

DOI:10.16356/j.2097-6771.2026.03.012

基于 FFRLS 的空间机械臂手眼关系在轨标定方法

郑 果, 徐超凡, 李中衡, 王少凡, 王耀兵

(北京空间飞行器总体设计部空间智能机器人系统技术与应用北京市重点实验室, 北京 100094)

摘要: 随着太空探索任务的日益增多, 空间机械臂已成为在轨服务、深空探测等战略任务的核心执行机构。然而, 发射入轨时的强烈振动、空间微重力环境下的温度波动和宇宙辐射导致的部件老化, 使在轨机械臂的手眼关系易发生动态漂移, 从而降低操作精度并增加任务风险。针对上述问题, 提出了一种适用于星载有限算力环境的高效高精度在线手眼标定方法。推导了同步求解手眼关系旋转和平移部分的线性方程组, 将 $AX = XB$ 求解问题转化为超定方程组的单步求解问题, 并给出了最小二乘解。利用在轨机械臂执行常规任务时获取的机械臂控制器读数(即 A)和相机视觉测量数据(即 B), 结合遗忘因子递归最小二乘法(Forgetting factor recursive least squares, FFRLS)进行递归求解, 实现了空间机械臂手眼关系的在线标定。通过构建模拟手眼关系在轨动态变化的数据集进行对比实验, 结果表明: 同等算力条件下, 相较于结合滑动窗口的 Tsai 方法, 所提方法在计算用时上仅需前者 0.75% 的时间, 且标定精度相当, 同时对测量噪声表现出更强的鲁棒性。

关键词: 空间机器人; 手眼标定; 在线标定; 遗忘因子递归最小二乘法

中图分类号: TP242.6

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2026)03-0589-09

An Online Hand-Eye Calibration Approach for Space Manipulators Based on FFRLS

ZHENG Guo, XU Chaofan, LI Zhongheng, WANG Shaofan, WANG Yaobing

(Beijing Key Laboratory of Intelligent Space Robotic Systems Technology and Applications,
Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094, China)

Abstract: With the deepening of space exploration missions, space manipulators have become the core execution mechanisms for strategic tasks such as on-orbit servicing and deep space exploration. However, vibrations during launch, temperature fluctuations in a microgravity environment in space, and component aging caused by cosmic radiation can lead to dynamic drift in the hand-eye relationship of on-orbit manipulators, thereby reducing performance and increasing mission risk. To address these issues, this paper proposes an efficient and high-precision online hand-eye calibration approach suitable for the limited satellite computing environment. First, this paper derives a linear equation system for simultaneously solving the rotation and translation components of the hand-eye relationship, transforming the $AX = XB$ problem into a one-step calculation, and derives the least squares solution. Subsequently, utilizing configuration from the manipulator controller (i.e., A) and visual measurement data from the camera (i.e., B) acquired during the execution of routine tasks by the on-orbit manipulator, the forgetting factor recursive least squares (FFRLS) algorithm is employed to achieve online hand-eye calibration. Finally, comparative experiments are conducted using a dataset constructed to simulate the on-orbit dynamic changes of the hand-eye relationship. Results

基金项目: 国家自然科学基金(U22B2080)。

收稿日期: 2026-03-25; **修订日期:** 2026-05-20

通信作者: 郑果, 男, 硕士, 工程师, E-mail: cn_zhengguo@163.com。

引用格式: 郑果, 徐超凡, 李中衡, 等. 基于 FFRLS 的空间机械臂手眼关系在轨标定方法[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2026, 58(3): 589-597. ZHENG Guo, XU Chaofan, LI Zhongheng, et al. An online hand-eye calibration approach for space manipulators based on FFRLS[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics (Natural Science Edition), 2026, 58(3): 589-597.

show that, under the same computing power conditions, the proposed method requires only 0.75% of the computation time of the Tsai method combined with a sliding window, while achieving comparable calibration accuracy and demonstrating stronger robustness to measurement noise.

Key words: space robotics; hand-eye calibration; online calibration; forgetting factor recursive least squares (FFRLS)

随着太空探索任务的日益增多,空间机械臂已成为在轨服务、深空探测等战略任务的核心执行机构^[1]。作为专为太空极端环境设计的多自由度机电一体化系统,在轨机械臂需在微重力、高真空、温度交变等条件下,完成高精度的目标捕获、在轨维修及模块化组装等任务^[2-3]。而通过集成视觉感知、自主决策与精密运动控制模块,现代空间机械臂显著提升了对复杂非结构化空间环境的适应性与操作可靠性^[4-5]。典型工程应用包括:国际空间站“加拿大臂 2”(Canadarm 2)执行的大质量卫星捕获与货运飞船对接^[6],欧洲空间局“欧洲机械臂”(ERA)实施的空间站外部自动化维护^[7],中国天宫空间站机械臂完成的舱外载荷部署与舱段转位^[8]。上述任务也表明,空间机械臂的运动精度与长期稳定性直接决定了太空作业的效能,是推动空间任务向高自主化、长周期化发展的关键支撑^[9]。

光学相机作为空间机械臂视觉感知系统的核心传感器,凭借低功耗、高帧频及高分辨率等优势,广泛应用于在轨环境的三维重建、非合作目标识别及闭环视觉伺服控制^[10-11]。对于眼在手上(Eye-in-hand)的空间机械臂系统,手眼关系(Hand-eye relationship)定义为机械臂末端法兰坐标系与相机图像坐标系之间的刚性空间变换关系,该变换关系是连接视觉图像空间与机械臂运动空间的关键映射参数,其标定精度直接影响视觉引导下的机械臂操作精度^[12]。该关系一般会在机械臂发射入轨前通过地面实验开展手眼标定获取最优手眼参数,以保障在轨的正常运行。

然而,空间微重力环境下的温度波动和宇宙辐射引起的机械部件老化等因素,易导致在轨机械臂的手眼关系发生缓慢周期性的动态漂移^[3,13]。若在其全寿命周期内持续采用发射前标定的参数,手眼关系的不一致将导致操作精度下降,增加任务风险^[14]。地面机械臂的手眼关系虽亦会受温度变化、振动及材料性能退化等外部因素影响而产生漂移,但其幅值通常较小,在非高精度要求的应用中不用重新标定。相比之下,空间机械臂长期处于极端在轨环境中,手眼关系漂移随时间累积而引入的误差不可忽略。因此,空间机械臂系统需在地面阶段和在轨运行期间均实施有效标定,以保障操作精度^[15-16]。

现有手眼标定方法主要基于手眼方程 $AX =$

XB 构建求解模型^[12],其基本原理是通过驱动机械臂运动至多个不同姿态,采集一系列机械臂末端位姿矩阵 A 和相机观测位姿矩阵 B ,构建超定方程组以求解未知的手眼矩阵 X 。常用求解算法包括 Tsai 两步线性解法^[17]、Daniilidis 基于对偶四元数的同步解法^[18]以及基于非线性最小二乘的全局优化法^[19]。然而,上述方法仍属于离线批处理模式,其数值稳定性与求解精度依赖于足够数量的高精度静态标定数据,且隐含了数据采集过程中手眼关系恒定不变的假设。实际在轨可用的标定数据主要来源于机械臂执行常规任务过程中被动采集的少量稀疏观测对,具有样本量少、时间分布离散及存在测量噪声等特征,上述方法在在轨场景下难以直接应用。

尽管已有研究针对手眼关系的在线标定提出了一些方法,如基于非线性优化的方法^[14]、基于同步标定的方法^[20-21]、基于递归求解的标定方法^[22-23]等。但受限于星上有限的算力资源,且在轨机械臂受任务安全策略限制,机械臂系统无法像地面测试那样执行大范围、多自由度的激励运动,使得观测数据的持续激励条件不足。针对上述挑战,提出了一种较优计算复杂度的在轨机械臂手眼关系标定方法,该方法利用机械臂执行常规任务过程中的位姿测量数据,结合遗忘因子最小二乘法(Forgetting factor recursive least squares, FFRLS),实现在轨机械臂手眼关系的高效高精度在轨标定。本文的主要贡献如下:

(1) 推导了同步求解手眼关系旋转和平移部分的线性方程组,将 $AX = XB$ 转化为线性方程组的单步求解问题,并给出了方程超定形式下的最小二乘解。

(2) 将 FFRLS 应用在所推导的手眼关系线性方程组的递归求解中,实现对眼在手上空间机械臂系统手眼关系的在线标定。

(3) 建立了模拟在轨机械臂手眼关系漂移的数据集,并在数据集上对比了所提方法和结合滑动窗口的 Tsai 方法的表现,证明了所提方法在计算效率和精度上的优势。

1 机械臂手眼关系计算模型的建立

如图 1 所示,对于眼在手上的相机-机械臂系统,可建立如下等式空间转换关系

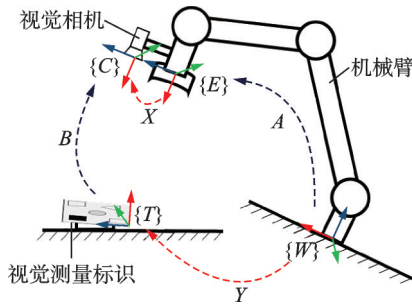


图1 相机-机械臂系统空间变换关系示意图

Fig.1 Spatial transformation relationship of the camera-mechanical arm system

$$AX = YB \quad (1)$$

式中: A 表示机械臂基座坐标系 $\{W\}$ 到机械臂末端坐标系 $\{E\}$ 的 4×4 齐次变换矩阵,可通过机械臂控制器获取,为手眼关系方程中的已知量; B 表示视觉靶标坐标系 $\{T\}$ 到相机测量坐标系 $\{C\}$ 的 4×4 齐次变换矩阵,可通过相机测量获取,为手眼关系方程中的已知量, A 、 B 均会随着机械臂姿态的改变而改变; X 表示机械臂末端坐标系 $\{E\}$ 到相机测量坐标系 $\{C\}$ 的 4×4 齐次变换矩阵,为手眼关系方程中的待求解量; Y 表示机械臂基座坐标系 $\{W\}$ 到视觉靶标坐标系 $\{T\}$ 的 4×4 齐次变换矩阵,为手眼关系标定方程中的未知量, X 、 Y 均不因机械臂姿态的改变而改变,属于未知常量。对于分别在 $\{i, j\}$ 位姿下采集的 A 、 B 数据,可通过常量 Y 建立如下等式关系

$$A_i X B_i^{-1} = Y = A_j X B_j^{-1} \quad (2)$$

式中: A_i 、 B_i 和 A_j 、 B_j 分别表示第 i 次和第 j 次采集和计算得到的 A 、 B 矩阵值。进一步做如下变换

$$A_i A_j^{-1} X = X (B_i B_j^{-1})^{-1} \quad (3)$$

取 $H_A = A_i A_j^{-1}$, $H_B = (B_i B_j^{-1})^{-1}$, 则式(3)等效为

$$H_A \cdot X = X \cdot H_B \quad (4)$$

式(4)便是求解相机-机械臂系统手眼关系 X 的另一基本方程。式(4)亦可写成 $AX = XB$, 本文为了避免混淆以(4)形式表述。观察 H_A 、 H_B 的定义可知,其实际表示的物理含义是 A_i 、 B_i 相对于 B_j 运动变换的齐次矩阵 A_j , 表征了 A_i 和 A_j , B_i 和 B_j 的各自之间的相对运动关系。而对于齐次变换矩阵 H , 可以表示为由旋转变换矩阵 R 和平移向量 t 两部分组成的分块矩阵形式, 即

$$H = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & t_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

对式(4)中的齐次变换矩阵 H_A 、 H_B 按照各自分块矩阵中的旋转矩阵部分 R_A 、 R_B 和平移部分 t_A 、 t_B 进行分解, 可将式(4)改写为

$$\begin{cases} R_A R_X = R_X R_B \\ R_A t_X + t_A = R_X t_B + t_X \end{cases} \quad (6)$$

式中 R_X 和 t_X 分别为齐次变换矩阵 X 的旋转矩阵部分和平移向量部分。据此, 求解式(4)可以被等效为对(6)的求解。而式(4)或式(6)的求解, 正如引言中所述, 通常需要专门为标定实验环节驱动机械臂采集足量的 A 、 B 数据来求解手眼关系。对于本文所述对象在轨机械臂而言, 标定时用的数据主要来自于机械臂执行常规任务过程中从机械臂控制器直接读取的数据(即 A)和相机对辅助定位的视觉测量标识的位姿测量数据(即 B)。

在实际求解过程中, 通常会对相对运动的幅度做出限制, 以提升计算精度^[24]。本文对 H_A 、 H_B 中的旋转矩阵部分 R_A 作如下约束

$$\theta_{\min} \leq \arccos\left(\frac{\text{tr}(R) - 1}{2}\right) \leq \theta_{\max} \quad (7)$$

式(7)的物理含义是旋转矩阵 R 的等效转轴旋转角度应在 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ 范围内。若相对运动不符合式(7)的约束, 则舍弃并寻找其他符合约束的相对运动 $\{i, j\}$ 组合代入标定方程计算。在本文中取 $\theta_{\min} = 30^\circ$, $\theta_{\max} = 120^\circ$ 。

2 基于FFRLS的手眼关系计算方法

2.1 手眼标定方程的最小二乘解

为了将FFRLS方法应用到手眼关系标定方程的求解中, 需要先得到式(4)的最小二乘解。同时为提升计算效率, 考虑通过同步求解获取 R_X 和 t_X 。据此, 本节旨在推导出式(6)可同步求解 R_X 和 t_X 的最小二乘解, 从而引出后续的FFRLS方法。

对于矩阵运算而言, 矩阵克罗内克积 \otimes 和矩阵拉直 $\text{vec}(\cdot)$ 具有如下性质

$$\text{vec}(R_2 R_1 t) = (t^T \otimes R_2) \text{vec}(R_1) \quad (8)$$

将式(8)中的性质应用到式(6)中的平移变换关系中, 则有

$$R_A t_X + t_A = (t_B^T \otimes E) \text{vec}(R_X) + t_X \quad (9)$$

式中 E 为 3×3 单位矩阵。进而式(9)可写成如下形式

$$\begin{bmatrix} t_B^T \otimes E & E - R_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{vec}(R_X) \\ t_X \end{bmatrix} = t_A \quad (10)$$

$$\text{令 } M_{AB} = \begin{bmatrix} t_B^T \otimes E & E - R_A \end{bmatrix}, \theta_X = \begin{bmatrix} \text{vec}(R_X) \\ t_X \end{bmatrix},$$

则式(10)可简化为

$$M_{AB} \theta_X = t_A \quad (11)$$

至此求解式(4)可以等效为求解线性矩阵方程(11)。其中 M_{AB} 为已知量 H_A 、 H_B 组成的 3×12 矩阵, t_A 为已知量 A 组成的 3×1 矩阵, θ_X 为由待求

量 R_X 和 t_X 改写组成的 12×1 矩阵。对于一次采集和计算得到的 H_A, H_B , 可以得到一组上述等式。而对于 n 组 H_A, H_B 而言, 则有

$$M_{AB,i} \theta_X = t_{A,i} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

式中 $M_{AB,i}, t_{A,i}$ 表示由第 i 次获取的 A, B 改写而成的系数矩阵。将所有数据组成一个超定矩阵方程, 则有

$$\begin{bmatrix} M_{AB,1} \\ M_{AB,2} \\ \vdots \\ M_{AB,n} \end{bmatrix} \theta_X = \begin{bmatrix} t_{A,1} \\ t_{A,2} \\ \vdots \\ t_{A,n} \end{bmatrix} \quad (13)$$

应用超定方程最小二乘解法求解式(13), 则有

$$n_X = (\tilde{M}_{AB}^T \tilde{M}_{AB})^{-1} \tilde{M}_{AB}^T \tilde{t}_A \quad (14)$$

其中

$$\begin{cases} \tilde{M}_{AB} = [M_{AB,1}^T & M_{AB,2}^T & \dots & M_{AB,n}^T]^T \\ \tilde{t}_A = [\tilde{t}_{A,1}^T & \tilde{t}_{A,2}^T & \dots & \tilde{t}_{A,n}^T]^T \end{cases} \quad (15)$$

据此推导出了手眼标定方程 $H_A \cdot X = X \cdot H_B$ 同步求解 R_X 和 t_X 的方程组形式式(11), 及其最小二乘解式(14)。

2.2 遗忘因子递归最小二乘法

FFRLS 是一种递推参数估计方法, 其原理是通过在标准最小二乘准则中引入遗忘因子, 动态衰减历史数据的权重, 使近期观测数据在参数更新中占据更大比重, 从而有效适应参数的缓慢时变特性^[25]。该方法在计算上具有递推特性, 仅需存储当前估计值和少量历史信息, 能够有效降低计算复杂度。本文使用遗忘因子最小二乘法估计式(11)中的 θ_X , 从而获取动态变化的手眼关系 X 的在线估计。对于形如式(11)的方程, 即

$$t_A = M_{AB} \theta_X \quad (16)$$

当已知 $k-1$ 时刻的参数估计值 $\theta_{X,k-1}$ 和协方差 P_{k-1} 以及 k 时刻的参数值 $t_{A,k}$ 和 $M_{AB,k}$ 时, 应用 FFRLS 的递归求解过程如下。

首先计算递归方程的增益 K_k , 即

$$K_k = \frac{P_{k-1} M_{AB,k}}{\lambda + M_{AB,k}^T P_{k-1} M_{AB,k}} \quad (17)$$

随后利用增益 K_k 计算新的参数估计, 即

$$\theta_{X,k} = \theta_{X,k-1} + K_k (t_{A,k} - M_{AB,k}^T \theta_{X,k-1}) \quad (18)$$

最后更新下一轮计算时会用到的协方差 P_k , 即

$$P_k = \frac{1}{\lambda} (E - K_k M_{AB,k}^T) P_{k-1} \quad (19)$$

式中 λ 为遗忘因子系数。至此, 实现对方程(12)基于 FFRLS 的递归求解。在实际在轨运行初期算法初始化阶段, 初始手眼关系 X_0 可取地面实验时的

手眼标定结果, P_0 可根据地面标定结果 X_0 的不确定度取值。可认为地面标定结果 X_0 不确定度较低, P_0 对应取较小值, 在所提算法中取 $P_0 = 0.01Q$, Q 为 12×12 单位阵。

在求得 θ_X 后, 还需从中还原出所需要的 R_X 和 t_X 值, 逆运算为

$$\begin{cases} R_X = \text{unvec}(\theta_X|_{1:9}) \\ t_X = \theta_X|_{10:12} \end{cases} \quad (20)$$

式中 $\text{unvec}(\cdot)$ 表示矩阵拉直 $\text{vec}(\cdot)$ 的逆运算。此时的 R_X 由于数值计算存在噪声的缘故, 不具备旋转矩阵的性质, 因此也需要进行进一步的正交化^[21], 即

$$\begin{cases} R_{\text{noise}} = USV^T \\ R_{\text{orth}} = \text{sign}(\det(S))UV^T \end{cases} \quad (21)$$

完整的算法运行流程如图2所示。

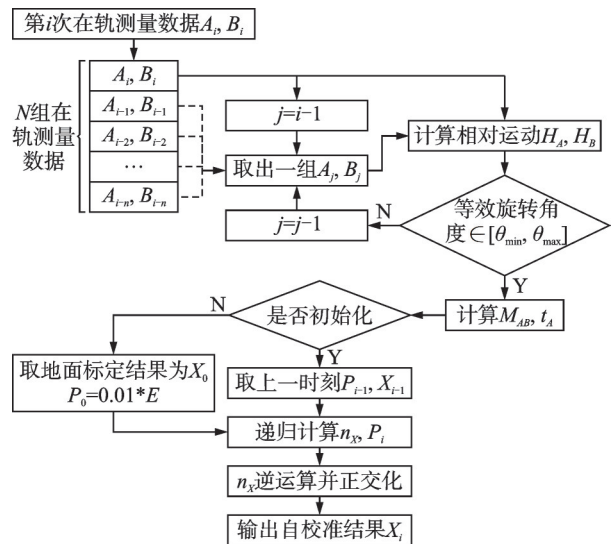


图2 所提算法运行流程示意图

Fig.2 Workflow of the proposed approach

所提方法的推导是基于眼在手上机械臂系统的手眼关系 $AX = XB$ 方程, 而眼在手上 (Eye-in-hand) 和眼在手外 (Eye-to-hand) 两类系统的标定方程 $AX = XB$ 在方程形式上相同, 只在其中手眼关系的定义上存在区别。所提方法可扩展应用于眼在手外系统, 也可用于在线标定眼在手外系统中机械臂基座至相机的手眼关系。

3 实验验证

3.1 实验数据集建立

本节旨在建立起模拟在轨机械臂手眼关系变化过程的 A, B 数据集, 在同一数据集上运行不同的算法比较效果, 从而证实所提方法的优点。为构建反映在轨工况的实验数据集, 采用独立正弦波扰动模拟旋转矩阵和平移向量的动态变化。采用正

弦波来模拟的原因在于:一方面,温度周期性变化导致的热变形和机械蠕变具有简谐振动特性,正弦函数能刻画此类周期性变化;另一方面,正弦波参数可控,便于定量分析和保证实验可重复性。通过对 X_0 中的旋转矩阵和平移向量分别施加独立的正弦波扰动来模拟前述在轨机械臂手眼关系的动态变化,从而建立起实验测试数据集,表达式为

$$\begin{cases} R_X(t) = R_{X_0} \cdot \exp(\hat{\xi}_r(t)^\wedge) \\ t_X(t) = R_{X_0} \cdot \delta_r(t) + t_{X_0} \end{cases} \quad (22)$$

式中: $\{R_{X_0}, t_{X_0}\}$ 为初始手眼关系 X_0 的旋转矩阵部分和平移向量部分, $\exp(\cdot)$ 表示旋转向量到旋转矩阵的映射; $(\cdot)^\wedge$ 表示旋转向量的反对称运算符, $\hat{\xi}_r(t)$ 和 $\delta_r(t)$ 分别表示施加在初始手眼关系 X_0 的旋转和平移上的正弦扰动,具体表示如下

$$\begin{cases} \hat{\xi}_r(t) = [D_{\xi,1} \sin(2\pi f_{\xi,1} t), D_{\xi,2} \sin(2\pi f_{\xi,2} t), \\ D_{\xi,3} \sin(2\pi f_{\xi,3} t)]^\top \\ \delta_r(t) = [D_{\delta,1} \sin(2\pi f_{\delta,1} t), D_{\delta,2} \sin(2\pi f_{\delta,2} t), \\ D_{\delta,3} \sin(2\pi f_{\delta,3} t)]^\top \end{cases} \quad (23)$$

借助上述公式,按 Δt 间隔均匀采样100个不同的离散值 X_{real} 组成数据集。又考虑到在轨时 X_{real} 的动态变化相对缓慢,可认为在每一 X_{real} 取值时,可以采集到多组不同的 A 、 B 值,实验取每一 X_{real} 对应能获取到20组 A 、 B 数据,最终形成了包含2000条数据的测试数据集。通过对 A 、 B 的旋转矩阵部分和平移向量部分添加均匀分布的随机噪声来模拟在轨时的测量误差,以充分验证算法性能。噪声水平参考了目前空间机械臂系统实际性能^[15-16],加噪表达式为

$$\begin{cases} \tilde{R} = \bar{R} \cdot \text{Rot}(\omega_{\text{rand}}, \text{rand}(0 \sim \gamma)) \\ \tilde{t} = \bar{t} + \\ [\text{rand}(-\tau \sim \tau), \text{rand}(-\tau \sim \tau), \text{rand}(-\tau \sim \tau)]^\top \end{cases} \quad (24)$$

式中: $\text{rand}(\text{low} \sim \text{up})$ 表示生成 $[\text{low}, \text{up}]$ 范围的随机数; \bar{R} 、 \tilde{R} 分别表示增加噪声前后的齐次变换矩阵的旋转矩阵部分; $\text{Rot}(\omega_{\text{rand}}, \text{rand}(0 \sim \gamma))$ 表示绕随机生成的单位向量 ω_{rand} 旋转 $[0, \gamma]$ 范围内随机角度生成的旋转矩阵; \bar{t} 、 \tilde{t} 分别表示加噪声前后齐次变换矩阵的平移向量部分; τ 表示随机生成的平移扰动边界。对 A 、 B 数据按式(24)施加噪声, A 对应的加噪参数为 γ_A 和 τ_A , B 对应的加噪参数为 γ_B 和 τ_B ,具体取值如表1所示。表1同时也汇总了数据集生成过程中的所有参数。

表1 生成数据集所用各项参数取值

Table 1 Parameter values used for dataset generation

参数	取值
R_{X_0}	$\text{Rotx}(45^\circ) \cdot \text{Roty}(-30^\circ) \cdot \text{Rotz}(60^\circ)$
t_{X_0}/mm	$[120, -50, 80]^\top$
$[D_{\xi,1}, D_{\xi,2}, D_{\xi,3}]/\text{rad}$	$[0.02, 0.03, 0.05]$
$[f_{\xi,1}, f_{\xi,2}, f_{\xi,3}]/\text{Hz}$	$[1.5, 1.7, 1.4] \times 10^{-5}$
$[D_{\delta,1}, D_{\delta,2}, D_{\delta,3}]/\text{mm}$	$[40, 15, 35]$
$[f_{\delta,1}, f_{\delta,2}, f_{\delta,3}]/\text{Hz}$	$[1.4, 1.6, 1.3] \times 10^{-5}$
$\Delta t/\text{s}$	1 000
$\gamma_A/(\circ)$	1
τ_A/mm	1
$\gamma_B/(\circ)$	1
τ_B/mm	3

3.2 误差评估方法

采用如下误差公式来衡量估计量 X_{est} 与理论值 X_{real} 之间的旋转误差 e_R 和平移误差 e_t ,即

$$e_R = \|R_{\text{real}} R_{\text{est}}^\top - E\|, \quad e_t = \|t_{\text{real}} - t_{\text{est}}\| \quad (25)$$

式中: $\{R_{\text{real}}, t_{\text{real}}\}$ 为理论值 X_{real} 的旋转矩阵部分和平移向量部分, $\{R_{\text{est}}, t_{\text{est}}\}$ 为估计值 X_{est} 的旋转矩阵部分和平移向量部分。

采用Tsai手眼标定方法作为对比方法。为使其能够在本文的在轨动态标定场景下进行对比,对其进行了适应性改进:采用滑动窗口策略,将连续采集的位姿数据按时间窗口分段,每窗口内假设手眼关系恒定,应用Tsai方法进行批处理标定。窗口大小设置为 $N_{\text{Tsai-lenz}}$ 组数据(与本文方法的数据批次相对应),当新数据到来时,窗口向前滑动,丢弃最早的数据并纳入最新数据,重新进行标定计算。

为充分对比Tsai方法和所提方法,实验分别取 $N_{\text{Tsai-lenz}} = 20, 30, 40$ 进行对比实验。在实验中Tsai算法从 X_0 开始计算时,存在初始数据组数少于 $N_{\text{Tsai-lenz}}$ 的情况。为此在 X_0 处额外生成了 $N_{\text{Tsai-lenz}}$ 组 A 、 B 数据用于Tsai方法的初始化计算。

3.3 实验结果及分析

图3展示了所提方法和结合滑动窗口的Tsai方法($N_{\text{Tsai-lenz}} = 40$)对动态变化的手眼关系的辨识效果。两类方法均可有效跟踪手眼关系的变化,但由于噪声的存在,两类方法均存在一定的误差,具体误差统计分析结果如图4所示(图中三角形标识表示统计数据的平均数,箱线图图中的横线表示数据的中位数)。所提方法的对平移向量的估计误差为

(8.33 ± 4.25) mm, $N_{Tsai-lenz} = 20, 30, 40$ 时 Tsai 方法的估计误差分别为 (12.11 ± 7.13)、(8.37 ± 4.70) 和 (6.99 ± 3.93) mm。可以看到 Tsai 方法的计算精度与代入计算的 A, B 组数 $N_{Tsai-lenz}$ 直接相关, $N_{Tsai-lenz}$ 越大, 计算的精度越高。对比来看, 所提方法在当前噪声状况下的精度与 $N_{Tsai-lenz} = 30$ 的 Tsai 方法相当, 略逊于 $N_{Tsai-lenz} = 40$ 时的 Tsai 方法。而在对旋转矩阵部分的估计上, 所提方法优于 $N_{Tsai-lenz} = 40$ 时的 Tsai 方法。同时, 实验也记录了 4 种方法完成 2 000 次计算所需的时间, 比对 4 种方法在计算速度上的差异。结果如表 2 所示。可以看出, Tsai 方法的单轮次计算速度与数据组数 $N_{Tsai-lenz}$ 直接相关, $N_{Tsai-lenz}$ 越大, 则计算速度越慢, 而所提方法是基于递归计算的思路, 因此在计算速度

上相较于 Tsai 方法有较大的提升, 计算所用时间仅为 $N_{Tsai-lenz} = 30$ 时 Tsai 方法的 0.75%。结合前述 4 种方法的精度表现来看, 对于 Tsai 方法, $N_{Tsai-lenz}$ 越大, 计算精度越高, 但计算时间会变长, 而所提方法能够在较快的时间内, 得到与 $N_{Tsai-lenz} = 30$ 时 Tsai 方法相当的精度, 证实了所述方法在计算性能上的优势。

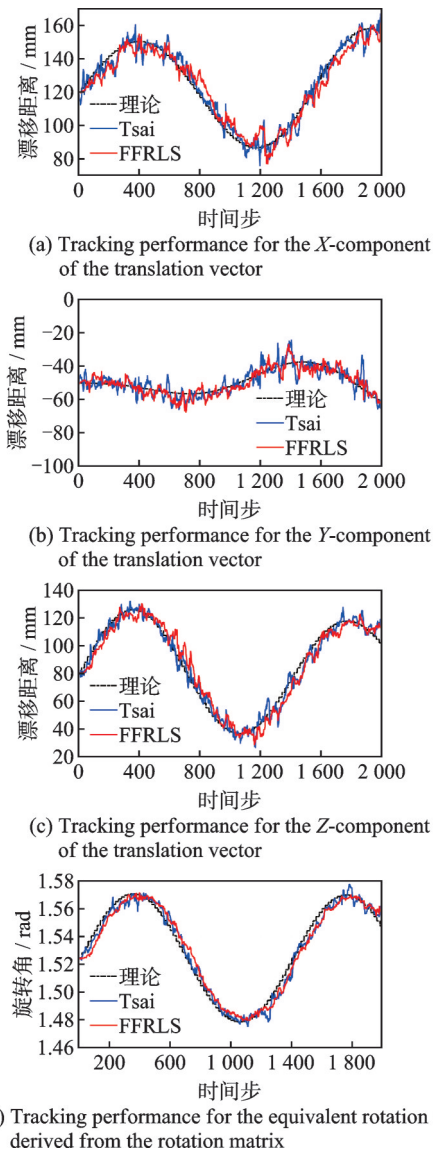


图 3 所提方法和 Tsai 方法对动态变化的手眼关于辨识效果对比

Fig.3 Comparison of dynamic hand-eye calibration performance among the proposed approach and Tsai's approach

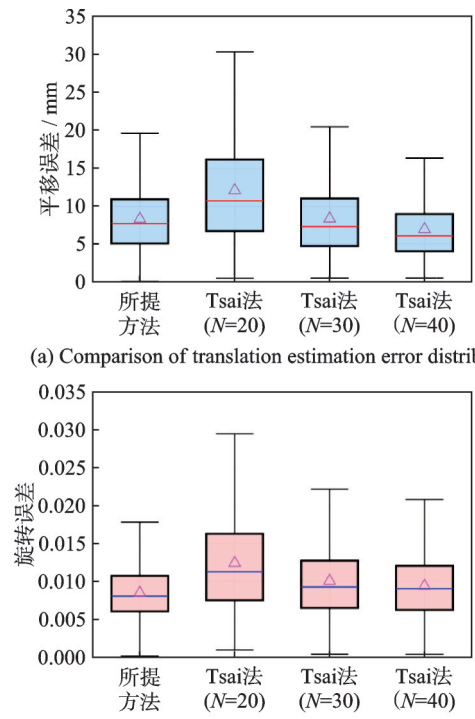


图 4 所提方法与 Tsai 方法标定精度表现对比

Fig.4 Comparison of calibration accuracy among the proposed approach and Tsai's approach

表 2 所提方法和 Tsai 方法计算用时
Table 2 Computational time of the proposed approach and Tsai's approaches

算法	所用时间/s
所提方法	0.46
Tsai 方法 ($N=20$)	27.11
Tsai 方法 ($N=30$)	61.13
Tsai 方法 ($N=40$)	112.56

分析实验中 Tsai 手眼标定方法和所提算法的时间复杂度。对 Tsai 手眼标定方法而言, 其时间复杂度主要与用于计算的数据集 A, B 大小 N 和待求解未知量的维度 m 有关。在 Tsai 法中, 首先会利用两次遍历寻找 K 组合适的相对运动矩阵 H_A, H_B , 该部分时间复杂度为 $O(N^2)$, 同时可知 K 的大小也正比于 N^2 ; 随后相对运动计算部分时间复杂度主要取决于 H_A, H_B 的组数 K 和待求解量维度 m , 为 $O(m^2K)$ 。因此 Tsai 法总的的时间复杂度为

$O(N^2 + m^2K)$, 亦即 $O(N^2 + m^2N^2)$ 。Tsai 法将待求解的旋转矩阵转换为等效转轴进行计算, 因此 $m = 6$ 。而对于所提递归算法, 首先利用一次遍历寻找一组合适的相对运动对, 该部分时间复杂度仅为 $O(N)$, 在后续的递归计算中, 时间复杂度主要取决于递归方程中待求解量 n_x 的维度 n , 因此总的复杂度仅为 $O(N + n^2)$, 其中 $n = 12$ 。同时, 考虑到 Tsai 法为了保证计算精度, 往往需要 $N \geq 20$, 而所提方法仅需找到一组相对运动对, 因此所需要 N 相较于 Tsai 法中的 N 更小 (所提方法中 $N = 10$)。因此, 比较分析两种方法的时间复杂度, 可以看出所提方法在计算复杂度上较低, 对算

力要求更小, 计算速度上有明显优势。

在更多不同的噪声水平下, 不同算法的精度表现如表 3 所示, 其中旋转矩阵的误差使用等效旋转角的误差来表示。可以看出, 所提方法对噪声的鲁棒性优于 Tsai 方法, 在 $\gamma_A = 2 \text{ mm}$ 、 $\tau_A = 1.5^\circ$ 、 $\gamma_B = 4 \text{ mm}$ 、 $\tau_B = 1.5^\circ$ 的噪声水平下, 本文所提方法在平移向量和旋转矩阵的估计精度上均已优于 $N_{\text{Tsai-lenz}} = 40$ 时的 Tsai 方法。图 5 展示了所提算法在不同噪声水平下误差的变化趋势, 利用 Pearson 相关系数开展线性相关分析, 可得平移误差均值与噪声的相关系数为 0.941, 旋转误差均值的相关系数为 0.977, 表明所提方法精度与噪声程度呈现线性相关关系。

表 3 不同数据集噪声水平下算法表现对比

Table 3 Performance comparison of approaches under different noise levels

噪声水平	误差项	Tsai 方法 ($N=30$)	Tsai 方法 ($N=40$)	所提方法
$\gamma_A = 1 \text{ mm}$, $\tau_A = 1.0^\circ$	平移误差	$(8.37 \pm 4.70) \text{ mm}$	$(6.99 \pm 3.93) \text{ mm}$	$(8.34 \pm 4.25) \text{ mm}$
$\gamma_B = 3 \text{ mm}$, $\tau_B = 1.0^\circ$	旋转角误差	$0.38^\circ \pm 0.18^\circ$	$0.41^\circ \pm 0.20^\circ$	$0.34^\circ \pm 0.14^\circ$
$\gamma_A = 2 \text{ mm}$, $\tau_A = 1.5^\circ$	平移误差	$(13.18 \pm 8.38) \text{ mm}$	$(10.98 \pm 6.47) \text{ mm}$	$(10.32 \pm 4.96) \text{ mm}$
$\gamma_B = 4 \text{ mm}$, $\tau_B = 1.5^\circ$	旋转角误差	$0.52^\circ \pm 0.24^\circ$	$0.45^\circ \pm 0.20^\circ$	$0.41^\circ \pm 0.20^\circ$
$\gamma_A = 3 \text{ mm}$, $\tau_A = 2.0^\circ$	平移误差	$(17.91 \pm 12.65) \text{ mm}$	$(14.21 \pm 8.94) \text{ mm}$	$(12.58 \pm 6.33) \text{ mm}$
$\gamma_B = 5 \text{ mm}$, $\tau_B = 2.0^\circ$	旋转角误差	$0.67^\circ \pm 0.33^\circ$	$0.58^\circ \pm 0.27^\circ$	$0.49^\circ \pm 0.19^\circ$

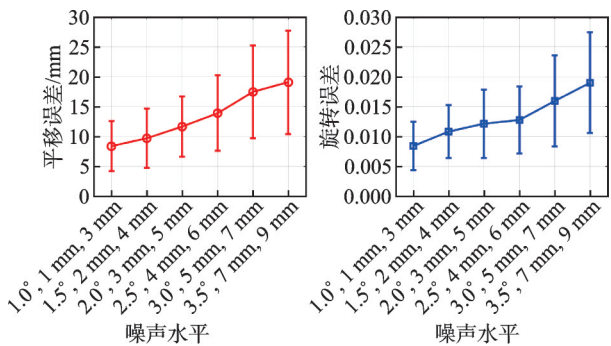


图 5 不同噪声水平下所提算法的精度表现

Fig.5 Accuracy performance of the proposed approach under different noise levels

不同的遗忘因子系数取值下, 所述算法也会出现不同的表现, 如图 6 所示, 分别展示了遗忘因子 $\lambda = 0.90, 0.92, 0.94, 0.96, 0.98$ 和 1 时, 所提算法的精度表现, $\lambda = 1$ 时表示 FFRLS 方法退化为不带遗忘因子的递归最小二乘法。可以看出, 遗忘因子在算法动态估计手眼矩阵时发挥着重要作用, 对于本文的场景, 遗忘因子建议取 $\lambda = [0.94, 0.96]$ 。

综上所述, 所提方法在辨识动态变化的手眼矩阵时计算精度与经典的 Tsai 方法相当, 计算速度

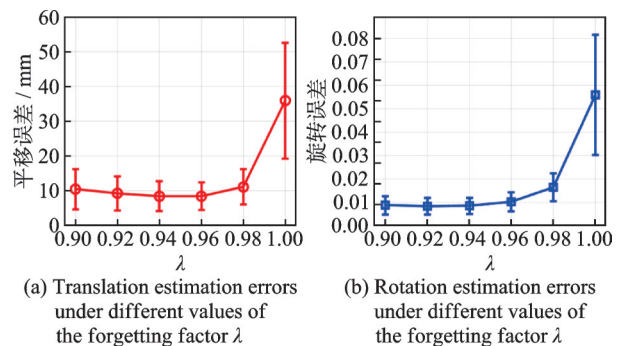


图 6 不同遗忘因子取值下所提算法的精度表现

有较大提升 (计算用时仅为同等精度下 Tsai 方法的 0.75%)。同时所提方法相较于 Tsai 方法对样本数据集 A、B 噪声有更强的鲁棒性, 在计算精度上的表现更好。实验充分证实了所提方法在计算精度和计算速度上的优越性。

4 结 论

针对在轨机械臂手眼关系动态漂移问题, 提出了一种在有限算力约束下的高效高精度手眼关系在线标定方法。该算法首先通过建立同步求解旋转和平移参数的线性方程组, 将 $AX = XB$ 求解问

题转化为超定线性方程组的最小二乘求解问题,随后将 FFRLS 应用于超定方程组的递归解算,利用在轨机械臂执行常规任务过程中从机械臂控制器直接读取的数据(即 A)和相机对辅助定位的视觉测量标识的位姿测量数据(即 B)对手眼关系进行递归更新,从而实现了手眼关系的在线标定。最后,通过模拟手眼关系在轨动态变化的数据集进行验证,实验结果表明:相较于结合滑动窗口的 Tsai 方法,所提方法在保证精度相当的前提下,计算耗时仅为前者的 0.75%,且对测量数据噪声具有更强的鲁棒性,验证了所提方法在轨应用的高效性和实用性。

参考文献:

- [1] MA B, JIANG Z, LIU Y, et al. Advances in space robots for on-orbit servicing: A comprehensive review[J]. *Advanced Intelligent Systems*, 2023, 5(8): 2200397.
- [2] 王从庆,裴希伍,吴鹏飞.自由浮动空间柔性机械臂在轨操作刚性载荷的组合控制[J].*南京航空航天大学学报*,2012, 44(4): 452-457.
WANG Congqing, PEI Xiwu, WU Pengfei. Composite control of on-orbit operation of free-floating space flexible manipulator with rigid load[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2012, 44(4): 452-457.
- [3] TOMPROS D, MOUZAKIS D E. Space environment effects on equipment and structures—Current and future technologies[J]. *The Journal of Defense Modeling and Simulation*, 2024, 21(3): 283-291.
- [4] 陈钢,高贤渊,赵治恺,等.空间机械臂智能规划与控制技术[J].*南京航空航天大学学报*,2022, 54(1): 1-16.
CHEN Gang, GAO Xianyuan, ZHAO Zhikai, et al. Review on intelligent planning and control technology of space manipulator[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2022, 54(1): 1-16.
- [5] 李大明,危清清,唐自新.基于多学科仿真模型的空间机械臂优化设计与应用[J].*南京航空航天大学学报*,2018, 50(S1): 112-117.
LI Daming, WEI Qingqing, TANG Zixin. Optimization and application of space manipulator based on multi-domain simulation model[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2018, 50(S1): 112-117.
- [6] SACHDEV S, HARVEY W, GIBBS G, et al. Canada and the international space station program: Overview and status since IAC 2005[C]//*Proceedings of the 57th International Astronautical Congress*. Paris: International Astronautical Federation (IAF), 2006: IAC-06-B4.1.03.
- [7] CRUIJSSEN H J, ELLENBROEK M, HENDERSON M, et al. The european robotic arm: A high-performance mechanism finally on its way to space[C]//*Proceedings of the 42nd Aerospace Mechanisms Symposium*. Greenbelt, Maryland: NASA Goddard Space Flight Center, 2014: 319-332.
- [8] 胡成威,高升,熊明华,等.空间站核心舱机械臂关键技术[J].*中国科学:技术科学*,2022, 52(9): 1299-1331.
HU Chengwei, GAO Sheng, XIONG Minghua, et al. Key technologies of the China space station core module manipulator[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2022, 52(9): 1299-1331.
- [9] 尹旺,王翔,王为,等.宏微空间机械臂运动控制方法综述[J].*中国空间科学技术*, 2023, 43(4): 13-23.
YIN Wang, WANG Xiang, WANG Wei, et al. A review of motion control methods of macro/micro space manipulator systems [J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2023, 43(4): 13-23.
- [10] 刘宏,刘冬雨,蒋再男.空间机械臂技术综述及展望[J].*航空学报*,2021, 42(1): 33-46.
LIU Hong, LIU Dongyu, JIANG Zainan. Space manipulator technology: Review and prospect [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, 42(1): 33-46.
- [11] 谭月胜,孙汉旭,贾庆轩,等.空间机械臂的一种自标定方法[J].*宇航学报*,2006, 27(4): 740-744.
TAN Yuesheng, SUN Hanxu, JIA Qingxuan, et al. A self-calibration method for space manipulator [J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(4): 740-744.
- [12] JIANG J, LUO X, LUO Q, et al. An overview of hand-eye calibration[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2022, 119(1): 77-97.
- [13] 刘国青,罗文波,童叶龙,等.航天器在轨全周期热变形分析方法[J].*航天器工程*,2016, 25(6): 40-47.
LIU Guoqing, LUO Wenbo, TONG Yelong, et al. Thermal deformation analysis method of in orbit whole cycle for spacecraft [J]. *Spacecraft Engineering*, 2016, 25(6): 40-47.
- [14] 肖帅,王韬,张树华,等.一种基于手眼相机的空间机械臂在轨标定方法[J].*空间控制技术与应用*,2022, 48(3): 72-77.
XIAO Shuai, WANG Tao, ZHANG Shuhua, et al. An in-orbit calibration method for space manipulator based on hand-eye cameras [J]. *Space Control Technology and Application*, 2022, 48(3): 72-77.
- [15] ALIZADEH M, ZHU Z H. A comprehensive survey of space robotic manipulators for on-orbit servicing[J]. *Frontiers in Robotics and AI*, 2024, 11: 1470950.
- [16] DING X L, WANG Y C, WANG Y B, et al. A re-

- view of structures, verification, and calibration technologies of space robotic systems for on-orbit servicing [J]. *Science China Technological Sciences*, 2021, 64(3): 462-480.
- [17] TSAI R Y, LENZ R K. A new technique for fully autonomous and efficient 3D robotics hand/eye calibration[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1989, 5(3): 345-358.
- [18] DANIILIDIS K. Hand-eye calibration using dual quaternions[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 1999, 18(3): 286-298.
- [19] STROBL K H, HIRZINGER G. Optimal hand-eye calibration[C]//*Proceedings of 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. [S.l.]: IEEE, 2006: 4647-4653.
- [20] ZHANG Y, QIU Z, ZHANG X. A simultaneous optimization method of calibration and measurement for a typical hand-eye positioning system[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, 70: 1-11.
- [21] ZHENG G, ZHAO X, CHEN T, et al. A simultaneous ultrasound-robot calibration approach for dual-robot intervention by solving the $AXP = YCQ$ problem [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2024, 73: 1-10.
- [22] ANGELES J, SOUCY G, FERRIE F P. The online solution of the hand-eye problem[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2002, 16(6): 720-731.
- [23] CHANG W C, CHEN Y D, LIN H D. Automated recursive hand-eye calibration employing 3D point cloud registration[C]//*Proceedings of 2024 IEEE 18th International Conference on Advanced Motion Control*. [S.l.]: IEEE, 2024: 1-6.
- [24] SHI F, WANG J, LIU Y. An approach to improve online hand-eye calibration[C]//*Proceedings of Iberian Conference on Pattern Recognition and Image Analysis*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2005: 647-655.
- [25] HAYKIN S S. Adaptive filter theory[M]. [S.l.]: Pearson Education India, 2008.

(编辑:夏道家)