

DOI:10.16356/j.1005-2615.2025.04.020

## 基于 Timoshenko 梁理论的碳纤维芯导线 压接区挠度计算方法

王芸<sup>1</sup>, 王宏<sup>1</sup>, 李强<sup>1</sup>, 尚志勇<sup>1</sup>, 姚洪斌<sup>1</sup>, 王春耀<sup>2</sup>

(1. 新疆工程学院数理学院, 乌鲁木齐 830023; 2. 新疆大学机械工程学院, 乌鲁木齐 830047)

**摘要:** 针对 300/40 碳纤维芯(棒芯)导线压接区因挠度变形引发的结构可靠性问题, 提出了基于 Timoshenko 梁的挠度计算方法, 理论推导了剪切效应影响下碳纤维芯(棒芯)导线压接区的挠度计算公式, 并通过有限元仿真进行了分析。结果表明: 长径比为 17.14 的 300/40 碳纤维芯导线压接区在 10 t 压接载荷作用下的最大挠度值为 0.011 6 m, 与有限元仿真结果 0.012 8 m 基本吻合。该理论解具有很高的计算精度, 且其形式简单, 利用该公式进行求解可避免有限元仿真中建立模型、网格划分等复杂的求解过程, 计算效率显著提升, 且具有一定的普适性, 还可用于 300/50 钢芯铝绞线压接区的挠度计算。研究成果可为碳纤维复合芯导线压接工艺优化及工程应用提供重要参考。

**关键词:** 碳纤维芯导线; 压接区; 挠度分析; Timoshenko 梁

中图分类号: TH113 文献标志码: A 文章编号: 1005-2615(2025)04-0775-06

## Deflection Calculation for Crimping Zone of Carbon Fiber Core Conductors Based on Timoshenko Beam Theory

WANG Yun<sup>1</sup>, WANG Hong<sup>1</sup>, LI Qiang<sup>1</sup>, SHANG Zhiyong<sup>1</sup>, YAO Hongbin<sup>1</sup>, WANG Chunyao<sup>2</sup>

(1. School of Mathematics and Physics, Xinjiang Institute of Technology, Urumqi 830023, China; 2. School of Mechanical Engineering, Xinjiang University, Urumqi 830047, China)

**Abstract:** To address the structural reliability issues caused by the deflection deformation in the crimping zone of 300/40 carbon fiber core or rod-core conductors, a deflection calculation method based on the Timoshenko beam theory is proposed. A deflection formula of the crimping zone is derived theoretically with the consideration of the shear effect, which is validated subsequently through finite element simulations. The results show that under a 10 t crimping load, the maximum deflection of the crimping zone of the 300/40 carbon fiber core conductor with a length-to-diameter ratio of 17.14 is 0.011 6 m, which matches well with the finite element simulation result, i.e., 0.012 8 m. The theoretical solution with a simple form can offer a high calculation accuracy. It can avoid the complex modeling and meshing processes involved in finite element analysis, significantly improving computational efficiency and offering good applicability. It is also suitable for the deflection calculation for the crimping zone of 300/50 steel-core aluminum stranded conductors. The research results can provide an important reference for optimizing the crimping process and engineering applications of carbon fiber composite core conductors.

**Key words:** carbon fiber core wire; crimping zone; deflection analysis; Timoshenko beam

**基金项目:** 国家自然科学基金面上项目(12474283); 新疆维吾尔自治区自然科学基金(2024D01A49)。

**收稿日期:** 2025-03-23; **修订日期:** 2025-06-11

**通信作者:** 王宏, 男, 副教授, E-mail: wh09@xjtu.edu.cn。

**引用格式:** 王芸, 王宏, 李强, 等. 基于 Timoshenko 梁理论的碳纤维芯导线压接区挠度计算方法[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2025, 57(4): 775-780. WANG Yun, WANG Hong, LI Qiang, et al. Deflection calculation for crimping zone of carbon fiber core conductors based on timoshenko beam theory[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics(Natural Science Edition), 2025, 57(4): 775-780.

碳纤维作为新型材料,因其高强度、轻量化及耐腐蚀等优势,在航空、航天、航海、土木和机械等诸多国家重大工程中得到了广泛应用。其中,300/40碳纤维芯导线作为典型代表,采用了高强度碳纤维复合材料芯(棒芯或绞合型)<sup>[1-3]</sup>替代传统钢芯<sup>[4-6]</sup>制成的新型导线,因轻质环保广泛应用于改造输电线路中。但这种碳纤维复合芯导线多以压接形式构建,因此其压接区的力学性能直接决定了导线接头的可靠性。芯棒与金属套管间复杂的接触作用及碳纤维复合材料的各向异性特性<sup>[7-8]</sup>等会导致压接区易产生局部应力集中或大变形,进而引发界面滑移甚至结构失效、开裂,严重威胁输电线路的安全运行。

国内外学者针对碳纤维芯导线压接区的力学特性开展了相关的理论分析及研究。清华大学材料团队<sup>[9-10]</sup>通过拉挤工艺<sup>[11]</sup>研究了碳纤维芯导线压接区的抗拉压性能,通过模拟实验过程中的接触应力,并结合数字图像相关技术得到了其内部应变分布规律,基于此提出了分层渐进的压接工艺,减少了界面剥离风险。西安交通大学王铁军教授团队<sup>[12-13]</sup>针对碳纤维复合材料及复合结构,建立了力电热耦合模型,给出了多场耦合作用下压接区的疲劳性能以及挠度计算方法,分析了交变载荷和焦耳热<sup>[14]</sup>对压接区裂纹扩展的影响,提出了疲劳寿命预测公式,并进行了实验验证。浙江大学陈伟球教授团队<sup>[15]</sup>基于 Timoshenko 梁<sup>[16-19]</sup>理论,修正了复合材料新的各项异性参数,并以悬臂梁为例进行了验证。此外,还有学者通过采用原位显微 CT 技术观察压接区裂纹萌生与扩展过程,并基于此建立界面损伤的相场模型。文献<sup>[20-21]</sup>通过研究碳纤维芯与金属套管的摩擦行为以及纳米划痕试验和分子动力学模拟等手段,揭示了界面摩擦因数对压接稳定性的影响。研究表明<sup>[22]</sup>,可通过设计低摩擦图层,提升压接的可靠性。美国斯坦福大学 Bendsoe 教授团队就碳纤维芯导线的轻质化设计与挠度优化进行了研究,基于拓扑优化理论设计了具有高刚度-质量比的芯层结构,即蜂窝状碳纤维复合芯导线结构,可显著降低挠度<sup>[23]</sup>。

然而,目前对碳纤维芯导线压接区的多尺度力学行为的研究,尤其是挠度演化的理论建模与仿真分析仍存在不足,传统解析方法难以精确表征复合材料层间非线性接触及几何非对称性对挠度的影响。有限元法能够通过精细化建模有效地模拟材料各向异性、接触边界条件及载荷分布特征<sup>[24-27]</sup>,但其涉及建模、边界条件设定、网格划分等复杂的操作步骤,计算耗时长,不能满足工程设计中的实时性要求。

为了直接快速地计算压接载荷下碳纤维芯导线的挠度,本文基于 Timoshenko 梁理论,提出了准确计算 300/40 碳纤维芯导线压接区弯曲特性的理论解,并通过三维有限元仿真对其进行了分析验证。该理论解形式简单,计算方便,准确度高,能够满足实时的结构设计要求,且其具有一定的普适性。基于此方法能够揭示压接区挠曲变形中的应力应变分布规律,为高可靠性碳纤维芯导线接头的优化设计及工艺控制提供理论依据与技术支撑。

## 1 碳纤维芯导线压接区挠度计算模型

### 1.1 压接区模型简化

以直径  $d=7$  mm 的 300/40 碳纤维芯棒为研究对象,在整个压接长度上,压接区压力可简化为均布载荷  $q$  (N/m),因压接过程为压接工艺中的短暂行为,且单次压接区域端部挠度不变,转角改变,该简化方法满足圣维南原理<sup>[28]</sup>的局部效应要求。对于约束条件,根据结构端部的实际约束特性,将其等效为典型的简支边界条件,即一端为不可伸长固定铰支座以限制 3 个自由度<sup>[29]</sup>,另一端设置为可动铰支座允许轴向微小位移。通过上述简化处理,将复杂的三维曲面接触问题转化为典型的二维简支梁模型,为后续的力学分析及结构优化提供基础,其简化的理论模型如图 1 所示。

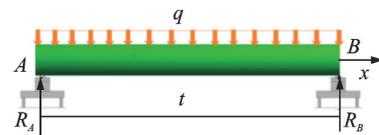


图 1 均布载荷  $q$  作用下的碳纤维芯棒

Fig.1 The carbon fiber core rod under the uniformly distributed load  $q$

### 1.2 压接区等效载荷

按照 IEC 61238 及 GB/T 2317 标准规定,压接载荷按 10 t 计,则压接力  $F_p$  为  $9.8 \times 10^4$  N,压接区分布长度  $t$  取 120 mm,则受力面积为  $A_{ij}$  为  $840 \text{ mm}^2$ ,于是均布载荷为  $q=F_p/A_{ij}=116.67 \text{ N/mm}^2$ 。因其简化为单位长度上的均布载荷,在整个面积上均匀分布,可认为单位长度上的均布力为  $116.67 \text{ N/mm}$ (考虑单位的一致性)。

## 2 压接区的 Timoshenko 梁模型

因碳纤维材料的特殊性,其易出现压接微缺陷,尽管管细比为 17.14,但因碳纤维材料的各向异性,在求解其弯曲特性时剪切效应的影响不可忽略。因此,基于 Timoshenko 梁理论,在考虑了剪切

效应的影响下推导 300/40 碳纤维芯棒压接区的挠度计算公式。

以梁中取出的长为  $dx$  的一微段梁为例,如图 2 所示,两端的剪力、弯矩分别为  $Q$  和  $Q+dQ$ 、 $M$  和  $M+dM$ 。再以平行于中性层且距中性层为  $w$  的  $pr$  平面从这一段梁中截出一微小单元体  $pr\eta_1$ ,则在在这一截出部分的左侧面  $r\eta$  上,存在因剪力  $Q$  引起的切应力,而在右侧面  $p\eta_1$  上,存在因剪力  $Q+dQ$  引起的切应力。同时在左侧面  $r\eta$  上,作用着因弯矩  $M$  引起的正应力,而在右侧面  $p\eta_1$  上,作用着因弯矩  $M+dM$  引起的正应力。依据切应力互等定理,在顶面  $pr$  上,存在切应力  $\tau'$ ( $q$  产生的正应力垂直于  $pr$ ,暂不考虑)。以上 3 种应力(即两侧正应力和顶面切应力)都平行于  $x$  轴。在右侧面  $pr\eta_1$  上,由微内力  $\sigma dA$  组成的内力系的合力为  $F_n = \int_A \sigma dA$  ( $A$  为单元体  $\xi p\eta_1$  的面积),于是

$$F_n = \int_A \sigma dA = \int_A \frac{(M+dM)\omega_1}{I_\mu} dA = \frac{(M+dM)}{I_\mu} \int_A \omega_1 dA = \frac{(M+dM)}{I_\mu} S_\mu^* \quad (1)$$

式中:  $S_\mu^* = \int_A \omega_1 dA$  为微面积  $A$  对中性轴的静距,即距中性轴为  $\omega_1$  的横线  $p\xi$  以下的面积对中性轴的静距;依据静力学关系,应力  $\sigma = \frac{(M+dM)\omega_1}{I_\mu}$ ;  $I_\mu$  为中性轴的惯性矩,则左侧界面  $p\eta$  上的合力  $F_{n_1}$  为

$$F_{n_1} = \frac{M}{I_\mu} S_\mu^* \quad (2)$$

在顶面  $rp$  和右截面  $p\eta_1$  上的合力为

$$dQ' = \tau' b dx \quad (3)$$

式中:  $b$  为微元体宽度,  $b dx$  为长度  $rp$ 、宽度  $p\xi$  ( $p\xi = b$ ) 的面积,  $\tau'$  为微元体侧面  $rp\xi$  上的切应力。

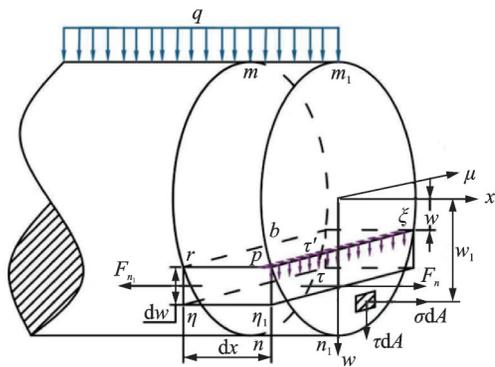


图 2 微段梁受力分析

Fig.2 The force analysis of a micro-segment beam

$F_n$ 、 $F_{n_1}$  和  $dQ'$  都平行于  $x$  轴,满足平衡方程( $x$  方向力平衡),即

$$F_n - F_{n_1} - dQ' = 0 \quad (4)$$

将式(1~3)代入式(4),可得

$$\frac{(M+dM)}{I_\mu} S_\mu^* - \frac{M}{I_\mu} S_\mu^* - \tau' b dx = 0 \quad (5)$$

化简后可得

$$\tau' = \frac{dM}{dx} \cdot \frac{S_\mu^*}{I_\mu b} \quad (6)$$

根据切应力互等定理及微分关系  $dM/dx = Q$ , 横截面上的横线  $p\xi$  上的切应力  $\tau$  为

$$\tau = \tau' = \frac{Q \cdot S_\mu^*}{I_\mu \cdot b} \quad (7)$$

式中:  $Q$  为横截面上的剪力;  $I_\mu$  为整个截面对中性轴的惯性矩。对于本文的碳纤维芯棒,有

$$I_\mu = \frac{\pi d^4}{64} \quad (8)$$

$$S_\mu^* = \int_A \omega_1 dA = \omega_c A \quad (9)$$

式中  $\omega_c$  为截面形心坐标。

此外,由剪力平衡可知

$$Q = \int_A \tau_{xw} dA = kGA \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \theta \right) \quad (10)$$

式中:  $k$  为 Timoshenko 梁理论修正系数,圆形截面取  $0.9^{[30]}$ ;  $\theta$  为截面的相对转角;  $(\partial w / \partial x - \theta)$  为切应变  $\gamma$ ,即叠加转角,可使碳纤维芯横截面间发生相对错动微缺陷。若不考虑剪切变形的影响,则

$$\theta = \frac{dw}{dx} \quad (11)$$

Timoshenko 梁理论的控制方程为

$$kGA(w'' - \theta') + q = 0 \quad (12)$$

$$EI\theta'' + kGA(\omega' - \theta) = 0 \quad (13)$$

式中  $E$  和  $G$  分别为弹性模量和剪切模量。

由式(12)可得

$$w'' = \theta' - \frac{q}{kGA} \quad (14)$$

对式(14)进行积分并代入式(13),可得

$$\theta'' = \frac{qx - kGAC_1}{EI} \quad (15)$$

式中:  $I = I_\mu$ ;  $C_1$  为积分常数。同理,对式(15)积分可得

$$\theta = \frac{qx^3}{6EI} - \frac{kGAC_1}{2EI} x^2 + C_2 x + C_3 \quad (16)$$

式中  $C_2$  和  $C_3$  也为积分常数。对于图 1 所示的简支边界条件以及  $\theta'(x)$  为曲度  $k$ , 则  $\theta'(0) = \theta'(l) = 0$ 。因此

$$C_1 = \frac{qt}{2kGA}, C_2 = 0 \quad (17)$$

于是

$$\theta = \frac{q}{6EI} x^3 - \frac{qt}{4EI} x^2 + C_3 \quad (18)$$

$$w' = \frac{q}{6EI}x^3 - \frac{qt}{4EI}x^2 + C_3 - \frac{q}{kGA}x + \frac{qt}{2kGA} \quad (19)$$

对式(19)进行积分,可得

$$w = \frac{q}{24EI}x^4 - \frac{qt}{12EI}x^3 - \frac{q}{2kGA}x^2 + \frac{q}{2kGA}x + C_3x + C_4 \quad (20)$$

再根据简支边界条件  $w(0)=w(t)=0$ , 可求得

$$C_3 = \frac{qt^3}{24EI}, C_4 = 0 \quad (21)$$

因此, 300/40 碳纤维芯棒在均布载荷作用下的挠度为

$$w = \frac{q}{24EI}x^4 - \frac{qt}{12EI}x^3 - \frac{q}{2kGA}x^2 + \frac{qt}{2kGA}x + \frac{qt^3}{24EI}x = \frac{q}{24EI}(x^4 - 2tx^3 - t^3x) + \frac{q}{2kGA}(-x^2 + tx) \quad (22)$$

其最大值位于梁的中心位置, 即

$$w_{\max} = \frac{5qt^4}{384EI} + \frac{qt^2}{8kGA} \quad (23)$$

根据式(23), 当压接载荷按 10 t 计时, 其挠度的最大值为 0.011 6 m。

### 3 有限元仿真分析

为了验证压接区的 Timoshenko 梁模型的正确性, 应用 ANSYS Workbench 软件对 300/40 碳纤维芯导线进行仿真。建模过程中, 按照国标 GB1179—83《铝绞线和钢芯铝绞线》和相关规定, 外层、临外层、次外层的节径比分别取 13、14 和 15, 芯棒的长度为 120 mm, 直径为 7 mm。依据材料属性, 碳纤维的弹性模量取 230 GPa, 泊松比取 0.28。本文主要研究长细比较大情况下的碳纤维芯导线在压接载荷下的弯曲特性, 因此将其近似为各向同性材料。在约束条件的设置中, 两端为简支边界; 载荷按照 10 t 输入, 即  $x$ 、 $y$ 、 $z$  这 3 个方向的外载荷分别为 0、0 和  $-98\ 000$  N; 采用精细化网格对整个碳纤维芯导线进行网格划分, 如图 3 所示。计算过程中网格采用自适应的四面体和六面体网格, 共计 99 646 个节点, 22 750 个单元, 在验证了网格收敛性后对其弯曲特性进行有限元仿真。

有限元仿真的结果如图 4 所示, 由图可知, 在压接载荷作用下, 碳纤维芯导线发生了弯曲变形, 最大挠度值发生在导线的中间位置, 为 0.012 8 m, 这与式(23)的结果基本吻合, 充分说明了本文建立的理论模型具有较高的计算精度。有限元仿真与理论分析的结果之间存在微小的差异, 这主要是

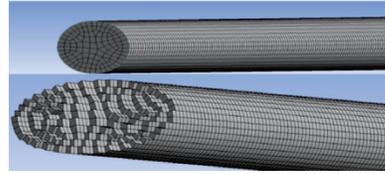


图 3 网格示意图

Fig.3 Schematic diagram of grid

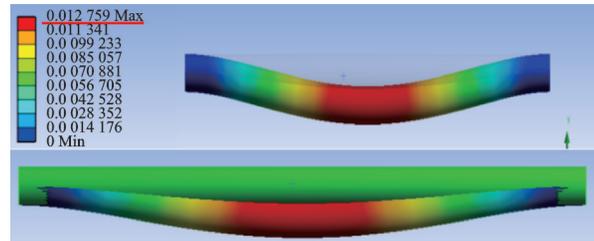


图 4 300/40 碳纤维芯导线变形图

Fig.4 The deformation of 300/40 carbon fiber core wire

因为理论推导过程中将碳纤维芯棒压接区简化为一维的 Timoshenko 梁模型, 而有限元仿真是在三维模型下开展的; 这种计算差异会随着长细比的增大而逐渐减小。

为了进一步验证式(23)的准确性及普适性, 还针对由 7 根钢股通过捻角缠绕而成的 300/50 钢芯铝绞线压接区的挠度计算开展了有限元仿真, 其载荷和边界条件与之前的设置相同, 不同股之间应用 tie 约束, 其计算结果如图 5 所示。由图可知, 其最大挠度仍发生在导线的中间位置, 为 0.013 1 m, 这也与式(23)的结果基本吻合。

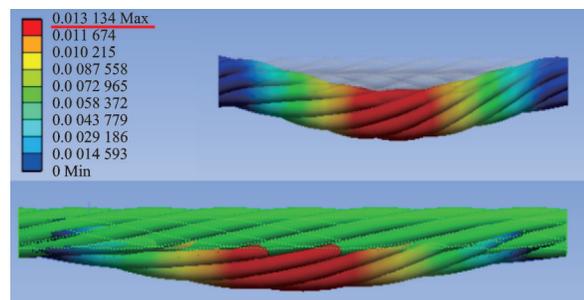


图 5 7 根 300/50 钢芯铝绞线压接区变形图

Fig.5 The deformation of seven 300/50 steel-cored aluminum stranded wires

### 4 结 论

基于 Timoshenko 梁理论建立了压接区简化力学模型, 推导了其在压接载荷下挠度计算的解析解, 并通过有限元仿真验证了正确性及普适性。理论分析与有限元仿真的对比结果表明, 该简化计算具有较高的计算精度, 且其形式简单, 利用该公式进行求解, 可避免有限元仿真中建立模型、网格划分等复杂的求解过程, 计算效率显著提升。研究成

果为碳纤维复合芯导线压接工艺优化提供了理论依据,对提升输电线路接头可靠性具有一定参考意义。后续可进一步探索碳纤维复合材料在接触、动态载荷分析等方面的应用研究,并进一步扩展该方法在复杂边界条件下的适用性及有效性,以全面评估碳纤维材料及碳纤维芯棒在复杂工况下的长期服役性能。

#### 参考文献:

- [1] 俸波,张炜,廖永力,等. 绞合型碳纤维复合材料芯导线压接缺陷的漏磁场仿真[J]. 南方电网技术, 2025, 19(5): 120-127.  
FENG Bo, ZHANG Wei, LIAO Yongli, et al. Simulation on leakage magnetic field of crimping defects in twisted carbon fiber composite core conductors [J]. Douthern Power System Technology, 2025, 19(5): 120-127.
- [2] CHAVA S, NAMILAE S. Continuous evolution of processing induced residual stresses in composites: An insitu approach[J]. Composites Part A—Applied Science and Manufacturing, 2021, 145: 106368.
- [3] 宋泽明,万建成,朱波,等. 碳纤维复合材料芯导线芯棒压接不同心问题研究[J]. 复合材料科学与工程, 2022(1): 79-85.  
SONG Zeming, WAN Jiancheng, ZHU Bo, et al. Research of aluminum conductor composite core crimping with non-concentricity[J]. Composites Science and Engineering, 2022(1): 79-85.
- [4] 王家祥,林滨,涂龙龙,等. 可变径的钢丝绳去污装置的结构设计与试制[J]. 机械设计与研究, 2025, 41(1): 107-111.  
WANG Jiexiang, LIN Bin, TU Longlong, et al. Structural design and trial production of a variable diameter wire rope degreasing device[J]. Machine Design and Research, 2025, 41(1): 107-111.
- [5] 周昕恺,瞿畅,刘苏苏,等. 拉伸载荷下钢芯铝绞线的力学特性仿真分析[J]. 图学学报, 2020, 41(2): 288-294.  
ZHOU Xinkai, QU Chang, LIU Susu, et al. Simulation analysis on mechanical properties of aluminum cable steel reinforced under tensile load[J]. Journal of Graphics, 2020, 41(2): 288-294.
- [6] KARABAY S, ERTURK A T, ZEREN M, et al. Failure analysis of wire-breaks in aluminum conductor production and investigation of early failure reasons for transmission lines[J]. Engineering Failure Analysis, 2018, 83: 47-56.
- [7] 赵耀邦,陈波,王建峰,等. 贮箱筒体多节筒段与长筒段搅拌摩擦焊接残余应力差异性研究[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2025, 57(1): 92-99.  
ZHAO Yaobang, CHEN Bo, WANG Jianfeng, et al. Research on difference of residual stress in friction stir welding between multi-segment and long-segment cylindrical shell[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics (Natural Science Edition), 2025, 57(1): 92-99.
- [8] 曹建凡,白树林,秦文贞,等. 碳纤维增强热塑性复合材料的制备与性能研究进展[J]. 复合材料学报, 2023, 40(3): 1229-1247.  
CAO Jianfan, BAI Shulin, QIN Wenzhen, et al. Research progress on preparation and properties of carbon fiber reinforced thermoplastic composites[J]. Acta Material Composite Sinica, 2023, 40(3): 1229-1247.
- [9] DING G, FENG P, WANG A Q. Long-term bolt preload relaxation and contact pressure distribution in clamping anchorages for CFRP plates[J]. Composite Structures, 2024, 329: 117780.
- [10] 张攀. 碳纤维复合材料平行束索及锚具受力性能与设计方法研究[D]. 北京: 清华大学, 2014.  
ZHANG Pan. Study on the mechanical performance and design method of CFRP parallel-rod cables and anchorages[D]. Beijing: Tsinghua University, 2014.
- [11] BARAN I, HATTEL J H, TUTUM C C, et al. Thermo-chemical modelling strategies for the pultrusion process[J]. Applied Composite Materials, 2017, 20: 1247-1263.
- [12] 刘建超,王铁军,张炜. 碳纤维织物/环氧复合材料销钉连接实验研究[J]. 材料工程, 2005(7): 51-54.  
LIU Jianchao, WANG Tiejun, ZHANG Wei. Experimental study on pinned joints strength of satin carbon fabric/epoxy composites[J]. Engineering Mechanics, 2005(7): 51-54.
- [13] 王涛,余文力,秦庆华,等. 爆炸载荷下泡沫铝夹芯板变形与破坏模式的实验研究[J]. 兵工学报, 2016, 37(8): 1456-1463.  
WANG Tao, YU Wenli, QIN Qinghua, et al. Experimental investigation into deformation and damage patterns of sandwich plates with aluminum foam core subjected to blast loading[J]. Acta Armamentarii, 2016, 37(8): 1456-1463.
- [14] FENG Y X, YONG H D, ZHOU Y H. Efficient multiscale investigation of mechanical behavior in Nb3Sn superconducting accelerator magnet based on self-consistent clustering analysis[J]. Composite Structures, 2023, 324: 117541.
- [15] 诸骏,陈伟球,叶贵如. 轴力作用下带弹性支座的Timoshenko梁的动力优化[J]. 浙江大学学报(工学版), 2008, 42(1): 60-65.  
ZHU Jun, CHEN Weiqiu, YE Guiru. Dynamic optimization of Timoshenko beam with internal elasticsupport under axial force[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science Edition), 2008, 42(1):

- 60-65.
- [16] 黎大志,丁锡洪,顾慧芝. Timoshenko 梁理论测定纤维增强复合材料动模量[J]. 南京航空航天大学学报, 1989,21(3): 25-32.  
LI Dazhi, DING Xihong, GU Huizhi. Determination of dynamic moduli of fiber-reinforced composites with Timoshenko beam theory[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 1989,21(3): 25-32.
- [17] 王晓峰,杨庆山. 基于 Timoshenko 梁理论的薄壁梁弯扭耦合分析[J]. 工程力学, 2008,25(5): 12-19.  
WANG Xiaofeng, YANG Qingshan. Coupled bend and torsion analysis of the spatial thin-walled beam using Timoshenko theory[J]. Engineering and Architecture, 2008,25(5): 12-19.
- [18] 柳伟,汪过兵. 黏弹性四参数地基上两跨连续修正 Timoshenko 梁的横向自振特性分析[J]. 振动工程学报, 2025,38(3): 604-611.  
LIU Wei, WANG Guobing. Analysis of transverse free vibration characteristics of two-span continuously modified Timoshenko beams on viscoelastic four-parameter foundation[J]. Journal of Vibration Engineering, 2025,38(3): 604-611.
- [19] 李俊,金咸定. Timoshenko 薄壁梁弯扭耦合振动的动态传递矩阵法[J]. 振动与冲击, 2001,20(4): 57-61.  
LI Jun, JIN Xianding. Dynamic transfer matrix method for bending-torsional vibration of Timoshenko thin-walled beam[J]. Journal of Vibration and Shock, 2001,20(4): 57-61.
- [20] 许平,舒安麒,霍钰嘉,等. 高速列车金属/碳纤维混合摩擦吸能结构耐撞性设计及优化[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2025,56(1): 358-369.  
XU Ping, SHU Anqi, HUO Yujia, et al. Crash resistance design and optimization of metal/carbon fiber hybrid friction energy absorbing structures for high-speed trains[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2025,56(1): 358-369.
- [21] 唐鸣津,王艺璇,杨晓萱,等. 增强体表面改性对碳纤维/聚醚醚酮复合材料摩擦磨损性能的影响[J]. 高分子学报, 2025, 56(4): 653-667.  
TANG Mingjin, WANG Yixuan, YANG Xiaoxuan, et al. Effect of interface modification on mechanical properties and friction and wear properties of carbon fiber/polyetherether ketone composites[J]. Acta Polymerica Sinica, 2025, 56(4): 653-667.
- [22] HOFFMAN J, MIDDLETON J, KUMOSA M. Effect of a surface coating on flexural performance of thermally aged hybrid glass/carbon epoxy composite rods[J]. Composites Science and Technology, 2015, 106: 141-148.
- [23] 赵士杰. 碳纤维复合芯导线典型工况及金具机械力学分析[D]. 北京: 华北电力大学(北京), 2020.  
ZHAO Shijie. Mechanical analysis of typical working condition and fittings of carbon fiber composite core wire[D]. Beijing: North China Electric Power University (Beijing), 2020.
- [24] 吕向明,王方旭,王鑫. 考虑腹杆剪切变形的简支钢桁腹组合箱梁挠度分析[J/OL]. 计算力学学报, 2025, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/21.1373.O3.20241028.0837.006.html>.  
LV Xiangming, WANG Fangxu, WANG Xin. Analysis of the deflection of simply supported steel truss web composite box beam considering the shear deformation of the steel truss web[J/OL]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2025, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/21.1373.O3.20241028.0837.006.html>.
- [25] 蔡明昊,刘世忠,王志鲲,等. 考虑剪切变形影响的新型波形钢腹板组合箱梁挠度计算[J]. 计算力学学报, 2025,42(1): 115-121.  
CAI Minghao, LIU Shizhong, WANG Zhikun, et al. Deflection calculation of new corrugated steel web composite box girder considering shear deformation[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2025,42(1): 115-121.
- [26] KHODADADI A, LIAGHAT G, GHAFHAROKHI S D, et al. Numerical and experimental investigation of impact on bilayer aluminum-rubber composite plate[J]. Thin Walled Structures, 2020,149: 106673.
- [27] 贾梦迪,伊廷华,李宏男. 考虑挠度和转角约束的桥面连续段受力计算方法研究[J]. 建筑结构, 2024,54(20): 162-168.  
JIA Mengdi, YI Tinghua, LI Hongnan. Study on force calculation method of continuous deck segment considering the constraints of deflection and rotation[J]. Building Structure, 2024,54(20): 162-168.
- [28] ISAAC C W, EZEKWEM C. A review of the crashworthiness performance of energy absorbing composite structure within the context of materials, manufacturing and maintenance for sustainability[J]. Composites Structures, 2021,257: 113081.
- [29] 成子满. 简支转连续钢-混组合梁负弯矩区连接构造受力性能试验研究[J]. 建筑结构, 2024,54(1): 34-40.  
CHENG Ziman. Experimental study on mechanical properties of joint structures in negative moment zone of simply supported to continuous steel-concrete composite beam[J]. Building Structure, 2024, 54(1): 34-40.
- [30] HUTCHINSON J R. Shear coefficients for Timoshenko beam theory[J]. Journal of Applied Mechanics, 2001,68(1): 87-92.