

DOI:10.16356/j.2097-6771.2026.01.015

自由漂浮空间机器人扰动补偿模型预测控制

刘健行¹, 张欧阳¹, 马晓龙^{2,3}, 陈萌^{2,3}, 朱福兴¹, 刘壮¹

(1. 哈尔滨工业大学航天学院, 哈尔滨 150001; 2. 上海宇航系统工程研究所, 上海 201108; 3. 宇航空间机构国家重点实验室, 上海 201108)

摘要: 自由漂浮空间机器人(Free-floating space robots, FFSRs)凭借其运动自由度高、工作寿命长等优势,已成为长期在轨服务的关键无人设备。然而空间环境变化导致的外部扰动,以及因燃料消耗、系统参数辨识不准确等因素导致的模型不确定性会增加空间机器人高精度控制的难度。本文针对自由漂浮空间机器人存在外部扰动和模型不确定性的场景,设计了一种基于扰动补偿的模型预测控制方法。基于固定时间稳定性理论设计扰动观测器,使扰动估计误差在不依赖于初始误差的常数上界内实现收敛。同时,将扰动估计值补偿入模型预测控制器,提高集总扰动条件下预测模型的准确性,进一步地利用模型预测控制滚动优化的特点,实现了空间机器人约束条件下高精度控制。本文证明了扰动观测器与基于扰动补偿模型预测控制器的稳定性,并通过数值仿真验证了方法的有效性。

关键词: 扰动观测器; 固定时间稳定性; 模型预测控制; 自由漂浮空间机器人; 轨迹跟踪

中图分类号: V19 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2026)01-0161-12

Disturbance Compensation Model Predictive Control for Free-Floating Space Robots

LIU Jianxing¹, ZHANG Ouyang¹, MA Xiaolong^{2,3}, CHEN Meng^{2,3}, ZHU Fuxing¹, LIU Zhuang¹

(1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 2. Aerospace System Engineering Shanghai, Shanghai 201108, China; 3. National Key Laboratory of Aerospace Mechanism, Shanghai 201108, China)

Abstract: Free-floating space robots (FFSRs) have emerged as critical unmanned platforms for long-term in-orbit services thanks to their high mobility and extended operational lifespan. However, external disturbances caused by dynamic space environments, as well as model uncertainties arising from fuel consumption and inaccurate system parameter identification, significantly increase the challenges of high-precision control for space robotic systems. This paper proposes a disturbance compensation-based model predictive control (MPC) method for free-floating space robots subject to joint disturbance torques and model uncertainties. A fixed-time disturbance observer is designed based on the fixed-time stability theory, ensuring that the disturbance estimation error converges within a fixed upper bound independent of initial errors. The estimated disturbances are then compensated into the model predictive controller to enhance prediction model accuracy under lumped disturbance conditions. Furthermore, by leveraging the receding horizon optimization characteristics of model predictive control, high-precision trajectory tracking is achieved while satisfying

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(62373127, 62173116); 国家自然科学基金青年科学基金(62503137); 中国博士后科学基金(2024M764189); 国家资助博士后研究人员计划(GZB20250957); 中国航天科技集团公司第八研究院产学研合作基金(SAST2024-018, SAST2024-019)。

收稿日期: 2025-05-27; **修订日期:** 2025-12-14

通信作者: 刘壮, 男, 副研究员, E-mail: liuz@hit.edu.cn。

引用格式: 刘健行, 张欧阳, 马晓龙, 等. 自由漂浮空间机器人扰动补偿模型预测控制[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2026, 58(1): 161-172. LIU Jianxing, ZHANG Ouyang, MA Xiaolong, et al. Disturbance compensation model predictive control for free-floating space robots[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics (Natural Science Edition), 2026, 58(1): 161-172.

system constraints. The stability of the proposed disturbance observer and the compensation-based model predictive controller is rigorously proven. Numerical simulations are conducted to validate the effectiveness of the proposed approach in improving control precision and disturbance rejection capabilities.

Key words: disturbance observer; fixed-time stability; model predictive control (MPC); free-floating space robot (FFSR); trajectory tracking

空间探索技术的发展对在轨装配、在轨维护、目标捕获等在轨服务提出了更高的要求。空间机器人自主程度高、工作灵活,近年来在高风险、高难度的空间任务场景中发挥着代替航天员出舱工作的重要作用^[1-3],其中自由漂浮空间机器人(Free-floating space robot, FFSR)因具备长期在轨工作能力得到了广泛应用^[4-5]。为FFSR设计快响应、高精度的控制器,是保障空间机器人成功执行在轨任务的基础。FFSR系统动力学耦合的强非线性特点意味着其需要良好的控制方案以保证系统稳定,而复杂的空间环境带来的外部扰动以及模型参数不确定性使得FFSR控制更加具有挑战性。因此,综合考虑外部扰动、模型不确定性的影响,研究动态性能好、稳态精度高的FFSR控制器具有重要价值。

模型预测控制(Model predictive control, MPC)作为一种基于优化理论的控制策略,通过系统模型预测状态轨迹,并能够在满足约束条件的前提下生成由代价函数定义的最优控制量。这种控制结构一方面通过前向预测考虑了系统动力学特征,生成的控制量起到类似“前馈”的效果以提高闭环系统控制性能;另一方面纳入状态约束、控制约束,确保了控制量不超过执行器上限从而避免执行器产生越界的不安全动作。这种特点使模型预测控制器在高维强非线性系统的运动控制研究中成为热点。

线性模型预测控制将优化问题转化为二次规划问题求解,计算效率高,在较低算力的FFSR控制任务中能保持良好的实时性。宗立军等^[6]基于双积分模型设计了混合整数模型预测控制器,将FFSR的约束按优先级分类并通过优先满足高优先级约束的方式解决了多约束下可行解不存在的问题。宁昕等^[7]以伪线性化方式建立FFSR扩展状态空间模型,并在代价函数中引入任务空间误差实现末端执行器对任务空间期望轨迹的跟踪。尽管线性模型预测控制具备计算开销小的优点,但线性化不可避免地引入了额外的模型误差,而非线性模型预测控制完整地使用了系统模型,并可以纳入非线性约束条件,进而实现更优的控制效果。Srivastava等^[8]基于非线性模型预测控制实现了主动碎片清除控制。张瀚昂等^[9]使用微分动态规划求解双臂FFSR的非线性模型预测控制,相较于序列二次规划和内点法加速了计算。Wang等^[10]设计了一种组合自适应长度数据驱动预测控制器,解

决目标捕获后系统模型不确定性与测量噪声对空间机器人操纵造成的问题,并基于小增益定理证明了稳定性。Wu等^[11]提出了一种由改进的非线性模型预测控制与混合执行器组成的姿态稳定策略,解决多臂空间机器人空间碎片回收场景下精确力矩控制问题。Jin等^[12]利用线性变参数系统能够等价非线性系统的优点,将非线性控制问题转化为线性控制问题,实现FFSR关节空间控制。

上述研究充分展示了MPC在处理FFSR这类复杂非线性系统约束控制问题上的潜力。然而,无论是线性还是非线性MPC,发挥其控制性能的前提在于预测模型能否准确反映系统动态。FFSR所面临的由复杂空间环境导致的外部扰动,以及由燃料消耗、参数辨识不准确导致的模型不确定性构成了作用于系统的集总扰动。集总扰动会显著破坏预测模型的准确性,导致基于失准模型的滚动优化产生的控制量无法有效应对实际扰动,劣化控制性能。因此,降低集总扰动对预测模型精度的影响,是提升MPC在复杂扰动下的控制性能的关键。王东委等^[13]针对线性系统设计高阶观测器获得系统状态和扰动的估计值,并将估计值与模型预测控制结合,获得接近标称模型下控制系统的响应。Zhang等^[14]设计了线性鲁棒模型预测控制,通过鲁棒不变集将集总扰动的估计误差作为模型预测的扰动处理。Xie等^[15]针对含匹配与非匹配扰动的非线性系统提出了基于观测器的扰动抑制模型预测控制框架,所提方法给出了扰动估计误差的收敛形式,以及估计误差导致的控制量和状态量约束集的紧缩大小。

综上,不同于地面固定基座机器人,FFSR的自由漂浮特性带来的机械臂运动引发基座漂移的特点会增加控制复杂度,而空间环境导致的扰动和模型不确定性会进一步劣化控制性能。因此,本文针对这两方面挑战,设计了基于扰动补偿的FFSR关节空间模型预测控制方法。本文的主要工作包括:(1)基于固定时间稳定性理论设计扰动观测器,将外部扰动与模型不确定性作为集总扰动进行估计,该观测器能保证估计误差在不依赖于初始误差的确定时间内收敛至有界邻域;(2)将扰动估计值引入预测模型,减轻集总扰动导致的模型失配的影响,提高预测精度,同时通过MPC固有的滚动优化框架显式处理约束条件,并利用其前向预测能力优化控制性能,实现集总扰动存在条件下的FFSR关

节空间高精度抗扰控制。仿真结果证明了本文方法的有效性。

1 自由漂浮空间机器人动力学建模

为方便叙述,本文研究对象为图 1 所示的平面三连杆 FFSR,由基座和 1 个三关节机械臂组成。机械臂各关节受控,基座不受控处于自由漂浮的状态。系统动量守恒,机械臂的运动会导致基座被动运动。图 1 中: Σ_1 表示惯性坐标系; $r_b \in \mathbb{R}^2$ 为基座质心位置向量; C_1 、 C_2 、 C_3 分别表示连杆 1 至 3 的质心; r_1 、 r_2 、 $r_3 \in \mathbb{R}^2$ 分别表示连杆 1 至 3 的质心位置向量。

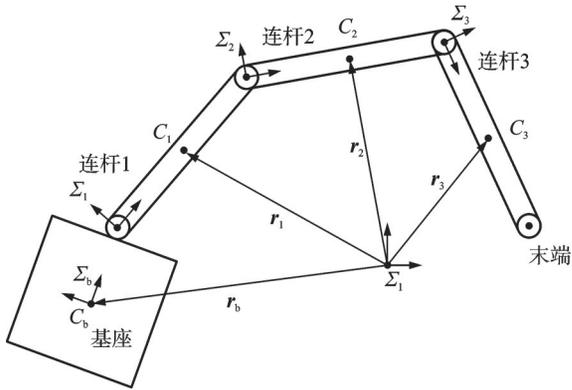


图 1 自由漂浮空间机器人系统

Fig.1 Free-floating space robot system

记 $q_b \in \mathbb{R}$ 为基座转角; q_{m1} 、 q_{m2} 和 q_{m3} 分别为机械臂 3 个关节的关节角; $q_m = [q_{m1}, q_{m2}, q_{m3}]^T \in \mathbb{R}^3$ 为关节角向量; $v_b = \dot{r}_b \in \mathbb{R}^2$ 和 $\omega_b = \dot{q}_b \in \mathbb{R}$ 分别为基座的线速度和角速度; $v_b = [v_b^T, \omega_b^T]^T \in \mathbb{R}^3$ 。基于拉格朗日方程可得 FFSR 标称动力学方程为

$$\begin{bmatrix} H_{b0} & H_{ba0} \\ H_{ba0}^T & H_{a0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{b0} & C_{ba0} \\ C_{ab0} & C_{a0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_b \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} = S \tau_m \quad (1)$$

式中: $\tau_m \in \mathbb{R}^3$ 为关节力矩; $S = [0_{3 \times 3}^T, I_{3 \times 3}^T]^T$ 为输入矩阵。输入矩阵 S 表示了 FFSR 基座无控制力/力矩输入,仅有关节力矩作用于机器人。

针对式(1),记标称惯性矩阵为 $H_0 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$,标称离心力与科氏力矩阵为 $C_0 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$,有

$$H_0 = \begin{bmatrix} H_{b0} & H_{ba0} \\ H_{ba0}^T & H_{a0} \end{bmatrix}, C_0 = \begin{bmatrix} C_{b0} & C_{ba0} \\ C_{ab0} & C_{a0} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: H_0 为关于基座转角、关节角度的矩阵,即 $H_0(q_b, q_m)$; C_0 为关于基座转角、关节角、基座角速度、关节角速度的矩阵,即 $C_0(q_b, q_m, \omega_b, \dot{q}_m)$ 。将式(2)代入式(1)中,改写 FFSR 动力学方程为

$$H_0(q_b, q_m) \begin{bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} + C_0(q_b, q_m, \omega_b, \dot{q}_m) \begin{bmatrix} v_b \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} = S \tau_m \quad (3)$$

记 $q = [r_b^T, q_b^T, q_m^T]^T$, $\dot{q} = [v_b^T, \dot{q}_b^T, \dot{q}_m^T]^T$, $\ddot{q} = [\dot{v}_b^T, \ddot{q}_m^T]^T$,将式(3)改写为

$$H_0(q) \ddot{q} + C_0(q, \dot{q}) \dot{q} = S \tau_m \quad (4)$$

考虑 FFSR 线动量和角动量守恒的特点,可将基座线速度和角速度用关节角速度表示^[16],有

$$v_b = J_{vb0} \dot{q}_m, \omega_b = J_{\omega b0} \dot{q}_m \quad (5)$$

式中: $J_{vb0} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ 和 $J_{\omega b0} \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ 分别为标称系统基座线速度和角速度对应的雅可比矩阵。

将基座雅可比矩阵统一为 $J_{bm0} = [J_{vb0}^T, J_{\omega b0}^T]^T$,式(5)改写为

$$v_b = \begin{bmatrix} v_b \\ \omega_b \end{bmatrix} = J_{bm0} \dot{q}_m \quad (6)$$

对式(6)求导,得

$$\dot{v}_b = \dot{J}_{bm0} \dot{q}_m + J_{bm0} \ddot{q}_m \quad (7)$$

将式(6,7)代入式(1),得

$$(H_{ba0}^T J_{bm0} + H_a) \ddot{q}_m + (H_{ba0}^T \dot{J}_{bm0} + C_{ab0} J_{bm0} + C_{a0}) \dot{q}_m = \tau_m \quad (8)$$

式中: $H_m = (H_{ba0}^T J_{bm0} + H_a) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 和 $C_m = (H_{ba0}^T \dot{J}_{bm0} + C_{ab0} J_{bm0} + C_{a0}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 分别为惯性矩阵与离心力和科氏力矩阵; H_m 为关于基座转角、关节角的矩阵,即 $H_m(q_b, q_m)$; C_m 为关于基座转角、关节角、关节角速度的矩阵,即 $C_m(q_b, q_m, \dot{q}_m)$ 。最终得到利用动量守恒简化后的自由漂浮空间机器人动力学方程

$$H_m(q_b, q_m) \ddot{q}_m + C_m(q_b, q_m, \dot{q}_m) \dot{q}_m = \tau_m \quad (9)$$

为了符号的简便,在不产生歧义的情况下省略系统惯性矩阵与离心力和科氏力矩阵有关的变量。考虑 FFSR 的关节存在外扰以及系统不确定性,式(9)动力学方程被设计为

$$(H_m + \Delta H_m) \ddot{q}_m + (C_m + \Delta C_m) \dot{q}_m = \tau_m + \tau_{md} \quad (10)$$

式中: $\Delta H_m \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为惯性矩阵的不确定性; $\Delta C_m \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为离心力与科氏力矩阵的不确定性; $\tau_{md} \in \mathbb{R}^3$ 为关节扰动力矩。

上述动力学方程式(1)包含了系统全部的广义坐标,能够描述完整的系统状态,将被用于后续模型预测控制器的设计。尽管动力学方程式(9)是式(1)通过动量守恒化简得到的,但是其在 FFSR 的动力学描述上与式(1)是等价的。式(10)在式(9)的基础上引入了外扰和不确定性,将被用于扰动观测器的设计。

2 固定时间扰动观测器设计

本节的目的是设计固定时间扰动观测器,将式(10)所示的外扰和不确定性作为集总扰动进行估计,并将扰动估计值用于第 3 节非线性模型预测控制器的设计,实现 FFSR 抗扰轨迹跟踪。

根据式(10),得到含集总扰动的系统方程

$$H_m \ddot{q}_m + C_m \dot{q}_m = \tau_m + \omega \quad (11)$$

式中: $\omega = \tau_{md} - \Delta H_m \ddot{q}_m - \Delta C_m \dot{q}_m$ 为集总扰动。为了便于后文分析,这里给出式(11)的一些性质和

假设:

性质 1 矩阵 $\dot{H}_{m0} - 2C_{m0}$ 是反对称的^[17]。

性质 2 C_{m0} 满足 $\|C_{m0}\| \leq c_{m0} \|\dot{q}_m\|$, 其中 c_{m0} 为已知正常数^[17]。

假设 1 扰动 ω 及其导数 $\dot{\omega}$ 均有界, 即 $\|\omega\| \leq \bar{\omega}_1$ 和 $\|\dot{\omega}\| \leq \bar{\omega}_2$, 其中 $\bar{\omega}_1$ 和 $\bar{\omega}_2$ 均为正常数且假设 $\bar{\omega}_1$ 已知。

同时, 给出一些引理用于本节后续的证明。

引理 1 对任意非负实数 $r_i \in \mathbf{R}_{\geq 0}$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 其中 $\mathbf{R}_{\geq 0}$ 表示非负实数集合。有如下不等关系^[18]

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N r_i^\kappa \geq \left(\sum_{i=1}^N r_i\right)^\kappa & 0 \leq \kappa \leq 1 \\ \sum_{i=1}^N r_i^\kappa \geq \frac{1}{N^{\kappa-1}} \left(\sum_{i=1}^N r_i\right)^\kappa & \kappa > 1 \end{cases} \quad (12)$$

2.1 观测器设计

为了估计集总扰动 ω , 参考文献[19]设计如下形式的扰动观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{\omega}} = \xi + \mu_1 H_{m0} \dot{q}_m \\ \dot{\xi} = \mu_1 (C_{m0} \dot{q}_m - \dot{H}_{m0} \dot{q}_m - \tau_m - \hat{\omega}) + \\ \alpha \bar{\lambda}^{2\kappa_1 - 1} + \mu_2 \text{sign}(\bar{\lambda}) \end{cases} \quad (13)$$

式中: $\hat{\omega}$ 为集总扰动 ω 的估计值; ξ 为辅助变量; μ_1 、 μ_2 和 α 为正常数且 $\mu_1 > 1/2$; κ_1 满足 $\kappa_1 = p_1/q_1 > 1$ 且 p_1, q_1 为正奇数; $\bar{\lambda}$ 设计为

$$\bar{\lambda} = g_1 \text{sign}(s) \quad (14)$$

式中增益系数 g_1 的定义在下述定理 1 中给出, s 为滑模变量, 有

$$s = \dot{q}_m - \eta \quad (15)$$

式中 η 用于构造如下辅助系统

$$H_{m0} \dot{\eta} + C_{m0} \dot{\eta} = \tau_m + \hat{\omega} + \beta s^{2\kappa_2 - 1} + \bar{\lambda} + g_2 s \quad (16)$$

式中: β 为正常数, κ_2 满足 $\kappa_2 = p_2/q_2 > 1$ 且 p_2, q_2 为正奇数, 增益系数 g_2 的定义在下述定理 1 中给出。

根据式(13~16), 扰动估计值主要通过求解两个微分方程得到: (1) 通过式(16)求解出变量 η , 并将 η 代入式(15)中得到 s ; (2) 将 s 代入式(13)中求解出 ξ , 进而得到扰动估计值 $\hat{\omega}$ 。式(13~16)所示的扰动观测器的设计总结为定理 1。

定理 1 对于含集总扰动的自由漂浮空间机器人系统, 给定正常数 γ , 若式(14)和式(16)中增益系数 g_1 和 g_2 分别满足

$$g_1 = \|\hat{\omega}\| + \bar{\omega}_1 + \gamma \quad (17)$$

$$g_2 = c_{m0} \|\dot{q}_m\| \quad (18)$$

则按照式(13~16)设计的扰动观测器能使得扰动估计误差 $\tilde{\omega} = \omega - \hat{\omega}$ 在固定时间内收敛至原点附近的邻域内。

2.2 观测器收敛性证明

对定理 1 给出的扰动观测器的收敛性证明主要分为两步, 分别是证明滑模变量 s 能够在固定时间内收敛至 0, 以及证明扰动估计误差 $\tilde{\omega}$ 能够在固定时间内收敛至原点附近的邻域内。

第 1 步证明滑模变量 s 的收敛性。

对 $\tilde{\omega}$ 求导并代入式(13), 得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\omega}} &= \dot{\omega} - \dot{\hat{\omega}} = \dot{\omega} - \dot{\xi} - \mu_1 (\dot{H}_{m0} \dot{q}_m + H_{m0} \ddot{q}_m) = \\ &\dot{\omega} - \mu_1 \tilde{\omega} - \alpha \bar{\lambda}^{2\kappa_1 - 1} - \mu_2 \text{sign}(\bar{\lambda}) \end{aligned} \quad (19)$$

取候选李雅普诺夫函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} s^T H_{m0} s \quad (20)$$

对式(20)求导并代入式(15)的导数, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s^T H_{m0} \dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{H}_{m0} s = \\ &s^T (H_{m0} \ddot{q}_m - H_{m0} \dot{\eta}) + \frac{1}{2} s^T \dot{H}_{m0} s \end{aligned} \quad (21)$$

将式(16)代入式(21)并利用性质 1, 得

$$\dot{V}_1 = s^T (\tilde{\omega} - \beta s^{2\kappa_2 - 1} - g_1 \text{sign}(s) - g_2 s) + s^T C_{m0} s \quad (22)$$

对于式(22)等号右侧第 1 项, 利用柯西不等式和引理 1, 得

$$\begin{aligned} s^T (\tilde{\omega} - \beta s^{2\kappa_2 - 1} - g_1 \text{sign}(s) - g_2 s) &= \\ s^T \tilde{\omega} - \beta \sum_{i=1}^3 (s_i^2)^{\kappa_2} - g_1 \sum_{i=1}^3 (s_i^2)^{\frac{1}{2}} - g_2 \sum_{i=1}^3 s_i^2 &\leq \\ \|s\| \|\tilde{\omega}\| - \frac{\beta}{3^{\kappa_2 - 1}} \|s\|^{2\kappa_2} - g_1 \|s\| - g_2 \|s\|^2 \end{aligned} \quad (23)$$

式中 s_i 为 s 的各个元素。

对于式(22)等号右侧第 1 项, 利用性质 2, 得

$$\begin{aligned} s^T C_{m0} s &\leq \|C_{m0} s\| \|s\| \leq (\|C_{m0}\| \|s\|) \|s\| \leq \\ c_{m0} \|\dot{q}_m\| \|s\|^2 \end{aligned} \quad (24)$$

将式(23, 24)代入式(22), 再据式(18), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq (\|\tilde{\omega}\| - g_1) \|s\| + (c_{m0} \|\dot{q}_m\| - g_2) \|s\|^2 - \\ \frac{\beta}{3^{\kappa_2 - 1}} \|s\|^{2\kappa_2} &= (\|\tilde{\omega}\| - g_1) \|s\| - \frac{\beta}{3^{\kappa_2 - 1}} \|s\|^{2\kappa_2} \end{aligned} \quad (25)$$

将式(17)代入式(25)并利用三角不等式, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= (\|\tilde{\omega}\| - \|\hat{\omega}\| - \bar{\omega}_1 - \gamma) \|s\| - \frac{\beta}{3^{\kappa_2 - 1}} \|s\|^{2\kappa_2} \leq \\ ((\|\tilde{\omega}\| - \|\omega\|) - \|\hat{\omega}\| - \gamma) \|s\| &- \frac{\beta}{3^{\kappa_2 - 1}} \|s\|^{2\kappa_2} \leq \\ (\|\tilde{\omega} - \omega\| - \|\hat{\omega}\| - \gamma) \|s\| &- \frac{\beta}{3^{\kappa_2 - 1}} \|s\|^{2\kappa_2} \leq \\ -\gamma \|s\| - \frac{\beta}{3^{\kappa_2 - 1}} \|s\|^{2\kappa_2} \end{aligned} \quad (26)$$

对于式(26), 令

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\bar{\lambda}_{\max}(H_{m0})}}, \quad \bar{\beta} = \frac{2^{\kappa_2} \beta}{3^{\kappa_2 - 1} \bar{\lambda}_{\max}^{\kappa_2}(H_{m0})} \quad (27)$$

式中 $\bar{\lambda}_{\max}(H_{m0})$ 为矩阵 H_{m0} 的最大特征值, 则有

$$\dot{V}_1 \leq -\bar{\gamma}V_1^{1/2} - \bar{\beta}V_1^{\kappa_2} \quad (28)$$

根据文献[20],李雅普诺夫函数 V_1 为式(28)所示形式说明 s 能够在固定时间内收敛至 0, 且收敛时间 T_1 满足 $T_1 \leq T_{1\max} \triangleq 2/\bar{\gamma} + 1/(\bar{\beta}(\kappa_2 - 1))$, 即有

$$s(t) = \dot{s}(t) = 0 \quad t > T_{1\max} \quad (29)$$

根据式(29), 对式(15)求导有 $\dot{s} = \ddot{q}_m - \dot{q} = 0$, 代入式(16)得 $H_{m0}\ddot{q}_m + C_{m0}\dot{q}_m - \tau_m - \hat{\omega} = \beta s^{2\kappa_2 - 1} + g_2 s + \bar{\lambda}$, 即 $\tilde{\omega} = \beta s^{2\kappa_2 - 1} + g_2 s + \bar{\lambda}$ 。因为 $t > T_{1\max}$ 时 $s = 0$, 故有

$$\tilde{\omega} = \bar{\lambda} = g_1 \text{sign}(s) \quad (30)$$

尽管 $t > T_{1\max}$ 时 $s = 0$, 但根据等效输出原理^[21], 不能认为式(30)中 $\text{sign}(s)$ 项为 0。

第 2 步证明扰动估计误差 $\tilde{\omega}$ 的收敛性。

取候选李雅普诺夫函数为

$$V_2 = \frac{1}{2} \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} \quad (31)$$

对式(31)求导并代入式(19)和式(30), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \tilde{\omega}^T \dot{\tilde{\omega}} = \tilde{\omega}^T \left(-\mu_1 \tilde{\omega} - \mu_2 \text{sign}(\bar{\lambda}) - \alpha \bar{\lambda}^{2\kappa_1 - 1} + \right. \\ &\quad \left. \dot{\omega} \right) = -\mu_1 \tilde{\omega}^T \tilde{\omega} - \mu_2 \tilde{\omega}^T \text{sign}(\tilde{\omega}) - \\ &\quad \alpha \tilde{\omega}^T \tilde{\omega}^{2\kappa_1 - 1} + \tilde{\omega}^T \dot{\omega} \end{aligned} \quad (32)$$

利用柯西不等式、杨氏不等式、引理 1 和假设 1, 式(32)变为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -\mu_1 \|\tilde{\omega}\|^2 - \mu_2 \|\tilde{\omega}\| - \frac{\alpha}{3^{\kappa_1 - 1}} \|\tilde{\omega}\|^{2\kappa_1} + \|\tilde{\omega}\| \bar{\omega}_2 \leq \\ &\quad -\mu_1 \|\tilde{\omega}\|^2 - \mu_2 \|\tilde{\omega}\| - \frac{\alpha}{3^{\kappa_1 - 1}} \|\tilde{\omega}\|^{2\kappa_1} + \\ &\quad \frac{\|\tilde{\omega}\|^2 + \bar{\omega}_2^2}{2} = \left(\frac{1}{2} - \mu_1 \right) \|\tilde{\omega}\|^2 - \mu_2 \|\tilde{\omega}\| - \\ &\quad \frac{\alpha}{3^{\kappa_1 - 1}} \|\tilde{\omega}\|^{2\kappa_1} + \frac{\bar{\omega}_2^2}{2} \end{aligned} \quad (33)$$

因为式(33)中 μ_1 被设计为 $\mu_1 > 1/2$, 因此有

$$\dot{V}_2 \leq -\mu_2 \|\tilde{\omega}\| - \frac{\alpha}{3^{\kappa_1 - 1}} \|\tilde{\omega}\|^{2\kappa_1} + \frac{\bar{\omega}_2^2}{2} \quad (34)$$

对于式(34), 令

$$\bar{\mu}_2 = \sqrt{2} \mu_2, \quad \bar{\alpha} = \frac{2^{\kappa_1} \alpha}{3^{\kappa_1 - 1}}, \quad \delta = \frac{\bar{\omega}_2^2}{2} \quad (35)$$

则有

$$\dot{V}_2 \leq -\bar{\mu}_2 V_2^{1/2} - \bar{\alpha} V_2^{\kappa_1} + \delta \quad (36)$$

根据文献[22],李雅普诺夫函数 V_2 为式(36)所示形式说明 $\tilde{\omega}$ 能够在固定时间内收敛至原点附近的邻域 Ω_0 。收敛时间 T_2 满足

$$T_2 \leq T_{2\max} \triangleq T_{1\max} + \frac{1}{\bar{\mu}_2 \epsilon} + \frac{1}{\bar{\alpha}(\kappa_1 - 1)\epsilon} \quad (37)$$

式中 ϵ 为一小值, 有 $0 < \epsilon \leq 1$ 。

$\tilde{\omega}$ 的收敛域 Ω_0 满足

$$\Omega_0 = \left\{ \|\tilde{\omega}\| \leq \min \left\{ \frac{1}{\bar{\mu}_2^2} \left(\frac{\delta}{1 - \epsilon} \right)^2, \frac{1}{\bar{\alpha}^{1/\kappa_1}} \left(\frac{\delta}{1 - \epsilon} \right)^{\frac{1}{\kappa_1}} \right\} \right\} \quad (38)$$

综上完成了定理 1 所述固定时间扰动观测器的稳定性证明。由式(37)可得扰动估计误差的收敛时间上界 $T_{2\max}$ 包括两部分, 分别是 s 和 $\tilde{\omega}$ 的收敛时间上界。此外, 式(37)说明了估计误差收敛时间与初始估计误差无关, 这意味着当观测器参数确定后, 估计误差的实际收敛时间不会超过一个确定的界限。式(38)展示了估计误差的收敛域, 通过合理地设置扰动观测器的参数, 能够减小估计误差。

3 基于扰动补偿的模型预测控制器设计

为了实现 FFSR 在集总扰动影响下机械臂关节的精确轨迹跟踪, 本节基于第 2 节固定时间扰动观测器设计基于扰动补偿的模型预测控制器。不同于固定基座机械臂, 根据 FFSR 动量守恒(5), 机械臂关节的运动经过基座雅可比矩阵的映射会导致基座运动。反之, 这种基座-机械臂动力学耦合效应会影响机械臂的运动, 进而影响关节控制。

模型预测控制在滚动时域内预测系统未来状态, 并通过求解有限时间最优控制问题得到最优的控制量。与仅仅依赖当前状态进行反馈控制的方法不同, 在系统模型相对准确的前提下, 模型预测控制所具备的预测系统未来变化的能力能够更大程度地利用系统特性, 从而产生使某种预设的性能指标最优的控制量。同时, 模型预测控制能够显式地设约束状态量和控制量, 以满足系统物理性能约束。

3.1 控制器设计

模型预测控制需要在预测时域内递推系统状态, 尽管式(11)能够描述关节的运动, 但是其动力学矩阵的计算需要使用基座转角。式(4)虽然不是最简的系统动力学表达式形式, 但能描述系统的全部状态, 因此这里将式(11)中 ω 代入式(4)中得到包含基座运动信息的机器人系统受扰条件下动力学方程

$$H_0(q)\ddot{q} + C_0(q, \dot{q})\dot{q} = S(\tau_m + \omega) \quad (39)$$

记系统状态量为 $x = [q^T, \dot{q}^T]^T$, 控制量为 $u = \tau_m$, 输出量为机械臂关节状态, 有 $y = [q_m^T, \dot{q}_m^T]^T$ 。将式(39)中 ω 用其估计值 $\hat{\omega}$ 代替, 式(39)改写为状态空间方程的形式

$$\begin{cases} \dot{x} = F(x, u) + B(x)\hat{\omega} \\ y = Gx \end{cases} \quad (40)$$

式中

$$\begin{cases} F(x, u) = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ -H_0^{-1}(q)C_0(q, \dot{q})\dot{q} + H_0^{-1}(q)S \end{bmatrix} \\ B(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ H_0^{-1}(q)S \end{bmatrix} \\ G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \end{cases} \quad (41)$$

式中 0 和 I 分别为对应维度的零阵和单位阵。

将式(40)通过一阶欧拉法离散化,记离散时间间隔为 ΔT ,则 \dot{x} 的微分方程离散方式为

$$\frac{x(k+1) - x(k)}{\Delta T} = F(x(k), u(k)) + B(x(k))\hat{\omega}(k) \quad (42)$$

记 $f(x(k), u(k)) = F(x(k), u(k))\Delta T$ 以及 $b(x(k)) = B(x(k))\Delta T$,得到 k 时刻离散系统方程

$$\begin{cases} x(k+1) = f(x(k), u(k)) + b(x(k))\hat{\omega}(k) + x(k) \\ y(k) = Gx(k) \end{cases} \quad (43)$$

假设 ω 在预测时域内变化不大,即将估计值 $\hat{\omega}$ 视作常值同样能良好地反应出系统动态过程的变化^[23],因此 k 时刻离散系统方程可化简为

$$\begin{cases} x(k+1) = h(x(k), u(k)) \\ y(k) = Gx(k) \end{cases} \quad (44)$$

式中: $h(x(k), u(k)) = f(x(k), u(k)) + b(x(k))\hat{\omega} + x(k)$ 。

模型预测控制的优化目标是减小 FFSR 机械臂关节角度和关节角速度跟踪误差并优化控制力矩,同时满足系统状态方程约束、状态量约束和控制量约束。构造模型预测控制问题为

$$\begin{cases} \min_{v(k)} J(k) = \sum_{i=0}^{N-1} \left(\left\| z(k+i|k) \right\|_Q^2 + \left\| v(k+i|k) \right\|_R^2 \right) + V_f(z(k+N|k)) \\ \text{s.t. } z(k+i+1|k) = g(z(k+i|k), v(k+i|k)) \\ z(k+i|k) \in Z_i \\ v(k+i|k) \in V_i \\ z(k+N|k) \in Z_N \\ z(k|k) = z(k) \end{cases} \quad (45)$$

式中 $J(k)$ 为 k 时刻的代价函数。预测时域和控制时域的长度均取为 N 。 $z(k+i|k) = y(k+i|k) - y_r(k+i|k)$ 和 $v(k+i|k) = u(k+i|k) - u_r(k+i|k)$ 分别为机械臂关节状态量误差和控制量误差,

其中 y_r 和 u_r 分别表示期望的关节状态量和期望的控制量。变量中 $k+i|k$ 表示该变量起始于 k 时刻在 $k+i$ 时刻的值。 Q, R 为正定权重矩阵。将状态量误差代入式(44)得到状态误差方程 $g(\cdot)$ 为

$$g = Gh(x(k+i|k), u(k+i|k)) - y_r(k+i+1|k) \quad (46)$$

式(45)中 Z_i 和 $V_i (i=0, 1, \dots, N-1)$ 分别为状态量误差和控制量误差需要满足的集合约束,定义为

$$\begin{cases} Z_i \triangleq \{z | z + y_r(k+i|k) \in GX\} \\ V_i \triangleq \{v | v + u_r(k+i|k) \in U\} \end{cases} \quad (47)$$

式(45)中 $V_f(\cdot)$ 和 Z_N 分别为终端惩罚项和终端约束集。

为了满足后文假设 2 所述的稳定性条件,本文采用准无限时域方法设计 $V_f(\cdot)$ 和 Z_N ^[24]。在平衡点处对式(45)中非线性误差系统进行线性化,得到线性状态方程 $z(k+1) = Az(k) + Bv(k)$ 。利用权重矩阵 Q, R 求解离散代数黎卡提方程,得到正定矩阵 P 和局部反馈增益 K 。终端惩罚项设计为二次型形式 $V_f = z^T P z$,使其在平衡点邻域内满足控制李雅普诺夫函数性质。终端约束集 Z_N 则设计为基于局部控制律 $v = Kz$ 的最大容许不变集,确保系统状态进入该区域后能够收敛至平衡点。

尽管本文的控制目标是减小机械臂关节角度的跟踪误差,但是仍然使用包含基座广义坐标的系统方程式(44)作为预测模型,这是为了利用优化问题的框架约束基座状态量,使基座的运动不超过其物理性能的限制。

基于扰动补偿的模型预测控制算法伪代码如下。

算法 1 基于扰动补偿的模型预测控制

输入:系统标称参数、观测器参数、控制器参数、参考轨迹;

输出:机械臂关节控制力矩 τ_m ;

(1)初始化:设置系统初始状态 $x(0)$ 、初始扰动估计值 $\hat{\omega}(0)$

(2)循环开始,时间步 $k=0, 1, 2, \dots$, 执行:

(3) 测量当前系统状态 $x(k)$, 计算状态跟踪误差 $z(k)$

(4) 根据式(15)计算 s , 根据式(16)更新变量 η

(5) 根据式(13)计算当前 $\hat{\omega}(k)$

(6) 根据 $\hat{\omega}(k)$ 更新式(44)

(7) 构造带约束的式(45)

(8) 求解问题式(45)得控制序列 $v^*(k+i|k) (i=0, 1, \dots, N-1)$

- (9) 提取当前时刻的最优控制量 $\mathbf{v}^*(k|k)$
- (10) 计算实际控制力矩 $\boldsymbol{\tau}_m(k)=\mathbf{v}^*(k|k)+\mathbf{u}_r(k|k)$
- (11) 将 $\boldsymbol{\tau}_m(k)$ 作用于自由漂浮空间机器人系统
- (12) 结束循环。

3.2 控制器稳定性证明

为了保证模型预测控制器式(45)的迭代可行性和稳定性,对于 $V_f(\bullet)$ 和 Z_N 的设计,给出如下假设:

假设 2 Z_N 假设为集合 $Z \triangleq \{z|z+\mathbf{y}_r(k+N|k) \in GX\}$ 的一个闭子集且内部包含原点。对所有的 $z \in Z_N$ 至少存在一个终端控制律 $\mathbf{v}_N(z) \in V_N$ 使得 $g(z, \mathbf{v}_N(z)) \in Z_N$ 且 $V_f(g(z, \mathbf{v}_N(z))) \leq V_f(z) - \|z\|_Q^2 - \|\mathbf{v}_N(z)\|_R^2$ [24]。

定理 2 对于式(44),设计如式(45)所示的模型预测控制器,若假设 2 成立且控制器初始可解,则控制器迭代可行性和闭环系统稳定性被保证。定理 2 的证明如下:

第 1 步证明模型预测控制器迭代可行。

设 k 时刻式(45)求解的最优控制量序列和对应最优状态量序列分别为 $\mathbf{v}^*(k+i|k) (i=0, 1, \dots, N-1)$ 和 $\mathbf{z}^*(k+i|k) (i=0, 1, \dots, N)$, 且二者满足递推关系

$$\mathbf{z}^*(k+i+1|k) = g(\mathbf{z}^*(k+i|k), \mathbf{v}^*(k+i|k)) \quad (48)$$

在 $k+1$ 时刻取控制量序列为

$$\bar{\mathbf{v}}(k+i|k+1) = \begin{cases} \mathbf{v}^*(k+i|k) & i=1, 2, \dots, N-1 \\ \mathbf{v}_N(\mathbf{z}^*(k+N|k)) & i=N \end{cases} \quad (49)$$

即 $k+1$ 时刻控制量序列由 $N-1$ 个 k 时刻控制量序列的值和 1 个补充的终端控制量构成,根据 k 时刻控制量序列满足的控制集合约束以及假设 2, 式(49)所示的 $k+1$ 控制量序列是可行的。在式(49)的作用下,根据式(45),得到 $k+1$ 时刻状态量序列为

$$\bar{\mathbf{z}}(k+i|k+1) = \begin{cases} \mathbf{z}^*(k+i|k) & i=1, 2, \dots, N \\ g(\mathbf{z}^*(k+N|k), \mathbf{v}_N(\mathbf{z}^*(k+N|k))) & i=N+1 \end{cases} \quad (50)$$

因为 k 时刻最优状态量序列是满足状态集合约束的,并根据假设 2, 可以得到 $k+1$ 时刻式(50)同样满足状态集合约束。考虑到 k 的任意性,至此证明得到模型预测控制器是迭代可行的。

第 2 步证明闭环系统稳定。

取式(45)的最优代价函数为候选李雅普诺夫函数,即 $V_3(k) = \min J(k) = J^*(k)$, $V_3(k+1) = \min J(k+1) = J^*(k+1)$ 。记 $\bar{J}(k+1)$ 为 $k+1$ 时刻可行控制量序列和状态量序列下代价,则 $V_3(k)$ 和 $V_3(k+1)$ 分别满足

$$V_3(k) = J^*(k) = \sum_{i=0}^{N-1} \left(\|\mathbf{z}^*(k+i|k)\|_Q^2 + \|\mathbf{v}^*(k+i|k)\|_R^2 \right) + V_f(\mathbf{z}^*(k+N|k)) \quad (51)$$

$$V_3(k+1) = J^*(k+1) \leq \bar{J}(k+1) = \sum_{i=1}^N \left(\|\bar{\mathbf{z}}(k+i|k+1)\|_Q^2 + \|\bar{\mathbf{v}}(k+i|k+1)\|_R^2 \right) + V_f(\bar{\mathbf{z}}(k+1+N|k)) = \sum_{i=1}^{N-1} \left(\|\mathbf{z}^*(k+i|k)\|_Q^2 + \|\mathbf{v}^*(k+i|k)\|_R^2 \right) + \|\mathbf{z}^*(k+N|k)\|_Q^2 + \|\mathbf{v}_N(\mathbf{z}^*(k+N|k))\|_R^2 + V_f(\bar{\mathbf{z}}(k+1+N|k)) \quad (52)$$

式(52)对式(51)作差并结合假设 2 有

$$\Delta V_3(k) = V_3(k+1) - V_3(k) \leq \bar{J}(k+1) - J^*(k) = - \left(\|\mathbf{z}^*(k|k)\|_Q^2 + \|\mathbf{v}^*(k|k)\|_R^2 \right) + \left[\|\mathbf{z}^*(k+N|k)\|_Q^2 + \|\mathbf{v}_N(\mathbf{z}^*(k+N|k))\|_R^2 + V_f(\bar{\mathbf{z}}(k+1+N|k)) - V_f(\mathbf{z}^*(k+N|k)) \right] \leq - \left(\|\mathbf{z}^*(k|k)\|_Q^2 + \|\mathbf{v}^*(k|k)\|_R^2 \right) \leq 0 \quad (53)$$

综上, $V_3(k)$ 渐近收敛于 0, 闭环系统稳定性得证。

4 仿真实验

本节以平面三连杆 FFSR 为对象,对所设计的基于扰动补偿的模型预测控制器进行数值仿真。本文考虑了系统存在模型不确定性和外部扰动的情况,因此在所设计的控制器中使用被控对象的标称模型,模型参数如表 1 所示。

表 1 仿真中 FFSR 标称模型参数

Table 1 FFSR nominal model parameters in simulation

名称	尺寸/m	质量/kg	刚体质心系下转动惯量/(kg·m ²)
基座	0.4(长), 0.4(宽)	20.0	0.530 0
连杆 1	0.25	1.0	0.005 2
连杆 2	0.25	1.0	0.005 2
连杆 3	0.10	3.0	0.002 5

本节将所设计的固定时间扰动观测器简记为 FxTDO, 控制器简记为 DOMPC。对比方法分别选择无扰动补偿的经典模型预测控制器, 简记为 MPC; 以及基于扰动观测器的反步控制器, 简记为 DOBS。

FxTDO 的参数设计为 $\mu_1 = 100$ 、 $\mu_2 = 0.1$ 、 $\alpha = 1.0$ 、 $\beta = 1.0$ 、 $\bar{\omega}_1 = 2.0$ 、 $\gamma = 0.1$ 、 $c_{m0} = 0.1$ 、 $p_1 = 7$ 、 $q_1 = 5$ 、 $p_2 = 7$ 和 $q_2 = 5$ 。根据式(17), $\bar{\omega}_1$ 应选择为扰动 ω 范数的上界, 并且需要考虑到 ω 为关节外部扰动力矩与不确定性导致的扰动力矩的集总值。 $\bar{\omega}_1$ 在式(26)中用于抵消扰动 ω , 因此 γ 仅需给定一个较小的正常数。根据式(18), c_{m0} 的选择应满足性质 2。根据式(27, 28, 35, 36), α 和 β 能够调节观测器收敛的快慢, 增加这两个参数能减小观测器收敛时间。但注意到 α 在式(13)中是切换项的系数, 过大的 α 会导致观测器输出抖振。根据观测器收敛性分析式(32), μ_1 和 μ_2 分别为 $\hat{\omega}$ 二次项和一次项前的系数。在扰动观测的初始阶段, 估计误差较大, 误差二次项相比一次项能贡献更高的收敛速度, 因此选择较大的 μ_1 以显著加速 $\hat{\omega}$ 收敛。而根据式(13), μ_2 为切换项的增益, 因此 μ_2 不宜过大以避免观测器输出抖振。 p_1 、 q_1 、 p_2 和 q_2 需为奇数, 保证 $\kappa_1 = p_1/q_1 > 1$ 和 $\kappa_2 = p_2/q_2 > 1$ 即可。

DOMPC 和 MPC 中模型预测控制器部分的参数相同, 为 $\mathbf{Q} = \text{diag}(10, 10, 10, 1, 1, 1)$ 、 $\mathbf{R} = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1)$ 和 $N = 3$, 离散化时间间隔为 $\Delta T = 0.03$ 。

DOBS 的控制律设计如下

$$\begin{cases} \sigma = \dot{q}_{mr} - a_1 \text{sig}^{m_1}(e_1) - b_1 \text{sig}^{n_1}(e_1) \\ \tau_m = H_{m0} \left[-e_1 - \frac{1}{2} e_2 - a_2 \text{sig}^{m_2}(e_2) - b_2 \text{sig}^{n_2}(e_2) \right] + \dot{\sigma} + C_{m0} \dot{q}_m - \hat{\omega} \end{cases} \quad (54)$$

式中: \dot{q}_{mr} 为关节角速度期望值; a_1 、 a_2 、 b_1 和 b_2 均为正常数; $0 < m_1$; $m_2 < 1$; n_1 , $n_2 > 1$; e_1 和 e_2 分别定义为 $e_1 = q_m - q_{mr}$ 和 $e_2 = \dot{q}_m - \sigma$; $\hat{\omega}$ 为本文所设计的 FxTDO 的扰动估计值。

关节期望轨迹为阶跃信号, 分别为 $q_{mr1} = \pi/6$ 、 $q_{mr2} = \pi/4$ 和 $q_{mr3} = \pi/3$ 。

为了充分对比多设计方法和对比方法的效果, 设置如下 4 个场景中进行仿真: 场景 C1 为无模型不确定性和关节扰动力矩; 场景 C2 为无模型不确定性, 存在关节扰动力矩

$$\begin{cases} \tau_{md1} = 0.3 \sin(\pi/2 \cdot t) \\ \tau_{md2} = 0.2 \sin(2\pi/5 \cdot t) \\ \tau_{md3} = 0.1 \sin(\pi/3 \cdot t) \end{cases} \quad (55)$$

场景 C3 为存在模型不确定性, 无关节扰动力矩。将被控对象 FFSR 基座和各连杆的主轴惯量参数在表 1 的基础上分别均增加 150%, 其余参数保持不变。场景 C4 为无模型不确定性, 存在随机关节扰动力矩 $\tau_{mrand} = A_{rand} \sin(\omega_{rand} t)$, 其中 $A_{rand} \in [-0.3, 0.3]$, $\omega_{rand} \in [\pi/3, \pi/2]$ 。在 A_{rand} 和 ω_{rand} 的范围内随机生成 50 组关节扰动力矩。

4.1 存在关节扰动力矩场景的仿真结果

在场景 C1 中仅进行 MPC 的仿真, 场景 C2 中进行 DOMPC、MPC 和 DOBS 的仿真, 关节轨迹跟踪结果如图 2 所示。图 2(a~c) 对比了关节跟踪误差。在不存在扰动力矩的情况下, MPC 能够准确跟踪期望轨迹且稳态误差极小。这说明当被控对象的系统模型与 MPC 预测模型一致时, MPC 能够通过准确的前向预测, 实现闭环系统快速镇定。然而在系统存在关节扰动力矩的情况下, MPC 对 3 个关节控制效果显著劣于 DOMPC。这是因为当 MPC 的预测模型与实际系统模型不一致时, 控制器求解出的控制量无法使得实际系统状态按照预测模型的状态变化。换言之, MPC 得到的控制量仅对于预测模型而非对于实际系统是最优的。相较于 MPC, DOMPC 通过扰动观测器将系统受到的集总扰动补偿进预测模型中, 因此 DOMPC 使用的预测模型更接近实际系统模型, 其控制量对于实际系统的最优性亦强于 MPC。图 2(c) 尤其反映出不准确的预测模型对于控制效果的劣化作用。由式(55)可知, 尽管施加给关节 3 的扰动力矩幅值最小, 但因为关节 3 主轴惯量较小, 所以其受扰动力矩影响大。标称模型对关节 3 状态的预测与实际状态差异最大, 因此关节 3 在 MPC 控制下的稳态误差大于其余关节。

相较于模型预测方法, DOBS 不依赖于优化问题求解, 其控制精度显著优于无扰动补偿的 MPC。但是 DOBS 无法根据系统模型和性能指标求得最优控制量, 闭环系统的收敛特性是固定的范式, 体现在图 2(a~c) 中即为 3 个关节的控制误差收敛速度劣于 DOMPC。此外, 尽管可以通过增加控制增益加速 DOBS 的收敛, 但由于 DOBS 无法如预测控制一样考虑执行器饱和的约束, 过高的控制增益会导致控制量超过执行器限制。这一点在图 3 的分析中体现得更加明显。

图 2(d) 展示了各场景下关节角度跟踪积分时间绝对误差 (Integral of time multiplied by absolute

error, ITAE)的结果。存在扰动力矩情况下, MPC 相较 DOMPC 的 ITAE 显著更大。而存在扰动力矩条件下 DOMPC 的结果与无扰动条件下 MPC 的结果几乎一致,这也说明了经过扰动补偿后的预测模型较好地反应了实际系统的特征。DOBS 下关节角误差的收敛较慢,尽管有效抑制了关节扰动实现了较小的跟踪误差,其 ITAE 仍大于 DOMPC。

图 3 展示了控制力矩曲线。如图 3(a),无扰动力矩下, MPC 能保证闭环系统稳定性。误差收敛后,控制力矩收敛至 0。图 3(b,d)中,因为存在扰

动力矩,因此控制量无法收敛至 0。值得注意的是,尽管 MPC 没有通过观测器补偿扰动,但是其仍具备一定的扰动抑制能力,这也解释了图 3(b)所示控制量没有收敛至 0 这一现象。DOBS 力矩曲线与 DOMPC、MPC 显著不同,因为 DOBS 无法将执行器饱和约束纳入控制律的设计中,因此图 3(c)显示出关节 1 的力矩在初始阶段超过了 5 N·m 的限制。正如图 2 所示,如果希望 DOBS 作用下系统误差收敛得更快,那么就需要提高控制增益,而这反之会导致控制量超过执行器的限制。

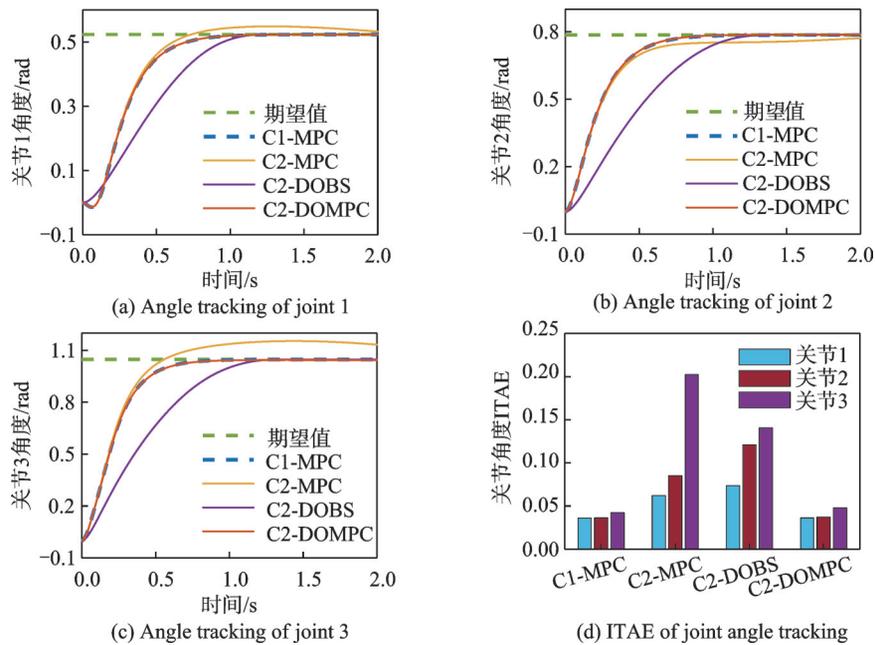


图 2 场景 C1 和 C2 下关节角度跟踪结果

Fig.2 Results of joint trajectory tracking in scenarios C1 and C2

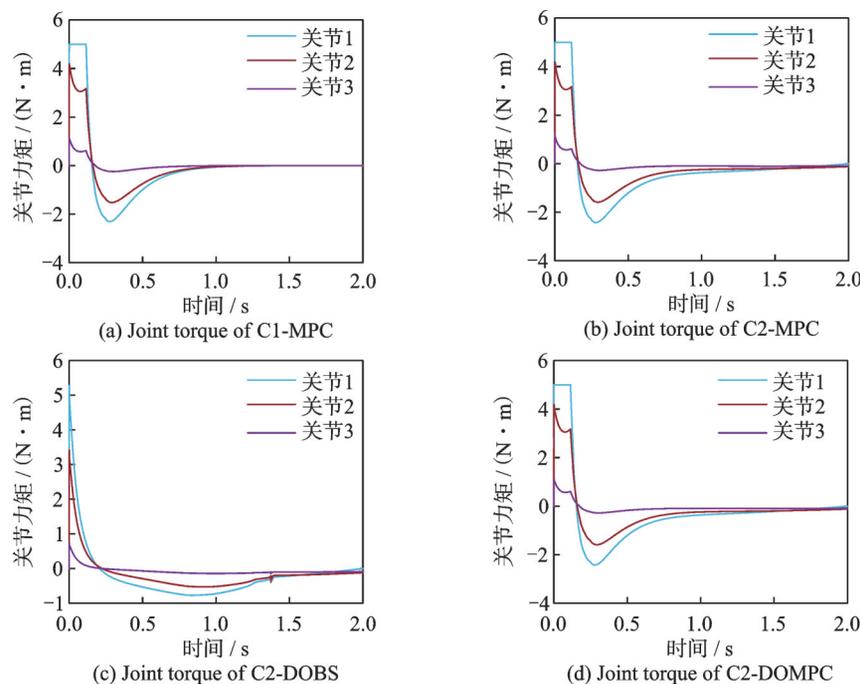


图 3 场景 C1 和 C2 下关节力矩结果

Fig.3 Results of joint torque in scenarios C1 and C2

DOMPC 正是通过在约束优化问题中考虑了执行器饱和,因此能在不超过系统物理能力限制的情况下最大程度地利用执行器能力,实现快速轨迹跟踪。这也能够反应出预测控制通过求解约束优化问题控制实际的含有状态量和控制量约束的系统的优势。

图 4 展示了机械臂的运动给漂浮基座造成的反作用力矩的结果。对比图 3 可以得出,基座所受的反作用力矩主要来源于关节 1 力矩,这是因为关节 1 与基座直接相连。基座在反作用力矩的作用下会产生旋转运动,再一次体现了漂浮系统特点。

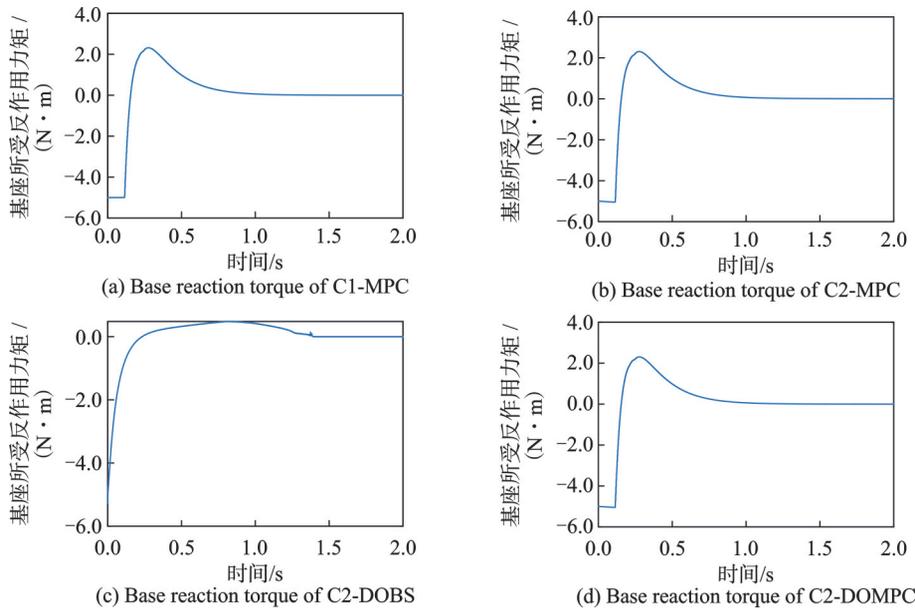


图 4 场景 C1 和 C2 下基座所受反作用力矩结果

Fig.4 Results of base reaction torque in scenarios C1 and C2

图 5 展示了 FxTDO 的扰动估计效果。可以看出在经历了初始阶段的估计误差后,扰动估计值很快收敛于扰动实际值。根据图 2 的分析,扰动观测器准确的扰动估计能够很大程度上提高模型预测控制器的效果。本文所设计的 FxTDO,其估计误差收敛时间上界不依赖于初始误差,保证了估计误差收敛的快速性,从而保证了 DOMPC 的准确快速的跟踪性能。

4.2 存在模型不确定性场景的仿真结果

模型不确定性场景中 DOMPC 和 MPC 的关节轨迹跟踪控制结果如图 6 所示。DOMPC 和 MPC 均最终实现了系统镇定,保证了较小的稳态误差。MPC 对关节 1 和 3 的控制出现了明显的超调,但没有影响稳态阶段。DOBS 在模型不确定场景下同样能够实现准确的轨迹跟踪,但是与图 2 的表现近似,误差收敛速度较低。从图 6(d)可以得到,总体上相较于 4.1 节,DOMPC 和 MPC 在模型不确定性系统的镇定问题中表现近似。根据式(11),模型不确定性导致的扰动与关节角速度和角加速度有关。因为仿真中期望轨迹为阶跃信号,所以当系统接近平衡点时关节角速度和角加速度接近 0,模型不确定性造成的扰动亦逐渐减小。对于关节 1,DOMPC 的 ITAE 大于 MPC。这是因为图 6(a)所示的关节 1 在 MPC 作用下上升较快,而 ITAE 计算的是整段轨迹时间加权的积分值,因此较短的上升阶段对降低 ITAE 起到促进作用。

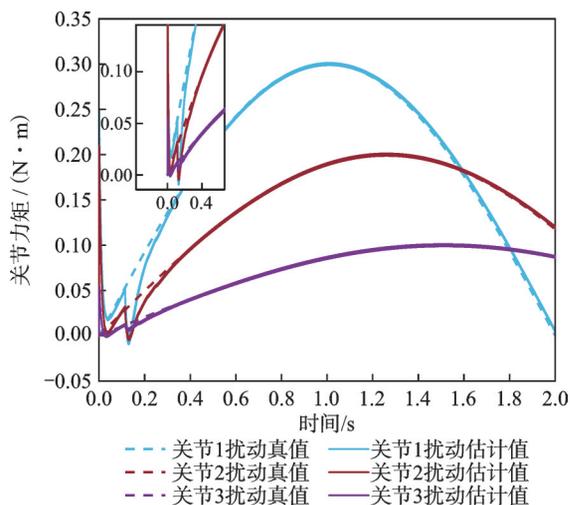


图 5 场景 C2 下扰动估计结果

Fig.5 Results of disturbance estimation in scenario C2

4.3 存在多组随机关节扰动力矩场景的仿真结果

图 7 以箱线图的形式给出了多组随机关节扰动力矩情况下,系统在 DOMPC、MPC 和 DOBS 作用下 ITAE 的统计结果。对于 MPC,关节 1 至关节 3

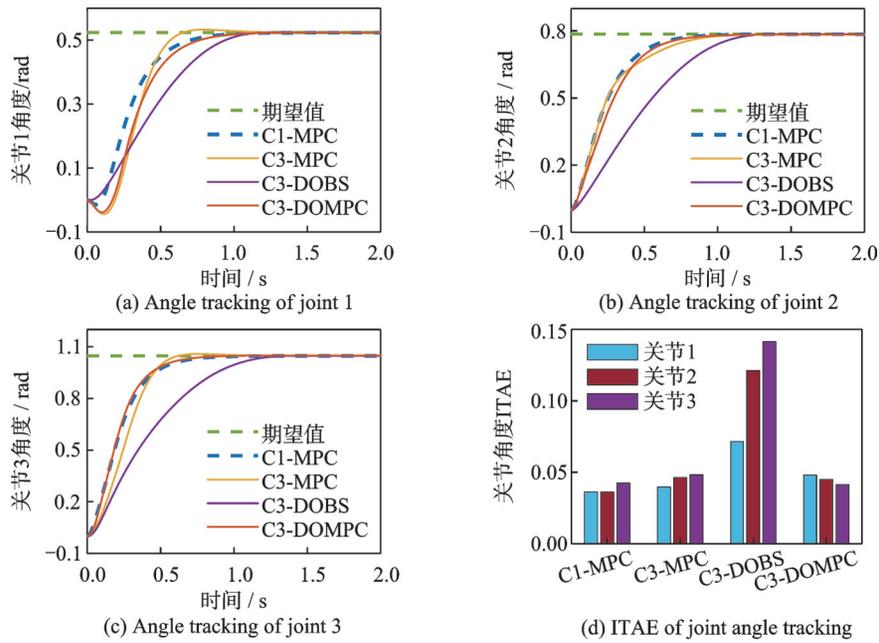


图 6 场景 C1 和 C3 下关节角度跟踪结果

Fig.6 Results of joint trajectory tracking in scenarios C1 and C3

的 ITAE 依次增大。关节 1 为近端关节,其负载惯量较大,因此在相同幅值扰动情况下 ITAE 最小。反之,关节 3 为远端关节,其较小的负载惯量导致其对扰动力矩更敏感,因此 ITAE 较大。此外,关节 3 的 ITAE 出现了离群点,意味着在某些极端扰动条件下,MPC 控制效果将急剧变差。对于 DOMPC,3 个关节的 ITAE 统计结果均较小。尽管关节 1 的 ITAE 出现了离群点,但离群点的值较小,说明 DOMPC 在极端关节扰动条件下也保证了良好的控制效果。DOBS 的控制效果介于 MPC 和 DOMPC 之间。相较于 MPC,DOBS 具备扰动抑制能力,即使在随机扰动场景下,其基本达到了较小的跟踪误差。相较于同样具备抑制扰动优势的 DOMPC,DOBS 因为无法利用系统模型获得最优控制量,误差收敛较慢,因此其 ITAE 比 DOMPC 更大。

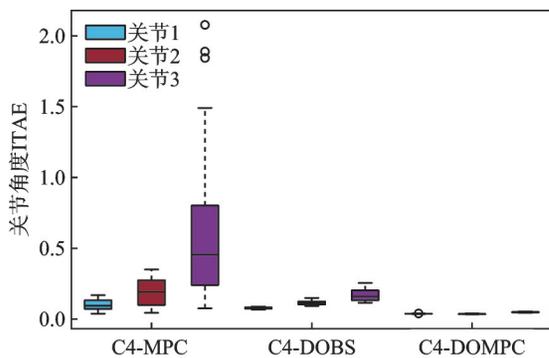


图 7 场景 C4 下关节角度跟踪 ITAE 结果

Fig.7 ITAE results for joint trajectory tracking in scenario C4

5 结 论

本文针对自由漂浮空间机器人系统在外部扰动和模型不确定性作用下的关节空间控制问题,设计了一种基于固定时间扰动观测器的模型预测控制方法。所设计的固定时间扰动观测器能够在约 0.4 s 内实现集总扰动估计误差的收敛,其收敛时间上界独立于初始误差,有效解决了有限时间观测器收敛时间依赖初始状态的问题,为预测模型提供了可靠的扰动补偿基础。基于扰动补偿的模型预测控制框架通过将观测器估计值引入预测模型,显著提升了系统抗扰能力。多场景仿真进一步证实,该方法在模型参数 150% 偏差的强不确定性条件下仍能保持稳定控制。在随机扰动场景下的关节角 ITAE 指标相较对比方法显著降低,展现出算法优异的鲁棒性。未来研究将探索融合深度强化学习的模型参数在线辨识与预测模型自适应更新策略,从而增强 FFSR 长期在轨任务背景下的智能控制能力。

参考文献:

[1] 陈钢,高贤渊,赵治恺,等.空间机械臂智能规划与控制技术[J].南京航空航天大学学报,2022,54(1):1-16.
CHEN Gang, GAO Xianyuan, ZHAO Zhikai, et al. Review on intelligent planning and control technology of space manipulator[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(1): 1-16.

[2] YUE C F, LIN T, ZHANG X, et al. Hierarchical

- path planning for multi-arm spacecraft with general translational and rotational locomotion mode[J]. *Science China Technological Sciences*, 2023, 66(4): 1180-1191.
- [3] WANG H X, GUO J S, CANALI C, et al. Configuration optimization of variable topological space robot for impulse minimization based on bilevel approach[J]. *Robotica*, 2025, 43(6): 2193-2211.
- [4] RYBUS T. Robotic manipulators for in-orbit servicing and active debris removal: Review and comparison[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2024, 151: 101055.
- [5] WU Y H, YU Z C, LI C Y, et al. Reinforcement learning in dual-arm trajectory planning for a free-floating space robot[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 98: 105657.
- [6] 宗立军, 罗建军, 王明明, 等. 自由漂浮空间机器人多约束混合整数预测控制[J]. *宇航学报*, 2016, 37(8): 992-1000.
ZONG Lijun, LUO Jianjun, WANG Mingming, et al. A mixed integer predictive controller with multi-constraint for free-floating space robots[J]. *Journal of Astronautics*, 2016, 37(8): 992-1000.
- [7] 宁昕, 武耀发. 自由漂浮空间机器人轨迹跟踪的模型预测控制[J]. *控制理论与应用*, 2019, 36(5): 687-696.
NING Xin, WU Yaofa. Model predictive control for trajectory tracking of free-floating space robot[J]. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(5): 687-696.
- [8] SRIVASTAVA R, SAH R, DAS K. Nonlinear model predictive control of rotation floating space robots for autonomous active debris removal[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2022, 55(22): 147-152.
- [9] 张瀚昂, 黄销, 蒋志宏, 等. 基于多约束模型预测控制的空双臂机器人轨迹规划方法[C]//2024中国自动化大会. 青岛, 中国: [s.n.], 2024: 309-314.
- [10] WANG P J, CAI B C, YUE C F, et al. Adaptive-length data-driven predictive control for post-operation of space robot non-cooperative target capture with disturbances[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2026, 39(2): 103754.
- [11] WU Y H, HE M J, YU Z C, et al. Dynamics modeling and attitude stabilization control of a multiarmed space robot for on-orbit servicing[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(13): 8383-8415.
- [12] JIN R Y, ROCCO P, CHEN X Q, et al. LPV-based offline model predictive control for free-floating space robots[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(6): 3896-3904.
- [13] 王东委, 富月. 基于高阶观测器和干扰补偿控制的模型预测控制方法[J]. *自动化学报*, 2020, 46(6): 1220-1228.
WANG Dongwei, FU Yue. Model predict control method based on higher-order observer and disturbance compensation control[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(6): 1220-1228.
- [14] ZHANG Y, EDWARDS C, BELMONT M, et al. Robust model predictive control for constrained linear system based on a sliding mode disturbance observer[J]. *Automatica*, 2023, 154: 111101.
- [15] XIE H H, DAI L, LU Y C, et al. Disturbance rejection MPC framework for input-affine nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(12): 6595-6610.
- [16] ZHANG O Y, YAO W R, DU D S, et al. Trajectory optimization and tracking control of free-flying space robots for capturing non-cooperative tumbling objects[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 143: 108718.
- [17] SICILIANO B, SCIavicco L, VILLANI L, et al. *Robotics*[M]. London, UK: Springer, 2009.
- [18] ZUO Z Y, TIE L. Distributed robust finite-time nonlinear consensus protocols for multi-agent systems[J]. *International Journal of Systems Science*, 2016, 47(6): 1366-1375.
- [19] LIU W, CHEN M, SHI P. Fixed-time disturbance observer-based control for quadcopter suspension transportation system[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2022, 69(11): 4632-4642.
- [20] ZUO Z Y, TIAN B L, DEFOORT M, et al. Fixed-time consensus tracking for multiagent systems with high-order integrator dynamics[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(2): 563-570.
- [21] HASKARA I. On sliding mode observers via equivalent control approach[J]. *International Journal of Control*, 1998, 71(6): 1051-1067.
- [22] CHEN Q, XIE S Z, HE X X. Neural-network-based adaptive singularity-free fixed-time attitude tracking control for spacecrafts[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(10): 5032-5045.
- [23] XU L W, TIAN B L, WANG C, et al. Fixed-time disturbance observer-based MPC robust trajectory tracking control of quadrotor[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2025, 30(6): 4272-4282.
- [24] 陈虹. 模型预测控制[M]. 北京: 科学出版社, 2013.
CHEN Hong. Model predictive control[M]. Beijing: Science Press, 2013.