差积累与零件变形的同轴度偏差计算模型, 同时搭建了同轴度偏差装配实验系统。对比偏差实测数据、雅可比-旋量模型与本文模型的计算结果, 本文建立的模型与实测数据的平均误差降低了 8.89%, 提高了确定性装配模式下机体结构的偏差计算精度, 为优化装配工艺提供了更加可靠的理论依据。

关键词: 飞机装配; 确定性装配; 同轴度偏差; 雅可比-旋量法; 影响系数法

中图分类号: V262.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2026)03-0627-10

Coaxiality Deviation Calculation Model for Deterministic Assembly

LI Mingran, ZHAO Cong, YANG Yang, CHU Hongbo

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Under the deterministic assembly mode of aircraft structures, coaxiality deviations occur at the connecting holes of parts during assembly due to factors such as hole-making deviations and shape deviations. When these deviations are relatively large, they cause local assembly stress and weaken the mechanical properties of the structure. For the deterministic assembly of aircraft fuselage structures, this study combines the Jacobian-torsor method with the influence coefficient method to determine the matrix expressions of part shape deviations, final hole positioning deviations, and temporary fastener connections. It also proposes a coaxiality deviation calculation model that accounts for deviation accumulation and part deformation, while establishing an assembly experimental system for coaxiality deviation. By comparing the measured deviation data, the calculation results of the Jacobian-torsor model and those of the proposed model, it is found that the average error between the proposed model and the measured data is reduced by 8.89%. This improves the deviation calculation accuracy of the fuselage structure under the deterministic assembly mode and provides a more reliable theoretical basis for the optimization of assembly processes.

Key words: aircraft assembly; deterministic assembly; coaxiality deviation; Jacobian-torsor method; method of influence coefficients

传统的飞机装配主要采用相互修配模式, 零件的连接孔需要通过配钻、扩孔、铰孔等多个步骤减小孔位偏差, 这一过程延长了零件的在架周期。制孔后, 需先将零件从型架上分解以清理切屑、去除

基金项目: 国家自然科学基金重大项目(92267201); 国家自然科学基金面上项目(51975280); 国家自然科学基金青年基金(52005257); 南京航空航天大学科研启动基金(90YAH24038)。

收稿日期: 2025-09-08; **修订日期:** 2025-10-25

通信作者: 赵聪, 男, 副研究员, 硕士生导师, E-mail: zhacong_ccme@nuaa.edu.cn。

引用格式: 李明冉, 赵聪, 杨洋, 等. 面向确定性装配的同轴度偏差计算模型[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2026, 58(3): 627-636. LI Mingran, ZHAO Cong, YANG Yang, et al. Coaxiality deviation calculation model for deterministic assembly[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics (Natural Science Edition), 2026, 58(3): 627-636.

孔壁毛刺,再将零件重新上架进行二次定位,而二次定位时易产生重复定位偏差,影响装配质量。

确定性装配技术依照预先定义的坐标孔或零件特征对零部件进行组装^[1],在制造时将连接孔加工至最终尺寸(简称为终孔),减少了因孔位修配导致的二次定位过程,不仅缩短了零件的在架周期,还提高了装配质量,具有广阔的应用前景。但是由于制孔偏差、零件外形偏差及零件变形造成的影响,连接孔在装配时会产生同轴度偏差,即孔的中心轴线不重合,如图 1(a)所示。当同轴度偏差超出设计阈值时,将导致紧固件安装时与孔壁产生挤压,产生较大的装配应力,如图 1(b)所示,影响结构的力学性能。因此,针对提升装配质量的需求,需要确定制孔偏差、零件外形偏差以及连接工艺对终孔处同轴度偏差的传递关系,为确定零件在制造、装配中的工艺要求提供理论依据。

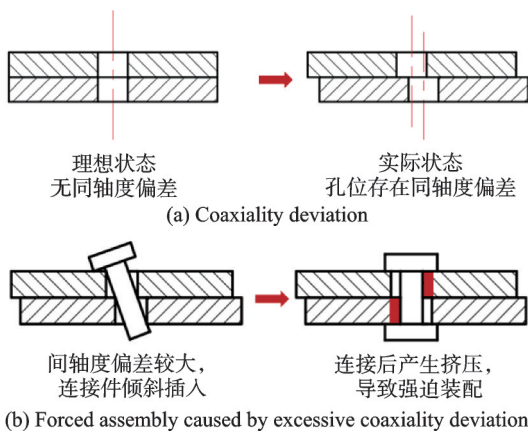


图 1 同轴度偏差与强迫装配现象

Fig.1 Coaxiality deviations and forced assembly phenomena

目前,大多数装配偏差分析方法以零件的刚性假设为前提,即主要考虑零件空间位姿及装配过程中偏差累积造成的影响。基于刚性假设的偏差分析方法包括直接线性化法^[2]、T-Map法^[3]、矩阵法^[4]与雅可比-旋量法^[5]等。其中,雅可比-旋量法原理较为简单且易于推广,适合三维空间的尺寸链构建与偏差分析。熊峰等^[6]使用雅可比-旋量模型对三缸发动机的平衡轴系统进行了三维公差分析,并对零部件装配的空间位姿进行了分析。张永亮等^[7]采用雅可比-旋量法对风电机组中的驱动链系统进行了装配偏差分析。张为民等^[8]使用雅可比-旋量法建立了尺寸公差与形位公差的综合优化分配模型。吴常林等^[9]以旋量理论为基础,提出了一种考虑旋量参数间约束关系的装配公差统计分析方法。彭和平等^[10]提出了雅可比-旋量法在统计条件下每个功能元素对功能需求的贡献率计算方法。

王皓等^[11]对模切机中包含的特征元素进行了旋量表达,并通过雅可比矩阵构建了装配公差分析模型。王青等^[12]采用包含沿坐标轴旋转与平移位移的六分量矩阵描述了连接部位的位姿偏差,对其中影响最大的平移分量进行了计算。郭海利等^[13]依据位姿空间坐标系建立了位姿控制误差模型,引入特征点约束条件对对接精度进行了计算。

基于刚性假设的分析方法忽略了零件变形对装配造成的影响,无法对临时紧固件连接导致的偏差进行分析,存在不足之处。目前,考虑零件变形的偏差分析大多采用影响系数法^[14]。Camelio等^[15]结合有限元法与主成分分析法,研究了柔性零件在装配过程中的夹紧与连接使零件变形和回弹导致的尺寸变化。Stefan等^[16]针对薄壁金属件装配过程,使用影响系数法建立了零件偏差与装配回弹偏差之间的线性关系。Han等^[17]使用影响系数法分析了车身钣金件在铆接过程中的变形,建立了零件尺寸偏差、夹具偏差对装配质量影响的模型。Cai等^[18]考虑了薄壁金属件装配过程中柔性偏差造成的影响,结合影响系数法对偏差进行了分析。Yu等^[19]提出了包含材料属性、零件几何偏差与夹具偏差的柔性薄壁件装配偏差模型。Choi等^[20]针对船身结构在焊接过程中的变形建立了装配偏差分析模型。Mei等^[21]提出了基于弹性力学和区间法的装配偏差建模和分析方法,对偏差进行了建模与分析。Xing等^[22]针对汽车车身结构进行了公差分析,将焊接点还原为焊接区域,并基于功率平衡法生成了新的灵敏度矩阵。靳思源等^[23]使用有限元法对蒙皮的柔性变形进行了计算,依据偏差计算结果对壁板外形轮廓度进行了计算。上述研究采用影响系数法研究了零件变形、装配工艺等对装配偏差造成的影响,但是并未考虑偏差累积对装配偏差造成的影响。

本文首先对雅可比-旋量模型进行推导,通过借助旋量矩阵特征变动,并利用雅可比矩阵建立偏差在尺寸链中的传递关系,计算临时紧固件连接前零件在空间中的位姿;再结合影响系数法,考虑连接过程中零件变形的影响,通过刚度矩阵与敏感度矩阵量化零件偏差与装配体回弹变形的关联,在刚性偏差量的基础上计算连接变形导致的偏差累积,建立刚柔混合的同轴度偏差计算模型,实现同轴度偏差的精准求解。

1 同轴度偏差传递关系推导

本节首先对雅可比-旋量法及影响系数法的原理进行了简单归纳,然后对结合两种理论的偏差分

析模型进行了推导。

1.1 雅可比-旋量模型

雅可比-旋量模型(Jacobian-torsor model)以零件的刚体假设为前提,建立偏差的旋量矩阵,再联立雅可比矩阵建立偏差传递模型^[5]。该模型依据装配关系建立尺寸链,其中的组成环,如各零件参与构成传递关系的真实或虚拟几何元素,被定义为功能元素(Functional element, FE);封闭环被定义为功能需求(Functional requirement, FR);尺寸链中彼此相邻的功能元素,被划分为内部副(Internal pair)与接触副(Contact pair)。为了描述局部特征在三维空间中的变动,并求解沿尺寸链传递的偏差积累量,在尺寸链中各个功能元素处建立局部坐标系,在待求解偏差量的几何特征处建立功能需求坐标系^[24],各坐标系与全局坐标系独立。

雅可比矩阵的前三行表示特征位移的传递,后三行表示特征转动的传递,其数学表达式为

$$[J]_{FE_i} = \begin{bmatrix} (R_0^i)_{3 \times 3} & (W_i^n)_{3 \times 3} & (R_0^i)_{3 \times 3} \\ (0)_{3 \times 3} & & (R_0^i)_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $[J]_{FE_i}$ 表示功能元素*i*对应的雅可比矩阵; R_0^i 表示坐标方向变换矩阵,用于将建立在功能元素的局部坐标系下的特征偏差旋量转换至全局坐标系下;矩阵 W_i^n 为局部坐标系*i*至功能需求坐标系*n*的位置矩阵。

小位移旋量理论使用旋量矩阵对偏差变动域进行表达,其表达式为

$$T = \begin{bmatrix} [u, u'] \\ [v, v'] \\ [\omega, \omega'] \\ [\alpha, \alpha'] \\ [\beta, \beta'] \\ [\delta, \delta'] \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: u, v, ω 代表几何特征沿坐标系*x*轴、*y*轴、*z*轴平移变动的下限, u', v', ω' 代表几何特征沿各方向平移变动的上限; α, β, δ 代表几何特征沿坐标系*x*轴、*y*轴、*z*轴旋转变动的下限, α', β', δ' 代表几何特征沿各方向旋转变动的上限。上述沿局部坐标系各轴变动量的上下限,表达几何特征在各方向的变动范围,进而确定其在三维空间中位姿变化,如图2所示。

雅可比-旋量模型依据尺寸链对各个功能元素下几何特征的旋量矩阵与雅可比矩阵进行串联,并以此求解功能需求处的偏差量,建立用于偏差分析的传递模型可表达如下形式,其中,等式左侧矩阵

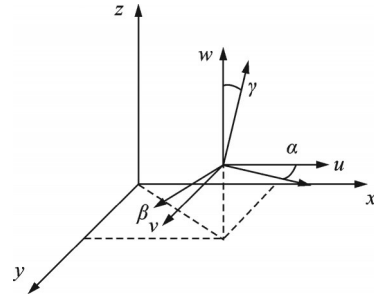


图2 三维空间中的旋量表示

Fig.2 Screw representation in three-dimensional space

T_{FR} 的维度为 6×1 , $[J]_{FE_i}$ 的维度为 6×6 。

$$\begin{bmatrix} [u, u'] \\ [v, v'] \\ [\omega, \omega'] \\ [\alpha, \alpha'] \\ [\beta, \beta'] \\ [\delta, \delta'] \end{bmatrix}_{FR} = \begin{bmatrix} [J]_{FE_1} & [J]_{FE_2} & \dots & [J]_{FE_n} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} [u, u'] \\ [v, v'] \\ [\omega, \omega'] \\ [\alpha, \alpha'] \\ [\beta, \beta'] \\ [\delta, \delta'] \end{bmatrix}_{FE_1} & \begin{bmatrix} [u, u'] \\ [v, v'] \\ [\omega, \omega'] \\ [\alpha, \alpha'] \\ [\beta, \beta'] \\ [\delta, \delta'] \end{bmatrix}_{FE_2} & \dots & \begin{bmatrix} [u, u'] \\ [v, v'] \\ [\omega, \omega'] \\ [\alpha, \alpha'] \\ [\beta, \beta'] \\ [\delta, \delta'] \end{bmatrix}_{FE_n} \end{bmatrix} \quad (3)$$

1.2 影响系数法

影响系数法(Method of influence coefficients)考虑连接过程中零件变形对装配偏差造成的影响,将零件的连接过程简化为定位、夹紧、连接、释放与回弹4个过程^[14],定位指使用夹具将零件进行固定,此时零件的实际连接点与名义位置存在偏差;夹紧指对零件施加夹紧力,将零件的实际连接点调整至名义位置;连接指使用紧固件将两个零件连接为一个装配体;回弹指在松开夹具后,装配体因装配应力产生的回弹变形,如图3所示。如图3(a)所示,零件1、2分别定位完成后,由于定位偏差、零件

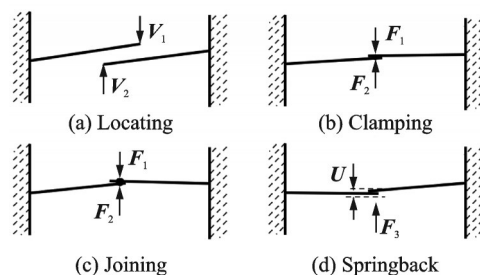


图3 零件连接过程

Fig.3 Part connection process

外形偏差等因素的存在,零件1、2的连接点分别存在偏差量 V_1 、 V_2 。由于零件1、2在连接时需要夹持至名义位置,如图3(b)所示,并分别施加夹持力 F_1 与 F_2 , F_1 与 F_2 为分别对两个零件施加的夹持力。克服定位偏差 V_1 、 V_2 ,夹持力与零件连接点变形量的关系可以表示为

$$\begin{cases} F_1 = K_1 V_1 \\ F_2 = K_2 V_2 \end{cases} \quad (4)$$

式中 K_1 、 K_2 为零件1、2的刚度矩阵。利用式(4)可以建立夹持力与零件表面关键测点位移量的关系。

零件在夹持至名义位置完成连接后,夹持力释放会引起装配体的回弹,回弹力 F_3 与夹持力等大反向。由于零件的定位偏差相对零件尺寸较小,满足小变形、线弹性的假设^[25],同时影响系数法重点分析连接时零件整体发生的变化,因此忽略连接点局部的复杂变形,并设装配体中关键测点与连接点在释放夹具后的回弹量为 U ,回弹量与回弹力的关系可以记为

$$F_3 = K_h U \quad (5)$$

式中 K_h 为装配结构的全局刚度矩阵。利用式(5)可以建立连接完成后回弹力与零件夹持力的关系,通过联立式(4)与式(5),可以得到

$$U = -K_h^{-1} [K_1 \quad K_2] [V_1 \quad V_2]^T = S V \quad (6)$$

式中 S 为装配结构回弹量相对于各零件偏差量的敏感度矩阵。

综上所述,结合式(4~6)的推导,可以确定零件在夹持后的关键测点初始偏差量,与释放夹具装配体回弹后的关键测点偏差量间的关系。

1.3 基于雅可比-旋量模型与影响系数法的偏差传递关系

本节首先使用雅可比-旋量模型确定临时紧固件连接前的零件空间位姿状态,再使用影响系数法确定连接导致的零件变形量,推导综合计算公式,流程如图4所示。

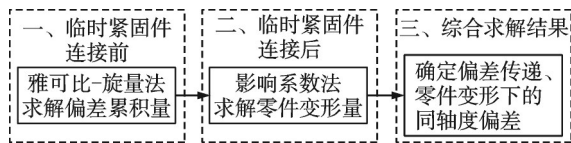


图4 计算模型推导流程

Fig.4 Derivation process of the calculation model

影响系数法中的敏感度矩阵 S 构建过程较为复杂,利用超单元刚度矩阵理论结合有限元软件 ABAQUS 可以获得任意零件与装配结构的超单元刚度矩阵^[26]。使用 ABAQUS 可以将零件的有限元模型定义为子结构,提取包含指定节点的刚度矩阵,通过子结构的装配,可以提取装配体的超单元

刚度矩阵,结合式(5),可以得到装配体外载与节点位移之间的关系如下

$$[F_3 \quad 0]^T = K_h [U \quad \Delta V]^T \quad (7)$$

式中: F_3 为装配体受到的外部载荷, ΔV 为装配体中待测点的回弹量。将式(4)、(5)代入式(7)可以得到

$$[U_l \quad \Delta V]^T = S V = K_h^{-1} \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} [V_1 \quad V_2 \quad 0]^T \quad (8)$$

式中 U_l 为连接点回弹量。

式(8)建立了装配体待测点回弹量与零件1、2连接点定位偏差之间的关系,矩阵 K_h 关注的节点包括连接点与待测点,矩阵 K_1 、 K_2 关注的节点包括各零件的连接点与待测点, V_1 、 V_2 为零件1与零件2连接点的定位偏差。结合雅可比-旋量法,可以获得零件由空间姿态变换引起偏差量,连接点的偏差可以记为

$$\begin{cases} V_{iLG} = [V_{iLG_1} \quad V_{iLG_2} \quad \cdots \quad V_{iLG_n}]^T \\ V_{2LG} = [V_{2LG_1} \quad V_{2LG_2} \quad \cdots \quad V_{2LG_n}]^T \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$V_{iLG_i} = [V_{iLG_{ix}} \quad V_{iLG_{iy}} \quad V_{iLG_{iz}}]^T = [u_{iLG} \quad v_{iLG} \quad w_{iLG}]^T \quad (10)$$

式中: V_{iLG} 为零件连接点刚性偏差量组成的矩阵,下标“1、2”代表零件1与零件2,下标“G、L”分别代表装配过程中的刚性偏差、连接件,下标“ i ”代表连接点编号,“ x 、 y 、 z ”分别指代使用式(3)求解的沿局部坐标系坐标轴方向的偏差量 u 、 v 、 w 。代入式(8)可以得到

$$[U_l \quad \Delta V]^T = K_h^{-1} \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} [V_{iLG_i} \quad V_{2LG_i} \quad 0]^T \quad (11)$$

$\Delta V =$

$$[V_{1TF_1} \quad V_{1TF_2} \quad \cdots \quad V_{1TF_n} \quad V_{2TF_1} \quad V_{2TF_2} \quad \cdots \quad V_{2TF_n}]^T \quad (12)$$

式中:下标“TF”代表待测点回弹量,下标“1,2, ..., n”代表待测点编号。通过式(12)可以获得待测点在连接后的回弹量 ΔV ,结合待测点通过雅可比-旋量模型计算得到的刚性偏差结果,即可获得待测点受连接导致零件变形影响下的偏差量如下

$$\begin{cases} V_{iT} = [V_{iT_1} \quad V_{iT_2} \quad \cdots \quad V_{iT_n}]^T \\ V_{2T} = [V_{2T_1} \quad V_{2T_2} \quad \cdots \quad V_{2T_n}]^T \end{cases} \quad (13)$$

$$V_{iT_i} = \Delta V_{iTF_i} + V_{iTG_i} \quad (14)$$

式中: V_{iTG_i} 为零件 i 的第 i 个待测点的刚性偏差, V_{iT_i} 为考虑连接后零件变形影响下对应零件的对应待测点的偏差量。

2 装配关系分析及偏差模型构建

2.1 研究模型建立

如图 5 所示的机翼装配结构中,存在以缘条、腹板形成的典型结构形式,腹板两侧分别与缘条连接,形成“搭接”形式,依据这一连接形式设计反映连接特点的研究模型,零件 1 与零件 3 使用定位孔进行定位,零件 2 则使用终孔直接进行定位与连接。

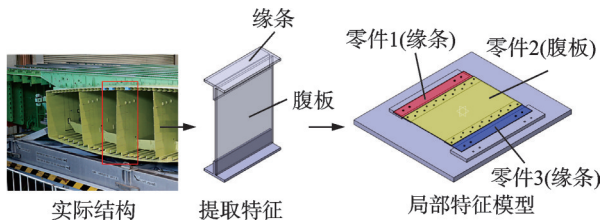


图 5 局部特征模型建立过程

Fig.5 Establishment process of the local feature model

如图 5 所示,零件 1 与零件 3 为缘条,零件 2 为腹板,依据实际生产中的设计要求,各零件的厚度均为 2 mm,零件 1 与零件 3 尺寸为 276.4 mm×66.0 mm×2.0 mm,零件 2 尺寸为 276.4 mm×190.0 mm×2.0 mm,零件孔定位孔孔径为 5 mm,用于零件之间自定位与连接的终孔孔径 d 为 4.2 mm,且为错排双列设计,终孔孔位设计要求如表 1 所示。零件材料为 7050-T7451 铝合金,弹性模量为 71.7 GPa,泊松比为 0.30。

表 1 终孔孔位设计规范

Table 1 Design specifications for final hole positions

孔径/mm	孔边距/mm	孔间距/mm
d	$2d+1$	$5d$

2.2 分析流程

结合第 1 节中建立的同轴度偏差刚柔混合计算模型,可以得到如图 6 所示的偏差计算流程。如图所示,偏差计算流程主要分为 3 部分,首先针对

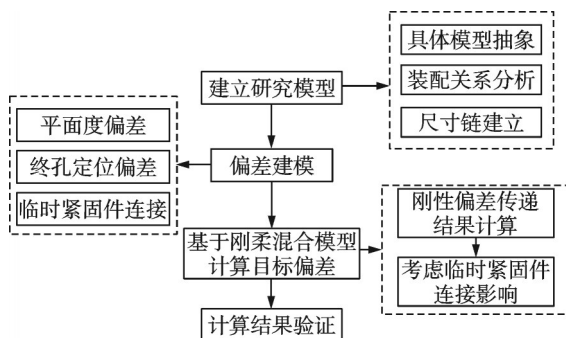


图 6 刚柔混合模型分析计算流程

Fig.6 Analysis and calculation process of the rigid-flexible hybrid model

具体结构建立研究模型,需要对复杂的结构在保留装配特点的条件下进行抽象和简化,并分析其中各零件的装配关系,建立尺寸链;然后对尺寸链中参与传递的偏差进行建模,结合旋量法与影响系数法对零件外形、终孔定位与临时紧固件连接进行数学表达,建立上述偏差的计算公式;最后基于雅可比-旋量理论确定临时紧固件连接前的目标偏差量,并结合影响系数法,确定临时紧固件连接后的最终目标偏差,完成偏差计算。

2.3 装配尺寸链

2.3.1 接触关系分析

如图 7(a)所示,零件 1、3 包含两定位孔与用于装配的 15 个终孔,零件 2 每侧设置用于装配的 15 个终孔。依据实际生产中的零件装配顺序,零件 1 与零件 3 首先定位并夹紧至型架,零件 2 使用终孔定位至零件 1,并使用临时紧固件夹紧,连接时每个临时紧固件间隔 6 个孔位,最后将零件 2 与零件 3 进行连接,如图 7(b)所示。由于零件 2 的装配过程依据确定性装配过程进行,因此零件 2 在安装至零件 1 前无定位状态,在与零件 1 连接后处于过定位状态,导致零件 2 与零件 3 的连接位置处孔位存在较大同轴度偏差。对如图 7 所示结构进行装配特征分析可以确定,零件间的配合特征为平面配合,且存在过定位现象与临时紧固件的连接,装配时会受到孔位加工偏差、零件表面平面度偏差与连接变形造成的影响,因此需要分别建立上述特征的偏差模型。

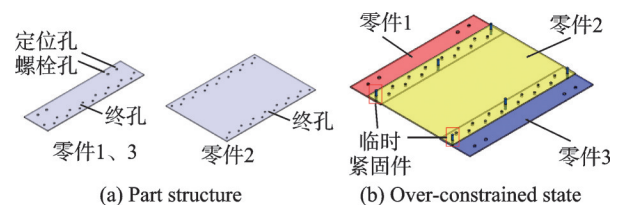


图 7 零件及装配结构

Fig.7 Parts and assembly structure

2.3.2 尺寸链建立

对图 7 中的装配结构进行分析可得,零件 1 与零件 3 分别直接定位并夹紧至实验工装上,零件 2 使用临时紧固件先与零件 1 连接,最后与零件 3 相连,连接时每隔 5 孔设置一临时紧固件。依据装配关系,将参与偏差传递的零件接触面设置为功能元素,得到如图 8 所示的关系图。依据装配关系,将功能需求设置于存在较大同轴度偏差的零件 2 与零件 3 连接位置处,并将零件 2 与零件 3 连接处孔位依据连接状态划分为连接孔与待测孔。

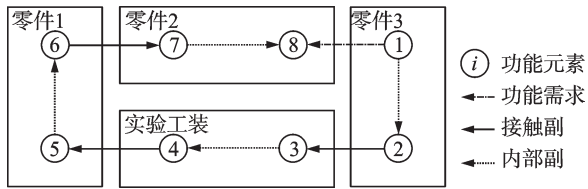


图8 尺寸链传递关系图

Fig.8 Dimension chain transmission relationship diagram

2.4 偏差建模

2.4.1 零件外形偏差模型

如图9所示,由于漆层、加工等影响,零件的实际表面与名义表面存在偏差,接触面处存在的偏差可以描述为参与形成接触副的两零件实际表面间的相对位姿变动。在基础面定义局部特征坐标系,定义平面法向为 z 向。替代表面的厚度偏差与分布的不均匀性会对实际接触面的位置、偏转角度造成影响。当替代表面在接触面法向存在偏差时,会导致实际接触面相较于名义平面整体上移或下移;当表面不平滑时,替代表面相较于名义平面发生偏转,这一转动包含绕局部坐标系 x 轴的转动与绕 y 轴的转动。该几何特征包含的矢量变动包括绕 x 、 y 轴的旋转变动与沿 z 向的平移变动,依据小位移旋量理论,替代表面相对局部特征坐标系发生的方向与位置变动可以记为

$$T_z = \begin{bmatrix} u=0 \\ v=0 \\ w=\Delta z \\ \alpha = \frac{\Delta z}{d_2} \\ \beta = \frac{\Delta z}{d_1} \\ \delta=0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中: Δz 为零件替代表面在局部特征坐标系下的 z 向变动, d_1 、 d_2 为接触面的边长。

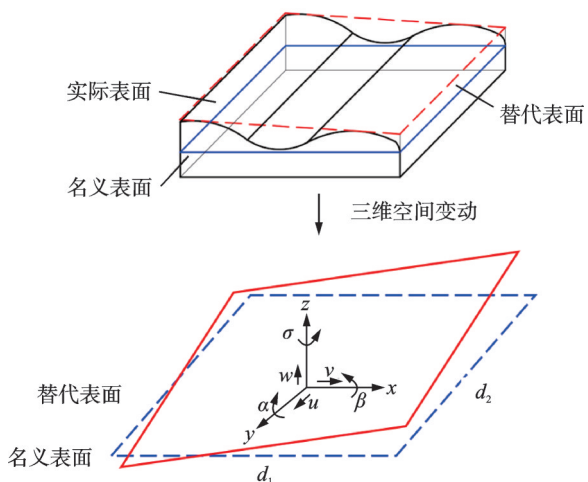


图9 零件接触面的偏差表现形式

Fig.9 Deviation manifestation forms of part contact surfaces

2.4.2 终孔定位的偏差模型

当采用“3-2-1”定位方案并使用终孔进行定位时,定位偏差主要由制孔偏差引起。依据雅可比-旋量理论,需要定位偏差进行旋量转化。假设位于型架的匹配孔不存在位置偏差,零件在不包含孔位制造偏差的理想状态与包含孔位制造偏差的实际状态如图10所示。

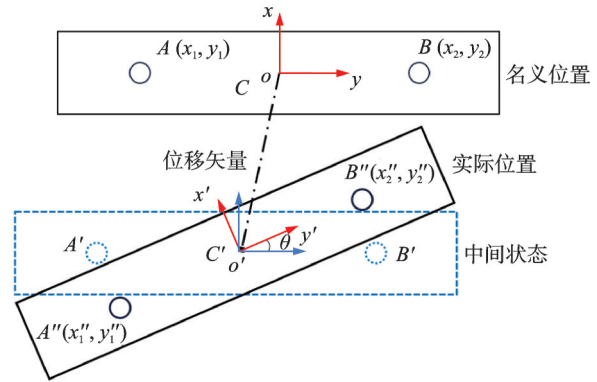


图10 定位偏差的表现形式

Fig.10 Manifestation forms of positioning deviations

依据小位移旋量理论,分别建立理想定位状态下的局部特征坐标系 xoy 与实际定位状态下的局部特征坐标系 $x'o'y'$ 。在局部特征坐标系 xoy 中,零件在理想定位状态下的定位孔中心 A 、 B 坐标如图10所示。由于孔 A 与孔 B 存在孔位制造偏差,实际定位状态如图10中 A'' 、 B'' 所示。对实际定位状态进行拆解,可以分解为相对于局部坐标系 xoy 发生平移的定位状态 $A'B'$ 与相对 $x'o'y'$ 旋转的定位状态 $A''B''$ 。由于制孔偏差远小于零件定位孔的间距,因此零件的实际旋转角度近似为正切值。结合式(15),可以得到定位偏差与平面度偏差共同影响下的旋量表达式如下

$$T_{zd} = \begin{bmatrix} u = \frac{x_1'' + x_2''}{2} \\ v = \frac{y_1'' + y_2''}{2} \\ w = \Delta z \\ \alpha = \frac{\Delta z}{d_2} \\ \beta = \frac{\Delta z}{d_1} \\ \delta = \frac{\sqrt{(x_2'' - x_2)^2 + (y_2'' - y_2)^2}}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

2.4.3 临时紧固件连接的偏差模型

如图7所示,在零件2与零件1的装配过程中,零件2通过3个终孔使用临时紧固件定位至零件1上,实现径向的夹紧。由于相互配合的终孔之间不

可避免地存在相对位置偏差,紧固件的连接会导致零件整体的弹性变形。忽略终孔的尺寸偏差与形状偏差,将终孔分为主基准孔、第二副基准孔与第三副基准孔,进而将定位过程分为刚性定位过程与柔性定位过程。

以零件 2 与零件 1 相连接孔位的接触面中心点为连接点,零件 2 上其余孔位在接触面处的孔位中心点为待测点,对待测点的偏差进行求解。其中,刚性定位过程的定位偏差主要来自孔位加工偏差,依据定位偏差建模过程,结合式(3),可以得到此时零件待测点的刚性偏差如下

$$V_{TG} = [V_{TG_1} \ V_{TG_2} \ \dots \ V_{TG_n}]^T \quad (17)$$

V_{TG} 为零件 2 待测点在与零件 1 连接后刚性偏差传递过程下的偏差矩阵。结合影响系数法,柔性定位过程可以看作零件 2 在完成刚性定位后,使用临时紧固件连接第二、第三副基准孔时,对上述孔位施加了额外外载,外载将零件 2 第二副基准孔的另外两个自由度、第三副基准孔的 3 个自由度与零件 3 的对应孔位进行连接。连接点偏差为孔位制造偏差,代入式(11),可以得到过定位过程下柔性定位中连接点偏差与待测点偏差的关系,结合式(14)可以得到待测点在过定位过程下产生的偏差 V_T

$$V_T = \Delta V + V_{TG} \quad (18)$$

3 计算结果与验证

3.1 同轴度偏差计算

结合图 8 所示的装配连接关系图与装配特征,参考机体零件在实际生产中的工艺要求,各实验件的制造公差如表 2 所示。

表 2 实验件的制造公差

零件编号	名称	公差/mm
1	平面度	0.10
	孔位置度	0.05
2	平面度	0.10
	孔位置度	0.05
3	平面度	0.10
	孔位置度	0.05

依据式(1),可以得到装配结构中功能元素 2 至功能元素 1 对应的雅可比矩阵

$$J_{FE_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & 128.8 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 33.9 \\ 0 & 0 & 1 & -128.8 & -33.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

结合定位偏差与平面特征的偏差建模过程,可以得到功能元素 2 处的旋量矩阵

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0.032 \\ 0.032 \\ 0.10 \\ 0.000\ 3 \\ 0.003\ 4 \\ 0.000\ 5 \end{bmatrix} \quad (20)$$

同理,其余旋量与雅可比矩阵也可以使用上述方法求出。有限元建模时,对各零件的孔周网格进行细化,在保证计算精度的前提下提高计算效率。在零件参与装配的接触面处设置终孔的孔位中心点,并将中心点与孔周耦合,保留中心点的自由度。经上述处理后的子结构保留节点如图 11(a)所示,装配及边界条件设置如图 11(b)所示,其中 U_1 、 U_2 、 U_3 分别表示 x 、 y 、 z 方向上的位移。

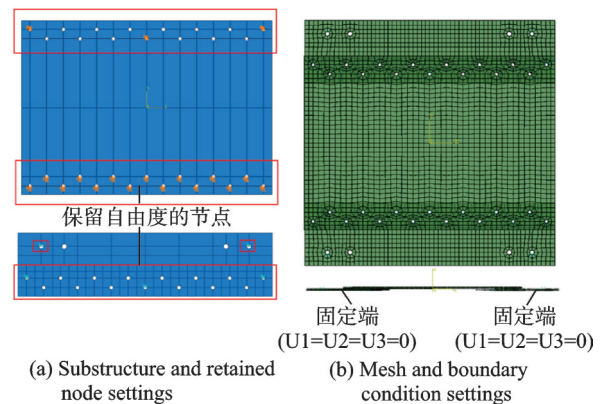


图 11 有限元模型设置

Fig.11 Finite element model setup

建立有限元模型后,导出零件的刚度矩阵 K_1 、 K_2 与装配体的刚度矩阵 K_n 。由于零件 2 与零件 3 连接位置处包含多个匹配的终孔,需要对零件 2 功能需求处待求解偏差的孔位进行编号,如图 12 所示。

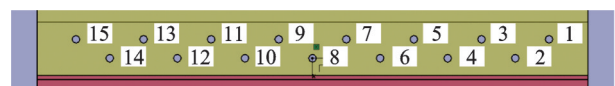


图 12 零件 2 孔位编号

Fig.12 Hole numbering of Part 2

结合连接孔位的刚性偏差值,代入式(11,14)可以获得零件 2 与零件 3 连接位置处,除使用临时紧固件连接的孔位 1、8、15 外,其余待测孔位的同轴度偏差值,求解结果如表 3 所示。

3.2 同轴度偏差计算结果验证

搭建如图 13 所示的实验系统,对装配后的终孔进行同轴度偏差检测。实验系统包括实验工装、实验件、三坐标测量仪与工控机。三坐标测量仪使用 ZEISS DuraMAX 车间型三坐标测量仪,探头直

表 3 零件 2 和 3 连接位置处孔位偏差分布状况

Table 3 Distribution status of hole deviations at the connection position of Parts 2 and 3

孔位编号	x轴方向	y轴方向	同轴度偏差值/mm
1			
2	0.020 1	0.059 1	0.062 4
3	0.017 8	0.057 8	0.060 5
4	0.015 5	0.059 1	0.061 1
5	0.013 2	0.057 8	0.059 3
6	0.010 9	0.059 1	0.060 1
7	0.008 6	0.057 8	0.058 4
8			
9	0.004 0	0.057 8	0.057 9
10	0.001 7	0.059 1	0.059 1
11	-0.000 6	0.057 8	0.057 8
12	-0.002 9	0.059 1	0.059 1
13	-0.005 2	0.057 8	0.058 0
14	-0.007 5	0.059 1	0.059 5
15			

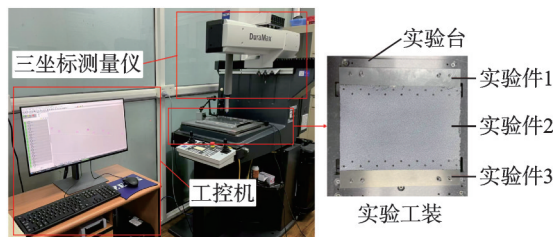


图 13 实验系统
Fig.13 Experimental system

径为 0.3 mm,长度测量误差 2.4 μm;工控机安装有 ZEISS CALYPSO 测量软件,内置针对孔、平面等不同形状的测量程序,可以对选定的特征进行自动测量。实验件 1~3 的材料均为 7050-T7451 铝合金,尺寸均与模型设置相同,制造公差如 3.1 节中表 2 所示,实验件中的接触面处依据实验设置喷涂漆层,如图 14(a)所示。

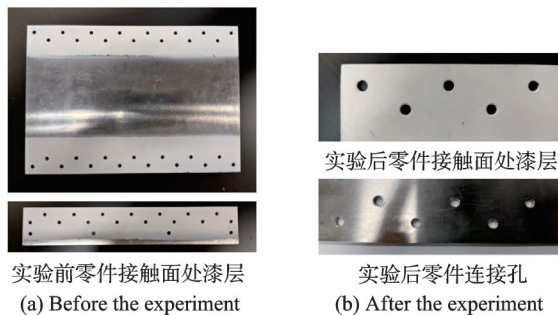


图 14 实验前后实验件对比
Fig.14 Comparison of the test piece before and after the experiment

使用三坐标测量仪对零件表面平面度及终孔实际位置度进行测量,保证实际加工偏差与计算模

型设置保持一致。实验后零件的各连接孔如图 14 (b)所示,接触面处漆层完好,未发生明显剥落,同时孔周末产生明显形变,满足线弹性假设。使用三坐标测量仪对使用临时紧固件连接后的其余各孔的同轴度偏差进行测量,对实验结果进行统计分析,确定重复 3 组实验设置下的 95% 置信水平下的区间,并将实验结果的均值与传统雅可比-旋量模型、刚柔混合偏差计算模型得到的计算结果进行比较,如图 15 所示。

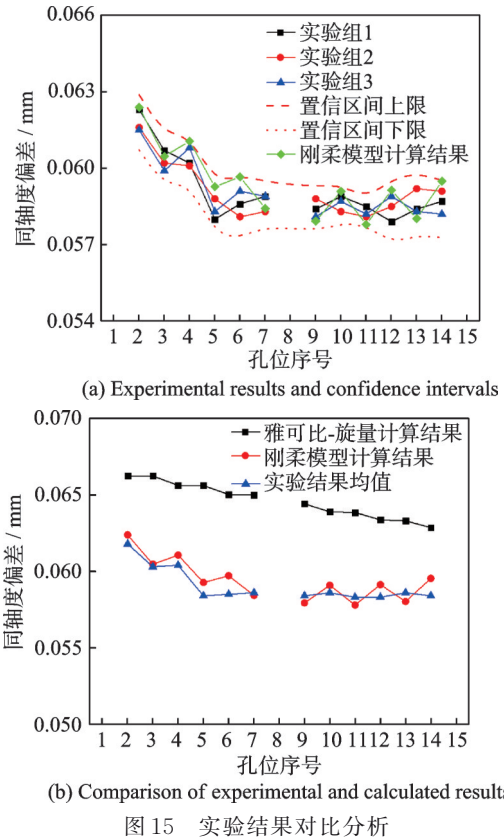


图 15 实验结果对比分析
Fig.15 Comparative analysis of experimental results

依据图 15(a),对 3 组实验数据进行置信水平 95% 的统计分析,得到置信区间的上下限。从图中可以看出,各孔的刚柔模型计算结果均位于实验得到的置信区间内,计算结果可靠;对雅可比-旋量模型的计算结果、刚柔混合模型的计算结果与实验均值进行对比,得到如表 4 所示的分析结果。

表 4 计算结果偏差统计
Table 4 Statistical analysis of calculation result deviations

结果分类	均值/mm	与实验结果均值对比各孔最大误差/%	与实验结果均值对比各孔平均误差/%
刚柔混合模型计算	0.059 1	1.93	0.57
雅可比-旋量模型计算	0.064 6	12.36	9.46

结合图15(b),刚柔混合模型的计算结果与实验结果进行对比,最大误差为1.93%,误差均值为0.57%,满足理论计算结果与实验结果对比偏差量小于15%的要求。同时,刚柔混合模型计算结果与实验结果的最大误差及平均误差均小于单纯使用雅可比-旋量法与实验结果的误差,降低了8.89%,这表明本文建立的模型在考虑零件变形的条件下相比传统的刚性分析方法具有更高的精度,且计算得到的偏差分布特点与实验结果相似,证明该模型可以用于偏差分布规律的分析。除此之外,在零件结构不发生改变的前提下,零件的刚度矩阵在提取后可以重复使用,降低了建模成本与时间。同时,使用模型进行计算时可以依据实测数据对零件的制造公差进行调整,得到具体工况下的计算结果,并依据计算结果调整装配工艺,提高连接质量。

4 结 论

(1)结合雅可比-旋量法与影响系数法,建立了待测点偏差与不同偏差源的传递关系,有效解决了传统雅可比-旋量法无法考虑零件变形的问题,并优化了影响系数法中敏感度矩阵求解方法。

(2)对飞机机体结构进行抽象与简化,建立了保留装配特点与零件几何特征的研究模型,结合小位移旋量理论与影响系数法中的零件变形过程,建立了零件外形、终孔定位以及临时紧固件连接的旋量模型,用于偏差传递的计算。

(3)设计实验并验证了计算结果的精度。相比传统的雅可比-旋量模型,刚柔混合的偏差计算模型在考虑临时紧固件连接条件下具有更高的计算精度,可以求解具体工况下的偏差值,这为使用确定性装配技术下的同轴度偏差求解提供了更加可靠的理论依据,展现出显著的工程应用价值。

参考文献:

- [1] 张永亮,姜杰凤,毕运波.飞机确定性装配技术及应用[J].航空制造技术,2022,65(18):38-45,62.
ZHANG Yongliang, JIANG Jiefeng, BI Yunbo. Aircraft determinate assembly technology and its application[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2022, 65(18): 38-45, 62.
- [2] GAO J S, CHASE K W, MAGLEBY S P. Generalized 3-D tolerance analysis of mechanical assemblies with small kinematic adjustments[J]. IIE Transactions, 1998, 30(4): 367-377.
- [3] MUJEZINOVIC A, DAVIDSON J K, SHAH J J. A new mathematical model for geometric tolerances as applied to polygonal faces[J]. Journal of Mechanical Design, 2004, 126(3): 504-518.
- [4] DESROCHERS A, RIVIÈRE A. A matrix approach to the representation of tolerance zones and clearances [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1997, 13(9): 630-636.
- [5] DESROCHERS A, GHIE W, LAPERRIÈRE L. Application of a unified Jacobian: Torsor model for tolerance analysis[J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2003, 3(1): 2-14.
- [6] 熊峰,李刚炎,王平俊,等.基于雅可比旋量的并配合特征三维公差分析方法及其应用[J].组合机床与自动化加工技术,2019(11):13-16,21.
XIONG Feng, LI Gangyan, WANG Pingjun, et al. The three dimensional tolerance analysis method of parallel matching based on Jacobian-torsor and its application[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2019(11): 13-16, 21.
- [7] 张永亮,黄琪元,王书楠,等.基于雅可比旋量的风电机组驱动链装配误差分析[J].太阳能学报,2022,43(12):242-247.
ZHANG Yongliang, HUANG Qiyuan, WANG Shunan, et al. Assembly error analysis of wind turbine drive chain based on Jacobian rotation[J]. Acta Energetica Solaris Sinica, 2022, 43(12): 242-247.
- [8] 张为民,李国伟,陈灿.基于雅可比旋量理论的公差优化分配[J].农业机械学报,2011,42(4):216-219,228.
ZHANG Weimin, LI Guowei, CHEN Can. Optimal allocation of tolerance based on Jacobian-torsor theory [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2011, 42(4): 216-219, 228.
- [9] 吴常林,黄美发,程彬彬,等.基于雅可比旋量模型的装配体公差统计分析[J].机械设计与研究,2015,31(6):97-100.
WU Changlin, HUANG Meifa, CHENG Binbin, et al. Statistical tolerance analysis for assembly based on the Jacobian-torsor model[J]. Machine Design & Research, 2015, 31(6): 97-100.
- [10] 彭和平,闵珉,彭卓群.雅可比-旋量模型在三维统计公差再设计中的应用研究[J].机械设计与制造,2019(11):158-162,166.
PENG Heping, MIN Min, PENG Zhuoqun. Application of the Jacobian-torsor model in 3D statistical tolerance redesign[J]. Machinery Design & Manufacture, 2019(11): 158-162, 166.
- [11] 王皓,徐旭松,刘艳旭,等.雅可比-旋量在模切机装配公差分析中的应用[J].机械设计与制造,2024(8):242-248.
WANG Hao, XU Xusong, LIU Yanxu, et al. Application of Jacobian-torsor in assembly tolerance analysis of die-cutting machine[J]. Machinery Design & Manufacture, 2024(8): 242-248.

- [12] 罗群, 王青, 刘之珩, 等. 机翼-机身柔顺对接装配及接触力分析方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2022, 54(3): 439-449.
LUO Qun, WANG Qing, LIU Zhihang, et al. Wing-fuselage compliant docking assembly and contact force analysis method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(3): 439-449.
- [13] 郭海利, 安鲁陵, 洪文杰, 等. 飞机外翼对接位姿拟合粒子群优化方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2024, 56(3): 504-515.
GUO Haili, AN Luling, HONG Wenjie, et al. A particle swarm optimization method for fitting the posture of aircraft external wing docking[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(3): 504-515.
- [14] LIU C, HU J. An offset finite element model and its applications in predicting sheet metal assembly variation[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1995, 35(11): 1545-1557.
- [15] CAMELIO J A, HU S J, MARIN S P. Compliant assembly variation analysis using component geometric covariance[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2004, 126(2): 355-360.
- [16] DAHLSTRÖM S, LINDKVIST L. Variation simulation of sheet metal assemblies using the method of influence coefficients with contact modeling[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2007, 129(3): 615-622.
- [17] HAN S L, ZENG Q L, LIN C, et al. Variation analysis of auto-body aluminum alloy sheet metal assembly in self-pierce riveting[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 70(1): 701-709.
- [18] CAI N, QIAO L H, ANWER N. Unified variation modeling of sheet metal assembly considering rigid and compliant variations[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2015, 229(3): 495-507.
- [19] YU K G, JIN S, LAI X M, et al. Modeling and analysis of compliant sheet metal assembly variation[J]. Assembly Automation, 2008, 28(3): 225-234.
- [20] CHOI W, CHUNG H. Variation simulation of compliant metal plate assemblies considering welding distortion[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2015, 137(3): 031008.
- [21] MEI B, ZHU W D, ZHENG P Y, et al. Variation modeling and analysis with interval approach for the assembly of compliant aeronautical structures[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2019, 233(3): 948-959.
- [22] XING Y F, WANG Y S. A new assembly variation analysis model based on the method of power balance for auto-body parts[J]. Assembly Automation, 2014, 34(3): 296-302.
- [23] 靳思源, 沈利冰, 金隼, 等. 飞机壁板件装配偏差的刚柔混合建模方法与应用[J]. 机械设计与研究, 2013, 29(3): 58-61.
JIN Siyuan, SHEN Libing, JIN Sun, et al. The rigid-flexible coupling assembly deviation modeling and application of the aircraft panel[J]. Machine Design & Research, 2013, 29(3): 58-61.
- [24] 陈华. 基于雅克比旋量模型的三维公差分析方法研究及在发动机装配中的应用[D]. 上海: 上海交通大学, 2015.
CHEN Hua. Study on three dimensional tolerance analysis method based on Jacobian-torsor model and its application in engine assembly[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2015.
- [25] 苏成阳. 飞机柔性件装配偏差分析系统研究与开发[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.
SU Chengyang. Research and development of aircraft flexible assembly deviation analysis system[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018.
- [26] MERKLEY K G. Tolerance analysis of compliant assemblies[D]. Provo, Utah, USA: Brigham Young University, 1998.

(编辑: 胥橙庭)