

## 考虑航班调度和不确定维修时间的飞机维修路径规划方法

吴 维<sup>1</sup>, 吴泽萱<sup>2</sup>, 樊后荣<sup>3</sup>, 马妍婧<sup>4</sup>

(1. 中国民航大学空中交通管理学院, 天津 300300; 2. 北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100086;  
3. 中国民航大学电子信息与自动化学院, 天津 300300; 4. 中国民航大学航空工程学院, 天津 300300)

**摘要:** 航空公司核心资源的高效调度对于提升航班运行效率、降低运营成本具有重要意义。针对航班和飞机两类核心资源, 提出了一种考虑不确定维修访问时间的飞机维修路径规划模型, 该模型同时考虑了航班延误传播、维修站剩余容量动态变化以及飞机维修时间不确定性等关键因素。为高效求解该模型, 引入 Dantzig-Wolfe 分解方法, 将原问题分解为主问题和定价子问题, 并设计了结合标签算法求解子问题的改进分支定价算法。通过数值实验验证了所提模型和算法的有效性, 结果表明, 考虑不确定维修访问时间的模型相比传统模型能有效缓解维修站飞机维修的拥堵, 最大可减少同时刻飞行维修排队数量的 50%, 随着机队数量增多, 延误时间最多减少 87.5%; 求解效率上, 针对中小规模上相较于 IBM 的 CPLEX 最大可减少 67.1%, 针对大规模且获得最优解前提下相较于 CPLEX 可减少 14%。

**关键词:** 航空运输; 维修路径规划; 分支定价算法; 不确定维修时间

中图分类号: X949

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2025)06-1200-12

## An Aircraft Maintenance Routing Planning Method Considering Flight Scheduling and Uncertain Maintenance Time

WU Wei<sup>1</sup>, WU Zexuan<sup>2</sup>, FAN Hourong<sup>3</sup>, MA Yanjing<sup>4</sup>

(1. College of Air Traffic Management, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China; 2. College of Electronic Information Engineering, Beihang University, Beijing 100086, China; 3. College of Electronic Information and Automation, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China; 4. College of Aeronautical Engineering, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

**Abstract:** The efficient scheduling of airline core resources is crucial for enhancing flight operation efficiency and reducing operational costs. This paper proposes a novel aircraft maintenance routing planning model that incorporates uncertain maintenance time for two types of core resources: Flights and aircraft. The model simultaneously considers key factors such as flight delay propagation, dynamic remaining capacity of maintenance stations, and uncertainty in aircraft maintenance duration. To solve this complex model, the Dantzig-Wolfe decomposition method is introduced to break it down into a master problem and pricing sub-problems. An improved branch-and-price algorithm, which integrates a labeling algorithm to solve the sub-problems, is designed. Numerical experiments verify the effectiveness of the proposed model and the algorithm. The results demonstrate that, compared to traditional models, the proposed model with uncertain

**基金项目:** 中央高校基本科研业务费项目中国民航大学专项(3122025098)。

**收稿日期:** 2025-05-18; **修订日期:** 2025-10-22

**通信作者:** 吴维, 男, 副教授, E-mail: wuw@cauc.edu.cn。

**引用格式:** 吴维, 吴泽萱, 樊后荣, 等. 考虑航班调度和不确定维修时间的飞机维修路径规划方法[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2025, 57(6): 1200-1211. WU Wei, WU Zexuan, FAN Hourong, et al. An aircraft maintenance routing planning method considering flight scheduling and uncertain maintenance time[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics(Natural Science Edition), 2025, 57(6): 1200-1211.

maintenance access time can effectively alleviate congestion at maintenance stations, reducing the maximum simultaneous maintenance queue by up to 50%. As the fleet size increases, the delay time can be reduced by up to 87.5%. Compared to IBM's CPLEX, the proposed algorithm achieves a maximum reduction in solution time of 67.1% for small and medium-scale instances, and a 14% reduction for large-scale instances while obtaining the same optimal solution.

**Key words:** air transportation; maintenance route planning; branch pricing algorithms; uncertain maintenance time

航空运输的高效、准点运行严重依赖于飞机、机组等核心资源的精细化管理。其中,飞机维修路径规划是航空运营计划中的核心环节,旨在为每架飞机安排飞行任务序列和维修计划,确保其满足适航要求。航空器的维修是保障其安全性、适航性的最基本要求。全球每百万架次发生1.13起事故,其中由于维护不及时造成的航班不安全事件占到30%<sup>[1]</sup>。但如何平衡飞机利用率与必要的维修保障之间关系,成为航司面临的关键难题。美国联邦航空管理局(Federal Aeronautics Administration, FAA)定义了4类维护检查,其中包括A类检查约每65飞行小时或4天进行一次,包括对起落架、发动机和操纵面等主要系统进行目视检查,约持续4~8 h;B类检查每300~600飞行小时进行一次,涉及对所有活动部件进行彻底检查和润滑;C类检查和D型检查为每1~4年进行一次,往往需要3周或更长时间<sup>[2]</sup>。由于只有A类检查可以穿插在日常飞行航线中,在本文中,只考虑A类检查。针对飞机维修时间在一定区间内的动态调整,将有效缓解航班延误和维修站点拥堵。因此本文考虑不确定维修时间变化,并监测维修站剩余容量,避免因排队维修造成更多航班延误。

很多研究针对飞机航线规划基本问题进行建模。朱星辉等<sup>[3]</sup>以总波及延误时间最少和航空公司运营成本最小为优化目标,建立双目标飞机排班一体化网络流优化模型。张宝成等<sup>[4]</sup>提出未来大规模一体化飞机排班问题的研究方向。张萌<sup>[5]</sup>提出基于改进遗传算法的飞机排班调度算法以尽可能减少延误。王舳<sup>[6]</sup>构建了面向航班正常的飞机排班模型。Lee等<sup>[7]</sup>提出了一种考虑航空公司中断情况下的多机队飞机恢复方法。Huang等<sup>[8]</sup>提出了一个集成飞机航线规划与货物路径规划的联合优化模型,提升了航空器机腹资源利用率。Yoo等<sup>[9]</sup>针对飞机航线规划与燃油携带决策相互依赖的问题,一体优化飞机的飞行路线和在不同机场的加油量。López-Ramos等<sup>[10]</sup>针对多目标飞机航线规划问题,提出了结合选择偏好互斥的多目标(如运营成本、碳排放与航班准点率)航线优化方案。

也有研究考虑维修规定的飞机维修航线问题

进行建模。Ruan等<sup>[11]</sup>考虑最大飞行小时、起飞次数限制和维修站容量提出一种基于网络流的整数规划模型。Ahmad Al-Thani等<sup>[12]</sup>提出了用于运营飞机维修路线的优化模型并提出一种大规模邻域搜索算法求解。Sanchez等<sup>[13]</sup>提出了一种最大限度地减少违反维护规定次数和不适航飞机数量的维护计划模型。Wen等<sup>[14]</sup>提出了一种以满足运营阶段出现的维护要求新的飞机航线调整方法。Cui等<sup>[15]</sup>提出了一种以减少飞机数量和总剩余飞行时间为目标的飞机维修路线模型。

在求解方法方面,精确求解算法与商业求解器适用于模型清晰的中小规模问题。Wen等<sup>[14]</sup>采用列生成算法求解航班调度与飞机维修路径的集成问题。Ben Ahmed等<sup>[16]</sup>也采用了混合优化-仿真方法进行鲁棒的周度飞机路径规划与重定时。群智能优化算法被用于大规模问题处理。张萌<sup>[5]</sup>与王舳<sup>[6]</sup>分别应用遗传算法优化飞机排班。Cui等<sup>[15]</sup>建立了考虑剩余时间与鲁棒性的飞机维修路径模型。Ahmad Al-Thani等<sup>[12]</sup>、Eltoukhy等<sup>[17-18]</sup>及Ben Ahmed等<sup>[16]</sup>分别提出了不同的优化模型与启发式方法来解决维修路径与鲁棒路由问题。也有学者通过特定启发式算法设计高效规则。Safaei等<sup>[19]</sup>提出了考虑广义维修约束的路径启发式算法。Eltoukhy等<sup>[20]</sup>开发了考虑最长飞行时限和人力可用性的启发式方法。冯小荣等<sup>[21]</sup>和杜卓铭等<sup>[22]</sup>则分别提出了限界优化方法和基于分类的方法来解决航班着陆与进场调度问题。

尽管现有研究在飞机排班与维修路径规划方面取得了显著进展,但仍存在以下不足:(1)在模型构建方面,多目标建模被广泛使用,但针对维修不确定性强的应对鲁棒性不足,方案适应性不强;(2)在求解方法方面,考虑复杂不确定性因素引入模型后,问题规模与复杂度将急剧上升,传统的精确算法或商业求解器在求解大规模现实案例时面临计算效率瓶颈;(3)在验证维度方面,现有研究的数值实验虽验证了其模型与算法的部分有效性,但针对模型在缓解维修站拥堵、减少连锁延误等方面的具体表现,以及算法在求解效率上的优势,缺乏系统性的量化评估与比较。

针对上述问题,本文的主要贡献包括:(1)构建了一个集成航班调度、不确定维修时间与维修站动态容量的飞机维修路径规划混合整数线性规划模型,提升了调度方案的鲁棒性;(2)设计了一种基于 Dantzig-Wolfe 分解与标签算法的改进分支定价算法,以高效求解大规模问题实例;(3)通过多组数值实验,从拥堵缓解、延误减少及求解效率等多个维度验证了所提模型与算法的有效性。

## 1 方法建模

### 1.1 问题描述

本文研究的问题可定义为考虑不确定维修时间的飞机维修路径规划问题,旨在解决在航线网络中维修、调度和资源配置的综合优化问题,以调和航司运营中飞机航线固有的时空复杂性。该问题涉及机场维修设施容量、维修时间窗口以及维修时间不确定性等多种异构约束。针对该问题 El-toukhy 等<sup>[20]</sup>提出混合整数线性规划(Mixed-integer linear programming, MILP)模型,旨在最大化航班间的直通价值,以实现航班分配、飞机维修路线和维修站劳动力分配,确保飞行路线的时间可行性和空间一致性。

在本文叙述的连接网络中,节点代表一组航班即航段,弧对应航班间的可行连接,飞行航段及连接如图 1 所示。

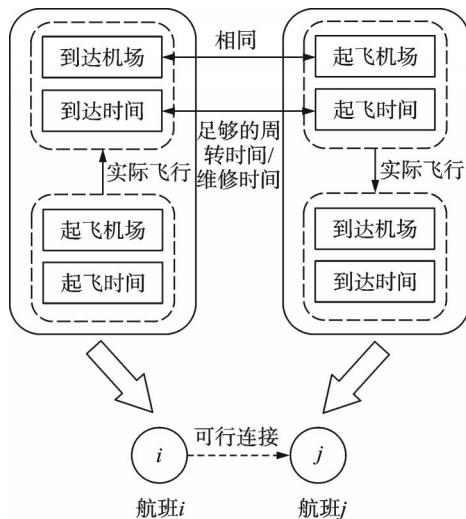


图 1 航班间的可行连接

Fig.1 Feasible connections between flights

图 1 描述了航班网络中可行的连接关系。每个节点代表一个航班(航段),弧代表航班之间的可行连接。可行的普通连接需满足两个条件:(1)时间衔接,即前序航班  $i$  的到达时间加上最小过站时间,需早于后续航班  $j$  的起飞时间;(2)空间一致性,即航班  $i$  的目的地机场与航班  $j$  的起飞机场必

须相同。这种能够直接衔接的航班对被称为“直通连接”,其产生的效益称为“直通价值”,是本文模型的重要优化目标之一。

图 2 为 MILP 模型得到的每架飞机的维修航线,描述了连接网络中每架航空器考虑维修的完整运营路径。路径从虚拟源节点  $o$  开始,通过一系列“普通弧”连接航班,直至飞机达到维修标准(如最大起飞次数、最低维修状态、最大经历天数),通过“维修弧”将飞机引导至具备维修能力的机场进行维修。维修完成后,通过“恢复弧”将飞机重新连接至航班网络,并最终抵达虚拟终止节点  $e$ ,完成一个维修周期的规划,代表飞机第  $n$  次维修航线规划结束。

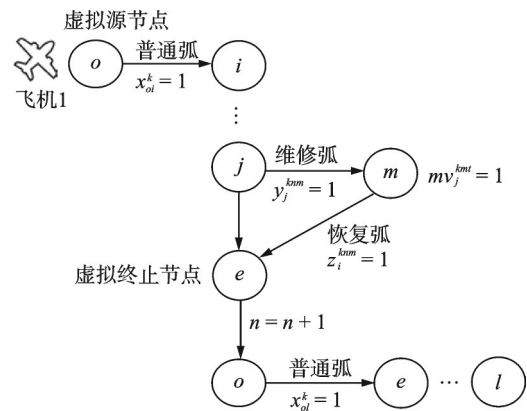


图 2 连接网络中的考虑维修的飞机运营航线

Fig.2 Aircraft operating routes requiring maintenance in the connectivity network

### 1.2 模型建立

#### 1.2.1 决策变量

根据模型计算过程,将模型中涉及的参数进行定义见表 1。

在第  $n$  次维修航线中,当两个连续的航班  $i$  和航班  $j$  被分配给飞机  $k$  时,决策变量  $x_{ij}^{kn}$  为 1,否则为 0。其中  $i, j \in F, F$  为航班集合;  $k \in K, K$  为飞机集合;  $n \in N, N$  为维修次数集合。

$$x_{ij}^{kn} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in F; k \in K; n \in N \quad (1)$$

当飞机  $k$  在第  $n$  次维修航线中在航班  $i$  的目的机场维修设施  $m$  维修时,决策变量  $y_i^{knm}$  为 1,否则为 0。其中  $m \in M, M$  为维修站集合。

$$y_i^{knm} \in \{0, 1\}$$

$$\forall i \in F; k \in K; n \in N; m \in M \quad (2)$$

当飞机  $k$  在航班  $i$  的目的机场的维修设施  $m$  完成第  $n$  次维修后,决策变量  $z_i^{knm}$  为 1,否则为 0。

$$z_i^{knm} \in \{0, 1\}$$

$$\forall i \in F; k \in K; n \in N; m \in M \quad (3)$$

当飞机  $k$  在  $t$  时于航班  $i$  的目的机场维修设



表1 变量符号  
Table 1 Variable notations

符号	含义
$i$	航班
$j$	航班
$F$	航班集合
$K$	飞机集合
$m$	维修站点
$M$	维修站集合
$n$	维修次数序号
$N$	维修次数集合
$t$	时刻
$T$	时间步长集合
$g$	延误等级
$G$	延误等级集合
$o$	虚拟起始节点
$e$	虚拟终止节点
$L$	一个大的实数
$p$	满足原问题模型约束的可行路径
$P$	飞机的可行路径集合
$C_{ij}$	为连接 $i, j$ 的直通价值
$a_{ip}$	路径 $p$ 是否经过航班节点 $i$
$b_{mpt}$	路径 $p$ 在时间 $t$ 占用维修站 $m$ 的次数
$\lambda_p$	解中是否包含路径 $p$
$s^k$	飞机健康状态
$\overline{v_k}$	维修检查速率
$D_i^a$	航班 $i$ 到达机场是否为 $a$
$O_j^a$	航班 $j$ 始发机场是否为 $a$
$f_i^m$	航班 $i$ 访问带有维修设施 $m$ 的机场
$f_{dj}^m$	航班 $j$ 的目的地机场是否为维修设施 $m$
$x_{ij}^{kn}$	飞机是否被分配 $i, j$ 两个连续航班决策变量
$y_i^{knm}$	飞机 $k$ 是否在航班 $i$ 的目的地机场维修设施 $m$ 执行第 $n$ 次维修决策变量
$z_i^{knm}$	飞机 $k$ 在航班 $i$ 的目的地机场维修设施 $m$ 完成第 $n$ 次维修
$v_j^{kmt}$	飞机 $k$ 在 $t$ 时于航班 $j$ 目的地维修设施 $m$ 维修
$\delta_i^g$	航班 $i$ 延误等级是否为 $g$
$W_m$	机场维修设施 $m$ 维修能力

施  $m$  维修时, 决策变量  $v_j^{kmt}$  为 1, 否则为 0。其中  $t \in T, T$  为时间步长集合。

$$v_j^{kmt} \in \{0, 1\}$$

$$\forall j \in F; k \in K; t \in T; m \in M \quad (4)$$

当航班  $i$  的延误等级为  $g$  时, 决策变量  $\delta_i^g$  为 1, 否则为 0。其中  $g \in G, G$  为延误等级集合。

$$\delta_i^g \in \{0, 1\} \quad \forall i \in F; g \in G \quad (5)$$

### 1.2.2 目标函数

本模型定义目标函数为最大化直达航班产生的总利润(直达价值)。直通连接是航班间的连接时间大于必要周转时间且小于固定的一个阈值。直通连接可以提高飞机利用率, 增加航空公司总体的可飞行航班数量。目标函数为

$$\max \sum_{k \in K} \sum_{i \in F} \sum_{j \in F} \sum_{n \in N} C_{ij} x_{ij}^{kn} \quad (6)$$

### 1.2.3 航线网络约束

式(7)确保每个飞机航线通过普通弧从虚拟起

始节点  $o$  开始; 式(8)确保除了最后一次维修外, 每个飞机航线通过恢复弧在虚拟终止节点  $e$  结束, 以便可以再次重复调度; 式(9)确保最后一次维修后, 飞机航线通过普通弧或恢复弧在虚拟终止节点  $e$  结束。其中,  $n_{\text{last}}$  为最后一次维修航线。

$$\sum_{j \in F} x_{oj}^{kn} = 1 \quad \forall k \in K; n \in N \quad (7)$$

$$\sum_{m \in M} z_e^{knm} = 1 \quad \forall k \in K; n \in N/n_{\text{last}} \quad (8)$$

$$\sum_{i \in F} x_{ie}^{kn} + \sum_{m \in M} z_e^{knm} = 1 \quad \forall k \in K; n = n_{\text{last}} \quad (9)$$

式(10)确保飞机航线的起始机场是上一个飞行航线最终所在的维修设施  $m$  的机场; 式(11)确保每个航班只分配给一个飞机; 式(12)保证每一个航班不滞留飞机, 即连接进入航班的飞机也必须离开该节点; 式(13)保证飞机不在机场的维修设施中滞留。其中  $f_{dj}^m$  为航班  $j$  的目的地机场为维修设施  $m$  时为 1, 否则为 0。

$$\sum_{j \in F} x_{oj}^{kn} \cdot f_{dj}^m \leq z_e^{k(n-1)m} \quad \forall k \in K; m \in M; n \in N/n_{\text{last}} \quad (10)$$

$$\sum_{k \in K} \left( \sum_{j \in F \cup \{e\}} \sum_{n \in N} x_{ij}^{kn} + \sum_{m \in M} \sum_{n \in N} y_i^{knm} \right) = 1 \quad \forall i \in F \quad (11)$$

$$\sum_{j \in F \cup \{o\}} x_{ji}^{kn} + \sum_{m \in M} z_i^{knm} = \sum_{j \in F \cup \{e\}} x_{ij}^{kn} + \sum_{m \in M} y_i^{knm} \quad \forall i \in F; k \in K; n \in N \quad (12)$$

$$\sum_{i \in F} \sum_{n \in N} y_i^{knm} = \sum_{j \in F \cup \{e\}} \sum_{n \in N} z_i^{knm} \quad \forall k \in K; m \in M \quad (13)$$

式(14)为延误等级唯一约束, 即每个航班只能有一种延误类型; 式(15)为时间约束, 如果周转时间和航班  $i$  的到达时间之和早于航班  $j$  的起飞时间, 则飞机  $k$  在执行航班  $i$  之后可以执行航班  $j$ ; 式(16)为维修时间约束, 如果维修时间  $t_{ma}^k$  和航班  $i$  的到达时间之和早于航班  $j$  (下一个航线的起始航班) 的起飞时间, 则飞机  $k$  可以执行航班  $i$  和航班  $j$ ; 式(17)为最后一个飞机航线的维修约束。其中,  $t_{\text{delay}}^g$  为延误等级  $g$  对应的延误时间,  $t_{\text{AT}}^i$  为航班  $i$  的到达时间,  $t_{\text{TAT}}$  为平均周转时间,  $t_{\text{DT}}^j$  为航班  $j$  的起飞时间,  $L$  为一个大的实数。

$$\sum_{g \in G} \delta_i^g = 1 \quad \forall i \in F \quad (14)$$

$$(t_{\text{AT}}^i + t_{\text{delay}}^g \cdot \delta_i^g) + t_{\text{TAT}} - (t_{\text{DT}}^j + t_{\text{delay}}^g \cdot \delta_j^g) \leq L \cdot (1 - x_{ij}^{kn}) \quad \forall i, j \in F; k \in K; n \in N; g \in G \quad (15)$$

$$(t_{\text{AT}}^i + t_{\text{delay}}^g \cdot \delta_i^g) + t_{ma}^k - (t_{\text{DT}}^j + t_{\text{delay}}^g \cdot \delta_j^g) \leq L \cdot (1 - x_{oj}^{kn}) + L \cdot (1 - y_i^{k(n-1)m}) \quad \forall i, j \in F; k \in K; m \in M; n \in N/n_{\text{last}}; g \in G \quad (16)$$

$$(t_{\text{AT}}^i + t_{\text{delay}}^g \cdot \delta_i^g) + t_{ma}^k - (t_{\text{DT}}^j + t_{\text{delay}}^g \cdot \delta_j^g) \leq L \cdot (1 - z_j^{knm}) + L \cdot (1 - y_i^{knm})$$

$$\forall i, j \in F; k \in K; m \in M; n = n_{\text{last}}; g \in G \quad (17)$$

式(18)为普通弧的位置约束,如果航班*i*的目的机场与航班*j*的始发机场相同,则飞机*k*可以在执行航班*i*之后执行航班*j*;式(19)为维修弧的位置约束,当航班*i*的到达机场的维修设施为*m*时,则可以通过航班*i*访问带有维修设施*m*的机场;式(20)为恢复弧的位置约束,当航班*i*的始发机场为维修站设施*m*时,则可以在维修完毕后,从航班*i*开始下一个飞机航线。其中, $D_i^a$ 为当航班*i*的到达机场为*a*时为1,否则为0; $O_j^a$ 为当航班*j*的始发机场为*a*时为1,否则为0;式(21)保证了在两次连续的维修检查之间,飞机*k*的总起飞次数不超过允许的最大起飞次数 $q_{\text{max}}$ 。

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^{kn} \leq \sum_{a \in A} D_i^a O_j^a \quad \forall i, j \in F; n \in N \quad (18)$$

$$\sum_{k \in K} y_i^{kmm} \leq f_i^m \quad \forall i \in F; m \in M; n \in N \quad (19)$$

$$\sum_{k \in K} z_i^{kmm} \leq f_{dz}^m \quad \forall i \in F; m \in M; n \in N \quad (20)$$

$$\sum_{i \in F \cup \{o\}} \sum_{j \in F} x_{ij}^{kn} \leq q_{\text{max}} \quad \forall k \in K; v \in V \quad (21)$$

式(22)确保在除最后一次的飞机航线中,每个飞机航线的飞机必须维修一次;式(23)确保在最后一次航线中,维修次数小于等于1,因为在规划期的所有航班执行完毕后,按常规飞机在夜间不工作。

$$\sum_{i \in F} \sum_{m \in M} y_i^{kmm} = 1 \quad \forall k \in K; n \in N/n_{\text{last}} \quad (22)$$

$$\sum_{i \in F} \sum_{m \in M} y_i^{kmm} \leq 1 \quad \forall k \in K; n = n_{\text{last}} \quad (23)$$

#### 1.2.4 维修访问时间约束

维修访问时间的不确定性是本文模型的核心特征之一。在实际运营中,飞机的维修时间并非固定不变,而是受到飞机实际健康状况、维修人员熟练度、备件可用性等多种因素影响,在一个区间内动态波动。为刻画这一特性,本文不将维修时间视为一个常量,而是将其定义为一个在预定区间内根据飞机健康状况动态调整的变量,其具体值由健康状况监测约束(式(35))决定。后续的维修时间窗约束(式(24))与容量约束(式(33))均基于此不确定维修时间构建,从而使调度方案对维修过程中的时间波动具备鲁棒性。式(24)表示如果飞机*k*执行航班*j*后,在其目的机场的维修站*m*有维修需求,则应该在机场的维修站*m*的 $[t_{\text{AT}}^i + t_{\text{delay}}^{i,g}]$ 到 $[t_{\text{AT}}^i + t_{\text{delay}}^{i,g}] + t_{\text{ma}}^k - 1$ 时间段内进行维修,在此将维修访问的时间指标加入到航线网络中,已知 $\delta_j^g \cdot v_i^{kmt}$ 非线性,为将其线性化,加入辅助变量 $d_i^{kmg}$ ,添加约束为

$$\sum_{t=[t_{\text{AT}}^i + t_{\text{delay}}^{i,g}]}^{[t_{\text{AT}}^i + t_{\text{delay}}^{i,g}] + t_{\text{ma}}^k - 1} v_i^{kmt} \geq y_i^{kmm} \cdot f_i^m \cdot t_{\text{ma}}^k$$

$$\forall i \in F \cup \{o\}; k \in K; m \in M; n \in N; g \in G \quad (24)$$

$$d_i^{kmg} \leq m v_i^{kmt}$$

$$\forall i \in F; k \in K; m \in M; t \in T; g \in G \quad (25)$$

$$d_i^{kmg} \leq \delta_i^g \quad \forall i \in F; k \in K; m \in M; t \in T; g \in G \quad (26)$$

$$d_i^{kmg} \geq v_i^{kmt} + \delta_i^g - 1$$

$$\forall i \in F; k \in K; m \in M; t \in T; g \in G \quad (27)$$

式(28)确保飞机*k*在机场的维修站维修时间不能超过 $t_{\text{ma}}^k$ ;式(29)表示如果所有关于*i*的*y*变量为0,那么飞机*k*不通过航班*i*来访问机场的维修站*m*。

$$\sum_{t \in T} v_i^{kmt} \leq t_{\text{ma}}^k \quad \forall i \in F; k \in K; m \in M \quad (28)$$

$$\sum_{t \in T} v_i^{kmt} \leq L \cdot \sum_{n \in N} y_i^{kmm} \cdot f_i^m \quad \forall k \in K; m \in M; i \in F \quad (29)$$

式(30)为位置约束,如果航班*j*的机场的维修设施不是*m*则不能通过航班*j*来前往维修访问;式(31)为网络约束,如果飞机*k*通过航班*j*在*t*时访问*m*,则不能从其他航班访问;式(32)飞机*k*在*t*时只能在一个机场的维修设施维修;式(33)容量约束,机场的维修设施*m*在*t*时只能接受 $W_m$ 及以下次数的维修访问,该约束实时监控机场维修站容量,使维修访问总次数不超过*t*时刻机场的维修设施*m*的剩余容量。

$$v_i^{kmt} \leq f_i^m \quad \forall t \in T; i \in F; k \in K; m \in M \quad (30)$$

$$\sum_{i \in F} v_i^{kmt} \leq 1 \quad \forall t \in T; k \in K; m \in M \quad (31)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{i \in F} v_i^{kmt} \leq 1 \quad \forall t \in T; k \in K \quad (32)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{i \in F} v_i^{kmt} \leq W_m \quad \forall t \in T; m \in M \quad (33)$$

#### 1.2.5 飞机健康状态监测约束

式(34)为飞机*k*在执行完航班*j*后的健康状态;式(35)表示飞机*k*在维修设施*m*维修完所需时间;式(36)表示飞机*k*在维修后的健康状态。其中, $t_{\text{FD}}^i$ 为航班*i*的飞行持续时间, $T_{\text{max}}$ 为飞机最大飞行时间, $s_i^{k,\text{std}}$ 为飞机*k*维修后的最低健康状态, $\bar{v}_k$ 为维修检查速率, $(s_i^{k,\text{rem}})'$ 为飞机*k*在航班*i*的目的机场的维修设施*m*维修后的健康状态。

$$s_j^{k,\text{rem}} = 1 - \sum_{i \in F \cup \{o\}} \sum_{j \in F} t_{\text{FD}}^i \cdot x_{ijk} / T_{\text{max}}$$

$$\forall i, j \in F; k \in K; n \in N \quad (34)$$

$$t_{\text{ma}}^k = T_{\text{max}} \cdot (s_i^{k,\text{std}} - s_i^{k,\text{rem}}) / \bar{v}_k \quad \forall m \in M, i \in F \quad (35)$$

$$(s_i^{k,\text{rem}})' = \max \left\{ s_i^{k,\text{std}}, s_i^{k,\text{rem}} + \sum_{t \in T} v_i^{kmt} \cdot \bar{v}_k / T_{\text{max}} \right\}$$

$$\forall k \in K; i \in F; m \in M \quad (36)$$

式(37)表示飞机*k*的健康状态要高于一个國

值;式(38)表示飞机 $k$ 在维修站维修时间不能超过维修完所需的时间;式(39)表示飞机 $k$ 如果维修必须可以维修到标准健康状态以上。其中, $s^{k,\min}$ 为飞机 $k$ 最低健康状态。

$$s_i^{k,\text{rem}} \geq s^{k,\min} \quad \forall i \in F; k \in K \quad (37)$$

$$\sum_{t \in T} v_i^{kmt} \leq t_{ma}^k \quad \forall i \in F; \forall k \in K; m \in M \quad (38)$$

$$(s_i^{k,\text{rem}})' \geq s^{k,\text{std}} \quad \forall k \in K; i \in F \quad (39)$$

## 2 基于改进分支定价法的算法框架

本文利用 Dantzig-Wolfe 分解原理对建立的模型进行分解,将原问题的数学程序设计模型分解为一个具有复杂约束条件的主问题和若干子问题。然后设计了一种分支定价算法,通过结合列生成算法和分支策略来求解该问题,获得原问题的最优解。

### 2.1 模型分解

基于 Dantzig-Wolfe 分解原理重构原问题,将原问题重构为基于路径的主问题模型和带有资源约束的基本最短路径选择模型。

#### 2.1.1 主问题

原始线性规划问题目标最大化总直通价值,约束包括航班覆盖、维修容量等,其计算为

$$\max \sum_{p \in P} \sum_{(i,j) \in p} C_{ij} \lambda_p \quad (40)$$

$$\text{s.t.} \sum_{p \in P} a_{ip} \cdot \lambda_p = 1 \quad \forall i \in F \quad (41)$$

$$\sum_{p \in P} b_{mpt} \cdot \lambda_p \leq W_m$$

$$\forall m \in M; t \in T = \{0, 1, \dots, 24\}; \lambda_p \in \{0, 1\}; \forall p \in P \quad (42)$$

式中: $C_{ij}$ 为连接 $(i, j)$ 的直通价值; $C_p$ 为路径 $p$ 的总价值, $C_p = \sum_{i \in F} \sum_{j \in F} \sum_{v \in V} c_{ij} x_{ij}^v$ ;  $a_{ip}$ 为当路径 $p$ 经过航班节点 $i$ 时等于1,否则为0; $b_{mpt}$ 为路径 $p$ 在时间 $t$ 占用维修站 $m$ 的次数; $\lambda_p$ 为当解中包含路径 $p$ 时等于1,否则等于0。

#### 2.1.2 对偶问题

对偶问题由主问题导出,其目标是最小化对偶变量的加权和,约束是主问题变量的系数,其公式为式(43~44),可以得到问题的检验数为式(45)。

$$\min \sum_{i \in FL} c_i^\pi + W_m \quad (43)$$

$$\text{s.t.} \sum_{i \in FL} a_{ip} c_i^\pi + \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} b_{mpt} c_{m,t}^\mu \geq \sum_{(i,j) \in p} C_{ij} \quad \forall p \in P \quad (44)$$

$$\bar{C}_p = \sum_{(i,j) \in p} C_{ij} - \left( \sum_{i \in FL} a_{ip} c_i^\pi + \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} b_{mpt} c_{m,t}^\mu \right) \quad (45)$$

式中: $c_i^\pi$ 为主问题中航班覆盖约束(每个航班 $i$ 必须

被分配一次)对偶变量值,即执行航班 $i$ 造成的成本; $c_{m,t}^\mu$ 为 $b_{mpt}$ 的对偶变量值,即维修站 $m$ 在时间 $t$ 的容量约束的边际成本。

#### 2.1.3 定价子问题

依据改进单纯形法,在受限主问题(Restricted master problem, RMP)中加入 $\bar{C}_p > 0$ 的这一列优化当前最优解。那么定价子问题转化为求解使得检验数 $\bar{C}_p > 0$ 的路径。故问题检验数为定价子问题的目标函数。为求最大值,由于子问题是针对于单个飞机求解其最优路径,所以定价子问题的约束也变为针对单个飞机,在此不再列举

### 2.2 初始解生成

基于启发式规则生成初始解的过程如下。

**步骤1** 初始化航班集合为 $F$ ,目的地为维修站的航班集合为 $F_M$ ;初始化一条空路径 $p$ ,起点为虚拟节点 $o$ ,终点为虚拟节点 $z$ ;记录每条路径的飞机健康状态 $s^{\text{rem}}$ 和起飞次数 $n^{\text{takeoff}}$ ,初始化为0;对每对航班 $(i, j)$ ,计算其直通价值 $C_{ij}$ 。

**步骤2** 检查 $F$ 是否为空,若为空,则算法结束;否则,若路径 $p$ 最后一个航班为虚拟节点 $o$ ,从初始解集 $M$ 中选择最高价值航班对 $(i, j)$ ,更新路径 $p$ ,若路径 $p$ 最后一个航班不为虚拟节点 $o$ ,从 $M$ 中选择与当前路径 $p$ 最后一个航班 $l$ 满足 $D_l^a = O_i^a$ 的最高直通价值航班 $i$ ,将航班 $i$ 从 $F$ 中移除,若航班 $i$ 在集合 $F_M$ 中,将其从 $F_M$ 中移除。

**步骤3** 检查路径 $p$ 是否满足飞机周转时间、最低健康状态、最大起飞次数约束,若不满足周转时间约束,转向步骤4;若不满足最低健康状态、最大起飞次数约束,转向步骤5;否则,转向步骤6。

**步骤4** 删除新添加的航班节点,并将其重新加入相应集合中,结束路径扩展,将路径 $p$ 加入初始解集 $M$ ,转向步骤2。

**步骤5** 从 $F_M$ 中选择与当前路径 $p$ 最后一个航班 $l$ 满足 $D_l^a = O_i^a$ 且满足维修站剩余容量约束的最高直通价值航班 $i$ 进行扩展,将该航班从集合 $F$ 和集合 $F_M$ 中移除,同时更新路径 $p$ ,重置路径 $p$ 飞机健康状态 $s^{\text{rem}}$ 和起飞次数 $n^{\text{takeoff}}$ ,转向步骤3。

**步骤6** 更新飞机健康状态 $s^{\text{rem}}$ 和起飞次数 $n^{\text{takeoff}}$ ,转向步骤2。

### 2.3 求解子问题的标签算法

在标签算法中,节点之间的状态变化表现为节点之间的标签变量值,其中标签变量也称为状态变量。根据标签算法的主要分析过程和判断过程,设计其流程图见图3。



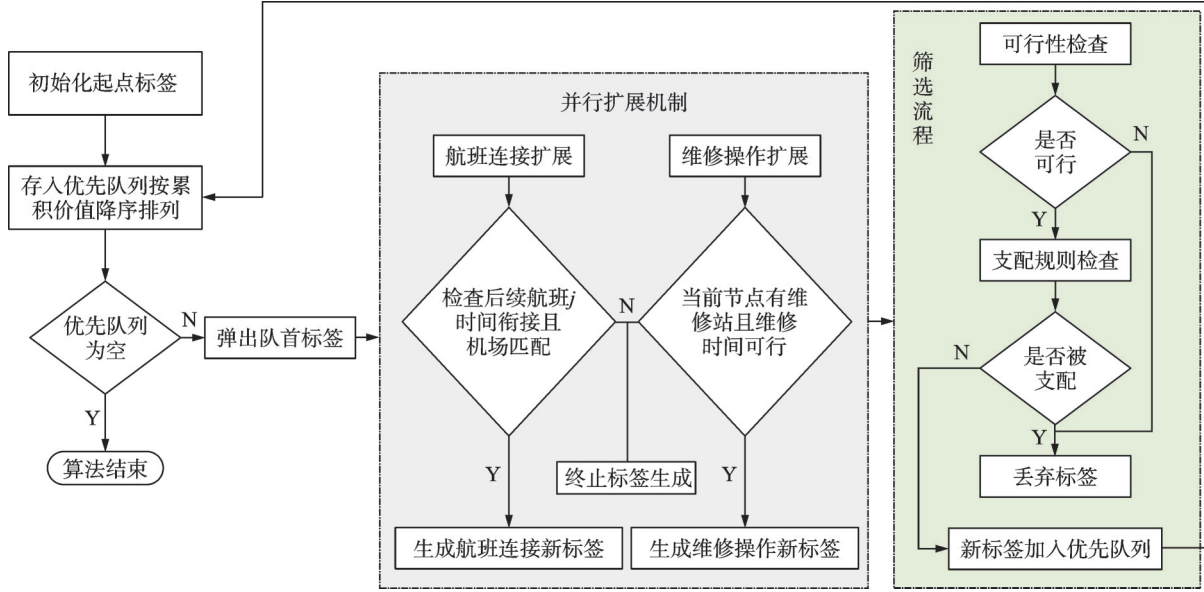


图3 标签算法流程图

Fig.3 Flowchart of the labeling algorithm

针对本文研究的平均最大剩余路径(Online average maximal remaining pat, OAMRP)问题,一个从虚拟节点 $o$ 至节点 $i$ 的部分路径 $p$ ,包含 $L_i^p(C_i^{\text{bft}}, s_i^{\text{rem}}, n_i^{\text{tk}}, t_i^{\text{cur}}, \phi_i^{\text{mt}}, t_i^{\text{m}})$ ,其中, $C_i^{\text{bft}}$ 为路径 $p$ 的累积价值; $s_i^{\text{rem}}$ 为从路径 $p$ 起点到当前节点 $i$ 的飞机健康状态; $n_i^{\text{tk}}$ 为从路径 $p$ 起点到当前节点 $i$ 的累积起飞次数; $t_i^{\text{cur}}$ 为沿着路径 $p$ 到当前节点 $j$ 的时间(基于航班到达时间 $t_{\text{AT}}^i$ 或维修完成时间); $\phi_i^{\text{mt}}$ 为沿着路径 $p$ 已完成的维修次数或最近移除维修的编号; $t_i^{\text{m}}$ 为路径 $p$ 在维修站 $m$ 的占用时间段。

### 2.3.1 参照标签函数

初始化起始标签,从虚拟节点 $o$ 出发,资源初始化为

$$L_0^p = (C_0^{\text{bft}} = 0, s_0^{\text{rem}} = 1, n_0^{\text{tk}} = 0, t_0^{\text{cur}} = 0, \phi_0^{\text{mt}} = 0, t_0^{\text{m}} = 0) \quad (46)$$

同时使用优先队列存储所有活跃标签,该优先队列按累积价值降序排列。此外,使用资源扩展函数将标签 $L_i$ 沿弧 $i, j \in F$ 进行扩展,得到新的标签 $L_j$ ,参照标签(Reference label, REF)的具体计算方式为从优先队列中取出成本最高的标签,并尝试扩展所有可能的后续节点。

### 2.3.2 航班连接扩展

如果当前航班是航班 $i$ ,检查后续航班 $j$ ,航班 $j$ 要满足时间衔接 $t_{\text{AT}}^i + t_{\text{TAT}} \leq t_{\text{AT}}^j$ 和机场匹配 $D_i^a = O_j^a$ ,并生成新标签

$$s_j^{\text{rem}} = s_i^{\text{rem}} - t_{\text{FD}}^i / T_{\text{max}} \quad (47)$$

$$n_j^{\text{tk}} = n_i^{\text{tk}} + 1 \quad (48)$$

$$t_j^{\text{cur}} = t_{\text{DT}}^j \quad (49)$$

$$C_j^{\text{bft}} = C_i^{\text{bft}} + C_{ij} - c_i^{\pi} \quad (50)$$

### 2.3.3 维修操作扩展

如果当前航班是航班 $i$ ,其目的地机场有维修站 $m$ (即 $f_i^m = 1$ ),那么可以插入维修操作,且满足维修时间约束 $t_{\text{AT}}^i + t_{\text{ma}} \leq t_{\text{DT}}^i$ ,并生成新标签

$$(\phi_i^{\text{mt}})' = \phi_i^{\text{total}} + 1 \quad (51)$$

$$t_i^{\text{cur}} = t_{\text{AT}}^i + t_{\text{ma}} \quad (52)$$

$$t_i^{\text{m}} \in [t_{\text{AT}}^i, t_{\text{AT}}^i + t_{\text{ma}}] \quad (53)$$

$$(s_i^{\text{rem}})' = \max \{ s_i^{\text{std}}, s_i^{\text{rem}} + \sum_{i \in T} v_i^{\text{mt}} \cdot \bar{v} / T_{\text{max}} \} \quad (54)$$

$$(n_i^{\text{tk}})' = 0 \quad (55)$$

$$(C_i^{\text{bft}})' = C_i^{\text{bft}} - c_i^{\pi} - c_{m, t_i^{\text{cur}}}^{\mu} \quad (56)$$

### 2.3.4 加速策略

#### (1) 先验剪枝

为避免状态爆炸,采用支配规则剪枝低效标签。

$$L^p = (C_i^{\text{bft}}, s_i^{\text{rem}}, n_i^{\text{tk}}, t_i^{\text{cur}}, \phi_i^{\text{mt}}, t_i^{\text{m}}) \quad p \in \{1, 2\} \quad (57)$$

$p \in \{1, 2\}$ 为扩展到同一航班的不同路径,如果

$$L^1(C_i^{\text{bft}}) \geq L^2(C_i^{\text{bft}}) \quad (58)$$

$$L^1(s_i^{\text{rem}}) \geq L^2(s_i^{\text{rem}}) \quad (59)$$

$$L^1(n_i^{\text{tk}}) \leq L^2(n_i^{\text{tk}}) \quad (60)$$

$$L^1(\phi_i^{\text{mt}}) \leq L^2(\phi_i^{\text{mt}}) \quad (61)$$

$L^1$ 资源消耗(健康状态、飞行次数等)均不低于 $L^2$ ,同时 $L^1$ 的价值更高,那么应该选择 $L^1$ ,因为 $L^1$ 资源占用更少,还能带来更高收益,因此 $L^2$ 被剪枝。

#### (2) 保留可行枝

在之后扩展标签时,需要检查是否满足资源可行性约束,需要满足维修间隔约束中的飞机健康状态约束 $s_i^{\text{rem}} \leq s^{\text{min}}$ 和累积起飞次数约束 $n_j^{\text{tk}} \leq q_{\text{max}}$ ,还需要满足维修容量约束,需要检查维修时间段是否

与已有占用时间窗重叠。

3 数值实验与案例分析

3.1 实验设置

3.1.1 测试案例及参数设置

测试案例数据来源于某航空公司的实际运营数据,该公司机队规模约 20 架,运营着一个覆盖全国主要区域的航线网络,其节点涵盖两大核心枢纽、多个区域枢纽及重点旅游城市,具体包括:北京(PEK)、上海(PVG)作为全国性核心枢纽;武汉(WUH)、郑州(CGO)、西安(XIY)作为中部与西部的区域枢纽;以及厦门(XMN)、昆明(KMG)、贵阳(KWE)、海口(HAK)、哈尔滨(HRB)等具有重要商务与旅游价值的城市机场。本研究依据该公司航线网络布局,选取了其具有代表性的 3 个不同规模的运行案例,案例的详细信息如表 2 所示。根据该航空公司的相关规定,飞机在执行两个连续的航班时要求间隔至少为 45 min,其中这连续的两个航班中前序航班的降落时间与后继航班的起飞之间在 45 min 和 1.5 h 之间定义为有直通,直通收入为 500 元。此外维修站最多维修的飞机数量受到维修站最大劳动力限制为 4 架,同时根据国际航空运势协会的限制条件,飞机在连续两次维修间所能接受的最大起飞次数为 12 次,由文献[17]可得,日常维修最大飞行时间要求在 20~60 h 之间,在本文中由于考虑飞机健康状态,定义最大飞行时间为 65 h。

表 2 案例详细数据  
Table 2 Detailed case data

案例	航班数量	机群规模	机场	可用维修站
1	31	3	4	2
2	61	6	6	3
3	105	10	10	5

表 2 中的 3 个测试案例提取自该航空公司不同复杂度的航线网络,规模递增,旨在系统性地验证模型与算法的性能。案例 1 覆盖武汉、郑州、长沙、厦门 4 个城市机场,机队规模为 3 架,共 31 个航班架次航线网络;案例 2 覆盖武汉、郑州、长沙、厦门、昆明、贵阳 6 个城市机场,机队规模为 6 架,共 61 个航班架次航线网络;案例 3 是覆盖北京、上海、武汉、郑州、西安、厦门、昆明、贵阳、海口、哈尔滨 10 个城市机场,机队规模为 10 架,共 105 个航班架次航线网络。

3.1.2 计算机环境设置

本实验算法和模型在处理器为 11th Gen Intel (R)Core(TM)i5-1135G7、运行频率 3.20 GHz、内

存 16 GB 和 Windows 10 操作系统(64 bit)的环境下进行,利用 Pycharm 在 Python3.10 的环境下编写完成。

3.2 实验结果及分析

3.2.1 MILP 结果分析

图 4 为使用 IBM 的 CPLEX 求解在案例 1~3 求解 MILP2 后得到的飞机调度方案。横坐标为航班的时间跨度,纵坐标为飞机序列。本研究通过构建两类混合整数线性规划模型(MILP1 与 MILP2)对 3 个航空调度案例进行求解分析,其中 MILP1 模型由式(1~18)构成,未包含飞机维修访问时间约束;MILP2 模型则在 MILP1 基础上扩展式(19~29),增加了维修访问时间与维修站容量限制。CPLEX 求解器的实验结果表明,在案例 1~3 中,两类模型的最优目标函数值(直通价值)均保持一致,分别为 8 000、18 000 和 29 500,这说明维修访问时间的引入未对调度方案的核心经济指标产生显著影响。

然而,模型计算时间呈现显著差异特征。在案例 1(小规模航班场景)中,两类模型求解时间基本持平,但随着问题规模扩大,计算复杂度呈现非线性增长趋势。案例 2 与案例 3 的计算耗时增幅尤为突出,MILP2 模型的求解时间较 MILP1 呈现倍数级增长。这种现象源于时间步长参数的指数效应——当建模周期扩展至多天运行(每日划分为 24 个时间步长)时,每个航班的起降时刻、维修窗口等决策变量将随步长数量呈几何级数增加,特别是 MILP2 模型中新增的维修容量约束变量进一步放大了计算复杂度,如表 3 所得数据所示。

在表 3 中,MC 为维修站发生拥堵的飞机数量对比数据。在未考虑维修站剩余容量的 MILP1 模型中,案例 3 出现维修站拥堵(MC=3),这种资源挤占可能引发航班链式延误风险。而 MILP2 模型通过引入维修容量约束,在相同案例中成功消除拥堵现象(MC=0),验证了维修资源动态调配机制有效性。

本研究针对航空器维修需求的时间分布特征,选取次日(运营周期第 2 天)作为关键观察窗口。由于首日航空器累计飞行时间普遍未达维修阈值(设定最大持续飞行时间为 18 h),维修需求密度较低,故重点分析次日 08:00~24:00 时段的维修站运行状态。通过对比 MILP1(无维修容量约束)与 MILP2(含容量-时间双约束)模型的仿真结果(如图 4 时序分布图所示),揭示维修约束机制对系统稳定性的调控作用。

实验数据显示,维修需求呈现显著的非均匀动态分布特征。在 MILP1 模型中,维修请求量随时



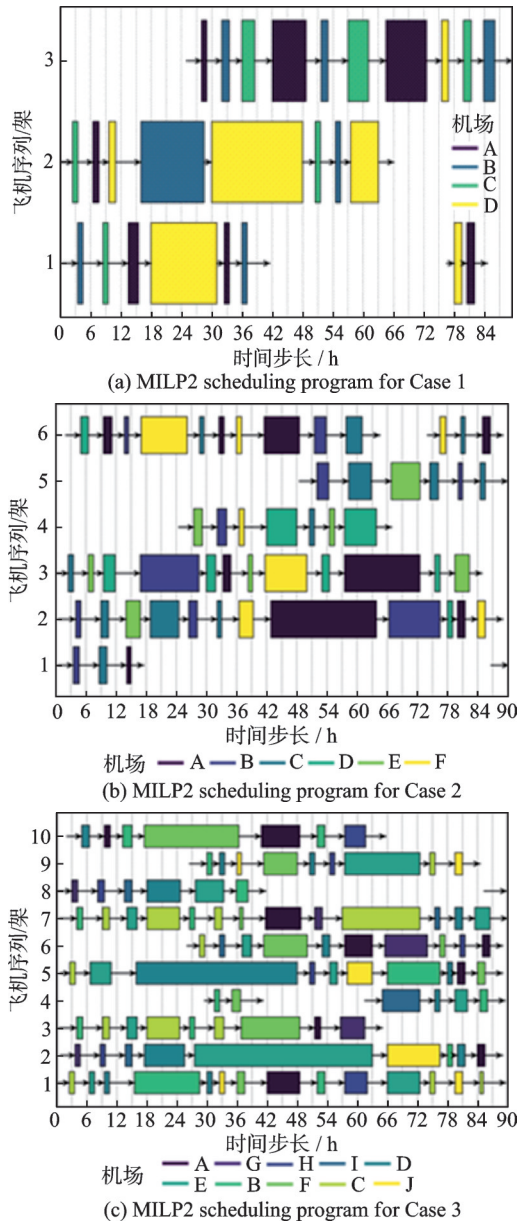


图4 MILP2模型调度方案  
Fig.4 MILP2 scheduling programs

表3 MILP结果分析  
Table 3 Analysis of MILP results

案例	MILP1			MILP2		
	最优值/元	时间/s	MC/架	最优值/元	时间/s	MC/架
1	8 000	1.560	0	8 000	1.864	0
2	18 000	37.392	0	18 000	72.578	0
3	29 500	332.507	1	29 500	2 079.676	0

间演进呈脉冲式增长:08:00与12:00分别出现1架、2架次维修需求;至16:00时,并发维修需求激增至4架次,达到维修站最大瞬时服务容量,此时出现1架次排队等待现象,形成典型的资源挤兑风险。这种拥堵状态将导致两个衍生效应:(1)排队飞机后续航班被迫延迟起飞;(2)维修站超负荷运行引发边际维护效率下降。而MILP2模型通过引入动态调度机制,在相同时段将并发维修量控制在

3架次以内,其核心优化策略包括:维修任务时空转移,优先安排临近维修阈值的航空器降落至配备维修基地的机场。

为验证本文模型在处理维修时间不确定性方面的有效性,进一步对比分析了MILP1与MILP2模型在应对维修时间波动时的性能差异。MILP1模型隐含了维修时间固定且充足的假设,而MILP2模型则通过不确定维修时间窗与维修站容量约束,考虑了维修作业的时间不确定性。

从表3与图5的结果可知,在案例3中,MILP1模型因无法适应维修资源的动态竞争,出现了维修站拥堵(MC=1);而MILP2模型通过动态调整维修任务的时空分布,成功消除了拥堵(MC=0)。这一差异表明:当实际维修时间因飞机健康状况恶化而延长时,MILP1模型制定的计划极易引发资源挤兑和连锁延误,而MILP2模型则凭借其内在的鲁棒性机制,能够有效吸收此类时间扰动。

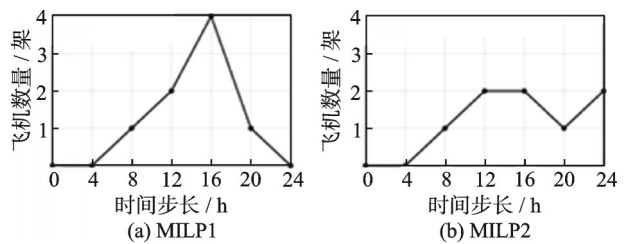


图5 维修站维修飞机数量的时序变化  
Fig.5 Chronological change in the number of aircraft maintained at maintenance depots

特别地,MILP2模型通过健康状态监测约束(式(35))将维修时间与飞机实际状况动态关联,再通过维修容量约束(式(33))确保维修站资源不被过度占用。这种双重机制使模型在面对维修时间不确定性时,能自动调整维修计划,避免维修站超负荷运行。实验结果表明,本文提出的考虑不确定维修时间的模型相比传统模型,在缓解维修站拥堵方面效果显著,验证了其对维修时间不确定性的适应能力。

本实证研究验证了维修约束嵌入调度模型的双重价值:在操作层面,通过容量-时间双因素耦合控制,有效规避资源拥堵引发的系统性风险;在战略层面,构建预防性维修与航班调度的动态响应机制,为航空运营韧性提升提供新的方法论框架。后续研究可拓展至多维修站协同场景,进一步探索分布式维修资源的时空配置优化路径。

### 3.2.2 延误对比

针对案例2分别用4、5、6、7、8架飞机执行,对比延误时间、维修时间和不同调度方案。如图6(a)为不同时间段的延误时间和维修时间,图6(b)

为对比方案,图 7 为不同飞机架数的延误时间和维修时间对比。

实验结果显示,机队规模与运营效率之间存在显著的非线性关系,这种关系既体现在航班准点率的提升上,也反映在维修资源投入的动态平衡中。以下从数据特征、关键规律及作用机理等方面展开综合分析。从时间维度观察,延误时间呈现明显的时段聚集特征。所有实验组别中,第 3、4、7、8、10、11 时段均出现延误峰值,其中 4 架机队的第 7 时段延误高达 810 min,暴露出小规模机队在运力紧张时的脆弱性。随着机队规模扩大至 8 架,单时段最大延误时间显著下降至 90 min,降幅达 88.9%,表明冗余运力对突发状况的缓冲作

用。值得注意的是,维修需求的高发时段(第 4、7、8、10、11 时段)普遍滞后于延误高峰 1~2 个时段,这种时间错位现象揭示了飞机损耗与高强度运行之间的因果链条。

当机队从 4 架扩充至 8 架时,总延误时间由 4 480 min 锐减至 560 min,降幅达 87.5%,但总维修时间却从 48 h 攀升至 105 h,增幅达 118.8%。这种反向变化趋势在延误/维修比值中体现得尤为突出:该比值从 4 架时的 93.3 min/h 降至 8 架时的 5.3 min/h,意味着每减少 1 h 延误所需投入的维修资源呈指数级增长。特别在 6~7 架规模区间,延误减少速率显著放缓,而维修时间增速加快,暗示存在关键规模阈值。

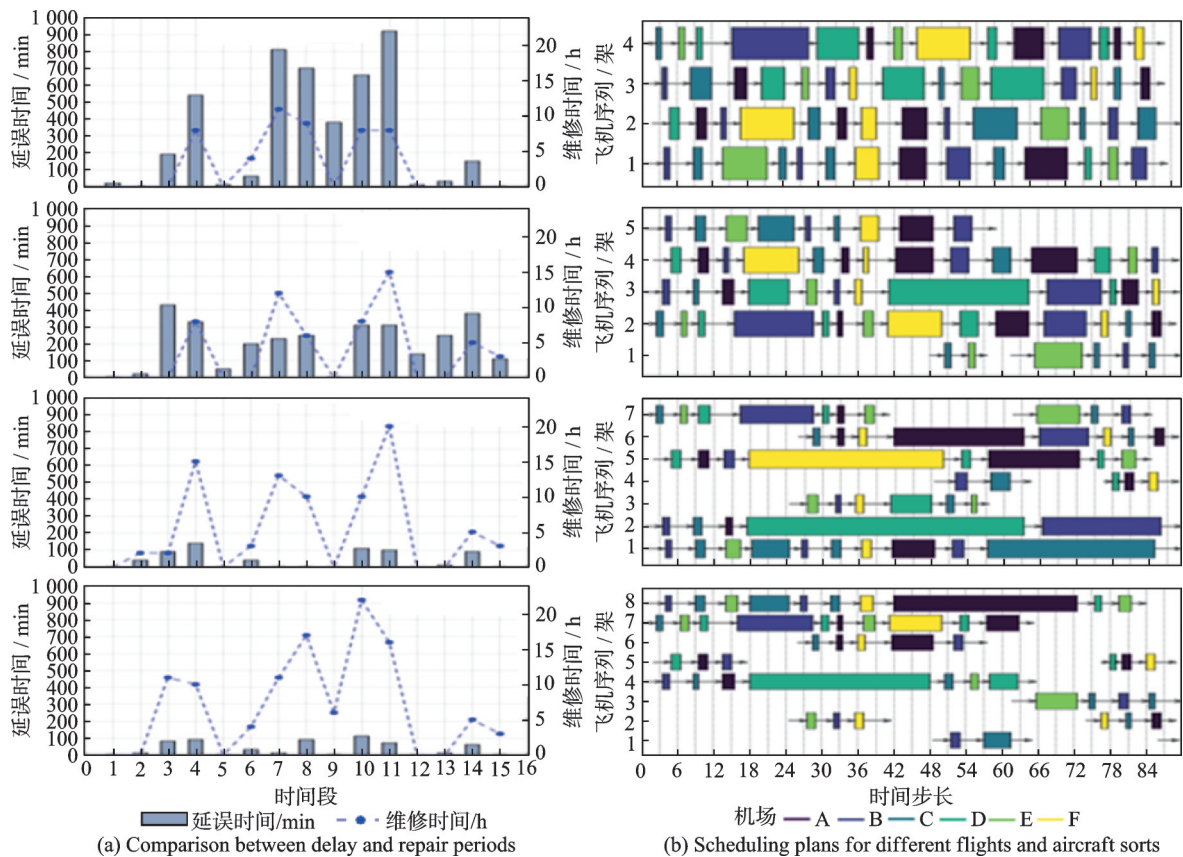


图 6 案例 2 不同架次下延误时间、维修时间和调度方案

Fig.6 Delay time, maintenance time and scheduling options under different sorties in Case 2

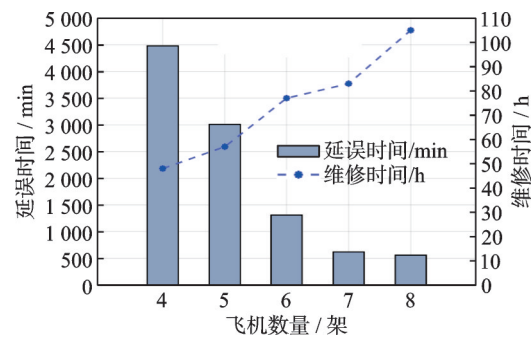


Fig.7 Comparison between total delay and repair time for different sorties

3.2.3 算法对比

为了进一步凸显分支定价 (Branch and price, BAP) 算法在处理大规模问题时的优越性,增加了一个更大规模的测试案例 (案例 4: 150 个航班, 15 架飞机), 算法对比结果见表 4。分别采用 BAP、蚁群算法 (Ant colony optimization, ACO) 及 CPLEX 求解器对 4 个航空调度案例进行对比实验。结果表明,在案例 1~3 中,3 种求解方式在最优解质量上具有一致性 (案例 1~3 的最优值分别为 8 000、18 000、29 500), 验证了 BAP 算法的正确性。具体

而言,改进后的分支定价算法在中小规模问题上展现出突出的性能优势:在案例 2 和案例 3 中分别将求解时间从 CPLEX 的 72.58 和 2 079.68 s 压缩至 24.25 和 684.76 s,效率提升分别达 66.6% 和 67.1%。

表 4 算法对比结果

Table 4 Algorithm comparison results

案例	BAP		CPLEX		ACO	
	最优值/元	平均时间/s	最优值/元	平均时间/s	最优值/元	平均时间/s
1	8 000	2.86	8 000	1.86	8 000	2.96
2	18 000	24.25	18 000	72.58	18 000	35.52
3	29 500	685	29 500	2 080	29 500	905.95
4	36 500	5 850	36 500	6 800	(36 050)	7 200

在更具挑战性的大规模案例 4(150 航班,15 架飞机)中,BAP 的综合优势得到进一步体现,其与顶级商业求解器 CPLEX 均找到了最优解(36 500 元),但 BAP 的求解时间(5 850 s)较 CPLEX(6 800 s)减少了约 14%,展现出更高的求解效率;与此同时,ACO 在达到时间上限(7 200 s)时未能收敛,所获解(36 050 元)亦未达到最优。在算法性能方面,改进的分支定价算法在解质量方面与蚁群算法保持一致(案例 1~4 最优值误差均为 0%),这一持续性的优势源于算法架构的创新性改进,即通过列生成技术将原问题分解为主问题(处理航班时序约束)与子问题(生成可行路径集合),并采用标签算法高效求解子问题的动态规划过程,从而显著提升了大规模问题下的搜索效率与收敛速度。

## 4 结 论

(1)本文构建了一个考虑不确定维修时间的飞机维修路径规划模型,通过引入不确定维修时间窗与维修站容量实时监测机制,有效提升了调度方案的鲁棒性。数值实验表明,该模型能显著缓解维修站拥堵。

(2)针对大规模问题求解,设计了基于 Dantzig-Wolfe 分解与标签算法的改进分支定价算法。该算法通过将原问题分解为主问题与定价子问题,并结合高效的标签算法求解子问题,在保证解的质量的同时,显著提升了计算效率。

(3)模型与算法的有效性通过多维度性能指标得到充分验证。在运营优化层面,引入维修约束后,维修站拥堵情况完全消除(拥堵率降低 100%),系统鲁棒性显著增强,充分验证了所提方法在求解质量与计算效率方面的综合性能优势。

(4)本文主要考虑了维修时间的不确定性,未来研究可将天气、空域流量控制等更多维度的不确定性因素纳入模型,以增强调度方案在真实复杂环境下的适用性,在此基础上,将机组排班、地面服务资源调度等问题进行一体化集成优化,从而实现航空公司整体运营效率的协同提升。

## 参考文献:

- [1] BALL M, BARNHART C, DRESNER M E, et al. Total delay impact study: A comprehensive assessment of the costs and impacts of flight delay in the United States[EB/OL]. (2010-10-01). <http://worldcat.org/oclc/671248487>.
- [2] SEIDENMAN P, SPANOVICH D J. Airlines reevaluate phased A checks: The changing dynamics of the \$13 billion a year line maintenance segment[EB/OL]. (2018-01-01). <http://mro-network.com/airframes/>.
- [3] 朱星辉, 吴薇薇, 戚彦龙. 基于延误传播的飞机排班一体化鲁棒优化模型[J]. 西南交通大学学报, 2015, 50(2): 375-381.  
ZHU Xinghui, WU Weiwei, QI Yanlong. Robust optimization model for integrated aircraft scheduling based on delay propagation[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2015, 50(2): 375-381.
- [4] 张宝成, 冉博文. 大规模飞机排班问题研究综述[J]. 交通信息与安全, 2024, 42(1): 1-10, 27.  
ZHANG Baocheng, RAN Bowen. A review of studies on large-scale aircraft scheduling problems[J]. Journal of Transport Information and Safety, 2024, 42(1): 1-10, 27.
- [5] 张萌. 基于遗传算法的飞机排班调度方法研究[D]. 大连: 大连海事大学, 2021.  
ZHANG Meng. Research on aircraft scheduling method based on genetic algorithm[D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2021.
- [6] 王舳. 面向正常性的飞机排班优化方法研究[D]. 天津: 中国民航大学, 2020.  
WANG Zhu. Research on aircraft scheduling optimization method oriented to normality[D]. Tianjin: Civil Aviation University of China, 2020.
- [7] LEE J, LEE K, MOON I. A reinforcement learning approach for multi-fleet aircraft recovery under airline disruption[J]. Applied Soft Computing, 2022, 129: 109556.
- [8] HUANG L, WANG W S, SU Y, et al. Integrated aircraft routing and cargo routing problem for combination airlines[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2024, 188: 103063.
- [9] YOO H, LEE J, MOON I. An integrated approach for an aircraft routing and fuel tankering problem[J]. Transportmetrica A: Transport Science, 2024:



- 2392164.
- [10] LÓPEZ-RAMOS F, BENITA F, RIBEIRO N A. A novel decision support framework for multi-objective aircraft routing problem[J]. *Computers & Operations Research*, 2025, 180: 107058.
- [11] RUAN J H, WANG Z X, CHAN F T S, et al. A reinforcement learning-based algorithm for the aircraft maintenance routing problem[J]. *Expert Systems with Applications*, 2021, 169: 114399.
- [12] AHMAD AL-THANI N, BEN AHMED M, HAOUARI M. A model and optimization-based heuristic for the operational aircraft maintenance routing problem[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2016, 72: 29-44.
- [13] SANCHEZ D T, BOYAC B, ZOGRAFOS K G. An optimisation framework for airline fleet maintenance scheduling with tail assignment considerations[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2020, 133: 142-164.
- [14] WEN X, SUN X T, MA H L, et al. A column generation approach for operational flight scheduling and aircraft maintenance routing[J]. *Journal of Air Transport Management*, 2022, 105: 102270.
- [15] CUI R Y, DONG X Y, LIN Y F. Models for aircraft maintenance routing problem with consideration of remaining time and robustness[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2019, 137: 106045.
- [16] BEN AHMED M, GHROUBI W, HAOUARI M, et al. A hybrid optimization-simulation approach for robust weekly aircraft routing and retiming[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2017, 84: 1-20.
- [17] ELTOUKHY A E E, WANG Z X, CHAN F T S, et al. Robust aircraft maintenance routing problem using a turn-around time reduction approach[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 50(12): 4919-4932.
- [18] ELTOUKHY A E E, CHAN F T S, CHUNG S H, et al. A model with a solution algorithm for the operational aircraft maintenance routing problem[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2018, 120: 346-359.
- [19] SAFAEI N, JARDINE A K S. Aircraft routing with generalized maintenance constraints[J]. *Omega*, 2018, 80: 111-122.
- [20] ELTOUKHY A E E, CHAN F T S, CHUNG S H, et al. Heuristic approaches for operational aircraft maintenance routing problem with maximum flying hours and man-power availability considerations[J]. *Industrial Management & Data Systems*, 2017, 117(10): 2142-2170.
- [21] 冯小荣, 张帅, 丘东林, 等. 一种限界优化方法求解航班着陆调度问题[J]. *南京航空航天大学学报*, 2024, 56(6): 1024-1035.
- FENG Xiaorong, ZHANG Shuai, QIU Donglin, et al. A limit optimization method for flight landing scheduling problems[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2024, 56(6): 1024-1035.
- [22] 杜卓铭, 张军峰, 杨春苇. 基于分类与优化的进场航空器调度方法[J]. *南京航空航天大学学报*, 2023, 55(6): 1065-1071.
- DU Zhuoming, ZHANG Junfeng, YANG Chunwei. Arrival scheduling based on classification and optimization[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2023, 55(6): 1065-1071.

(编辑:张蓓)