

DOI:10.16356/j.1005-2615.2025.06.008

典型地域风场下分布式 UAV 编队自适应时延控制

周佶辰¹, 葛泉波^{1,2,3,4}, 南晓娅⁵, 李 涛¹

(1. 南京信息工程大学自动化学院, 南京 210044; 2. 临界空间环境特性及效应全国重点实验室, 南京 210044;
3. 江苏大气环境与装备技术协同创新中心, 南京 210044; 4. 大数据分析 & 智能系统江苏省高校重点实验室,
南京 210044; 5. 南京信息工程大学人工智能学院, 南京 210044)

摘要: 针对典型山地风场条件下多无人机(Unmanned aerial vehicle, UAV)编队通信时延问题,提出了一种时序相关性时变时延分布式自适应控制算法,以增强编队在复杂风场环境下的控制性能和抗干扰能力。首先,基于多重复合风构建了典型山地风场模型,并在此基础上建立了多无人机编队模型。其次,提出了一种基于时序相关性的自适应时延控制算法,利用偏自相关系数(Partial autocorrelation function, PACF)来实现对时延和本身状态的时序调控。然后,在控制协议中引入编队控制补偿向量,通过反馈增益矩阵将目标状态输入至控制协议中,更精准地跟踪目标状态;该算法还通过 Lur'e 非线性拟合非线性特性,处理了风场和无人机自身非线性特性所带来的双重耦合影响,移除了对非线性有界处理的依赖;算法中应用自适应律来估计并控制风场环境的噪声干扰;算法还采用非光滑函数来模拟未知环境干扰,同时结合自适应增益对系统动态特性进行补偿。最后,通过数值仿真实验验证了所提出的控制协议的有效性,说明了该算法能够提高无人机编队在山地风场中的稳定性和适应性。

关键词: 无人机编队;典型山地风场干扰;时变时延;分布式自适应控制;非线性

中图分类号: V24; TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2025)06-1110-14

Adaptive Time-Delay Control of Distributed UAV Formation Under Typical Mountainous Wind Field

ZHOU Jichen¹, GE Quanbo^{1,2,3,4}, NAN Xiaoya⁵, LI Tao¹

(1. College of Automation, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China;
2. State Key Laboratory of Environment Characteristics and Effects for Near-Space, Nanjing 210044, China;
3. Jiangsu Collaborative Innovation Center on Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing 210044, China;
4. Jiangsu Provincial University Key Laboratory of Big Data Analysis and Intelligent Systems, Nanjing 210044, China;
5. College of Artificial Intelligence, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China)

Abstract: Aiming at the problem of communication delay in multiple unmanned aerial vehicles (UAVs) under a typical mountainous wind field, a time-varying delay distributed adaptive control algorithm based on temporal correlation is proposed. This algorithm holds an improved time-varying delay control capability and an enhanced anti-disturbance ability under wind fields. First, a typical mountainous wind field model is constructed based on multi-compound winds. Then, the formation model of multiple UAVs is established. Second, an adaptive delay control algorithm based on temporal correlation is proposed, utilizing the partial autocorrelation function (PACF) to achieve temporal regulation of both the delays and the state itself. In the

基金项目: 国家自然科学基金(62033010, U23B2061, 62206131, U22B2046);江苏省青蓝工程项目(R2023Q07);浙江省自然科学基金(ZJMD25D050002)。

收稿日期: 2025-01-26; **修订日期:** 2025-05-15

通信作者: 葛泉波,男,教授,博士生导师, E-mail: geqb@nuist.edu.cn。

引用格式: 周佶辰, 葛泉波, 南晓娅, 等. 典型地域风场下分布式 UAV 编队自适应时延控制[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2025, 57(6): 1110-1123. ZHOU Jichen, GE Quanbo, NAN Xiaoya, et al. Adaptive time-delay control of distributed UAV formation under typical mountainous wind field[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics(Natural Science Edition), 2025, 57(6): 1110-1123.

control protocol, a formation control compensation vector is introduced, and the target state is input into the control protocol through a feedback gain matrix, allowing for more precise tracking of the target state. This algorithm also uses Lur'e nonlinearity to handle the dual coupling effects caused by the nonlinear characteristics of the wind field and the UAV itself, which removes the dependence on nonlinear bounded treatments. The adaptive law is applied to the algorithm to estimate the noise disturbance under the wind field. A non-smooth function is used to simulate unknown environmental disturbance, and an adaptive gain is designed to compensate for the dynamic characteristics of the system. Finally, the effectiveness of the proposed control protocol is verified through numerical simulations, demonstrating that the algorithm can improve the stability and adaptability of UAV formation under mountainous wind fields.

Key words: unmanned aerial vehicle (UAV) formation; typical mountainous wind field; time-varying delay; distributed adaptive control; nonlinearity

随着无人机技术的迅猛发展,无人机编队因其高效协同和灵活性,在环境监测等多个领域展现出应用潜力。然而,在实际应用过程中,地形和气候因素所引起的干扰以及通信时延问题,增加了飞行控制的难度,对无人机编队^[1-2]的稳定飞行提出了更为严格的要求。

针对典型地域风场干扰影响无人机编队问题,现有研究主要都集中在优化控制策略和无人机动力学模型两个方面。优化后的控制算法^[3-4]在抗风干扰方面表现出良好的鲁棒性,但其更多关注算法的优化,而忽略了风场模型的不确定性以及风场噪声的影响,这导致了在复杂风场环境下无人机编队的控制性能下降。文献[5-6]针对未知风场干扰,分别设计了被动协同控制算法和路径跟踪控制律,实现了在干扰条件下的编队飞行,但这些方法适用于有界风扰,对复杂风场的适应性有限。对于风场建模与无人机动力学建模的研究,目前大多在无人机运动学建模时考虑简易风场因素^[7]。文献[8-9]基于简易风模型实现编队控制,虽然提升了模型的精确性,但简化后的风场难以准确反映实际风场的动态变化^[10]。现有研究在复杂风场环境下的适应性仍有不足,对风场特性的刻画需要深入研究。

外部环境也会存在一些其他的未知干扰,文献[11-12]通过神经网络方法近似应对未知干扰,并取得了良好的控制效果;然而,在复杂场景下,神经网络^[13]所需的日常训练难以精确捕捉环境干扰的不确定性。此外,无人机非线性特性^[14]与风场非线性特性之间存在耦合影响。文献[15]基于模糊比例-积分-微分(Proportional-integral-derivative, PID)控制实现了随机扰动下的非线性系统控制,但并未考虑扰动的非线性。但在实际风场中,无人机非线性和风场非线性都会对编队产生影响。风场非线性与无人机非线性之间复杂的相互作用关系,以及其他未知环境因素^[16-18]带来的干扰对无人机编队飞行稳定性的影响仍然需要深入探究。

通信时延是无人机编队飞行中一个不容忽视的问题^[19]。在山地等复杂地形中,通信距离的增加和信号干扰^[20]的加剧导致无人机之间的通信时延增加。在通信时延方面,现有研究利用偏微分方程反步法^[21]以及时延观测器结合线性矩阵不等式^[22]等方法,提高了系统补偿通信延迟的能力。同时,文献[23]基于特征方程根与时延参数关系的一致性,设计了延迟裕度,实现了延迟范围内的智能体一致性。然而,这些研究多局限于理想环境,复杂天气环境尤其是风场等导致的通信时延增大的问题,尚未得到充分研究和解决。

在上述讨论的启发下,本文针对多无人机受风干扰和时延影响的问题,提出一种改进的抗风扰时延控制协议来实现无人机编队稳定控制。其主要贡献如下。

(1) 针对风场模型的地域性特征不足及非线性影响问题,建立了融合山地特征的复合风场模型。将典型山地风场模型融入三维四旋翼无人机模型中,构建了风力干扰下的多无人机编队模型。同时,将风场和无人机自身的双重耦合非线性抽象成 Lur'e 非线性进行处理,避免了传统方法中对非线性函数的 Lipschitz 条件约束^[24],更符合实际复杂非线性的模拟需求。相比文献[25],本文建立的复合风场模型更符合实际风场的复杂性特征。

(2) 针对风场噪声干扰和其他外部环境扰动问题,提出了与风速相关的误差自适应律方法。通过自适应律对风场噪声进行估计和控制,避免了传统干扰直接有界性处理^[5]的局限性,更符合风场噪声干扰的实际估计状态。同时,引入非光滑函数扰动模型模拟未知环境扰动的复杂性,并结合自适应增益动态调整参数,以应对这些未知的有界扰动。相较于基于神经网络的方法^[26],此方法更贴近干扰的实际状态和本质特性。

(3) 针对在外部干扰影响下无人机之间的通讯时延问题,提出了一种基于时序相关性的自适应

时延控制方法。该方法利用偏自相关系数(Partial autocorrelation function, PACF)来实现对时延和本身状态的时序调控。同时在控制协议中引入编队控制补偿向量,通过反馈增益矩阵将目标状态输入至控制协议中,相比于文献[27]无人机编队可以更快地跟踪目标状态。

1 模型建立

1.1 风场模型建立

在典型山地环境,如武功山高山草甸区域,气候特征随海拔升高而变化。这些高山地带因地势崎岖,风速变化展现出高度的随机性;山地地形引发的阻挡效应也导致局部风速分布不均,风速常急剧上升后迅速回落,阵风现象频发;在复杂山地场景下,树木遮蔽与海拔差异也会加剧风场湍流的影响。基于上述分析,构建了一个融合随机风、阵风及湍流风的复合风场模型。相较于文献[24],本模型更精准地捕捉了山地风场的典型特征,且更贴近实际风场的复杂形态。

为了准确描绘风场形态,首要步骤是构建恰当的参考坐标系。图1展示了两种坐标系:图1(a)为惯性坐标系 $\{N\}$;图2(b)为无人机机体坐标系 $\{B\}$ 。基于惯性坐标系,构建了复杂山地风场的模型,具体过程如下。

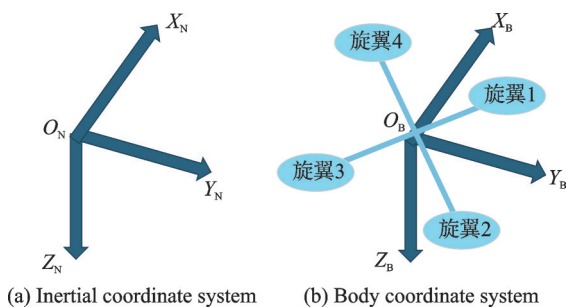


图1 参考坐标系

Fig.1 Reference coordinate systems

(1) 随机风模型建立

在构建一般性随机风模型的过程中^[28],风速的随机特性方程可表示为

$$V_M = V_{\max} \text{Rand}(-1, 1) \sin(2\pi t + \omega_n) \quad (1)$$

式中: V_{\max} 为随机风速的峰值; $\text{Rand}(-1, 1)$ 为 $-1 \sim 1$ 之间均匀分布的随机数; ω_n 为 $\pi/6$ 。

基于一般随机风模型,针对典型山地场景,设计了受山地地形和高度影响的随机风模型,改进后的方程表示为

$$V_m = \frac{V_M}{k(Z_h - Z_r)} \quad (2)$$

式中: k 表示地形系数,考虑的是地形的影响因子(例如山的坡度); Z_h 表示当前高度; Z_r 表示基准高

度;山地地形下的随机风风速为 V_m 。

(2) 阵风模型建立

考虑(1-cosine)阵风模型^[29],并采用三角函数来模拟阵风的瞬时特性。为了更直观地展示阵风随时间的多变趋势及其对无人机的影响,对阵风模型^[29]进行了改进,实现多时段风速变化,并强调阵风风速先突然增加、后迅速下降、再突然增加的特征。改进后的方程为

$$V_g = \begin{cases} 0 & t < t_{l1}; t_{l1} + T_g < t < t_{l2}; t > t_{l2} + T_g \\ \frac{V_{g\max}}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi(t - t_{l1})}{T_g}\right) \right) & t_{l1} \leq t \leq t_{l1} + T_g \\ \frac{V_{g\max}}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi(t - t_{l2})}{T_g}\right) \right) & t_{l2} \leq t \leq t_{l2} + T_g \end{cases} \quad (3)$$

式中: V_g 为阵风风速; $V_{g\max}$ 为阵风峰值风速; t_{l1} 、 t_{l2} 、 t 为阵风发生时间; T_g 为阵风周期。

(3) 湍流风模型建立

Dryden湍流模型的功率谱密度函数^[30]是一个经过验证的合理公式,具有共轭性和可分解性。为了模拟湍流风速,基于该功率谱密度函数,三维方向上的湍流风速方程设计为

$$\begin{cases} V_u = \frac{[1 + (L_u \omega)^2] \pi \Phi(\omega)}{\sigma_u^2 L_u} \\ V_v = \frac{[1 + (L_v \omega)^2] \pi \Phi(\omega)}{3\sigma_v^2 L_v} \\ V_w = \frac{[1 + (L_w \omega)^2] \pi \Phi(\omega)}{3\sigma_w^2 L_w} \end{cases} \quad (4)$$

式中: σ_u 、 σ_v 、 σ_w 分别表示惯性坐标系 x_N 、 y_N 、 z_N 轴3个方向的湍流强度; L_u 、 L_v 、 L_w 分别表示各惯性坐标系 x_N 、 y_N 、 z_N 轴3个方向的湍流尺度; V_u 、 V_v 、 V_w 分别表示惯性坐标系 x_N 、 y_N 、 z_N 轴3个方向的飞行速度; ω 表示湍流频率; $\Phi(\omega)$ 表示功率谱密度函数。由于四旋翼无人机飞行高度较低,根据军用标准 MIL-HDBK-1797的要求,在低空条件下,湍流强度与湍流尺度满足以上关系。

(4) 山地特征复合风场模型建立

通过叠加上述各类风场,最终在惯性坐标系下实现了 x_N 、 y_N 、 z_N 轴3个方向的风场速度建模。

x_N 轴方向复合风速

$$V_{\omega x} = \begin{cases} V_m + V_u & t < t_{l1}; t_{l1} + T_g < t < t_{l2}; t > t_{l2} + T_g \\ V_m + V_u + V_g & t_{l1} \leq t \leq t_{l1} + T_g; t_{l2} \leq t \leq t_{l2} + T_g \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 & y_N \text{ 轴方向复合风速} \\
 & V_{\omega y} = \begin{cases} V_m + V_v & t < t_{l1}; t_{l1} + T_g < t < t_{l2}; t > t_{l2} + T_g \\ V_m + V_v + V_g & t_{l1} \leq t \leq t_{l1} + T_g; t_{l2} \leq t \leq t_{l2} + T_g \end{cases} \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & z_N \text{ 轴方向复合风速} \\
 & V_{\omega z} = \begin{cases} V_m + V_w & t < t_{l1}; t_{l1} + T_g < t < t_{l2}; t > t_{l2} + T_g \\ V_m + V_w + V_g & t_{l1} \leq t \leq t_{l1} + T_g; t_{l2} \leq t \leq t_{l2} + T_g \end{cases} \quad (7)
 \end{aligned}$$

式中 $V_{\omega x}$ 、 $V_{\omega y}$ 、 $V_{\omega z}$ 分别表示在 3 个方向上随时间变化的复合风速。

本文聚焦典型山地场景下的复合风场模型,因此在综合考量山地环境下各类风速的基础上,还需融入山地高度、坡度等特征因素,构建符合需求的典型山地风速模型

$$\begin{cases} V_{wx} = k(Z_h - Z_r) \frac{V_{\omega x}}{Z_h} e^{\left(-\frac{(Z_h - h_{\text{peak}})^2}{\omega_z^2}\right)} \\ V_{wy} = k(Z_h - Z_r) \frac{V_{\omega y}}{Z_h} e^{\left(-\frac{(Z_h - h_{\text{peak}})^2}{\omega_z^2}\right)} \\ V_{wz} = k(Z_h - Z_r) \frac{V_{\omega z}}{Z_h} e^{\left(-\frac{(Z_h - h_{\text{peak}})^2}{\omega_z^2}\right)} \end{cases} \quad (8)$$

式中: h_{peak} 表示山顶高度; ω_z 表示高度峰值变化的标准差,会影响风速衰减特性。

注 1: 本文的研究目标是实现无人机编队在典型山地风场下的稳定飞行。为了准确模拟复杂山地风场特征,在综合考量山地环境下各类风速的基础上,融入了山地高度、坡度等特征因素,构建了符合需求的典型山地风速模型。同时,分析了复合风场速度对噪声特性的影响,将风场速度纳入到了噪声模型的构建过程。构建典型山地风场速度模型的目的在于模拟更接近实际的山地风场环境以及干扰,以便为无人机编队提供趋于真实风场的仿真实验条件。图 2 为山地风场简单模型示意图。



图 2 山地风场示意图

Fig.2 Schematic diagram of mountainous wind field

1.2 基于典型风场建立四旋翼无人机模型

四旋翼无人机的姿态控制已经得到了广泛研究,因此,可以假设四旋翼无人机的姿态控制足够快^[31-33]。基于三自由度质点运动模型^[8],本节主要聚焦无人机编队在空间上的位置和速度变化^[34],分析了风场下无人机非线性编队,并考虑了无人机非线性空气阻力以及风场力的模拟。

假设四旋翼多无人机系统中包含 N 架四旋翼无人机,在惯性坐标系和机体坐标系的相互转换下,带风场力的四旋翼无人机的位置非线性动力学方程表示为

$$\begin{cases} \dot{p}_{x_i} = v_{x_i}, \dot{p}_{y_i} = v_{y_i}, \dot{p}_{z_i} = v_{z_i} \\ \dot{v}_{x_i} = (\sin\theta_i \cos\phi_i + \sin\phi_i \cos\theta_i \sin\phi_i) \frac{U_1}{m} - \frac{K_D v_{x_i}^2}{m} - \frac{K_W V_{wx}^2}{m} \\ \dot{v}_{y_i} = (\sin\theta_i \sin\phi_i - \sin\phi_i \cos\theta_i \cos\phi_i) \frac{U_1}{m} - \frac{K_D v_{y_i}^2}{m} - \frac{K_W V_{wy}^2}{m} \\ \dot{v}_{z_i} = (\cos\phi_i \cos\theta_i) \frac{U_1}{m} - \frac{K_D v_{z_i}^2}{m} - \frac{K_W V_{wz}^2}{m} - g \end{cases} \quad (9)$$

式中: $i \in \{1, 2, \dots, N\}$, p_{x_i} 、 p_{y_i} 、 p_{z_i} 表示的第 i 架无人机在惯性坐标系下的飞行位置信息; θ_i 、 ϕ_i 、 ψ_i 为第 i 架无人机的偏航角、滚转角和俯仰角; v_{x_i} 、 v_{y_i} 、 v_{z_i} 表示第 i 架无人机在惯性坐标系下的线速度; K_D 表示空气阻力系数; K_W 表示风场力系数; g 表示重力; m 表示无人机质量。推力控制量 U_1 的方程表示如下

$$U_1 = K_T \sum_{i=1}^4 \Omega_i^2 \quad (10)$$

式中: Ω_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 分别为 4 个转子的转速; K_T 表示转子的升力系数(取决于螺旋桨材料、直径等)。

1.3 图论

定义 $G(\mathcal{A}) = (V, E, \mathcal{A})$ 为包含 N 架无人机的无向图,其中, $V = [v_i | i = 1, 2, 3, \dots, n]$ 为节点集, $E \subseteq V \times V$ 是边集, $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}_{n \times n}$ 为图 G 的邻接矩阵, $a_{ij} \neq 0$ 表示第 i 架无人机与第 j 架无人机之间存在连接。假设图 G 是简单的,即对任意 $i \in V$, 有 $a_{ii} = 0$ 。拉普拉斯矩阵定义为: $L = D - \mathcal{A}$, 其中 D 为度矩阵, 包含对角元素 $D_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$, 其中 $i = 1, 2, \dots, N$ 。如果无向图中的任意两点之间有一条路径,则该图称为连通图。

2 非线性分布式时延控制协议设计

2.1 多无人机非线性系统建立

假设有 N 架无人机, 标记为 $i = 1, 2, \dots, N$ 。为了统一表示无人机的位置和速度状态, 选择 $x_i(t) \in \mathbb{R}_6$ 表示第 i 架无人机的飞行的状态, $x_i = [p_i^T, v_i^T]^T$, 其中 $p_i = [p_{x_i}, p_{y_i}, p_{z_i}]^T$, $v_i = [v_{x_i}, v_{y_i}, v_{z_i}]^T$ 。 $u_i(t) \in \mathbb{R}_3$ 为第 i 架无人机的控制输入, 它只利用相邻无人机的信息。无人机自身非线性和风场非线性表示为 $f_i(t) \in \mathbb{R}_3$ 。四旋翼非线性无人机系统的运动模型由一般非线性系统方程表示为

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + B[g_i(t)u_i(t) + f_i(t)] \quad (11)$$

式中: $A \in \mathbb{R}_{6 \times 6}$, $B \in \mathbb{R}_{6 \times 3}$, $g_i(t) = \text{diag}(1/m, 1/m, 1/m)$ 表示光滑的非线性不确定连续函数, 并且假设它的不确定性完全已知。无人机的控制输入为

$$u_i(t) = \begin{bmatrix} u_{x_i}(t) \\ u_{y_i}(t) \\ u_{z_i}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\sin\theta_i \cos\phi_i + \sin\phi_i \cos\theta_i \sin\phi_i)U_1 \\ (\sin\theta_i \sin\phi_i - \sin\phi_i \cos\theta_i \cos\phi_i)U_1 \\ (\cos\theta_i \cos\phi_i)U_1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

非线性部分为

$$f_i(t) = \begin{bmatrix} -\frac{K_D v_{x_i}^2}{m} - \frac{K_W V_{wx}^2}{m} \\ -\frac{K_D v_{y_i}^2}{m} - \frac{K_W V_{wy}^2}{m} \\ -\frac{K_D v_{z_i}^2}{m} - \frac{K_W V_{wz}^2}{m} - g \end{bmatrix} \quad (13)$$

根据式(11), 增加与风速相关的风场噪声和一些未知环境干扰, 使得模型的建立更符合实际性并且更具普适性, 非线性系统设计为

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + B[g_i(t)u_i(t) + f_i(t) + w_i(t) + d_i(t)] \quad (14)$$

式中: $x_i(t) \in \mathbb{R}_n$, $A \in \mathbb{R}_{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}_{n \times m}$, $f_i(t) \in \mathbb{R}_m$, $u_i(t) \in \mathbb{R}_m$, $g_i(t) \in \mathbb{R}_{m \times m}$; $d_i(t) \in \mathbb{R}_m$ 表示对无人机编队产生影响的其他未知环境干扰的近似小残差, 假设 $\|d_i(t)\| < \delta$ 有界, 其上界 δ 是一个未知正常数; $w_i(t)$ 表示无人机编队在风场中受到的噪声影响, 是一个均值为零的独立标准白噪声过程, 它受到风速和一些未知随机因素的共同作用。

风场噪声的模型设计为

$$w_i(t) = V_{wi}(t)\xi_i(t) + o_i(t) \quad (15)$$

式中: $V_{wi} = [V_{wx}, V_{wy}, V_{wz}]^T$ 表示随时间变化的风

场速度; $\xi_i(t) (i = 1, 2, \dots, N)$ 为未知向量, 表示噪声强度; $o_i(t)$ 为未知随机因素, 假设 $\|o_i(t)\| < \kappa$ 有界, 其上界 κ 是一个未知正常数。

鉴于无人机模型非线性部分的动态行为与Lur'e非线性的理论框架相契合, 将双重非线性抽象成Lur'e非线性

$$\Phi_i(\sigma_i) = \begin{bmatrix} -\frac{K_D v_{x_i}^2}{m} - \frac{K_W V_{wx}^2}{m} \\ -\frac{K_D v_{y_i}^2}{m} - \frac{K_W V_{wy}^2}{m} \\ -\frac{K_D v_{z_i}^2}{m} - \frac{K_W V_{wz}^2}{m} \end{bmatrix} \quad (16)$$

非线性其余部分的方程为

$$\tilde{n}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中 $\|\tilde{n}_i\| < \nu$ 有界, 其上界 ν 是一个未知正常数。

由式(16), (17), 可得非线性项 $f_i(t)$ 的方程为

$$f_i(t) = \Phi_i(\sigma_i(t)) + \tilde{n}_i(t) \quad (18)$$

式中: $\Phi_i(\sigma_i(t))$ 表示双重非线性项; $\tilde{n}_i(t)$ 表示非线性冗余项。

无人机之间的通信时延在实际编队飞行中影响巨大。在典型山地风场环境中, 风场非线性和风场噪声的干扰均会对无人机之间的通信传输造成不利影响, 进而增加通讯时延。基于式(14), 建立通讯时延影响下的编队方程为

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + B[g_i(t)u_i(t - \tau(t)) + f_i(t) + w_i(t) + d_i(t)] \quad (19)$$

式中: $\tau(t)$ 为时变非均匀时延, 满足 $0 \leq \tau(t) \leq \gamma$, $0 \leq \dot{\tau}(t) \leq \mu$, 仅要求 γ, μ 等于或大于零, 对时延考虑了更加一般的情况。

问题 1 对于任何给定的有界初始状态, 如果无人机之间在时变时延下的相对状态与它们各自的目标状态之间的差异趋于零, 那么就可以认为多无人机系统实现了时变时延编队跟踪。满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [x_i(t - \tau(t)) - h_i(t - \tau(t)) - (x_j(t - \tau(t)) - h_j(t - \tau(t)))] = 0 \quad (20)$$

2.2 基于非线性干扰的增强型时延控制协议设计

针对风场干扰和时变时延的问题, 提出了风场噪声的时延误差自适应律以及未知干扰的时延误差自适应增益控制方法。与文献[27]相比, 在控制协议中还引入了编队控制补偿向量, 通过反馈增益矩阵将目标状态输入至控制协议。多无人机时变时延控制协议为

$$\begin{cases}
\mathbf{u}_i(t-\tau(t)) = \mathbf{g}_i^{-1}(t) \left\{ \alpha \mathbf{K} \sum_{j=1}^N (a_{ij}[(\mathbf{x}_j(t-\tau(t)) - \mathbf{h}_j(t-\tau(t))) - (\mathbf{x}_i(t-\tau(t)) - \mathbf{h}_i(t-\tau(t)))] - \right. \\
\left. \mathbf{r}_i(t) \hat{\mathbf{d}}_i \left[\sum_{j=1}^N a_{ij}[(\mathbf{x}_j(t-\tau(t)) - \mathbf{h}_j(t-\tau(t))) - (\mathbf{x}_i(t-\tau(t)) - \mathbf{h}_i(t-\tau(t)))] + \boldsymbol{\eta}_i(t) - \right. \right. \\
\left. \left. \mathbf{V}_{wi}(t) \hat{\boldsymbol{\xi}}_i(t) \right\} \\
\dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}}_i(t) = -\varphi_0 \mathbf{V}_{wi}^T \mathbf{K} \sum_{j=1}^N a_{ij} [(\mathbf{x}_j(t-\tau(t)) - \mathbf{h}_j(t-\tau(t))) - (\mathbf{x}_i(t-\tau(t)) - \mathbf{h}_i(t-\tau(t)))] \\
\dot{\mathbf{r}}_i(t) = \left\| \mathbf{K} \sum_{j=1}^N a_{ij} [(\mathbf{x}_j(t-\tau(t)) - \mathbf{h}_j(t-\tau(t))) - (\mathbf{x}_i(t-\tau(t)) - \mathbf{h}_i(t-\tau(t)))] \right\|
\end{cases} \quad (21)$$

式中: $\mathbf{g}_i(t)$ 可逆; $\varphi_0 > 0, \alpha > 0$ 表示常值; $\mathbf{K} \in \mathbf{R}_{m \times n}, \mathbf{K} = -\mathbf{B}^T \mathbf{P}$ 为反馈增益矩阵并且 $\mathbf{r}_i(t)$ 是用来估计 $\mathbf{d}_i(t)$ 上界的自适应增益向量; $\hat{\boldsymbol{\xi}}_i(t)$ 为用来估计未知向量 $\boldsymbol{\xi}_i(t)$ 的自适应律向量; $\boldsymbol{\eta}_i(t) \in \mathbf{R}_m$ 表示本协议中第 i 架无人机的编队控制补偿向量, $\boldsymbol{\eta}_i(t) = \mathbf{K} \mathbf{h}_i(t)$; 预期的时变编队构型 $\mathbf{h}_i(t) \in \mathbf{R}_n$, $\dot{\mathbf{h}}_i(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{K}) \mathbf{h}_i(t)$; $\boldsymbol{\sigma}(t) = \mathbf{C} \boldsymbol{\epsilon}(t - \tau(t))$ 与时延影响下的无人机编队跟踪误差有关, $\mathbf{C} \in \mathbf{R}_{m \times n}$ 为参数输出矩阵。定义 $\hat{\mathbf{d}}_i(\cdot)$ 为非光滑函数, 有

$$\hat{\mathbf{d}}_i(\boldsymbol{\epsilon}_i) = \begin{cases} \frac{\mathbf{B}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\epsilon}_i}{\|\mathbf{B}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\epsilon}_i\|} & \|\mathbf{B}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\epsilon}_i\| \neq 0 \\ 0 & \|\mathbf{B}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\epsilon}_i\| = 0 \end{cases} \quad (22)$$

令 $\boldsymbol{\epsilon}_i(t) = \{a_{ij}[(\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{h}_j(t)) - (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{h}_i(t))]\}$, 并且定义 $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \dots, \mathbf{x}_N^T]^T$ 以及 $\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1^T, \mathbf{h}_2^T, \dots, \mathbf{h}_N^T]^T$, 紧凑的形式可得

$$\boldsymbol{\epsilon}(t) = (\mathbf{L} \otimes \mathbf{I}_N)(\mathbf{x}(t) - \mathbf{h}(t)), \dot{\mathbf{h}}(t) = [\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{K})] \mathbf{h}(t) \quad (23)$$

根据式(19,21), 可得

$$\begin{cases}
\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}) \mathbf{x}(t) + (\alpha \mathbf{L} \otimes \mathbf{B} \mathbf{K})(\mathbf{x}(t - \tau(t)) - \mathbf{h}(t - \tau(t))) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}) \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\sigma}(t)) - \\
(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B})(\mathbf{r}(t) \hat{\mathbf{d}}(\boldsymbol{\epsilon}(t - \tau(t))) - \mathbf{d}(t)) + \\
(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B})(\mathbf{o}(t) + (\tilde{\mathbf{n}}_i t) \boldsymbol{\eta}(t)) - \\
(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}) \mathbf{V}_w(t)(\hat{\boldsymbol{\xi}}(t) - \boldsymbol{\xi}(t)) \\
\dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}}(t) = -\varphi_0 \mathbf{V}_w^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{K}) \boldsymbol{\epsilon}(t - \tau(t)) \\
\dot{\mathbf{r}}(t) = \|(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{K}) \boldsymbol{\epsilon}(t - \tau(t))\|
\end{cases} \quad (24)$$

$$\mathbf{V}(t) = \int_{t-\tau(t)}^t \boldsymbol{\epsilon}^T(s)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{Q}) \boldsymbol{\epsilon}(s) ds + \boldsymbol{\epsilon}^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\epsilon}(t) + \frac{R_\tau}{\varphi_0} \tilde{\boldsymbol{\xi}}^T(t)(\mathbf{L} \otimes \mathbf{I}_N) \tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + R_{ir} \sum_{i=1}^N a_{ij} (\mathbf{r}_i(t) - \beta)^2 \quad (29)$$

联立式(23,24), 可得

$$\begin{cases}
\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(t) = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}) \boldsymbol{\epsilon}(t) + (\alpha \mathbf{L} \otimes \mathbf{B} \mathbf{K}) \boldsymbol{\epsilon}(t - \tau(t)) + \\
(\mathbf{L} \otimes \mathbf{A}) \mathbf{h}(t) - (\mathbf{L} \otimes \mathbf{I}_N) \dot{\mathbf{h}}(t) - \\
(\mathbf{L} \otimes \mathbf{B}) \mathbf{V}_w(t)(\hat{\boldsymbol{\xi}}(t) - \boldsymbol{\xi}(t)) + \\
(\mathbf{L} \otimes \mathbf{B})(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\sigma}(t)) + \mathbf{o}(t) + (\tilde{\mathbf{n}}_i t) \boldsymbol{\eta}(t)) - \\
(\mathbf{L} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{r}(t) \hat{\mathbf{d}}(\boldsymbol{\epsilon}(t - \tau(t))) - \mathbf{d}(t)) \\
\dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}}(t) = -\varphi_0 \mathbf{V}_w^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{K}) \boldsymbol{\epsilon}(t - \tau(t)) \\
\dot{\mathbf{r}}(t) = \|(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{K}) \boldsymbol{\epsilon}(t - \tau(t))\|
\end{cases} \quad (25)$$

令 $\tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) = \hat{\boldsymbol{\xi}}(t) - \boldsymbol{\xi}(t)$, 并将式(23)代入式(25), 可得

$$\begin{cases}
\dot{\boldsymbol{\epsilon}}(t) = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}) \boldsymbol{\epsilon}(t) + (\alpha \mathbf{L} \otimes \mathbf{B} \mathbf{K}) \boldsymbol{\epsilon}(t - \tau(t)) - \\
(\mathbf{L} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{V}_w(t) \tilde{\boldsymbol{\xi}}(t) + \mathbf{r}(t) \hat{\mathbf{d}}(\boldsymbol{\epsilon}(t - \tau(t)))) + \\
(\mathbf{L} \otimes \mathbf{B})(\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\sigma}(t)) + \mathbf{o}(t) + (\tilde{\mathbf{n}}_i t) \boldsymbol{\eta}(t)) + \mathbf{d}(t) \\
\dot{\tilde{\boldsymbol{\xi}}}(t) = -\varphi_0 \mathbf{V}_w^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{K}) \boldsymbol{\epsilon}(t - \tau(t)) \\
\dot{\mathbf{r}}(t) = \|(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{K}) \boldsymbol{\epsilon}(t - \tau(t))\|
\end{cases} \quad (26)$$

定理 1 考虑一个具有时变非均匀时延 $\tau(t)$ 的通信网络, 如果存在具有 n 维的正定矩阵 $\mathbf{P}, \mathbf{Q} \in \mathbf{R}_{N \times N}$, 则系统(19)在上述自适应控制协议(21)下解决了多无人机在时延和风场干扰下的稳定飞行问题。假设对于给定的正标量 $\mu \in (0, 1)$ 满足以下负定矩阵

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11} & 0 & 0 \\ * & \mathbf{S}_{22} & 0 \\ * & * & \mathbf{S}_{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (27)$$

式中: $\mathbf{S}_{11} = \mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{P})$, $\mathbf{S}_{22} = -\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{P} - (1 - \mu)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{Q})$, $\mathbf{S}_{33} = -2\mathbf{I}_{N_0}$ 。则系统是渐近稳定的, 这意味着多无人机系统形成了期望的队形并实现了稳定飞行。定理 1 满足严格负定矩阵的数学条件^[35]。

注 2: 基于偏自相关系数的定义^[36], 与现有文献[37]相比, 考虑 $\boldsymbol{\epsilon}_i(t)$ 和 $\boldsymbol{\epsilon}_i(t - \tau(t))$ 的 PACF 为 $R_{ir}, \boldsymbol{\epsilon}_i(t)$ 与 $\boldsymbol{\epsilon}_i(t - \tau(t))$ 间的关系符合相关系数

$$\boldsymbol{\epsilon}_i(t) = R_{ir} \boldsymbol{\epsilon}_i(t - \tau(t)) + \boldsymbol{\zeta}_i \quad (28)$$

式中: R_{ir} 为 $\boldsymbol{\epsilon}_i(t - \tau(t))$ 的系数, 也为 PACF; $\boldsymbol{\zeta}_i$ 为误差项且是白噪声; 在任何滞后 $\tau \neq 0$ 的情况下, 白噪声序列之间的相关性为 0, 即 $\text{Cov}(\boldsymbol{\epsilon}_i(t), \boldsymbol{\epsilon}_i(t - \tau(t))) = 0$ 。

证明: 考虑以下 Lyapunov 函数

对 $V(t)$ 求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \epsilon^T(t)(I_N \otimes P)\epsilon(t) + \epsilon^T(t)(I_N \otimes P)\dot{\epsilon}(t) + \\ & \epsilon^T(t)Q\epsilon(t) + \frac{2R_\tau}{\varphi_0} \tilde{\xi}^T(t)(L \otimes I_N)\dot{\tilde{\xi}}(t) - \\ & (1 - \dot{\tau}(t))\epsilon^T(t - \tau(t))Q\epsilon(t - \tau(t)) + \\ & 2R_{ir} \sum_{i=1}^N a_{ij}(\mathbf{r}_i(t) - \beta)\dot{\mathbf{r}}_i(t) \end{aligned} \quad (30)$$

将式(26)代入式(30), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \epsilon^T(t)[I_N \otimes (PA + A^T P + Q)]\epsilon(t) + \\ & 2\epsilon^T(t)(\alpha L \otimes PBK)\epsilon(t - \tau(t)) - (1 - \dot{\tau}(t)) \cdot \\ & \epsilon^T(t - \tau(t))(I_N \otimes Q)\epsilon(t - \tau(t)) - \\ & 2\tilde{\xi}^T(t)V_w^T(t)(L \otimes K)\epsilon(t) - \\ & 2\epsilon^T(t)(L \otimes PB)(V_w(t)\tilde{\xi}(t) - d(t) + \\ & \mathbf{r}(t)\hat{d}(\epsilon(t - \tau(t)))) + 2R_{ir} \sum_{i=1}^N a_{ij}(\mathbf{r}_i(t) - \beta) \cdot \\ & \|(I_N \otimes K)\epsilon(t - \tau(t))\| + \\ & 2\epsilon^T(t)(L \otimes PB)(\Phi(\sigma(t)) + o(t) + \tilde{\mathbf{n}}(t)) \end{aligned} \quad (31)$$

由 $K = -B^T P$, 可得

$$\begin{aligned} & -2\epsilon^T(t)(L \otimes PB)V_w(t)\tilde{\xi}(t) - \\ & 2\tilde{\xi}^T(t)V_w^T(t)(L \otimes K)\epsilon(t) = \\ & -2\epsilon^T(t)(L \otimes PB)V_w(t)\tilde{\xi}(t) + \\ & 2\tilde{\xi}^T(t)V_w^T(t)(L \otimes PB)\epsilon(t) = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

根据式(22), 可得

$$\begin{aligned} & -2\epsilon^T(t)(L \otimes PB)\mathbf{r}(t)\hat{d}(\epsilon(t - \tau(t))) = \\ & -2\epsilon^T(t)(\mathbf{r}(t)L \otimes PB)\hat{d}(\epsilon(t - \tau(t))) = \\ & -2\sum_{i=1}^N a_{ij}\mathbf{r}_i(t)\epsilon_i^T(t)PB\hat{d}_i(\epsilon_i(t - \tau(t))) = \\ & -2R_{ir} \sum_{i=1}^N a_{ij}\mathbf{r}_i(t)\epsilon_i^T(t - \tau(t))PB\hat{d}_i(\epsilon_i(t - \tau(t))) = \\ & -2R_{ir} \sum_{i=1}^N a_{ij}\mathbf{r}_i(t)\|(I_N \otimes K)\epsilon(t - \tau(t))\| \end{aligned} \quad (33)$$

由 $\|d_i(t)\| < \delta$, 可知

$$\begin{aligned} 2\epsilon^T(t)(L \otimes PB)d(t) = & 2\sum_{i=1}^N \epsilon_i^T(t)(L \otimes PB)d_i(t) \leq \\ & 2\sum_{i=1}^N a_{ij}\|B^T P\epsilon_i(t)\|\|d_i(t)\| < \\ & 2\delta \sum_{i=1}^N a_{ij}\|(I_N \otimes K)\epsilon_i(t)\| \end{aligned} \quad (34)$$

由 $\|\tilde{\mathbf{n}}_i(t)\| < \nu$, 可知

$$\begin{aligned} 2\epsilon^T(t)(I_N \otimes P)(L \otimes B)\tilde{\mathbf{n}}(t) = \\ & 2\sum_{i=1}^N \epsilon_i^T(t)(L \otimes PB)\tilde{\mathbf{n}}_i(t) \leq \\ & 2\sum_{i=1}^N a_{ij}\|B^T P\epsilon_i^T(t)\|\|\tilde{\mathbf{n}}_i(t)\| < \\ & 2\nu \sum_{i=1}^N a_{ij}\|(I_N \otimes K)\epsilon_i(t)\| \end{aligned} \quad (35)$$

由 $\|o_i(t)\| < \kappa$, 可知

$$\begin{aligned} 2\epsilon^T(t)(I_N \otimes P)(L \otimes B)o(t) = \\ & 2\sum_{i=1}^N \epsilon_i^T(t)(L \otimes PB)o_i(t) \leq \\ & 2\sum_{i=1}^N a_{ij}\|B^T P\epsilon_i^T(t)\|\|o_i(t)\| < \\ & 2\kappa \sum_{i=1}^N a_{ij}\|(I_N \otimes K)\epsilon_i(t)\| \end{aligned} \quad (36)$$

根据式(32~36), 选取 $\beta > \delta + \nu + \kappa$, 将式

(31) 转化为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) < & -(1 - \mu)\epsilon^T(t - \tau(t))(I_N \otimes Q)\epsilon(t - \tau(t)) + \\ & \epsilon^T(t)[I_N \otimes (PA + A^T P + Q)]\epsilon(t) + \\ & 2\epsilon^T(t)(\alpha L \otimes PBK)\epsilon(t - \tau(t)) + \\ & 2\epsilon^T(t)(L \otimes PB)\Phi(\sigma(t)) \end{aligned} \quad (37)$$

根据 Lur'e 非线性的性质^[38], 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) < & -(1 - \mu)\epsilon^T(t - \tau(t))(I_N \otimes Q)\epsilon(t - \tau(t)) + \\ & \epsilon^T(t)[I_N \otimes (PA + A^T P + Q)]\epsilon(t) + \\ & 2\epsilon^T(t)(\alpha L \otimes PBK)\epsilon(t - \tau(t)) + \\ & 2\Phi^T(\sigma(t))K_1 C\epsilon(t - \tau(t)) + \\ & 2\epsilon^T(t)(L \otimes PB)\Phi(\sigma(t)) - \\ & 2\Phi^T(\sigma(t))\Phi(\sigma(t)) \end{aligned} \quad (38)$$

由注 2, 正定矩阵概念^[39]且 $K = -B^T P$, 将式

(38) 转化为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) < & \epsilon^T(t)[I_N \otimes (PA + A^T P + Q) - \\ & \alpha L \otimes PBB^T P]\epsilon(t) - 2\Phi^T(\sigma(t))\Phi(\sigma(t)) - \\ & \epsilon^T(t - \tau(t))(\alpha L \otimes PBB^T P + \\ & (1 - \mu)(I_N \otimes Q))\epsilon(t - \tau(t)) + \\ & 2\epsilon^T(t)(L \otimes PB)\Phi(\sigma(t)) + \\ & 2\Phi^T(\sigma(t))K_1 C\epsilon(t - \tau(t)) \end{aligned} \quad (39)$$

根据最小非零特征值 $\lambda_2(L)$ 的定义^[40-41]并且

$$\text{令 } \alpha = \frac{N}{\lambda_2(L)}, \text{ 可得}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) < & \epsilon^T(t)[I_N \otimes (PA + A^T P + Q - PBB^T P)] \cdot \\ & \epsilon(t) + 2\epsilon^T(t)(L \otimes PB)\Phi(\sigma(t)) - \\ & \epsilon^T(t - \tau(t))(I_N \otimes PBB^T P + (1 - \mu)(I_N \otimes Q)) \cdot \\ & \epsilon(t - \tau(t)) + 2\Phi^T(\sigma(t))K_1 C\epsilon(t - \tau(t)) - \\ & 2\Phi^T(\sigma(t))\Phi(\sigma(t)) \end{aligned} \quad (40)$$

接着可以得到

$$\dot{V}(t) < M^T S M \quad (41)$$

式中

$$M = [\epsilon^T(t) \quad \epsilon^T(t - \tau(t)) \quad \Phi^T(\sigma(t))]^T \quad (42)$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \quad (43)$$

式中: $S_{11} = I_N \otimes (PA + A^T P + Q - PBB^T P)$, $S_{12} = S_{21} = S_{13} = S_{23} = 0$, $S_{31} = 2L \otimes PB$, $S_{32} =$

$$2K_1C, \quad S_{22} = -I_N \otimes PBB^T P - (1 - \mu)(I_N \otimes Q), \\ S_{33} = -2I_{N \times 0}$$

根据黎卡提方程,可知

$$I_N \otimes (A^T P + PA + Q - PBB^T P) < 0 \quad (44)$$

根据式(43,44),可得

$$\dot{V}(t) < 0 \quad (45)$$

即在改进型自适应时变时延控制协议(21)的作用下,无人机时延编队在风场干扰影响下仍可以趋于稳定。

2.3 时延最大值估计

在风扰的影响下,无人机之间的通信时延会增大,然而,过大的时延可能会导致通信中断,进而使得无人机偏离预设的编队构型和飞行轨迹。因此,需要估计系统所能承受的时延上界,以确保无人机在时变时延影响下仍能实现稳定编队飞行。

根据式(26),可得

$$\dot{\epsilon}(t) = (I_N \otimes A)\epsilon(t) + (\alpha L \otimes BK)\epsilon(t - \tau(t)) + \\ (L \otimes B)(\Phi(\sigma(t)) + o(t) + \tilde{n}(t)) - (L \otimes B) \\ (V_w(t)\tilde{\xi}(t) + r(t)\hat{d}(\epsilon(t - \tau(t))) - d(t)) \quad (46)$$

令 $I_N \otimes E = \alpha L \otimes BK, I_N \otimes M = (L \otimes B)$, 将非线性和外加干扰统一表示成如下方程所示 $\Psi = -V_w(t)\tilde{\xi}(t) - r(t)\hat{d}(\epsilon(t - \tau(t))) + d(t) + \Phi(\sigma(t)) + o(t) + \tilde{n}(t)$ 。

根据拉氏变换,可知

$$s\epsilon(s) - \epsilon(0) = A\epsilon(s) + e^{-\tau s}E\epsilon(s) + M\Psi(s) \quad (47)$$

令 $\Gamma_\tau = A - e^{-\tau s}E$, 则式(47)转化为

$$\epsilon(s) = (s - \Gamma_\tau)^{-1}[\epsilon(0) + \Psi(s)] \quad (48)$$

如果没有考虑加入风场干扰,则定义 $Z_\tau(s) =$

$$G_\tau^{-1}(s) = s - \Gamma_\tau, \text{ 令 } \left(s, \begin{bmatrix} w_k \\ g_k w_k \end{bmatrix} \right) \text{ 为 } Z_\tau(s) \text{ 在 } \begin{bmatrix} w_k \\ g_k w_k \end{bmatrix}$$

方向上频率 s 的右传输零点,也就是 $Z_\tau(s) \begin{bmatrix} w_k \\ g_k w_k \end{bmatrix} = 0$, 其中 $g_k \in C, k > 1, w_k$ 为矩阵 L 关于特征值 λ_k 的特征向量,可得

$$Z_\tau(s) \begin{bmatrix} w_k \\ g_k w_k \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} g_k w_k \\ (\alpha k + \beta k g_k) w_k (\lambda_l e^{-\tau s}) \end{bmatrix} + \\ s \begin{bmatrix} w_k \\ g_k w_k \end{bmatrix} \quad (49)$$

式中 λ_l 为 L 的特征值。

鉴于 $\lambda_l e^{-\tau s}(\alpha + \beta g_k) = g_k^2$, 可得

$$s \begin{bmatrix} w_k \\ g_k w_k \end{bmatrix} - g_k \begin{bmatrix} w_k \\ g_k w_k \end{bmatrix} = (s - g_k) \begin{bmatrix} w_k \\ g_k w_k \end{bmatrix} = 0 \quad (50)$$

由于 $s \begin{bmatrix} w_k \\ g_k w_k \end{bmatrix} \neq 0$, 可得 $s = g_k$, 那么 $s \neq 0$ 需要

满足下述方程

$$\lambda_l e^{-\tau s}(\alpha + \beta s) = s^2 \quad (51)$$

式中 $l > 1$ 。

注意可以从式(51)求得 $Z_\tau(s)$ 关于每个特征值 $s < 0$ 的点数值解。接下来找寻使得 $Z_\tau(s)$ 在虚轴 $j\omega$ 有零点的最小时延 $\tau > 0$, 令 $s = j\omega$, 可得

$$\lambda_l e^{-j\omega\tau}(\alpha + j\beta\omega) = -\omega^2 \quad (52)$$

假设 $\omega > 0$, 因为 $\lambda < 0$, 因此有 $(\alpha + j\beta\omega)e^{-j\omega\tau}$ 是一个正实数, 那么 $e^{-j\omega\tau}$ 和 $\alpha + j\beta\omega$ 的相角之和为 $2q\pi$, 其中 $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。这表示 $-\omega\tau + \arctan(\beta\omega/\alpha) = 2q\pi$, 根据式(52), 可得

$$\tau = \frac{\arctan\left(\frac{\beta\omega}{\alpha}\right) - 2m\pi}{\omega} \quad (53)$$

由于两边幅值必须相同, 根据式(52, 53), 可得

$$\lambda_l \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 \omega^2} = -\omega^2 \quad (54)$$

根据式(54), 可得

$$\omega = \sqrt{\frac{2\lambda_l^2 \beta^2 + \sqrt{\lambda_l^4 \beta^4 + 4\lambda_l^2 \alpha^2}}{2}} \triangleq \eta_k \quad (55)$$

最大时延 τ 存在于 $q = 0$ 时, 即

$$\tau^* = \max_{k \geq 1} \frac{\arctan \frac{\beta \eta_k}{\alpha}}{\eta_k} \quad (56)$$

由于存在非线性和外部干扰, 因此时延最大值方程如下

$$\tau = \tau^* + \max(\Psi(s)) \quad (57)$$

3 仿真实验

3.1 数值仿真

本节设计3架无人机组成的非线性系统, 通过一个数值示例来证明所设计的控制协议(21)的有效性。控制协议参数设计为 $\alpha = 2$, 无人机的初始状态设计为 $x = [-2, -2, -2, 0.5, 0.5, 0.5; -5, -5, -5, 0.5, 0.5, 1; -3.5, -3.5, -3.5, 0.5, 1, 0.5]^T$, 初始期望状态设计为 $h = [2, 1, 3, 0, 0, 0; 1, 3, 2, 0, 0, 0; 3, 4, 1, 0, 0, 0]^T$ 。湍流风的湍流尺度分别设计为 $L_u = 0.8, L_v = 0.8, L_w = 0.8$, 湍流强度设计为 $\sigma_u = 0.4, \sigma_v = 0.4, \sigma_w = 0.4$ 。风场阻力系数为 $K_w = 0.043$, 无人机质量为 $m = 1.2 \text{ kg}$, 选择空气阻力 $K_D = 0.02, \varphi_0 = 0.5$, 令 $r(0) = [0.1, 0.1, 0.1]^T$, ξ 的初始值是 $[0.1, 0.1, 0.1]^T$ 。 d 和

σ 都是有界值,时延可控最大值为 0.64。通信拓扑的连接矩阵为 $A=[0, 1, 1; 1, 0, 1; 1, 1, 0]$, 考虑

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

图 3 展示了典型山地风场条件下无人机的编队飞行过程。起初,3架无人机在同一条直线上起飞。随着时间的推移,这些无人机逐渐调整位置,形成了一个三角形的稳定编队构型,并在此后的一段时间内保持这一构型继续飞行,因此控制协议(21)可以实现无人机的稳定编队飞行。

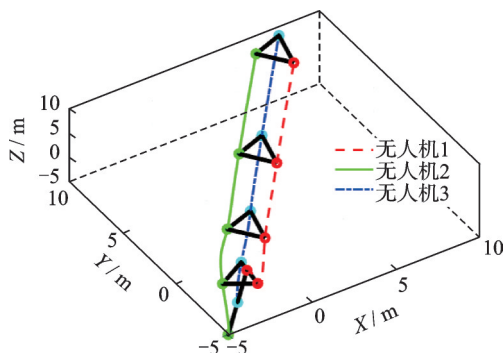


图 3 无人机编队轨迹曲线

Fig.3 Curves of UAV formation trajectories

图 4 描绘了无人机编队在沿 x 轴、 y 轴和 z 轴方向上的速度变化。不难发现,受风场影响无人机在飞行初期的速度出现了波动。但随着时间的推移,无人机速度逐渐稳定下来,并逐步达成同步。速度的稳定说明控制协议(21)具备抗扰能力,速度的同步表明无人机初步形成编队的队形,并沿着既定的轨迹进行飞行。

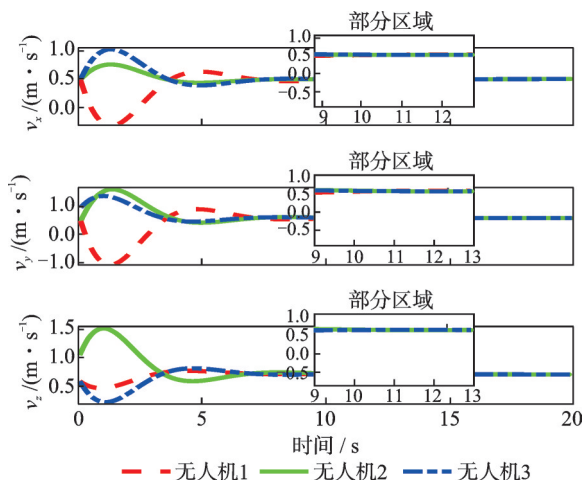


图 4 无人机速度变化曲线

Fig.4 Curves of UAV speed variation

图 5 展示了风场噪声的估计结果。鉴于噪声本身具有的随机特征,在估计的初始阶段,变量 $\hat{\xi}$ 呈现出显著的波动。然而,随着持续的推进,这些波动逐渐减弱,直至 $\hat{\xi}$ 趋于一个稳定状态。这一变化趋势有力地表明,所采用的自适应律方法对于风场噪声的估计具有较高的准确性。

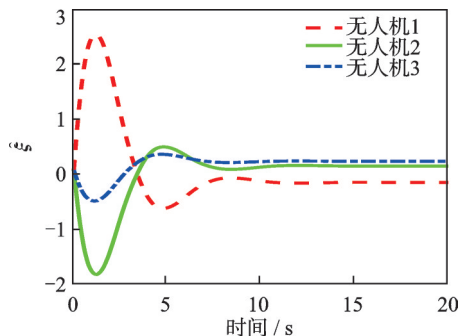


图 5 风场噪声估计曲线

Fig.5 Curves of wind farm noise estimation

图 6 展示的是未知环境扰动的变化曲线,扰动的变化随机且多变,对不同无人机的扰动均不相同。实际飞行环境中无人机面临的扰动复杂多变且具有差异,无人机控制系统设计需充分考虑这些不确定因素,以保证自身在复杂环境下的稳定飞行。

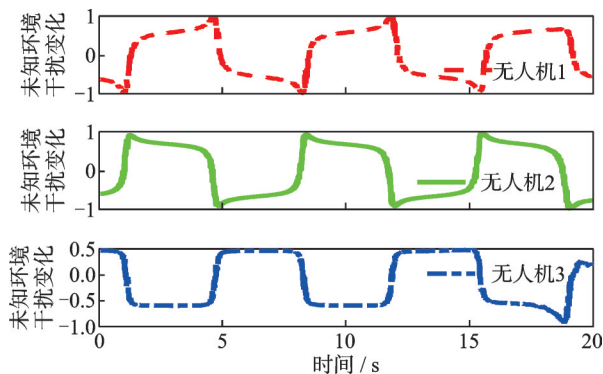


图 6 未知环境干扰的变化曲线

Fig.6 Curves of unknown environmental disturbance

对于环境中存在的所有的有界扰动,可通过图 7 所示的自适应增益进行动态调节。根据图 7 的

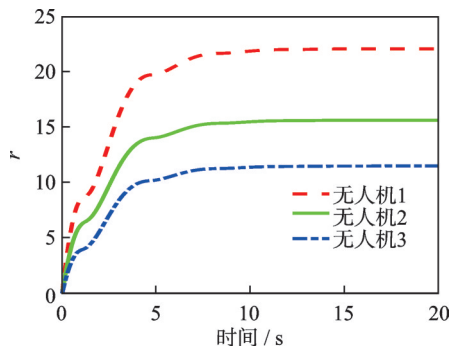


图 7 未知环境扰动估计曲线

Fig.7 Curves of unknown disturbance estimation

展示,自适应增益在经历了一段时间的变化后,逐渐收敛至某一恒定值,具备了抗干扰调节能力,并达到了一个相对稳定的状态。

图8、9分别为位置误差曲线和速度误差曲线。根据图8、9的展示结果,可以明确得出所关注的问题1已得到有效解决。具体而言,无人机编队在位置和速度两个关键方面的误差均趋向于零,成功克服了风场干扰以及时间延迟带来的挑战,实现了编队的趋同。这一结论不仅验证了所提出方法的有效性,还进一步彰显了无人机编队在面对复杂环境干扰时的鲁棒性和稳定性。

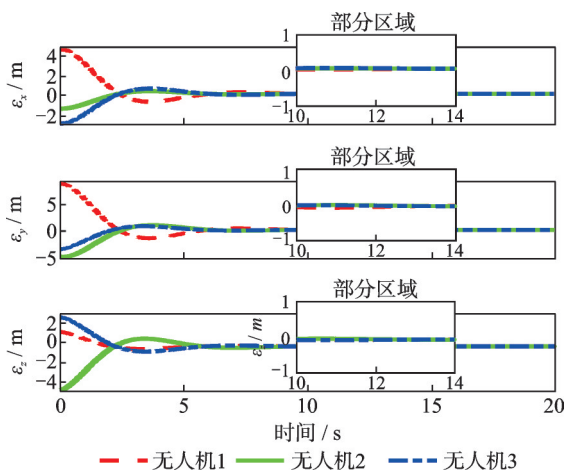


图8 位置误差曲线

Fig.8 Curves of position error

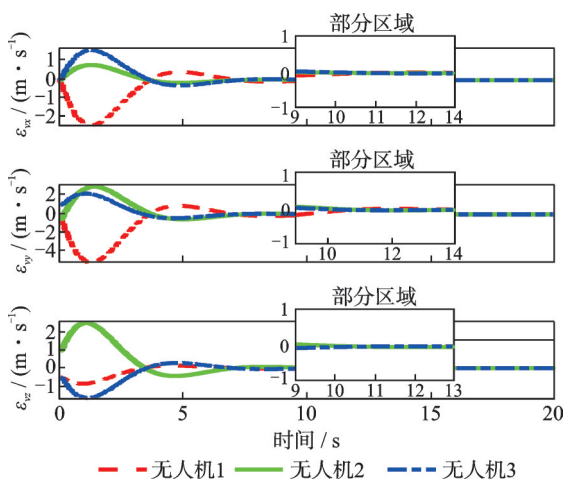


图9 速度误差曲线

Fig.9 Curves of speed error

3.2 仿真结果对比

为了展示不同风场对无人机编队的影响,探讨不同风场下噪声控制律的估计曲线变化。图10、11均展示了不同风场下编队受到的风场噪声干扰的大小,并且也验证了所提出控制律的有效性。从图10中可知,单一随机风对编队产生的扰动相对较小,导致噪声控制的扰动幅度亦较为有限。在此情境下,所设计的自适应控制律实现了预期的控制

目标。图11则在随机风的基础上引入了阵风扰动,通过对比y轴上的扰动幅度变化,可以明显观察到,在随机风与阵风的双重作用下,风场的扰动增强。然而,即便面对双重风场条件,所设计的控制律仍能趋于稳定状态,达到既定的控制目标。结合图5在更为复杂的三重风扰环境中的控制效果,所设计的自适应控制律依然保持了良好的控制性能。通过对比不同风场条件下控制律的表现,不仅直观地展示了风场对编队的干扰程度,还充分验证了所设计控制律在应对多重风场噪声控制方面的有效性和鲁棒性。

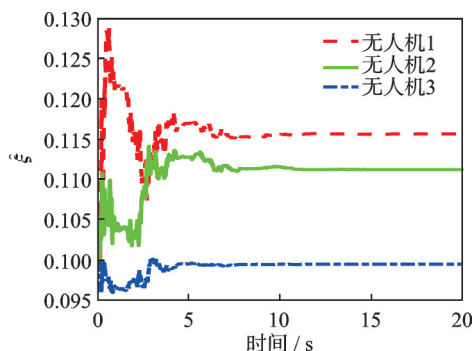


图10 随机风扰动下的噪声估计曲线

Fig.10 Noise estimation curves under random wind

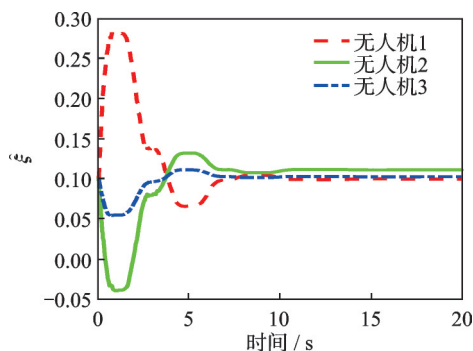


图11 随机风和阵风扰动下的噪声估计曲线

Fig.11 Noise estimation curves under random wind and gust

为了验证所设计控制协议(21)的有效性,在该控制协议中剔除了对外部干扰的控制部分,仅保留误差跟踪部分。对比图8与图12位置误差曲线,在未对风场干扰进行有效控制的情况下,无人机的位置误差均呈现出发散状态。而这一现象充分表明,若不将对风场干扰的控制纳入控制范畴,无人机编队将难以成形,既定的控制目标也无法得以实现。该实验结果也凸显了所提的控制协议(21)在应对风场干扰、确保无人机编队稳定运行以及达成控制目标方面的有效性与必要性。

将所提的控制协议(21)与文献[27]中基于动态耦合权值的控制协议均在典型的山地风场场景中进行实现。通过对比图8与图13中的位置误差,

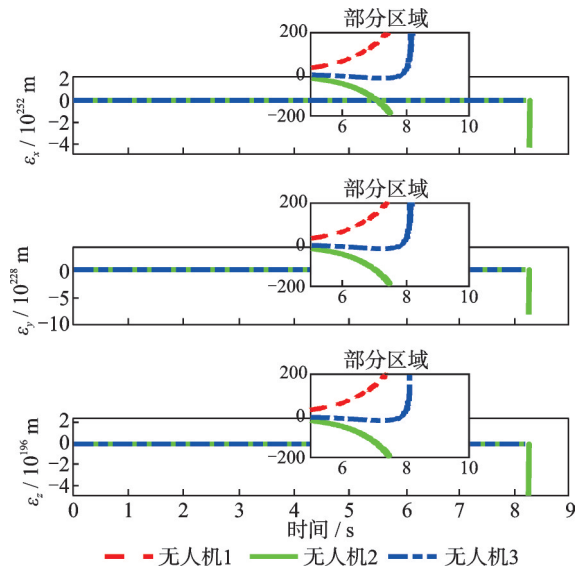


图 12 去除干扰控制的位置误差曲线

Fig.12 Position errors of disturbance removal control

可以观察到,尽管本文综合考虑通讯时延的影响,但其位置误差的收敛速度仍优于文献[27]。式(21)下的位置误差在约 12 s 时已基本稳定并趋于 0,而文献[27]的位置误差在 x 轴方向最快需 13 s 才趋于 0, y 轴和 z 轴方向的收敛更晚,需 16 s 才趋于 0。这表明,在处理风场干扰及通讯时延等多因素耦合问题时,控制协议(21)能更迅速地引导无人机编队达到预期的飞行状态。

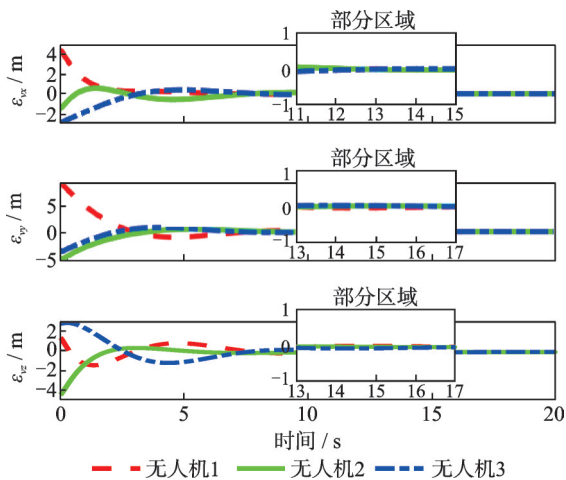


图 13 文献[27]在本文风场干扰下的位置误差曲线

Fig.13 Position errors of Ref.[27] under wind simulated by this paper

注 3:对比文献[27],本文所提控制协议优势如下。首先,文献[27]利用利普西茨处理非线性,将非线性处理转化为有界处理,而本文采取 Lur'e 非线性避免了条件约束,更能展现控制的广度;其次,文献[27]通过调整动态耦合权值来实现自适应控制,本文增加引入编队控制补偿向量,通过反

馈增益矩阵将目标状态输入控制协议中来实现无人机编队的自适应控制,能够实时调整控制输入,更精准地反映系统的状态变化并且快速响应环境变化,提高了目标跟踪和编队稳定性,在理论上更为简洁,更直观地表达控制机制;最后,本文对环境扰动包括风场干扰进行了建模以及针对性的自适应处理,但是文献[27]并没有对扰动进行针对性处理,而是利用耦合权值来调控,使得编队的收敛速度相对较慢,因此在风场环境下本文的控制协议更具有效性。

在探究时延对无人机编队飞行性能的影响过程中,经测定在山地风场干扰下时延最大值为 0.64。由图 14 所示验证通信时延超过最大值时编队状态,当无人机编队所面临的时延的值超过 0.64 这一阈值时,编队将难以维持既定的飞行目标,无人机的飞行轨迹会出现明显偏离。这种情况下编队误差也无法趋于 0,以速度误差为例,如图 15 所示,此时系统处于最大时延误差临界值范围(0.64~0.8)内,速度误差曲线会不断波动,系统是震荡的。此外,当时间延迟超出阈值临界值范围时将会出现误差无法收敛,无人机编队无法达成预先设定的编队构型的情况,以速度误差为例如图 16 所示,系统无法维持稳定。

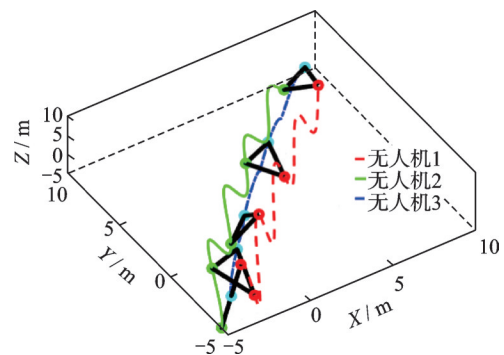


图 14 时延为 0.7 时编队轨迹曲线

Fig.14 UAV formation trajectories at 0.7 time delay

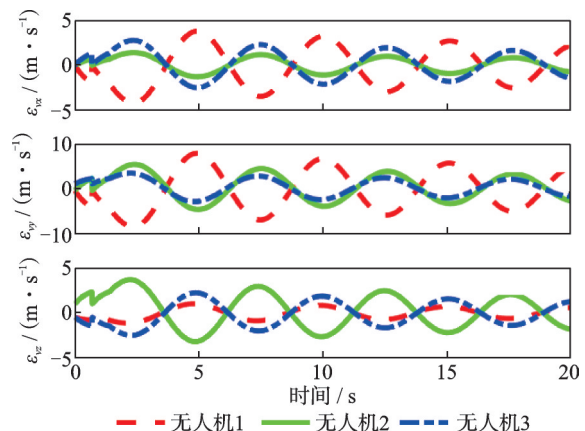


图 15 时延为 0.7 时编队速度误差曲线

Fig.15 Velocity errors at 0.7 time delay

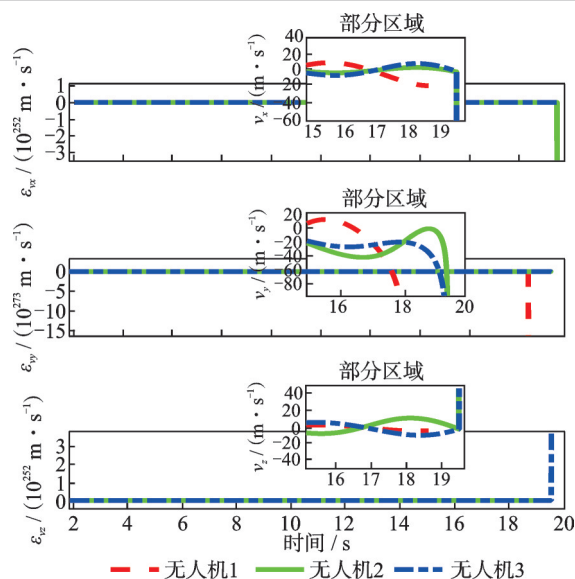


图16 时延为0.9时编队速度误差曲线

Fig.16 Velocity errors at 0.9 time delay

由于风场干扰的附加影响,无人机编队对时延的敏感性显著增加。通过图17所示,当时变时延的最大值设定范围接近阈值时,无人机编队在遭受风场干扰时,其抖动现象会明显增大。这一现象反映了无人机在飞行过程中受到的不稳定因素增加时,时延的增大会对编队产生一定的影响,在趋同的过程中抖动会变得更加剧烈,收敛速度也会变慢,但是在控制协议下无人机编队最终还是可以达成一致。通过仿真验证理论最大时延的合理性,为实际系统中的时延设计提供参考,避免系统因时延过大而失效。

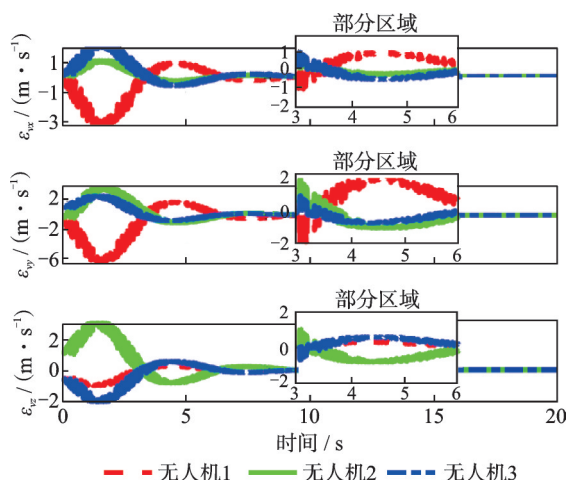


图17 时延最大值为0.6时编队速度误差曲线

Fig.17 Velocity errors at maximum time delay of 0.6

4 结 论

本文针对受典型山地风场干扰影响的无人机编队时延控制问题,通过将山地风场特征融合至无人机控制系统模型中,提升了编队在复杂环境下的

稳定性和适应性。通过优化编队策略,克服了通信时延问题,解决了山地环境中通信障碍的挑战。尤为关键的是,所提的增强型自适应时延控制方法,不仅成功应对了风场的双重非线性特性,还降低了风场噪声对编队稳定性的影响,为无人机编队在复杂风场下的稳定控制提供了新的解决方案。随着无人机技术的不断进步和应用场景的日益拓展,无人机编队控制将面临更多未知和复杂的挑战。未来的研究将继续深入探索,进一步优化控制算法,提高编队的自主性和智能性,增强其鲁棒性,以应对更加多变和恶劣的环境条件。同时,也将探索无人机编队在更为复杂气象条件下的应用潜力,推动无人机技术在实际环境中的进一步发展。

参考文献:

- [1] 楼传炜,葛泉波,刘华平,等. 无人机群目标搜索的主动感知方法[J]. 智能系统学报, 2021, 16(3): 575-583.
LOU Chuanwei, GE Quanbo, LIU Huaping, et al. Active perception method for UAV group target search [J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2021, 16(3): 575-583.
- [2] 马成宇,刘华平,葛泉波. 场景感知的分布式多智能体目标搜索方法[J]. 智能系统学报, 2022, 17(6): 1244-1253.
MA Chengyu, LIU Huaping, GE Quanbo. Scene-aware decentralized Monte Carlo tree search of target discovery[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2022, 17(6): 1244-1253.
- [3] RODRÍGUEZ-MATA A E, GONZÁLEZ-HERNÁNDEZ I, RANGEL-PERAZA J G, et al. Wind-gust compensation algorithm based on high-gain residual observer to control a quadrotor aircraft: Real-time verification task at fixed point[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2018, 16(2): 856-866.
- [4] ZHANG K, GAO X G. Distributed tracking control of unmanned aerial vehicles under wind disturbance and model uncertainty[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2016, 27(6): 1262-1271.
- [5] KLAUSEN K, MEISSEN C, FOSSEN T I, et al. Cooperative control for multirotors transporting an unknown suspended load under environmental disturbances[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2020, 28(2): 653-660.
- [6] CHEN H, WANG X K, SHEN L C, et al. Coordinated path following control of fixed-wing unmanned aerial vehicles in wind[J]. ISA Transactions, 2022, 122: 260-270.
- [7] 郑航,陈滨,方景龙. 基于风场作用下的四旋翼飞行

- 器建模与控制研究[J]. 工业控制计算机, 2019, 32(3): 49-51, 53.
- ZHENG Hang, CHEN Bin, FANG Jinglong. Research on modeling and control of quadrotor under wind disturbance[J]. Industrial Control Computer, 2019, 32(3): 49-51, 53.
- [8] 张博涵, 朱许, 黄江涛, 等. 风干扰及输入约束下的无人机一致性编队控制[J]. 海军航空大学学报, 2024, 39(6): 745-754.
- ZHANG Bohan, ZHU Xu, HUANG Jiangtao, et al. Consistent formation control of UAVs under wind interference and input constraints[J]. Journal of Naval Aviation University, 2024, 39(6): 745-754.
- [9] 王小艺, 刘迪一, 于家斌, 等. 复杂风场环境下的多旋翼无人机编队故障检测方法[J]. 吉林大学学报(工学版), 2023, 53(3): 823-831.
- WANG Xiaoyi, LIU Diyi, YU Jiabin, et al. Fault detection method of multirotor unmanned aerial vehicle formation in complex wind field environment[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2023, 53(3): 823-831.
- [10] LI X, QI G Y, ZHANG L M. Dynamic modeling and delayed consensus control of multi-QUAVs under wind disturbance[J]. Applied Mathematical Modeling, 2024, 134: 693-712.
- [11] MA C, DONG D B. Finite-time prescribed performance time-varying formation control for second-order multi-agent systems with non-strict feedback based on a neural network observer[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2024, 11(4): 1039-1050.
- [12] WEN G X, LI B. Optimized leader-follower consensus control using reinforcement learning for a class of second-order nonlinear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(9): 5546-5555.
- [13] TONG S C, ZHOU H D, LI Y M. Neural network event-triggered formation fault-tolerant control for nonlinear multiagent systems with actuator faults[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2023, 53(12): 7571-7582.
- [14] LIU Y A, DUAN N, LI C, et al. Constraint-dependent switching event-triggered control for uncertain nonlinear systems with state constraints[J]. Nonlinear Dynamics, 2025, 113(4): 3511-3522.
- [15] WANG Y Z, WANG Z D, ZOU L, et al. Observer-based fuzzy PID control for nonlinear systems with degraded measurements: Dealing with randomly perturbed sampling periods[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2024, 32(12): 6848-6862.
- [16] 刘建文. 复杂环境下智能机器人系统的自适应轨迹跟踪控制设计[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2022.
- LIU Jianwen. Adaptive trajectory tracking control design of intelligent robot system in complex environment [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2022.
- [17] 张威, 葛泉波, 刘华平, 等. 室外未知环境下的 AGV 地貌主动探索感知[J]. 智能系统学报, 2021, 16(1): 152-161.
- ZHANG Wei, GE Quanbo, LIU Huaping, et al. AGV active landform exploration and perception in an unknown outdoor environment[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2021, 16(1): 152-161.
- [18] 潘世豪, 王婷, 张浩然, 等. 基于自适应干扰观测器的无人直升机模型参考跟踪控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2023, 55(6): 977-987.
- PAN Shihao, WANG Ting, ZHANG Haoran, et al. Reference model tracking control for unmanned aerial helicopters based on adaptive disturbance observer[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(6): 977-987.
- [19] 路晓庆, 王耀南, 毛建旭. 噪声环境下时滞多智能体系统的非线性编队控制[J]. 自动化学报, 2014, 40(12): 2959-2967.
- LU Xiaoqing, WANG Yaonan, MAO Jianxu. Nonlinear control for multi-agent formations with delays in noisy environments[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2014, 40(12): 2959-2967.
- [20] 单靖原, 曹昕莹, 阮朗. 基于协调学习的分布式协同抗干扰方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2024, 56(4): 756-766.
- SHAN Jingyuan, CAO Xinying, RUAN Lang. Distributed cooperative anti-jamming method based on coordination learning[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(4): 756-766.
- [21] QI J, WANG S S, FANG J N, et al. Control of multi-agent systems with input delay via PDE-based method[J]. Automatica, 2019, 106: 91-100.
- [22] JIANG W, LIU K, CHARALAMBOUS T. Multi-agent consensus with heterogeneous time-varying input and communication delays in digraphs[J]. Automatica, 2022, 135: 109950.
- [23] HOU W Y, FU M Y, ZHANG H S, et al. Consensus conditions for general second-order multi-agent systems with communication delay[J]. Automatica, 2017, 75: 293-298.
- [24] 蔡运颂, 许璟, 牛玉刚. 基于自适应多尺度超螺旋算法的无人机集群姿态同步控制[J]. 自动化学报, 2023, 49(8): 1656-1666.
- CAI Yunsong, XU Jing, NIU Yugang. Attitude consensus control of UAV swarm based on adaptive multi-scale super-twisting algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2023, 49(8): 1656-1666.

- [25] ZHANG J L, YAN J G. A novel control approach for flight-stability of fixed-wing UAV formation with wind field[J]. *IEEE Systems Journal*, 2021, 15(2): 2098-2108.
- [26] HU J P, WU Y Z, LIU L, et al. Adaptive bipartite consensus control of high-order multiagent systems on coopetition networks[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(7): 2868-2886.
- [27] HU J Y, TURGUT A E, LENNOX B, et al. Robust formation coordination of robot swarms with nonlinear dynamics and unknown disturbances: Design and experiments[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(1): 114-118.
- [28] 杨永刚, 宋伟. 风场干扰下四旋翼无人机的飞行控制与仿真[J]. *中国民航大学学报*, 2021, 39(3): 16-21.
YANG Yonggang, SONG Wei. Flight control and simulation of quad-rotor UAV under wind field disturbance[J]. *Journal of Civil Aviation University of China*, 2021, 39(3): 16-21.
- [29] HAZRA A, DE D. SoftWind: Software-defined trajectory correction modelling of gust wind effects on Internet of drone things using glowworm swarm optimization[J]. *Ad Hoc Networks*, 2024, 163: 103577.
- [30] BEAL T R. Digital simulation of atmospheric turbulence for Dryden and von Karman models[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1993, 16(1): 132-138.
- [31] LIU W, CHEN M, YONG K N. Flexible performance constraint-based control of a quadrotor UAV-suspended payload system under input saturation[J]. *International Journal of Systems Science*, 2024, 55(1): 130-146.
- [32] XIAN B, YANG S. Robust tracking control of a quadrotor unmanned aerial vehicle-suspended payload system[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2021, 26(5): 2653-2663.
- [33] 陈谋, 刘伟, 张鹏. 性能约束下的四旋翼无人机协同吊挂系统分布式避碰跟踪控制[J]. *自动化学报*, 2024, 50(12): 2392-2406.
CHEN Mou, LIU Wei, ZHANG Peng. Distributed collision avoidance tracking control for quadrotor cooperative suspension system under performance constraints[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2024, 50(12): 2392-2406.
- [34] 郭洪振, 陈谋, 戴永东, 等. 分布式自适应事件触发四旋翼无人机编队控制[J]. *航空学报*, 2023, 44(S2): 729917.
GUO Hongzhen, CHEN Mou, DAI Yongdong, et al. Distributed adaptive event-triggered quadrotor UAV formation control[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2023, 44(S2): 729917.
- [35] 任春光, 张培. 负定矩阵的性质及其证明[J]. *伊犁师范学院学报(自然科学版)*, 2014, 8(3): 14-17.
REN Chunguang, ZHANG Pei. The proof and nature of negative definite matrix[J]. *Journal of Yili Normal University (Natural Science Edition)*, 2014, 8(3): 14-17.
- [36] 孙红果, 邓华. 样本自相关系数与偏自相关系数的研究[J]. *蚌埠学院学报*, 2016, 5(1): 35-39.
SUN Hongguo, DENG Hua. Study on the sample autocorrelation coefficient and partial autocorrelation coefficient[J]. *Journal of Bengbu University*, 2016, 5(1): 35-39.
- [37] JIANG X L, XIA G H, FENG Z G, et al. Dissipativity-based consensus tracking of singular multiagent systems with switching topologies and communication delays[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(6): 4547-4558.
- [38] LIU S, SUN J Y, ZHANG H G, et al. Coordination for Lur'e multiagent systems: Fully distributed event-driven approach with single-event monitoring condition[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2022, 69(12): 4919-4923.
- [39] LI W X, CHEN Z Q, LIU Z X. Leader-following formation control for second-order multiagent systems with time-varying delay and nonlinear dynamics[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2013, 72(4): 803-812.
- [40] ALTAFINI C. Consensus problems on networks with antagonistic interactions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(4): 935-946.
- [41] NAN X Y, LV Y Z, DUAN Z S. Bipartite consensus tracking for antagonistic topologies with leader's unknown input[J]. *Asian Journal of Control*, 2022, 24(2): 547-561.

(编辑:张蓓)