

DOI:10.16356/j.2097-6771.2026.03.009

基于平面闭环链的多模式并联机构型综合

孙浩^{1,2}, 郑植^{1,2}, 欧阳俊宏^{1,2}, 胡晓祥^{1,2}, 曹毅^{1,2}

(1. 江南大学机械工程学院, 无锡 214122; 2. 江南大学江苏省食品先进制造装备技术重点实验室, 无锡 214122)

摘要: 本文提出了一类基于平面闭环链的多模式并联机构型综合方法。首先引出一类具有两种运动模式的平面闭环链, 将其引入并联机构领域用作并联机构的动平台, 通过切换其运动模式可实现并联机构自由度改变。其次给出多模式并联机构中全构态与子构态的定义, 并将螺旋理论引入多模式并联机构的型综合理论中, 进一步提出基于螺旋理论的多模式并联机构型综合原理。然后基于多模式并联机构型综合原理和平面闭环链, 对一类具有两种运动模式的并联机构进行多模式并联机构型综合。最后利用螺旋理论对综合出来的多模式并联机构进行自由度分析。

关键词: 多模式机构; 并联机构; 螺旋理论; 型综合; 构态

中图分类号: TH112 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2026)03-0560-09

Type Synthesis of Multi-mode Parallel Mechanisms Based on Planar Closed-Loop Chains

SUN Hao^{1,2}, ZHENG Zhi^{1,2}, OUYANG Junhong^{1,2}, HU Xiaoxiang^{1,2}, CAO Yi^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Jiangsu Key Laboratory of Advanced Food Manufacturing Equipment and Technology, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: The paper presents a configurational synthesis method for multi-mode parallel mechanisms based on planar closed-loop chains. Firstly, a planar closed-loop chain with two motion modes is introduced. This chain is incorporated into the realm of parallel mechanisms and serves as the moving platform of the parallel mechanism. By toggling its motion modes, the change in the degrees of freedom of the parallel mechanism can be achieved. Secondly, the definitions of the full configuration and sub-configurations in multi-mode parallel mechanisms are expounded. The screw theory is introduced into the configurational synthesis theory of multi-mode parallel mechanisms. Furthermore, the configurational synthesis principle of multi-mode parallel mechanisms based on the screw theory is put forward. Subsequently, based on the configurational synthesis principle of multi-mode parallel mechanisms and planar closed-loop chains, the configurational synthesis of a class of parallel mechanisms with two motion modes is conducted. Finally, the degrees of freedom of the synthesized multi-mode parallel mechanisms are analyzed by means of the screw theory.

Key words: multi-mode mechanism; parallel mechanism; screw theory; type synthesis; configuration

可重构并联机构是指一类能够实现运动模式改变和精度等优点, 又有可重构机构快速自重构的特性, 使其成为当下机器人领域研究热点之一^[2]。

基金项目: 国家自然科学基金(52175234)。

收稿日期: 2026-01-20; **修订日期:** 2026-04-30

通信作者: 曹毅, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: caoyi@jiangnan.edu.cn。

引用格式: 孙浩, 郑植, 欧阳俊宏, 等. 基于平面闭环链的多模式并联机构型综合[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2026, 58(3): 560-568. SUN Hao, ZHENG Zhi, OUYANG Junhong, et al. Type synthesis of multi-mode parallel mechanisms based on planar closed-loop chains[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics (Natural Science Edition), 2026, 58(3): 560-568.

可重构并联机构可分为^[1]:运动分岔机构^[3]、变胞机构^[4-6]和多模式机构^[7-9]。其中,多模式并联机构是由拉瓦尔大学 Gosselin 教授和孔宪文教授等^[8-9]提出的一类可免重新装配完成运动模式切换的机构。相比于其他可重构机构,多模式并联机构具有迅速切换运动模式、辅助驱动器少、不依靠于特殊关节的特点^[1],故被广泛应用于特殊领域如高危、航空领域^[10]。

因其应用领域广泛,不断有学者对多模式并联机构进行了研究。Lambert 等^[11-12]基于拓扑图理论提出了含有多模式平台的并联机构概念。Ruggi 等^[13]提出了一种可以实现移动副移动副移动副(Prismatic joint prismatic joint prismatic joint, PPP)模式以及 E 模式的 1-转动副移动副万向副(Revolute joint prismatic joint universal joint, RPU)-2-万向副移动副万向副(Universal-joint prismatic-joint universal-joint, UPU)并联机构。Kai 等^[14]提出了一类可以实现 5R2P 模式和含 P 副的多模式单环结构。单彦霞等^[15]提出了一种多模式并联机构的操作模式变换方法。Hoevenaars 等^[16]提出了两类含有多模式平台的并联机构。张春燕等^[17]提出了一类含有折展平台的多模式移动并联机构。王翘楚等^[18]提出并分析了一种具有多自由的混联机械手臂。张春燕等^[19]提出并设计了一类含有折展平台的多模式移动并联机构。此外还有 3-转动副转动副转动副(Revolute joint revolute joint revolute joint, RRR)多模式并联机构^[20]、7R 多模式机构^[21-22]、6R 机构^[23-24]等均具有多模式运动特性。

由于多模式并联机构的诸多优点^[1],为获得更多性能优异的机构,许多学者对多模式并联机构的型综合也进行了深入研究。常见的多模式机构型综合方法有^[1]:列举型综合法、基于螺旋理论的型综合法、基于群理论的型综合法以及试凑法。Lee 等^[25]和 Gogu^[26-27]通过列举法综合了 7R 多模式空间机构和 2R1T 运动连杆机构。Kong 等^[8]基于螺旋理论提出了三维转动和三维移动的多模式并联机构。Galletti 等^[28]利用位移群论提出了 4 种基本的多模式闭环链。Wang 等^[29]通过试凑法设计了多模式性质的可展机构。此外李永泉等^[30]基于图谱法综合出一类新的具有多种运动模式的并联机构,曹毅等^[31]基于几何代数法综合出了一类可增加转轴的并联机构。

综上所述:(1)目前多模式并联机构的构型设计主要局限于通过运动副改变机构支链内部的约束关系从而达到多自由度的目的,依靠调整单条支链的约束特性实现自由度切换与多模式运动,该方

式综合得到的多模式并联机构,构型形式单一、且综合出的数量有限^[1];(2)相比于改变支链内部约束的研究,通过调整支链之间约束关系开展多模式并联机构型综合的相关成果较少,研究体系尚不完善,仍是该领域的薄弱环节。针对上述问题,为进一步丰富多模式并联机构的构型种类,本文引入一种平面闭环链作为并联机构动平台,通过切换动平台运动模式从而改变支链间的约束关系,进而改变并联机构自由度。然后根据全构态与子构态的定义并结合螺旋理论提出多模式并联机构型综合原理。最后基于平面闭环链与多模式并联机构型综合原理开展了对一类具有 2R1T/3R1T 两种运动模式并联机构的型综合研究,其中 1T 为垂直于定平台的竖直移动,2R1T 中 2R 为平行于定平台且相交的转动,3R1T 中 3R 为空间内任意方向上的转动。并对综合出的多模式并联机构进行自由度分析,以验证其正确性与有效性。与传统的改变支链内部结构的多模式并联机构相比,该方式是通过改变杆件间的平行、共线等关系完成多模式。

本文首先引入一种具有两种运动模式的平面闭环链,并将其作为并联机构的动平台,研究表明通过切换其运动模式可改变支链间的约束关系,进而改变并联机构自由度。其次给出全构态与子构态的定义,基于螺旋理论求解其运动螺旋系与约束螺旋系,从而得到多模式并联机构需满足的数学表达式,筛选出符合多模式条件的支链,进而提出基于螺旋理论的多模式并联机构型综合原理。最后基于上述原理和平面闭环链综合出一类具有 2R1T/3R1T 两种运动模式的并联机构,对综合出的多模式并联机构进行自由度分析,以验证原理的有效性和正确性。

1 具有两种模式的平面闭环链

平面单环闭环链是指包含单一环路的平面运动链^[17],如图 1 所示,其由 3 条 P 副组成,令 3 个移动副首尾相连,构成一个等边三角形。

平面闭环链自由度可由螺旋理论^[32]求得,设三角形任意顶点为平面闭环链坐标原点 $O-XYZ$,其中 Z 轴垂直于平面闭环链所在平面,则该平面闭环链的运动螺旋系为

$$\mathcal{S}^m = \begin{cases} (0, 0, 0; 1, 0, 0) \\ (0, 0, 0; 1, -\sqrt{3}, 0) \\ (0, 0, 0; 1, \sqrt{3}, 0) \end{cases} \quad (1)$$

对式(1)求反螺旋,可得其约束螺旋系为

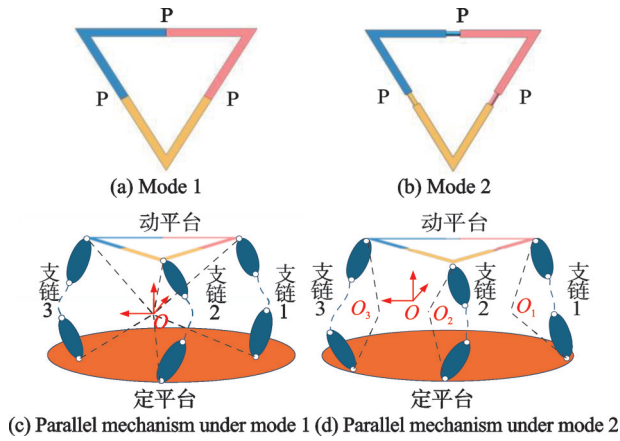


图 1 平面闭环链的两种运动模式

Fig.1 Two motion modes of parallel mechanism

$$\mathcal{S}^r = \begin{cases} (0, 0, 0; 0, 0, 1) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ (-1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 1; 0, 0, 0) \end{cases} \quad (2)$$

对式(2)求反螺旋,可得其运动螺旋系为

$$\mathcal{S}^m = \begin{cases} (0, 0, 0; -1, 0, 0) \\ (0, 0, 0; 0, 1, 0) \end{cases} \quad (3)$$

式(3)表明该平面闭环链具有两个自由度,分别为沿 X 轴和 Y 轴方向的移动。

若将其作为并联机构的动平台,其具有将支链运动中心分散与汇聚两种模式。若平面闭环链处于如图 1(a)所示位置,其可将各支链坐标系原点汇于一点 O,如图 1(c)所示。若任意移动副 P 发生有限位移后,如图 1(b)所示,其可将各支链坐标系原点 $O_i (i=1, 2, 3)$ 分散,如图 1(d)所示。

如图(2)所示,将平面闭环链与 3 条 RRR 支链相联,在图 2(a)所示模式下,3 条支链坐标系原点均交于一点 O。当该平面闭环链运动至图 2(b)所示运动模式时,此时 3 条支链的坐标系原点均不相交。

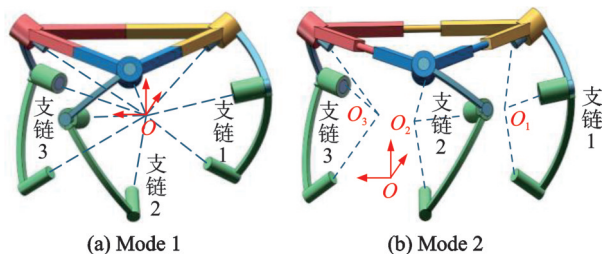


图 2 串联 RRR 支链

Fig.2 Serial RRR limb

设各支链转动中心为各支链坐标系原点,当并联机构处于模式 1 时,此时各支链转动中心重合于 O,因并联机构三支链完全相同,故各支链的运动螺旋系与约束螺旋系相同。为不失一般性,处于模式 1 下支链 1 的运动螺旋系为

$$\mathcal{S}^m = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 1; 0, 0, 0) \end{cases} \quad (4)$$

对式(4)求反螺旋,此时支链 1 的约束螺旋系为

$$\mathcal{S}^r = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 1; 0, 0, 0) \end{cases} \quad (5)$$

因各支链坐标系原点重合,故可假设支链坐标系 O-XYZ 与机构坐标系重合,则此时各支链均对动平台施加通过机构坐标系原点且沿 X、Y、Z 这三个方向的约束力线矢。因机构约束螺旋系与支链约束螺旋系相同,故机构运动螺旋系为

$$\mathcal{S}^m = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 1; 0, 0, 0) \end{cases} \quad (6)$$

式(6)表明当平面闭环链处于模式 1 时,该并联机构具有空间内 3R 自由度。

同理,当平面闭环链处于模式 2 时,此时支链约束螺旋系与模式 1 相同,但因各支链坐标系原点不再汇交于一点,故支链坐标系与机构坐标系不重合。此时机构的约束螺旋系为

$$\mathcal{S}^r = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 1; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (7)$$

对式(7)求反螺旋,则此时机构的运动螺旋系为

$$\mathcal{S}^m = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \end{cases} \quad (8)$$

式(8)表明当平面闭环链处于模式 2 时,该并联机构仅具有沿机构坐标系的 X、Y 方向转动自由度。

上述研究表明,基于平面闭环链可充当并联机构动平台,通过切换其运动模式,可使并联机构支链间的约束关系发生改变,从而改变并联机构自由度,进而实现并联机构的多模式运动。

2 螺旋理论下多模式并联机构型综合原理

多模式并联机构可以通过改变支链内部或支链间的约束关系,从而达到改变自由度的目的^[33]。上述研究表明,通过切换平面闭环链的两种运动模式改变支链间的约束关系,从而改变机构运动自由度,实现并联机构的多模式。基于此为进一步丰富

多模式并联机构的构型种类,开展多模式并联机构支链的综合是其研究基础与前提条件。

多模式并联机构不同的运动模式下对应着不同的机构自由度,将多模式并联机构的不同自由度称为构态^[25]。多模式并联机构具有多种构态,每种构态称为子构态,将可实现全部构态变化要求的机构称为全构态机构,其对应的构态称为全构态。机构的全构态为机构所有子构态的集合,机构的全构态可演变为机构的任意子构态。

设多模式并联机构共有 n 个子构态,若子构态 p 的机构自由度为 f_p ,则子构态 p 下机构的运动螺旋系为 $\{ {}^p\mathcal{S}^m | {}^p\mathcal{S}_1^m, {}^p\mathcal{S}_2^m, \dots, {}^p\mathcal{S}_{f_p}^m \}$ 。因运动螺旋系与约束螺旋系互易积为零,则子构态 p 下机构的约束螺旋系为 $\{ {}^p\mathcal{S}^r | {}^p\mathcal{S}_1^r, {}^p\mathcal{S}_2^r, \dots, {}^p\mathcal{S}_{6-f_p}^r \}$,则子构态 p 下任一支链 L 的约束螺旋系为 $\{ {}^p\mathcal{S}_L^r | {}^p\mathcal{S}_{L,1}^r, {}^p\mathcal{S}_{L,2}^r, \dots, {}^p\mathcal{S}_{L,i_p}^r \}$,其中, $i_p \leq 6 - f_p$, i_p 为子构态 p 时 L 支链的约束螺旋数目,且 $\{ {}^p\mathcal{S}_L^r \}$ 为 $\{ {}^p\mathcal{S}^r \}$ 的子集,即

$$\{ {}^p\mathcal{S}_L^r \} \subseteq \{ {}^p\mathcal{S}^r \} \quad (9)$$

子构态下所有支链线性无关的约束螺旋并集与机构的约束螺旋系相等,即

$$\bigcup_{L=1}^k \{ {}^p\mathcal{S}_{L,1}^r, {}^p\mathcal{S}_{L,2}^r, \dots, {}^p\mathcal{S}_{L,i_p}^r \} = \{ {}^p\mathcal{S}_1^r, {}^p\mathcal{S}_2^r, \dots, {}^p\mathcal{S}_{6-f_p}^r \} \quad (10)$$

多模式并联机构全构态下运动螺旋系与所有子构态下线性无关的运动螺旋系的并集相等,即

$${}^s\mathcal{S}^m = \bigcup_{p=1}^n \{ {}^p\mathcal{S}^m \} = \{ {}^s\mathcal{S}_1^m, {}^s\mathcal{S}_2^m, \dots, {}^s\mathcal{S}_{f_s}^m \} \quad (11)$$

式中 f_s 为全构态下机构的自由度

因运动螺旋与约束螺旋互易积为零,则全构态下约束螺旋系为 $\{ {}^s\mathcal{S}^r | {}^s\mathcal{S}_1^r, {}^s\mathcal{S}_2^r, \dots, {}^s\mathcal{S}_{6-f_s}^r \}$,则全构态 S 下任一支链约束螺旋系为 $\{ {}^s\mathcal{S}_L^r | {}^s\mathcal{S}_{L,1}^r, {}^s\mathcal{S}_{L,2}^r, \dots, {}^s\mathcal{S}_{L,i_s}^r \}$,其中 $i_s \leq 6 - f_s$, i_s 为全构态下 L 支链的约束螺旋数目,且 $\{ {}^s\mathcal{S}_L^r \}$ 为 $\{ {}^s\mathcal{S}^r \}$ 的子集,即

$$\{ {}^s\mathcal{S}_L^r \} \subseteq \{ {}^s\mathcal{S}^r \} \quad (12)$$

全构态下所有支链线性无关的约束螺旋系的并集与机构的约束螺旋系相等,即

$$\bigcup_{L=1}^k \{ {}^s\mathcal{S}_{L,1}^r, {}^s\mathcal{S}_{L,2}^r, \dots, {}^s\mathcal{S}_{L,i_s}^r \} = \{ {}^s\mathcal{S}_1^r, {}^s\mathcal{S}_2^r, \dots, {}^s\mathcal{S}_{6-f_s}^r \} \quad (13)$$

由式(11~13)可确定全构态下支链的约束螺旋系。

由式(11),并结合运动螺旋与约束螺旋互易原理,可得到

$$\begin{cases} \{ {}^s\mathcal{S}^r \} \subseteq \{ {}^p\mathcal{S}^r \} \\ \{ {}^s\mathcal{S}^r \} = \bigcap_{p=1}^n \{ {}^p\mathcal{S}^r \} = \{ {}^p\mathcal{S}_1^r, {}^p\mathcal{S}_2^r, \dots, {}^p\mathcal{S}_{6-f_p}^r \} \end{cases} \quad (14)$$

由式(14)可知通过在全构态机构的约束螺旋系 $\{ {}^s\mathcal{S}^r \}$ 中,增加所缺少的约束 ${}^p\mathcal{S}^{r+}$ 从而能得到子

构态 p 的约束螺旋系 ${}^p\mathcal{S}^r$,从而实现由全构态向子构态之间的转化,即

$$\{ {}^s\mathcal{S}^r \} \cup \{ {}^p\mathcal{S}^{r+} \} = \{ {}^p\mathcal{S}^r \} \quad (15)$$

故由式(10,13,15)可知全构态支链约束螺旋系为子构态支链约束螺旋系的子集,即

$$\{ {}^s\mathcal{S}_L^r \} \subseteq \{ {}^p\mathcal{S}_L^r \} \quad (16)$$

由式(9,10,16)可确定子构态下支链的约束螺旋系。

综上所述:(1)多模式并联机构中机构支链约束螺旋系为机构约束螺旋系的子集,机构约束螺旋系为机构支链约束螺旋系的并集;(2)多模式并联机构中全构态下约束螺旋系为子构态下约束螺旋系的子集;(3)并联机构通过一定的多模式变化方式,可实现全构态向子构态的转化。

故螺旋理论上多模式并联机构的型综合原理可简述为:

(1) 根据构态定义以及螺旋关系,求得全构态的运动螺旋系 ${}^s\mathcal{S}^m$ 和约束螺旋系 ${}^s\mathcal{S}^r$,以及支链的运动螺旋系 ${}^s\mathcal{S}_L^m$ 、支链的约束螺旋系 ${}^s\mathcal{S}_L^r$;

(2) 根据构态定义,求得子构态下的约束螺旋系 ${}^p\mathcal{S}^r$ 并筛选出符合式(16)的子构态下支链的约束螺旋系 ${}^p\mathcal{S}_L^r$;

(3) 通过全构态下支链运动螺旋系综合出不同类型的支链;

(4) 将综合出的全构态支链与平面闭环链相结合,得到多模式并联机构。

3 基于并联平面闭环链的多模式并联机构型综合过程

为验证多模式并联机构型综合原理的有效性,设计一种基于平面闭环链的多模式并联机构,其具有 2R1T/3R1T 两种运动模式,其可通过改变平面闭环链的运动模式改变自由度。

设 2R1T,3R1T 的运动模式分别对应子构态 p_1 ,子构态 p_2 。

3.1 不同构态下的约束螺旋系与运动螺旋系

3.1.1 全构态下约束螺旋系

对于子构态 p_1 与子构态 p_2 ,在定平台坐标系中,机构的运动螺旋系分别为

$${}^{p_1}\mathcal{S}^m = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (17)$$

$${}^{p_2}\mathcal{S}^m = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 1; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (18)$$

由式(11, 17, 18)可确定多模式并联机构全构态下的运动螺旋系 $\{^s \mathcal{S}^m\}$ 为

$${}^s \mathcal{S}^m = \bigcup_{p=1}^2 \{ {}^p \mathcal{S}^m \} = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 1; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (19)$$

基于约束螺旋与运动螺旋互易, 对全构态下的运动螺旋系求反螺旋可得其约束螺旋系为

$${}^s \mathcal{S}^r = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \end{cases} \quad (20)$$

3.1.2 2R1T 三自由度(子构态 p_1)下支链运动螺旋系

基于式(17)求反螺旋可得子构态 p_1 下的约束螺旋系为

$${}^{p_1} \mathcal{S}^r = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (21)$$

由式(9, 16)可知子构态 p_1 下的支链约束螺旋系为

$${}^{p_1} \mathcal{S}_{L_1}^r = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \quad (22)$$

或

$${}^{p_1} \mathcal{S}_{L_2}^r = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (23)$$

或

$${}^{p_1} \mathcal{S}_{L_3}^r = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (24)$$

当子构态 p_1 下的支链约束螺旋系为式(22)时, 其对应子构态 p_1 下的支链运动螺旋系为

$${}^{p_1} \mathcal{S}_{L_1}^m = \begin{cases} {}^{p_1} \mathcal{S}_{L,1}^m = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ {}^{p_1} \mathcal{S}_{L,2}^m = (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ {}^{p_1} \mathcal{S}_{L,3}^m = (0, 0, 1; 0, 0, 0) \\ {}^{p_1} \mathcal{S}_{L,4}^m = (0, 0, 0; 0, 1, 0) \\ {}^{p_1} \mathcal{S}_{L,5}^m = (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (25)$$

此时支链的自由度为 5, 支链中必包含 2R 或 3R 球面子链, 其约束力线矢平行于 ${}^{p_1} \mathcal{S}_{L,1}^m$ 且过球面子链的转动中心。此时各支链的约束力线矢必须满足共面且互不平行, 即各支链的转动中心不重合^[30]。

当子构态 p_1 下的支链约束螺旋系为式(23)时, 其对应子构态 p_1 下的支链运动螺旋系为

$${}^{p_1} \mathcal{S}_{L_2}^m = \begin{cases} {}^{p_1} \mathcal{S}_{L,1}^m = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ {}^{p_1} \mathcal{S}_{L,2}^m = (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ {}^{p_1} \mathcal{S}_{L,3}^m = (0, 0, 0; 0, 1, 0) \\ {}^{p_1} \mathcal{S}_{L,4}^m = (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (26)$$

此时支链的自由度为 4, 式(26)中 ${}^{p_1} \mathcal{S}_{L,1}^m$ 和 ${}^{p_1} \mathcal{S}_{L,2}^m$ 进行线性组合时, 仅可生成与定平台平行的转动副, 当动平台进行连续转动后, 生成的转动副无法与定平台平行, 故该支链组成的机构为瞬时机构^[30], 因此不满足机构的装配条件。

同理, 当子构态 p_1 下的支链约束螺旋系为式(24)时, 其对应子构态 p_1 下的支链运动螺旋系为

$${}^{p_1} \mathcal{S}_{L_3}^m = \begin{cases} {}^{p_1} \mathcal{S}_{L,1}^m = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ {}^{p_1} \mathcal{S}_{L,2}^m = (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ {}^{p_1} \mathcal{S}_{L,3}^m = (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (27)$$

此时支链的自由度为 3, 同理由该支链构成的机构仅为瞬时机构。

综上所述, 故子构态 p_1 下支链的运动螺旋系当且仅当如式(25)所示。

3.1.3 3R1T 四自由度(构态 p_2)下支链运动螺旋系

同理, 由式(18)求反螺旋可得子构态 p_2 下的约束螺旋系为

$${}^{p_2} \mathcal{S}^r = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \end{cases} \quad (28)$$

同理, 由式(9, 16)可知子构态 p_2 下的支链约束螺旋系为

$${}^{p_2} \mathcal{S}_{L_1}^r = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \quad (29)$$

或

$${}^{p_2} \mathcal{S}_{L_2}^r = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \end{cases} \quad (30)$$

当子构态 p_2 下的支链约束螺旋系为式(29)时, 其对应子构态 p_2 下的支链运动螺旋系为

$${}^{p_2} \mathcal{S}_{L_1}^m = \begin{cases} {}^{p_2} \mathcal{S}_{L,1}^m = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ {}^{p_2} \mathcal{S}_{L,2}^m = (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ {}^{p_2} \mathcal{S}_{L,3}^m = (0, 0, 1; 0, 0, 0) \\ {}^{p_2} \mathcal{S}_{L,4}^m = (0, 0, 0; 0, 1, 0) \\ {}^{p_2} \mathcal{S}_{L,5}^m = (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (31)$$

此时支链的自由度为 5, 同理支链中必包含 2R 或 3R 球面子链, 其约束力线矢平行于 ${}^{p_2} \mathcal{S}_{L,1}^m$ 且过球面子链的转动中心。此时各支链的约束力线矢必须始终重合于一点, 即各支链的转动中心重合, 且 2R 或 3R 球面子链的转动副需有一个与动平台连接^[30]。

当子构态 p_2 下的支链约束螺旋系为式(30)时, 其对应子构态 p_2 下的支链运动螺旋系为

$${}^{p_2} \mathcal{S}_{L_2}^m = \begin{cases} {}^{p_2} \mathcal{S}_{L,1}^m = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ {}^{p_2} \mathcal{S}_{L,2}^m = (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ {}^{p_2} \mathcal{S}_{L,3}^m = (0, 0, 1; 0, 0, 0) \\ {}^{p_2} \mathcal{S}_{L,4}^m = (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (32)$$

此时支链的自由度为 4,由该支链构成的并联机构装配要求与 5 自由度支链相同。

综上所述,故子构态 p_2 下支链的运动螺旋系分别如式(31,32)所示。

3.1.4 全构态 S 下支链运动螺旋系

由 3.1.2 节知,构成子构态 p_1 机构的支链约束螺旋系为

$${}^{p_1}\mathcal{S}_{L_1}^r = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \quad (33)$$

由 3.1.3 节知,构成构态 p_2 机构的支链约束螺旋系为

$${}^{p_2}\mathcal{S}_{L_1}^r = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \quad (34)$$

或

$${}^{p_2}\mathcal{S}_{L_2}^r = \begin{cases} (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ (0, 1, 0; 0, 0, 0) \end{cases} \quad (35)$$

由式(12,16)可知全构态 S 下支链的约束螺旋系仅为

$${}^s\mathcal{S}_L^r = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \quad (36)$$

对式(36)求反螺旋可得对应的全构态 S 下支链运动螺旋系为

$${}^s\mathcal{S}_L^m = \begin{cases} {}^s\mathcal{S}_{L,1}^m = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ {}^s\mathcal{S}_{L,2}^m = (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ {}^s\mathcal{S}_{L,3}^m = (0, 0, 1; 0, 0, 0) \\ {}^s\mathcal{S}_{L,4}^m = (0, 0, 0; 0, 1, 0) \\ {}^s\mathcal{S}_{L,5}^m = (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (37)$$

基于式(37),可得全构态 S 下支链结构,具体如下表 1 所示。表中,P 表示移动副,R 表示转动副,运动副右上标表示运动副的轴线方向,v 表示运动副轴线平行于定平台,u 表示运动副轴线斜交于定平台,i,j,k 表示运动副轴线交汇于空间的点。

表 1 全构态 S 下支链结构

Table 1 Branch chain structure under full-configurations

含有 2R 球面子链	含有 3R 球面子链
$R^v R^v R^v R^i R^k$	$P^v P^v R^i R^i R^k$
$P^v R^v R^v R^i R^k$	$P^u R^v R^i R^i R^k$
$R^v P^v R^v R^i R^k$	$P^v R^v R^i R^i R^k$
$R^v P^u R^v R^i R^k$	

3.2 多模式方式及多模式并联机构型综合

根据多模式并联机构型综合原理可知,通过改变支链间约束关系可改变机构的自由度,以实现机构不同自由度转换。由 3.1 节可知两种子构态下支链含有的运动螺旋系相同,两种子构态的区别在于支链中心点是否重合。在子构态 p_1 中,机构的支链中心点不重合;而在子构态 p_2 中,机构的支链中心点重合,故可通过控制机构支链中心点是否重合,从而实现机构运动模式的改变。

由第 1 部分可知,将平面闭环链作为机构的动

平台,基于平面闭环链运动模式的切换可控制并联机构各支链中心点重合或分离,进而最终实现机构运动模式的改变。多模式切换通过驱动平面闭环链中的移动副,使其运动模式改变,从而改变各支链转动中心的空间分布关系。该过程可通过丝杆或直线电机等控制实现。

如选取表 1 中的支链 $P^v P^v R^i R^i R^k$,在相邻支链的末端插入一个与定平台所在平面平行的移动副 P 使得相邻支链的末端相连,从而构成一平面闭环链(也即并联机构的动平台)。基于 3 个 $P^v P^v R^i R^i R^k$ 支链加上动平台和定平台构成 $3-P^v P^v R^i R^i R^k$ 多模式并联机构,如图 3 所示。当平面闭环链作为并联机构动平台时,操作器通常安装于平面闭环链的中心位置。对于支链转动中心汇交的构态,可将操作器安装于汇交点,以保证运动的对称性与约束一致性;而在支链中心分散的构态下,操作器需通过附加刚性连接构件与闭环链关键节点连接,从而形成等效动平台,实现运动传递。

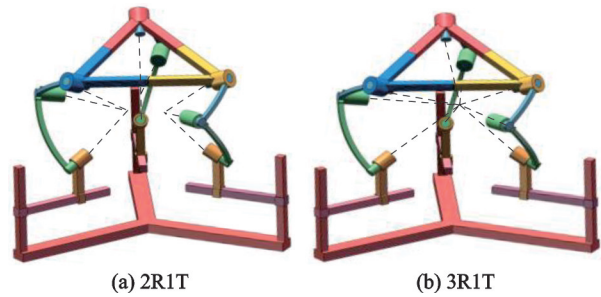


图 3 $3-P^v P^v R^i R^i R^k$ 多模式并联机构
Fig.3 $3-P^v P^v R^i R^i R^k$ multi-mode parallel mechanisms

该机构的驱动副选取可根据机构的自由度来选择。当机构为 2R1T 自由度时,此时机构的驱动副可以选择每个支链的第 1 个移动副为驱动副。当机构为 3R1T 自由度时,此时机构的驱动副可以选择每条支链的第 1 个移动副以及动平台上的 1 个移动副为驱动副。

上述研究表明:通过切换平面闭环链运动模式可实现并联机构自由度改变。当机构各支链中心不重合,此时其处于 2R1T 模式,2R 分别为绕 X 轴与 Y 轴的转动运动,如图 3(a)所示。当机构各支链中心重合,此时其处于 3R1T 模式,如图 3(b)所示。

4 基于螺旋理论的多模式并联机构自由度分析

为验证型综合理论的正确性与有效性,基于螺旋理论将从综合出来的多模式机构中任选一例如 $3-P^v P^v R^i R^i R^k$,对该并联机构进行自由度分析以验证其多模式特性。

以 $3\text{-P}^0\text{P}^0\text{R}^1\text{R}^1\text{R}^k$ 为例,选取多模式并联机构中各支链中心为原点,以过原点且垂直于定平台所在平面的直线为 Z 轴建立固定坐标系 $O\text{-}XYZ$,如图 4 所示。 $O_i(i=1,2,3)$ 表示第 i 个支链 3R 球面子链的中心点, E_i, F_i, G_i 分别表示第 i 个支链中各 R 副的中心点。 E_i, F_i, G_i 的方向分别为 $(l_{E_i}, m_{E_i}, n_{E_i}), (l_{F_i}, m_{F_i}, n_{F_i}), (l_{G_i}, m_{G_i}, n_{G_i})$ 。

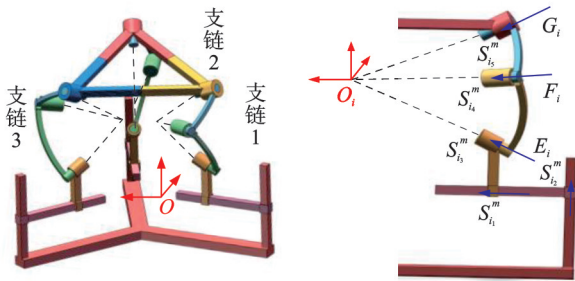


图 4 $3\text{-P}^0\text{P}^0\text{R}^1\text{R}^1\text{R}^k$ 多模式并联机构自由度分析

Fig.4 Analysis for degrees of freedom $3\text{-P}^0\text{P}^0\text{R}^1\text{R}^1\text{R}^k$ multi-mode parallel mechanisms

当多模式并联机构处于子构态 p_1 时,如图 4 所示,3 个支链中心点均不重合,此时支链 1 中各运动副的运动螺旋为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{i_1}^m = (0, 0, 0; 0, 1, 0) \\ \mathcal{S}_{i_2}^m = (0, 0, 0; 0, 0, 1) \\ \mathcal{S}_{i_3}^m = (l_{E_i}, m_{E_i}, n_{E_i}; 0, 0, 0) \\ \mathcal{S}_{i_4}^m = (l_{F_i}, m_{F_i}, n_{F_i}; 0, 0, 0) \\ \mathcal{S}_{i_5}^m = (l_{G_i}, m_{G_i}, n_{G_i}; 0, 0, 0) \end{cases} \quad (38)$$

对式(38)求反螺旋,可得支链约束螺旋系为

$$\mathcal{S}_{i_1}^r = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \quad (39)$$

由式(39)可知支链对动平台约束为一个沿 X 轴方向的约束力,且 3 个支链约束力线矢平行于定平台且不汇交,故彼此线性无关,在 $O\text{-}XYZ$ 坐标系下,各支链的约束螺旋系为

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{i_1}^r = (a_1, b_1, 0; 0, 0, 0) \\ \mathcal{S}_{i_2}^r = (a_2, b_2, 0; 0, 0, 0) \\ \mathcal{S}_{i_3}^r = (a_3, b_3, 0; 0, 0, b_3X - a_3Y) \end{cases} \quad (40)$$

式中: a_i, b_i, c_i 为常数, X, Y 表示 $\mathcal{S}_{i_3}^r$ 到 $O\text{-}XYZ$ 坐标系下 X 轴、 Y 轴的距离。

对式(40)求反螺旋即可得机构运动螺旋系为

$$\begin{cases} p_1 \mathcal{S}_1^m = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ p_1 \mathcal{S}_2^m = (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ p_1 \mathcal{S}_3^m = (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (41)$$

式(41)表明该构态下机构确实具有 3 个自由度,分别为绕 X 轴和 Y 轴的转动以及沿 Z 轴方向的移动,机构处于子构态 1。

同理当机构处于子构态 2 时,需切换动平台运动模式,使 3 条支链中心点重合。此时支链对动平台约束为一个沿 X 轴方向的约束力,因 3 个支链约束力线矢平行于定平台且汇交于一点,即

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{i_1}^r = (a_1, b_1, 0; 0, 0, 0) \\ \mathcal{S}_{i_2}^r = (a_2, b_2, 0; 0, 0, 0) \\ \mathcal{S}_{i_3}^r = (a_3, b_3, 0; 0, 0, 0) \end{cases} \quad (42)$$

对式(42)求反螺旋即可得机构运动螺旋系为

$$\begin{cases} p_2 \mathcal{S}_1^m = (1, 0, 0; 0, 0, 0) \\ p_2 \mathcal{S}_2^m = (0, 1, 0; 0, 0, 0) \\ p_2 \mathcal{S}_3^m = (0, 0, 1; 0, 0, 0) \\ p_2 \mathcal{S}_4^m = (0, 0, 0; 0, 0, 1) \end{cases} \quad (43)$$

式(43)表明该构态下机构确实具有 4 个自由度,分别为绕 X 轴、 Y 轴和 Z 轴的转动以及沿 Z 轴方向的移动,机构处于子构态 2。

上述自由度分析表明:综合出来的多模式并联机构 $3\text{-P}^0\text{P}^0\text{R}^1\text{R}^1\text{R}^k$ 的确具有 2R1T/3R1T 两种运动模式,也证明了多模式并联机构型综合理论的正确性与有效性。

该类机构具备多功能性、高度的灵活性和适应性,可应用于生产线或机器人自动化任务中,根据不同的加工阶段或任务需求快速调整运动模式,从而压缩产线中断时间,显著提高生产效能;可应用于医疗康复机器人中,可根据不同的医疗需求实现机构自由度的改变,实现缩短医疗时间的目的;还可应用在航空航天领域中,可以实现复杂地形探测等功能^[1-2]。

5 结 论

(1) 将平面闭环链引入多模式并联机构,研究表明其不同运动模式下可实现并联机构间支链约束力的改变。在螺旋理论下推导出多运动模式所需条件及其数学表达式。据此提出螺旋理论框架下多模式并联机构的型综合原理。

(2) 基于螺旋理论框架下多模式并联机构型综合原理,并结合平面闭环链综合出一类多模式并联机构,该类机构可通过切换平面闭环链运动模式实现并联机构自由度的改变;

(3) 基于螺旋理论对综合出来的多模式并联机构进行自由度分析验证,证明了该类机构具有 2R1T、3R1T 两种运动模式。

(4) 基于螺旋理论综合出的多模式并联机构与面向实际应用的机构之间还需一定的运动学分析、尺寸综合和性能分析等,未来讨论将集中于如何构建实际模型和控制策略。

参考文献:

- [1] 于靖军,刘凯,孔宪文.多模式机构研究进展[J].机械工程学报,2020,56(19):14-27.
YU Jingjun, LIU Kai, KONG Xianwen. State of the art of multi-mode mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(19): 14-27.
- [2] 王冰,方跃法.一种可重构并联机构的几何约束和自由度分析[J].机械工程学报,2018,54(7):28-37.
WANG Bing, FANG Yuefa. Geometric constraint and mobility analysis of a reconfigurable parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(7): 28-37.
- [3] WOHLHART K. Advances in robot kinematics[M]. Dordrecht: Kluwer Academic, 1996.
- [4] 王德伦,戴建生.变胞机构及其综合的理论基础[J].机械工程学报,2007,43(8):32-42.
WANG Delun, DAI Jiansheng. Theoretical basis of metamorphic mechanisms and their synthesis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(8): 32-42.
- [5] ZHANG K T, DAI J S, FANG Y. Geometric constraint and mobility variation of two 3SvPsSv metamorphic parallel mechanism[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2013, 135(1): 1-8.
- [6] GAN D, DAI J S, LIAO Q Z. Mobility change in two types of metamorphic parallel mechanisms[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2009, 1(4): 7-16.
- [7] REFAAT S, HERVE J M, NAHAVANDI S. et al. Two-mode overconstrained three-DOFs rotational-translational linear-motor-based parallel-kinematics mechanism for machine tool applications[J]. Robotica, 2007, 25(4): 461-466.
- [8] KONG X W, GOSELIN C M, RICHARD P L. Type synthesis of parallel mechanisms with multiple operation modes[J]. ASME Journal of Mechanical Design. 2007, 129(6): 595-601.
- [9] LENARCIC J, THOMAS F. Advances in robot kinematics theory and applications[M]. Taiwan, China: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [10] ZHANG L, DAI J S. An overview of the development on reconfiguration of metamorphic mechanisms [C]//Proceedings of ASME/IFTOMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots. London: KC Edizioni, 2009: 8-12.
- [11] LAMBERT P, HERDER J L. Self dual topology of parallel mechanisms with configurable platforms[C]//Proceedings of Computational Kinematics. Spain: Springer, 2013: 291-298.
- [12] LAMBERT P, HERDER J L. Parallel robots with configurable platforms: Fundamental aspects of a new class of robotic architectures[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(3): 463-472.
- [13] RUGGIU M, KONG X. Mobility and kinematic analysis of a parallel mechanism with both PPR and planar operation modes[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 55(12): 77-90.
- [14] KAI L, JING J Y, KU J. Structure synthesis and re-configuration analysis of variable-DOF single-loop mechanisms with prismatic joints using dual quaternions[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2022, 14(2): 1-26.
- [15] 单彦霞,张建伟,于靖军,等.多模式并联机构操作模式变换方法研究[J].农业机械学报,2020,51(6):396-403.
SHAN Yanxia, ZHANG Jianwei, YU Jingjun, et al. Operation mode transformation method of multi-mode parallel mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(6): 396-403.
- [16] HOEVENAARS A, LAMBERT P, HERDER J. Kinematic design of two elementary 3DOF parallel manipulators with configurable platforms[C]//Proceedings of Computational Kinematics. Spain: Springer, 2013: 315-322.
- [17] 张春燕,刘香玉,倪聪,等.基于单环运动链的多模式移动机构型综合[J].机械传动,2020,44(4):17-25.
ZHANG Chunyan, LIU Xiangyu, NI Cong, et al. Type synthesis of mobile mechanisms with multiple modes based on single-loop kinematic chains[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2020, 44(4): 17-25.
- [18] 王翹楚,张静,史创,等.可变胞混联机械手臂构型设计与刚度特性分析[J].西安交通大学学报,2025,59(7):140-149.
WANG Qiaochu, ZHANG Jing, SHI Chuang, et al. Configuration design and stiffness characteristics analysis of metamorphic hybrid robot arm mechanism[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2025, 59(7): 140-149.
- [19] 张春燕,平安.含折展平台的多模式移动并联机构设计与运动特性分析[J].农业机械学报,2022,53(3):449-458.
ZHANG Chunyan, PING An. Design and kinematic analysis of new multi-mode hilly orchard mobile parallel mechanism with folding platform[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2022, 53(3): 449-458.
- [20] KONG X W. Reconfiguration analysis of a 3-DOF parallel mechanism using euler parameter quaternions and algebraic geometry method[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 74(12): 188-201.
- [21] KONG X W, HUANG C. Type synthesis of single-

- DOF single-loop mechanisms with two operation modes[C]//Proceedings of ASME/IFToMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots. London: IEEE, 2009: 136-141.
- [22] PFURNER M, KONG X W, HUANG C. Complete kinematic analysis of single-loop multiple-mode 7-link mechanisms based on Bennett and overconstrained RPRP mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 73(3): 117-129.
- [23] FENG H, CHEN Y, KONG X W. Kinematic study of the general plane-symmetric Bricard linkage and its bifurcation variations[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017, 116(10): 89-104.
- [24] CHAI X, DAI J S. Three novel symmetric Waldron-Bricard metamorphic and reconfigurable mechanisms and their isomerization[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2019, 11(5): 11-28.
- [25] LEE C C, HERVE J M. Synthesis of two kinds of discontinuously movable spatial 7R mechanisms through the group algebraic structure of displacement set[C]//Proceedings of International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science. Tianjin: [s.n.], 2004: 197-201.
- [26] GOGU G. Maximally regular T2R1-type parallel manipulators with bifurcated spatial motion[J]. Journal of Mechanisms Robotics, 2011, 3(1): 10-18.
- [27] GOGU G. T2R1-type parallel manipulators with bifurcated planar-spatial motion[J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2012, 33(3): 1-11.
- [28] GALLETTI C, FANGHELLA P. Single-loop kinematotropic mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2001, 36(6): 743-761.
- [29] WANG J, KONG X W. Deployable polyhedron mechanisms constructed by connecting spatial single-loop linkages of different types and/or in different sizes using S joints[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 124(6): 211-22.
- [30] 李永泉, 郑天宇, 江洪生, 等. 基于图谱法的新型运动分岔并联机构型综合[J]. 机械工程学报, 2022, 58(23): 1-17.
LI Yongquan, ZHENG Tianyu, JIANG Hongsheng, et al. Type synthesis of new kinematic bifurcation parallel mechanism based on atlas method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(23): 1-17.
- [31] 曹毅, 王凯, 叶凡, 等. 可增加转轴的变胞并联机构型综合[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2025, 53(6): 102-110.
CAO Yi, WANG Kai, YE Fan, et al. Type synthesis of metamorphic parallel mechanism with added rotary shaft[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2025, 53(6): 102-110.
- [32] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2011.
HUANG Zhen, ZHAO Yongsheng, ZHAO Tieshi. Advanced spatial mechanism[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2011.
- [33] 王冰. 一类可重构并联机构的结构分析与综合[D]. 北京: 北京交通大学, 2019.
WANG Bing. Structural analysis and synthesis of a class of reconfigurable parallel mechanisms[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2019.

(编辑:陈珺)