

DOI:10.16356/j.2097-6771.2026.02.019

基于凸差分的无人机分簇融合协同定位算法

彭珍妮¹, 杨歆童², 樊 瑞²

(1.南京航空航天大学公共实验教学部,南京 211106; 2.南京航空航天大学电子信息工程学院,南京 211106)

摘要: 针对无人机集群定位精度要求高的问题,提出了一种基于凸差分(Difference-of-convex, DC)的无人机分簇融合协同定位算法。首先建立了基于位置信息的协同定位数学模型,然后按照凸优化算法结构,将非凸约束转化为差分形式目标函数,提升位置信息解的精度。接着为优化迭代过程利用多维尺度分析(Multi-dimensional scaling, MDS)方法提供初始位置估计,并将初始化过程加入每轮簇内定位过程。进而分析带有测距误差情况下的定位算法,利用最大似然估计改写目标函数,减小定位误差完成位置估计。随后提出了分簇融合方法,借助公共结点和 Procrustes 分析算法实现全局定位。通过仿真实验测量算法定位误差,与常见定位算法进行比较验证算法有效性。结果表明,所提出的算法具有定位精度高、适合多无人机网络的特点,能有效提高无人机集群定位性能。

关键词: 无人机集群;凸差分;分簇融合;协同定位;定位精度

中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2026)02-0434-07

A Cluster-Based Cooperative Localization Algorithm for UAVs Using Difference-of-Convex Programming

PENG Zhenni¹, YANG Xintong², FAN Rui²

(1. Fundamental Experimental Teaching Department, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China; 2. College of Electronic Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: To address the challenges of high positioning accuracy requirements in unmanned aerial vehicle swarm localization, a cluster-based cooperative localization algorithm for unmanned aerial vehicles based on difference-of-convex (DC) programming is proposed. A cooperative localization mathematical model based on positional information is established. Then, following the structure of convex optimization algorithms, the non-convex constraints are transformed into a difference-of-convex objective function to enhance the accuracy of the position solution. To optimize the iterative process, the multi-dimensional scaling (MDS) method is used to provide an initial position estimate, and this initialization step is incorporated into each round of intra-cluster localization. The algorithm is further analyzed under the condition of ranging errors. The objective function is reformulated using maximum likelihood estimation to reduce positioning errors and improve location estimation accuracy. Subsequently, a cluster fusion method is introduced, which utilizes common nodes and the Procrustes analysis algorithm to achieve global localization. Simulation experiments are conducted to measure localization errors, and comparisons with commonly used localization algorithms are made to validate the effectiveness of the proposed method. The results demonstrate that the proposed

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(62371232)。

收稿日期: 2025-06-03; **修订日期:** 2025-12-31

通信作者: 彭珍妮,女,副研究员,硕士生导师,E-mail: pengzhenni@nuaa.edu.cn。

引用格式: 彭珍妮,杨歆童,樊 瑞. 基于凸差分的无人机分簇融合协同定位算法[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2026, 58(2): 434-440. PENG Zhenni, YANG Xintong, FAN Rui. A cluster-based cooperative localization algorithm for UAVs using difference-of-convex programming[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics(Natural Science Edition), 2026, 58(2): 434-440.

algorithm features high localization accuracy, and is well-suited for multi-unmanned aerial vehicle networks, effectively enhancing the localization performance of UAV swarms.

Key words: unmanned aerial vehicle swarm; difference-of-convex(DC); cluster fusion; cooperative localization; localization accuracy

随着无人机技术的发展,多无人机协同模式越来越广泛地应用于各类场景,如军事侦察、灾难救援等^[1]。获得无人机的准确位置是多机协同模式的无人机编队完成各类任务的前提。在战场、室内等特殊情况下,全球导航卫星系统(Global navigation satellite system, GNSS)信号可能因多种原因被遮挡或干扰^[2],此时可选择一定比例的无人机搭载 GNSS 设备获得自身的位置^[3],其余无人机则通过测距设备获取自身与这些无人机的相对位置来推算自身位置。多机协同定位能够有效提升集群的定位精度,然而,随着无人机数量的增加,现有协同定位方法在精度维持方面面临严峻挑战^[4]。

目前基于位置信息的协同定位方法主要有多维尺度分析方法、最大似然估计(Maximum likelihood estimation, MLE)方法、半正定规划(Semi-definite programming, SDP)方法等。这些方法大多数假设网络拓扑结构稠密、锚节点数量充足,或是集中式处理单次全图定位的问题,难以适应动态、稀疏连接或资源受限的多无人机网络环境^[5]。多维尺度分析(Multi-dimensional scaling, MDS)方法成熟^[6],但在无人机通信距离有限的情况下准确性会下降。在 MDS 算法上改进的一些算法,如最小二乘 MDS、空间 MDS 等,这些在相对位置推导绝对位置时的效果并不理想。SDP 通过构造并优化目标函数,利用凸松弛方法估计节点坐标,这种算法可以通过求解工具比如 MATLAB 中的优化问题建模工具包^[7]进行更方便的求解,算法对噪声具有较高的鲁棒性,能够解决由通信范围有限导致的部分距离缺失问题,但其在节点规模大或动态网络的情况下,面临计算复杂度高的问题。

针对上述问题,本文引入凸差分^[8]优化目标函数,设计凸-凸函数差值迭代策略,采用 MDS 算法为局部定位提供迭代初始值以加速收敛,提出一种基于凸差分的无人机分簇融合算法。将大规模网络划分为节点数较少的簇结构^[9],能有效提升系统的定位精度。

1 协同定位问题建模

假设共有 N 个无人机节点在三维空间中运动,三维坐标为 $L = [l_1, l_2, \dots, l_N]^T \in \mathbb{R}^{3 \times N}$, 每个向量 $l_i \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ 表示每个节点在三维空间中的位置。在网络中存在 a 个锚节点,锚节点的三维坐标为

$L_a = [a_1, a_2, \dots, a_{N_a}]^T \in \mathbb{R}^{3 \times N_a}$, $a_k \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ 表示第 k 个节点的三维坐标, N_a 表示锚点序号组成的集合, N_x 表示待定位节点序号的集合。

1.1 基于测距信息的优化问题

在忽略测量误差的情况下,有

$$\|l_i - l_j\|^2 = d_{ij}^2, \quad i, j \in N_x, i \neq j \quad (1)$$

$$\|l_i - a_k\|^2 = d_{ik}^2, \quad i \in N_x, k \in N_a \quad (2)$$

式中 d_{ij} 和 d_{ik} 分别表示节点与节点之间、节点与锚点之间的欧几里得距离。

为了适配 SDP 求解过程^[10],将式(1)改写为矩阵形式

$$\|l_i - l_j\|^2 = \text{Tr}(G_{ij}Z) \quad (3)$$

式中 G_{ij} 和 Z 分别为

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (e_i - e_j)(e_i - e_j)^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Z = \begin{bmatrix} I_3 & L \\ L^T & L^T L \end{bmatrix} \quad (5)$$

式(4)中的 e_i 是第 i 个元素为 1 的单位向量。式(5)中的 I_3 表示 3×3 的单位矩阵。

同理,式(2)的矩阵形式为

$$\|l_i - a_k\|^2 = \text{Tr}(G_{ik}Z) \quad (6)$$

无人机协同定位问题转化为关于变量 Z 的优化问题,即

$$\begin{aligned} & \text{Find } Z \\ \text{s.t. } & \text{Tr}(G_{ij}Z) = d_{ij}^2, \quad i, j \in N_x, i \neq j \quad (7) \end{aligned}$$

$$\text{Tr}(G_{ik}Z) = d_{ik}^2, \quad i \in N_x, k \in N_a \quad (8)$$

$$Z \geq 0 \quad (9)$$

$$\text{Rank}(Z) = 3 \quad (10)$$

式(10)是非凸约束^[11], Z 的全部特征值按降序排列后位于第 i 位的特征值记为 λ_i , 将式(10)改写为

$$\min_{Z \in A} g(Z) - h(Z) \quad (11)$$

式中: $g(Z) = \text{Tr}(Z)$, $h(Z) = \lambda_i Z$, A 表示 Z 满足其他等式约束的可行解域。通过求解式(11),可以得到一个秩最小的半正定矩阵。

为了满足凸优化问题的求解条件^[12], $g(Z)$ 与 $h(Z)$ 都应是凸函数, $\text{Tr}(Z)$ 是关于 Z 的线性函数, 故为凸函数, 而 $h(Z)$ 可改写为

$$\sum_{i=1}^3 \lambda_i(Z) = \sup \{ \text{Tr}(V^T Z V) \mid V \in \mathbb{R}^{(N+3) \times 3} \}$$

$$V^T V = I_3 \quad (12)$$

式(12)是 Z 的线性变换逐点上确界,是一个凸函数,sup表示逐点上确界函数。

根据芬切尔对偶性^[13],得到原目标函数的对偶函数

$$\min_{M \in D} g^*(M) - h^*(M) \quad (13)$$

式中: M 为 Z 的共轭变量, D 为式(11)中 A 的对偶空间为 $g^*(M)$ 和 $h^*(M)$ 分别为 $g(Z)$ 与 $h(Z)$ 的共轭函数。

将 $g^*(M)$ 泰勒展开为线性形式,有

$$g^*(M) \approx g^*(M') + \langle M - M', \partial g^*(M') \rangle \quad (14)$$

式中: $\langle \cdot \rangle$ 表示矩阵内积, M' 为任意确定的 $(N+3) \times (N+3)$ 矩阵, $\partial g^*(M')$ 为 $g^*(M)$ 在 M' 处的次梯度。同理可得

$$h(Z) \approx h(Z') + \langle Z - Z', \partial h(Z') \rangle \quad (15)$$

将求解式(11)的优化问题转化为迭代计算问题,即每轮迭代转化为求解一个凸优化子问题, Z_{t+1} 和 M_t 可表示为

$$Z_{t+1} = \arg \min_{Z \in C} g(Z) - [h(Z_t) + \langle Z - Z_t, M_t \rangle] \quad (16)$$

$$M_t = \partial h(Z_t) = \sum_{i=1}^3 v_i v_i^H + \alpha Z_t \quad (17)$$

式中 v_i 为 $\lambda_i Z_t$ 对应的特征向量。

1.2 基于MDS的无人机节点初始位置估计

为提高算法的收敛速度,本文利用MDS算法为无人机节点提供初始位置估计。

定义一组无人机节点在三维空间中的真实距离矩阵为 D_{ij} , D_{ij} 中的元素 d_{ij} 表示节点 i,j 之间的测距值。 D_{ik} 为待定位节点 i 与锚节点 k 之间的距离矩阵,将 D_{ij} 、 D_{ik} 拼接得到全局距离矩阵 D 。

MDS通过保持距离结构,在低维空间中还原节点相对空间关系,得到初始估计值 L_0 ,步骤如下:

(1)将原始距离矩阵 D 转化为内积矩阵 E

$$E = -\frac{1}{2} \left(I - \frac{1}{n} ee^T \right) D^2 \left(I - \frac{1}{n} ee^T \right) \quad (18)$$

式中 e 为全1向量。

(2)对矩阵 E 进行特征值分解,得到特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 和对应的特征向量 v_1, v_2, \dots, v_n 。将这些特征值进行降序排列,选取最大的 d 个特征值,这里令 $d=3$,记为 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$,同时选取对应的特征向量记为 v_1, v_2, v_3 。

(3)利用上述特征值和特征向量组合构建节点的初始位置估计

$$L_0 = (V_d \Lambda_d^{\frac{1}{2}})^T \quad (19)$$

式中: $V_d = [v_1 \ v_2 \ v_3]$, $\Lambda_d = \text{diag}(\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3)$ 。

1.3 一度中心性优化问题收敛性分析

由函数 $h(Z)$ 线性一阶近似形式,得到如下不等式

$$h(Z) \geq h(Z_t) + \langle Z - Z_t, M \rangle \quad (20)$$

代入第 $t+1$ 步的优化变量 Z_{t+1} ,可得

$$F(Z_{t+1}) \leq g(Z_{t+1}) - [h(Z_t) + \langle Z_{t+1} - Z_t, M_t \rangle] \leq g(Z_t) - [h(Z_t) + \langle Z_t - Z_t, M_t \rangle] = F(Z_t) \quad (21)$$

Z_{t+1} 的选取保证了迭代选择的最优解必然使得目标函数值下降或者不变,等式约束的可行解集保证了 Z_{t+1} 的非负性,所以 $F(Z_t)$ 是单调且非负的。由于目标函数的值不会无限降低(下界为0),在迭代过程中加入终止条件,经过迭代算法必然趋于稳定,最终会收敛到最优解。

2 存在测距误差的协同定位算法

当存在测距误差时,距离约束式(7)和式(8)不再适用^[14],需要将算法做进一步优化,解决存在测距误差的无人机集群定位问题。

设 \hat{d}_{ij} 表示第 i 个节点和第 j 个节点之间的测量距离,测量误差为 w_{ij} ;设 \hat{d}_{ik} 为第 i 个节点和第 k 个锚点的测量距离,测量误差为 w_{ik} 。

$$\hat{d}_{ij} = d_{ij} + w_{ij} \quad i, j \in N_x, i \neq j \quad (22)$$

$$\hat{d}_{ik} = d_{ik} + w_{ik} \quad i \in N_x, k \in N_a \quad (23)$$

式中 d_{ij} 和 d_{ik} 是节点间、节点与锚点间的实际距离,噪声服从高斯分布,即 $w_{ij} \sim N(0, \sigma_{ij})$ 和 $w_{ik} \sim N(0, \sigma_{ik})$,根据最大似然估计可得

$$\hat{L} = \arg \min_L \left[\sum_{i,j \in N_x, i \neq j} \frac{1}{2\sigma_{ij}^2} (\hat{d}_{ij} - d_{ij})^2 + \sum_{i \in N_x, k \in N_a} \frac{1}{2\sigma_{ik}^2} (\hat{d}_{ik} - d_{ik})^2 \right] \quad (24)$$

定义

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & \|l_i - l_j\| \\ \|l_i - l_j\| & \|l_i - l_j\|^2 \end{bmatrix} \quad i, j \in N_x, i \neq j \quad (25)$$

将误差等式约束写为

$$[-\hat{d}_{ij} \ 1] D_{ij} [-\hat{d}_{ij} \ 1]^T = \varepsilon_{ij} \quad i, j \in N_x, i \neq j \quad (26)$$

$$[-\hat{d}_{ik} \ 1] D_{ik} [-\hat{d}_{ik} \ 1]^T = \varepsilon_{ik} \quad i \in N_x, k \in N_a \quad (27)$$

式中: D_{ij} 和 D_{ik} 都为半正定矩阵, ε_{ij} 和 ε_{ik} 表示测距误差。

距离等式约束写为

$$[0 \ e_i^T - e_j^T] Z [0 \ e_i^T - e_j^T]^T = \phi_{ij} \quad i, j \in N_x \quad (28)$$

$$[a_k^T - e_i^T] Z [a_k^T - e_i^T]^T = \phi_{ik} \quad i \in N_x, k \in N_a \quad (29)$$

式中: $\phi_{ij} = \|l_i - l_j\|^2$, $\phi_{ik} = \|l_i - l_k\|^2$ 。则可以得到

最终的优化问题

$$\min_{Z \in B} P(Z) = \min \sum_{i,j \in N_x, i \neq j} \frac{1}{\sigma_{ij}^2} \epsilon_{ij} + \sum_{i \in N_x, k \in N_e} \frac{1}{\sigma_{ik}^2} \epsilon_{ik} + \text{Tr}(Z) - \sum_{i=1}^3 \sigma_i(Z) \quad (30)$$

式中 B 为满足其余约束的 Z 的可行解空间,而满足其余约束的可行解空间是凸的,因此式(30)可利用1.1节的方法线性迭代求解。

3 分簇融合协同定位算法

在无人机集群规模较大且分布较为稀疏的场景中^[15],受限于通信范围和带宽资源,难以实现全局一致的位置信息共享,为解决该问题,引入分簇机制,将大规模无人机网络划分为若干子簇,并在每个簇内独立执行局部协同定位。各簇可进一步通过部分公共节点实现簇间融合,从而逐步实现全局定位。

3.1 分簇方法

采用基于节点连通度的分簇方法。该方法无需中心节点集中控制,适用于大规模无人机网络,本文采用一度中心性(Degree centrality, DC)实现簇划分。基于节点之间的距离信息构建一个图 G ,其中节点表示定位对象,边表示节点之间的连接关系。每条边的权重由节点间的距离计算得出,节点之间的距离小于预设的通信范围 r 时,才会在图中建立连接。第 i 个节点的 DC 为 $c(i) = \text{card}(n(i))$,用于衡量每个节点的局部连通性。用每个节点周期性广播自身 DC 的方法逐步完成簇划分。具体步骤如下:

(1)网络中每个节点广播其索引(在集合 N_x 中的编号)、DC。每个节点初始化自身的最大 DC 值。

(2)当节点收到消息后,将收到的 DC 与自身最大 DC 比较。若收到的 DC 大于自身最大 DC,则更新自身的最大 DC 并记录相关索引,同时将此消息转发给邻居节点。若小于,则终止转发。

(3)待消息传播结束后,最大 DC 节点被选为第一个簇的中心节点,与其邻居共同组成第一个簇。

(4)簇内定位完成后,将这些节点的索引放入已划分节点集合 W ,并在相邻节点中选择更新后 DC 最大的一个节点作为下一个簇的中心节点,并将第二个簇中的相邻节点与已划分节点集合 W 求交集就得到公共结点数和索引。直到所有节点都被加入集合 W ,即完成子簇划分过程。

3.2 簇内协同定位算法

簇内定位算法流程伪代码如下:

输入: N_x, N_e , 节点测距信息 D_{ij} 和 D_{ik} , 算法收敛精度 ϵ , 维数 dim 。

输出: 节点的位置估计 \hat{Z} 。

(1) 根据 D_{ij} 和 D_{ik} 构建 D

(2) 利用 MDS 算法计算节点初始位置估计

(3) 利用初始坐标构造 SDP 优化变量初始值

(4) 基于 MLE 构造优化后的目标函数

(5) 利用式(17)得到 Z 的共轭变量 M_0

(7) $t \leftarrow 1$

(8) while $\frac{\|Z_{t+1} - Z_t\|}{\|Z_t\|} > \epsilon$ do

(9) $Z_{t+1} \leftarrow Z_t$

(10) 对当前解进行特征值分解

(11) 利用式(17)得到 Z 的共轭变量 M_t

(12) 利用式(16)求得 Z_{t+1}

(13) $t \leftarrow t + 1$

(14) end

(15) $\hat{Z} \leftarrow Z_{t+1}$

最终从 \hat{Z} 中提取位置估计 \hat{L} 。

3.3 分簇融合

根据公共节点数,对于与相邻簇有4个公共节点及以上的簇可以使用 Procrustes 分析^[16]方法与前一个簇进行融合,对应于分割的连续顺序,一般情况下先合并公共结点数大于等于4个的簇,最后加入公共结点数不足4个的簇。

对于公共节点不足4个的簇,引入虚拟公共节点来满足融合条件^[17]。如果这类簇中具有锚点(已知绝对位置坐标),则视为虚拟公共结点,直接进行合并;如果没有锚点,则可以考虑利用公共结点在合并后得到的绝对坐标与其他节点的相对位置计算,从而计算出4个虚拟公共结点的绝对位置估计值,参与簇融合,获得全局位置估计,全局绝对坐标由全球定位系统(Global positioning system, GPS)提供的锚节点信息以及通过融合获得的相对坐标共同确定。

3.4 算法复杂度分析

簇划分阶段:若节点总数记为 N_{total} ,每簇的平均节点数为 N_c ,则总簇数约为 $\frac{N_{\text{total}}}{N_c}$,在构建邻接关系时,每个节点最多与其通信半径内的节点进行连接判断,在所提出的分簇融合算法中,每个节点邻居数量有限,规定每簇中的最大节点数量,故复杂度为 $O(N_{\text{total}})$ 。

(1)簇内定位阶段

SDP 求解问题的复杂度为 $O(N_c^{3.5})$,设每个簇内的 DC 迭代平均次数为 t 次,所有簇的局部定位总体复杂度 $O(t \cdot N_{\text{total}} \cdot N_c^{2.5})$ 。

(2)融合阶段

①坐标去中心化:每次去中心化计算复杂度为 $O(\text{dim} \cdot N_c)$;②矩阵 SVD 分解:Procrustes 分析中核心的奇异值分解(Singular value decomposition, SVD)分解计算复杂度为 $O(\text{dim}^2 \cdot N_c)$;③坐标变换:坐标变换计算复杂度为 $O(\text{dim}^2 \cdot N_c)$ 。对每个簇进行上述操作,所有簇的融合复杂度为 $O(\text{dim}^2 \cdot N_{\text{total}})$ 。

4 仿真结果与分析

设计仿真实验验证所提出算法的定位性能并分析主要参数对算法定位性能的影响。考虑一个无人机集群网络,无人机节点随机分布在一个三维空间,每个维度坐标范围为 $[-R, R]$ ($R=50\text{ m}$),节点的坐标值是随机生成的该范围内的随机数。锚点是节点索引中任意选择的,假设锚点坐标已知。

假设无人机节点之间的最大通信范围为 r ,如果节点的欧几里德距离小于 r ,则视为节点间可以相互通信并获得距离测量值,在簇划分阶段可以设定为邻居节点,相邻节点的数量用DC表示。归一

$$\text{化定位误差为 } \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N \|\hat{l}_i - l_i\|^2}}{NR}。$$

4.1 算法定位性能

首先在测量误差可忽略的情况下,对本文提出的基于凸差分的协同定位算法的定位性能进行仿真实验。令无人机节点数 $N=100$,锚点数 $a=15$,通信范围 $r=50$,节点的定位结果如图1所示。红色的“*”表示节点真实位置,蓝色的“+”表示估计位置,可见估计位置与真实位置基本重合,定位准确。

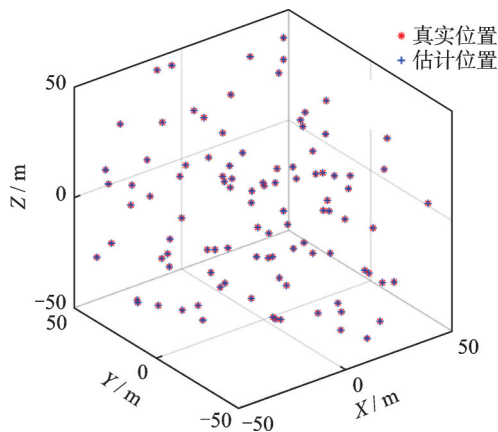


图1 理想情况下算法定位性能

Fig.1 Localization performance of algorithm under ideal conditions

接下来考虑存在测距误差情况下算法的定位性能。用方差为0.5的高斯噪声模拟测距误差,令节点数量 $N=50$,仿真结果如图2所示,可以直观看出所提算法在存在测距误差情况下的定位精度良好,经计算测得平均定位误差为0.55。

为进一步验证算法性能,将所提算法与其他常见定位算法进行比较,包括快速多维尺度分析(Fast multi-dimensional scaling, FMDS)^[18]、增强多维尺度分析(Super multi-dimensional scaling, SMDS)^[19]。表1给出了5种定位算法在节点数量 $N=100$,高斯噪声方差为0.5情况下平均误差与最大误差的对比情况。从结果可以看出,所提算法

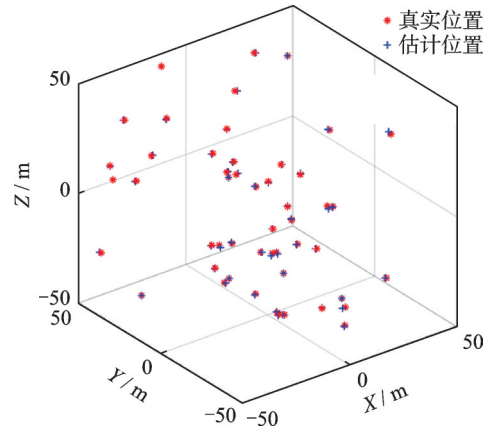


图2 存在测距误差情况下算法定位性能

Fig.2 Localization performance of algorithm under ranging errors

表1 不同算法的定位误差

Table 1 Localization errors of different algorithms

定位算法	平均定位误差/m	最大定位误差/m
MDS ^[20]	11.51	18.79
FMDS ^[18]	10.10	18.87
SMDS ^[19]	8.56	17.95
SDP ^[21]	3.55	9.34
DC分簇融合	1.33	1.81

的平均定位误差为1.33,最大定位误差为1.8,优于其他方法。

究其原因主要有以下几点:(1)MDS类算法依赖完整的距离矩阵进行特征值分解,故在节点分布稀疏或通信距离受限的情况下,距离信息矩阵元素缺失,导致重构位置信息矩阵准确性下降^[22];(2)SDP求解定位问题不考虑优化变量秩约束,约束等式数量小于未知变量数量,导致定位精度下降;(3)上述算法多为一次性解析解,缺乏后续误差反馈与收敛机制,初始距离矩阵或邻接关系受到破坏时,算法得到的结果便难以校正。

本文尝试在EuRoC数据集中提取真实无人机飞行轨迹,构建三维协同定位测试场景,并对所提算法进行测试。实验设定中包含通信模型、节点通信范围及锚节点分布规则。每组实验均进行多轮独立重复测试,并统计各节点误差,计算总体平均误差如图3所示。

4.2 收敛速度分析

设噪声方差为 $\sigma^2=0.5$, $r=50$,在真实数据集上验证使用不同的节点初始位置估计方法对收敛速度的影响,如图4所示。可见,采用MDS初始估计能够有效提升算法的收敛速度,在迭代初期,MDS初始化方法能迅速将定位误差降低至较低水平,仅需5次迭代即可将平均误差从0.012下降至0.007左右,且最终误差稳定在0.006以下。而随机初始化方法在整个过程中收敛速度较慢,误差下降

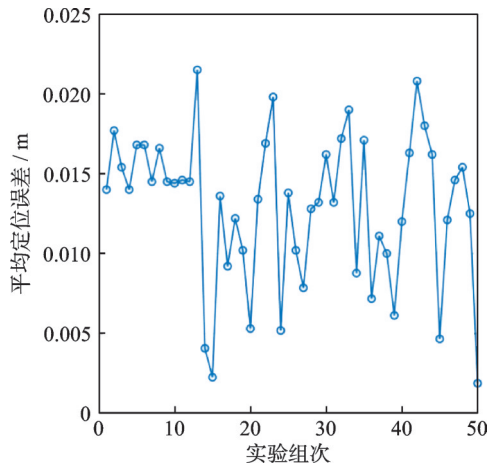


图 3 EuRoC 数据集上不同实验轮次下的三维定位误差变化情况

Fig.3 Localization error variation across different experimental trials on the EuRoC dataset

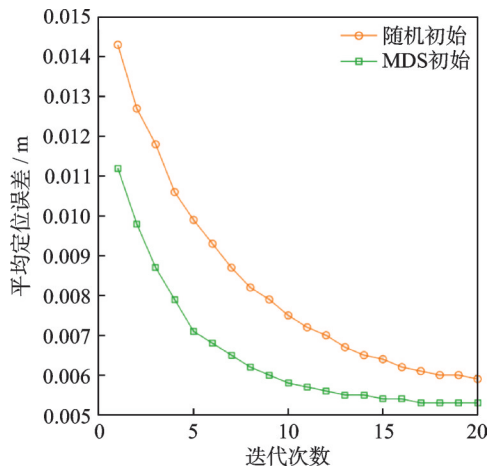


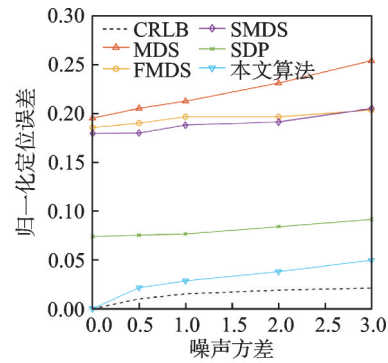
图 4 不同初始位置估计方法下的收敛速度比较

Fig.4 Comparison of convergence speeds under different initial position estimation methods

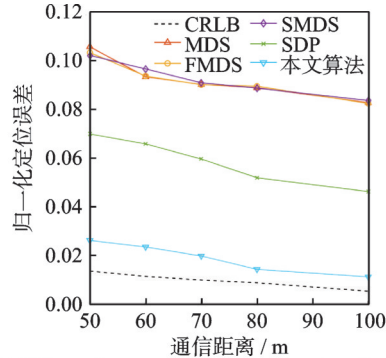
趋势较缓。

4.3 参数对定位性能的影响

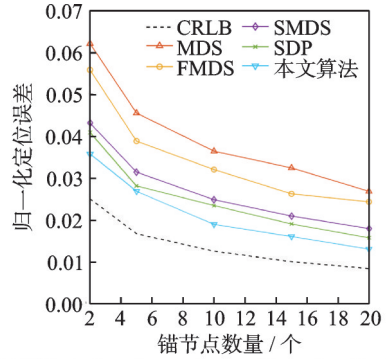
为分析所提算法在不同参数条件下的定位性能,进行仿真实验比较各算法定位性能随参数变化的情况,结果如图 5 所示,其中 CRLB(Cramér-rao lower bound)表示克拉美劳下界。在每个子图中,仅横轴所示参数发生变化,其余参数为 4.1 节中设定的参数。由图 5(a)可见,所提算法在不同测距误差条件下均表现出较高的定位精度和较小的平均定位误差,无论噪声强度如何,定位误差始终维持在较低水平。在高噪声环境下,所提算法依然保持误差曲线平稳、波动较小,表现出较强的鲁棒性。图 5(b)显示了在固定测距误差条件下,不同算法在通信范围从 60 m 扩大至 100 m 过程中的定位性能。通信范围的扩大意味着节点间连接更密集,有助于提高定位精度。本文算法在保证较高精度的同时,计算复杂度更低。图 5(c,d)显示了算



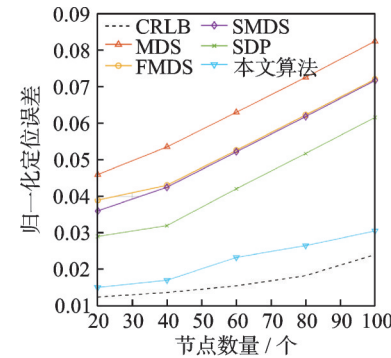
(a) Effect of noise variance on localization error



(b) Effect of communication range on localization error



(c) Effect of anchor node quantity on localization error



(d) Effect of node quantity on localization error

图 5 算法性能随参数变化的仿真结果

Fig.5 Simulation results of algorithm performance with varying parameters

法在不同节点数和锚节点数条件下的定位性能。锚节点数量的增加可有效提升定位精度,但在锚节点数量较少的情况下,本文算法优势更加明显。本文方法可充分利用少量锚节点,通过迭代优化逼近真实位置。节点数量增多时,本文算法通过分簇与融合策略,有效控制了误差累积,在大规模网络情况下具有优势。

5 结 论

本文提出了一种基于凸差分的无人机分簇融合协同定位算法。仿真实验结果表明,无论是在理想条件还是存在测距误差的条件下,该算法均具有较高的定位精度。相比同类型算法,具有较小的定位误差。算法在真实数据集的测试环境中也表现稳定,且在收敛速度方面展现出优势,有效缩短了定位计算所需时间。

参考文献:

- [1] 鄢家鑫, 贺晓华, 周泽波, 等. 基于 GNSS/UWB 的多无人机协同定位技术[J]. 探测与控制学报, 2024, 46(1): 121-128.
YAN Jiabin, HE Xiaohua, ZHOU Zebo, et al. Cooperative localization technology of multi-UAVs based on GNSS/UWB[J]. Journal of Detection & Control, 2024, 46(1): 121-128.
- [2] KINNARI J, VERDOJA F, KYRKI V. Season-invariant GNSS-denied visual localization for UAVs[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(4): 10232-10239.
- [3] ZHANG P F, MA Z H, HE Y, et al. Cooperative positioning method of a multi-UAV based on an adaptive fault-tolerant federated filter[J]. Sensors, 2023, 23(21): 8823.
- [4] 王志刚, 龚华军, 尹逸, 等. 基于强化学习的多机协同超视距空战决策算法[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2025, 57(5): 831-841.
WANG Zhigang, GONG Huajun, YIN Yi, et al. Multi-aircraft collaborative beyond-visual-range air combat decision-making algorithm based on reinforcement learning[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics(Natural Science Edition), 2025, 57(5): 831-841.
- [5] SAGALE A, TASOOJI T K, PARASURAMAN R. DCL-sparse: Distributed range-only cooperative localization of multi-robots in noisy and sparse sensing graphs[EB/OL]. (2024-12-19). <https://arxiv.org/abs/2412.14793>.
- [6] YUAN Z J, GUO W S, AL-RUBAYE S. Multi-UAV wireless positioning using adaptive multidimensional scaling and extended Kalman filter[C]//Proceedings of 2022 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). Rio de Janeiro, Brazil: IEEE, 2023: 1437-1441.
- [7] DIAMOND S, BOYD S. CVXPY: A Python-embedded modeling language for convex optimization[EB/OL].(2016-03-03). <https://arxiv.org/abs/1603.00943>.
- [8] AN L T H, TAO P D. The DC (difference of convex functions) programming and DCA revisited with DC models of real world nonconvex optimization problems[J]. Annals of Operations Research, 2005, 133(1): 23-46.
- [9] ZHENG Jiyuan, ZHANG Shaobo, ZHANG Dongjun, et al. Task scheduling for UAV swarms with limited communication range[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2025, 42(6): 852-864.
- [10] BISWAS P, YE Y Y. Semidefinite programming for ad hoc wireless sensor network localization[C]//Proceedings of the 3rd International Symposium on Information Processing in Sensor Networks. Berkeley, USA: IEEE, 2004: 46-54.
- [11] BIS G, CUI J T, NI W, et al. Three-dimensional cooperative positioning for internet of things provenance[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2022, 9(20): 19945-19958.
- [12] MAGARIL-IL' YAEV G, TIKHOMIROV V. Convex analysis: Theory and applications[M]. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2003.
- [13] FAJARDO M D, VIDAL-NUNEZ J. On fenchel conjugate dual problems for DC optimization: Characterizing weak, strong and stable strong duality[EB/OL]. (2025-01-14). <https://arxiv.org/abs/2501.08061>.
- [14] GEZICI S, TIAN Z, GIANNAKIS G B, et al. Localization via ultra-wideband radios: A look at positioning aspects for future sensor networks[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005, 22(4): 70-84.
- [15] RUAN L, LI G X, DAI W H, et al. Cooperative relative localization for UAV swarm in GNSS-denied environment: A coalition formation game approach[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2022, 9(13): 11560-11577.
- [16] CHEN R, YANG B, ZHANG W. Distributed and collaborative localization for swarming UAVs[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2021, 8(6): 5062-5074.
- [17] ZHANG S H, ZHANG H M, ZHAN Y, et al. Cluster networking and cooperative localization based on biogeography optimization and improved super-multidimensional scaling for multi-unmanned aerial vehicles[J]. Sensors, 2025, 25(9): 2887.
- [18] SAEED N, NAM H, AL-NAFFOURI T Y, et al. A state-of-the-art survey on multidimensional scaling-based localization techniques[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2019, 21(4): 3565-3583.
- [19] MASUOKA K, TAKAHASHI T, ABREU G, et al. Quaternion domain super MDS for 3D localization[C]//Proceedings of 2025 IEEE 26th International Workshop on Signal Processing and Artificial Intelligence for Wireless Communications (SPAWC). Surrey, UK: IEEE, 2025: 1-5.
- [20] BORG I, GROENEN P J F. Modern multidimensional scaling[M]. 2nd ed. New York: Springer, 2005.
- [21] CHANG S M, LI L C. A two-step SD/SOCP-GTRS method for improved RSS-based localization in wireless sensor networks[J]. Sensors, 2025, 25(6): 1837.
- [22] HAMAOU M. Non-iterative MDS method for collaborative network localization with sparse range and pointing measurements[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(3): 568-578.