

DOI:10.16356/j.1005-2615.2025.02.007

## 碳纳米管复合材料黏弹阻尼微观模型研究

陈磊, 张英琦, 王潇

(南京航空航天大学直升机动力学全国重点实验室, 南京 210016)

**摘要:** 为提升旋翼稳定性并探索替代传统减摆器的新途径, 研究了在旋翼桨叶中嵌入碳纳米管 (Carbon nanotube, CNT) 短纤维, 利用其黏弹滑移效应增强结构阻尼的方法。针对 CNT 的黏弹滑移机理, 建立了微观力学模型。基于界面临界剪切应力和施加载荷, 分析了 CNT 的滑移行为, 并推导了微观参数与宏观阻尼之间的显式表达式。该模型充分考虑了 CNT 的几何参数和力学性能等关键参数对其阻尼效应的影响。结果表明, 模型预测的阻尼效果与实验结果吻合良好; 通过嵌入 CNT, 可使复合材料的滑移阻尼显著提升, 达到基体阻尼的 11 倍左右。

**关键词:** 微观力学模型; 黏弹滑移; 滑移阻尼; 碳纳米管复合材料

**中图分类号:** V214.8 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2025)02-0266-09

## Micromechanical Modeling of Viscoelastic Damping Mechanism in Carbon Nanotube Composites

CHEN Lei, ZHANG Yingqi, WANG Xiao

(National Key Laboratory of Helicopter Aeromechanics, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** In order to improve the stability of the rotor and explore new ways to replace traditional dampers, this paper studies the method of embedding carbon nanotube (CNT) short fibers into the rotor blades and enhancing structural damping by utilizing their viscoelastic slip effect. A micromechanical model is established to analyze the CNT viscoelastic slip mechanism. Based on the interface critical shear stress and the applied load, the slip behavior of CNT is analyzed, and an explicit expression between microscopic parameters and macroscopic damping is derived. This model fully considers the influence of key parameters such as geometric parameters and mechanical properties of CNTs on their damping effect. The results indicate that the damping effect predicted by the model is in good agreement with the experimental results. By embedding CNTs, the slip damping of the composite material can be significantly improved, reaching about 11 times the damping of the matrix.

**Key words:** micromechanical model; viscoelastic slip; slip damping; carbon nanotube composites

直升机具有悬停、低空、超低空飞行等特点, 广泛应用于军事、运输、巡逻及救护等多个领域。目前高速、高航程和高有效载荷是直升机研发的热门

领域, 如美国研发的 SB-1<sup>[1]</sup> 共轴刚性双旋翼直升机和 V280 倾转旋翼机<sup>[2]</sup>。然而高速直升机的出现也给旋翼摆振稳定性<sup>[3]</sup>和旋翼桨毂振动载荷带来

**基金项目:** 国防科技重点实验室基金 (61422202101); 国家自然科学基金面上项目 (12272169); 旋翼专项基金 (XYZX040401)。

**收稿日期:** 2024-09-06; **修订日期:** 2025-01-11

**通信作者:** 王潇, 男, 副教授, E-mail: x.wang@nuaa.edu.cn。

**引用格式:** 陈磊, 张英琦, 王潇. 碳纳米管复合材料黏弹阻尼微观模型研究[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2025, 57(2): 266-274. CHEN Lei, ZHANG Yingqi, WANG Xiao. Micromechanical modeling of viscoelastic damping mechanism in carbon nanotube composites[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics (Natural Science Edition), 2025, 57(2): 266-274.

了新的挑战。目前使用的直升机旋翼桨叶的结构阻尼很低,无法满足旋翼桨叶的稳定性需求。外部阻尼解决飞行稳定问题的传统方法一般是被动阻尼采用阻尼器<sup>[3]</sup>应用于桨叶铰接的外部,如采用弹性阻尼器<sup>[4]</sup>、液压阻尼器<sup>[5]</sup>、磁流变阻尼器和混合阻尼器等。主动阻尼采用如反馈控制的致动力抵消,但存在功率要求高、机械复杂性高的缺点。这些方法通常会显著增加直升机的质量、体积、复杂性和维护成本。此外,现代高速直升机的无铰式刚性旋翼设计限制了传统减摆器的作用。为解决这一问题,本文提出了一种通过嵌入碳纳米管(Carbon nanotube, CNT)短纤维来增强旋翼桨叶结构阻尼的新设计,且无需增加旋翼质量。

利用 CNT 短纤维的黏弹滑移效应为桨叶摆振引入结构阻尼,从而提升摆振稳定性是一个新的研究方向<sup>[6]</sup>。CNT 质量轻、刚度大,已有试验表明 CNT 可以在结构强度降低 2% 的基础上增加 7% 的结构阻尼<sup>[7-8]</sup>。CNT 的黏弹滑移现象首先由 Buldum 等<sup>[9]</sup>通过分子动力学方法研究发现,即在外力作用下 CNT 与基体之间发生脱黏滑动,产生界面摩擦,进而产生能量耗散。CNT 滑移产生的阻尼受到多种因素影响,包括 CNT 之间的范德华力<sup>[10]</sup>、CNT 的长度<sup>[11]</sup>、CNT 的固有振动频率<sup>[12]</sup>等。Korathkar 等<sup>[13]</sup>研究测试发现,CNT/环氧树脂复合材料在不同频率下的振动响应都具有优异的阻尼特性。然而,CNT 的黏弹滑移过程复杂,其关键参数对阻尼效果的影响尚未有定论。为此,本文通过建立 CNT 微观力学模型,描述 CNT 界面滑移过程中的能量耗散机制,揭示了影响黏弹滑移阻尼的核心参数。

### 1 CNT 黏弹滑移微观模型

本文建立了如图 1 所示的 CNT 纳米复合材料微观模型,并分析了 CNT 纳米复合材料旋翼对阻尼响应的影响。本文假设 CNT 为理想模型,即嵌入基体的 CNT 分布均匀且呈直条状,其轴向为  $y$  方向,侧向为  $x$  方向。本文建立的碳纳米管微观模型为理想模型,遵从以下假设: CNT 在施加载荷前后保持和基体的完美连接; CNT 在滑移过程中保持直条状,且不发生卡壳现象; CNT 具有较大长径比,忽略 CNT 两端与基体的相对位移; CNT 纳米复合材料微观模型用于阻尼预测与后续摆振阻尼响应研究,只受轴向载荷  $\sigma$  影响。

根据图 1 所示, CNT 和基体的体积分别表示为

$$V_c = \pi r_c^2 L_c \quad (1)$$

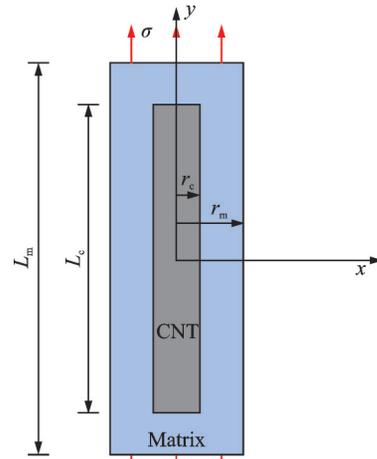


图 1 CNT 黏弹滑移微观模型

Fig.1 Viscoelastic slip micromechanical model of CNT

$$V_m = \pi(r_m^2 L_m - r_c^2 L_c) \quad (2)$$

式中:  $r_c$  和  $r_m$  分别为 CNT 和基体的半径;  $L_c$  和  $L_m$  分别为 CNT 和基体的长度。当满足  $r_m - r_c = (L_m - L_c)/2$  的条件时, CNT 在轴向和侧向被基体均匀地包围。

根据 CNT 较大的长径比及其周向面积远大于两端面积的特点,本文忽略了 CNT 两端与基体的相对运动,假设 CNT 的两端与基体分离,载荷通过 CNT 的圆周表面传递。同时,由于 CNT 截面面积小,假设 CNT 的轴向应力在截面上均匀分布。根据施加载荷与临界剪切应力的大小, CNT 在基体中的情况分为 2 种: (1) CNT 仍然与基体黏连; (2) 部分 CNT 与基体发生分离,产生脱黏滑移现象。

### 2 CNT 滑移情况分析

#### 2.1 CNT 与基体保持黏连

由于施加载荷小于临界载荷, CNT 仍然完全与基体黏连。根据微观模型的对称性,本文只分析模型的上半部分,如图 2 所示。图 2 中将黏连微观模型分为两部分,其中 M 区域代表纯基体部分, C 区域为 CNT 与基体的黏连部分。假设 M 区域基体的轴向应变不受 CNT 的影响,则其受到的载荷

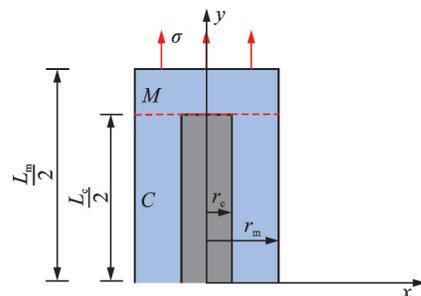


图 2 CNT 与基体完全黏连的对称模型

Fig.2 Perfectly bonded symmetric model for CNT-matrix interfaces

和施加载荷相等

$$\sigma_m^M = \sigma \quad (3)$$

假设 C 区域基体的剪切应力分布为线性变化,有

$$\tau_m^C = \tau_c^C \frac{r_m - r}{r_m - r_c} \quad (4)$$

式中:  $\tau_c^C$  为 CNT 与基体的界面剪切应力;  $r$  的取值范围为  $r_c \sim r_m$ 。

基于 CNT 和基体的相容性和微观力学模型平衡,得到 CNT 的正应力和界面剪切应力为

$$\sigma_c^C(y) = \sigma \left[ \frac{E_c r_m^2}{E_m (r_m^2 - r_c^2) + E_c r_c^2} \right] \left[ 1 - \frac{\sinh(\lambda y)}{\cosh(\lambda L_c/2)} \right] \quad (5)$$

$$\tau_c^C(y) = \sigma \frac{r_c \lambda}{2} \left[ \frac{E_c r_m^2}{E_m (r_m^2 - r_c^2) + E_c r_c^2} \right] \left[ \frac{\sinh(\lambda y)}{\cosh(\lambda L_c/2)} \right] \quad (6)$$

$\lambda$  反映了 CNT 和基体的材料属性和几何形状,有

$$\lambda = \sqrt{12 \left[ \frac{E_m (r_m^2 - r_c^2) + E_c r_c^2}{E_c r_c (r_m - r_c)^2 (5r_m + 3r_c) (1 + \nu_m)} \right]} \quad (7)$$

式中:  $E_c$  为 CNT 的杨氏模量;  $E_m$  和  $\nu_m$  分别为基体的杨氏模量和泊松比。通过推导得到基体的正应力为

$$\sigma_m^C = \sigma_o^C + \left( \frac{r - r_m}{r_m - r_c} \right)^2 (\sigma_i^C - \sigma_o^C) \quad (8)$$

式中  $\sigma_o^C$  和  $\sigma_i^C$  分别为 C 区域中基体最外侧和最内侧的正应力,分别表示为

$$\sigma_o^C = \frac{E_m \sigma_c^C (r_m - r_c) (r_m + 3r_c) + 6E_c (\sigma_c^C r_c^2 - \sigma r_m^2)}{E_c (3r_c + 5r_m) (r_c - r_o)} \quad (9)$$

$$\sigma_i^C = \frac{E_m}{E_c} \sigma_c^C \quad (10)$$

## 2.2 CNT 相对于基体滑移

根据式(6)可知,当施加在 CNT 纳米复合材料的载荷增加时,CNT 所受的界面剪切应力也随之增大。当界面剪切应力到达临界剪切应力  $\tau_c$  时,CNT 从两端开始与基体分离,并相对于基体发生滑移。根据剪切应力(式(6)),临界载荷下的临界剪切应力为

$$\tau_c = \sigma_c \frac{r_c \lambda}{2} \left[ \frac{E_c r_m^2}{E_m (r_m^2 - r_c^2) + E_c r_c^2} \right] \left[ \frac{\sinh(\lambda y)}{\cosh(\lambda L_c/2)} \right] \quad (11)$$

式中:  $\sigma_c$  为临界载荷,当施加载荷达到临界载荷,CNT 与基体分离,开始滑移。与前文类似,只分析上一半模型,如图 3 所示,先将其分为 3 个区域,其中新区域 S 为 CNT 滑移区域,  $L_s/2$  为滑移长度,

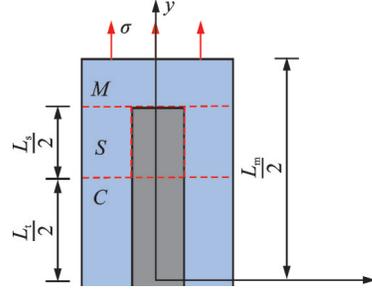


图 3 CNT 纳米复合材料滑移对称模型

Fig.3 Slip-symmetric model for CNT nanocomposites

$L_s/2$  为 CNT 黏连长度。根据式(3),M 区域中的基体所受正应力依旧为  $\sigma_m^M = \sigma$ 。在 S 区域,由于该 CNT 与基体分离,CNT 与基体之间存在接触摩擦,定义该区域的剪切应力为

$$\tau_c^S = \mu p \quad (12)$$

式中:  $\mu$  为界面摩擦因数;  $p$  为界面所受侧向正压力。假设在 S 区域界面剪切应力  $\tau_c^S$  和侧向正压力  $p$  为常数。根据 CNT 受力平衡,CNT 所受正应力  $\sigma_c^S$  可用界面剪切应力  $\tau_c^S$  表示为

$$\sigma_c^S = \frac{2\tau_c^S}{r_c} \left( \frac{L_c}{2} - y \right) \quad \frac{L_s}{2} \leq y \leq \frac{L_c}{2} \quad (13)$$

对式(13)积分后除以 CNT 滑移长度  $L_s$ ,得到 CNT 的平均正应力为

$$\overline{\sigma_c^S} = \frac{2}{L_s} \int_{\frac{L_s}{2}}^{\frac{L_c}{2}} \sigma_c^S dy = \frac{L_s \tau_c^S}{2r_c} \quad (14)$$

根据图 4 中的 CNT 纳米复合材料受力分析得到基体的平均正应力为

$$\overline{\sigma_m^S} = \frac{\sigma r_m^2 - \overline{\sigma_c^S} r_c^2}{r_m^2 - r_c^2} \quad (15)$$

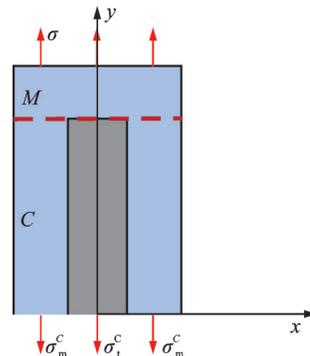


图 4 CNT 纳米复合材料自由体图

Fig.4 Free-body diagram of CNT nanocomposites

根据轴向应力和侧向应力  $p$  的作用,得到 CNT 和基体的侧向位移  $u_c^S$  和  $u_m^S$  为<sup>[14]</sup>

$$u_c^S = \frac{r_c}{E_c} [-\nu_c \overline{\sigma_c^S} + p(1 - \nu_c)] \quad (16)$$

$$u_m^s = \nu_m \frac{r_c \overline{\sigma_m^s}}{E_m} - \frac{r_c p}{E_m} \left( \frac{r_m^2 + r_c^2}{r_m^2 - r_c^2} + \nu_m \right) \quad (17)$$

式中  $\nu_c$  为 CNT 的泊松比。由于 CNT 包裹在基体

$$p = \sigma \frac{2E_c \nu_m r_m^2 r_c}{\{2r_c [k_1 E_c + (1 - \nu_c) E_m (r_m^2 - r_c^2)] + L_s \mu [E_c \nu_m - E_m \nu_c (r_m^2 - r_c^2)]\}} \quad (18)$$

$$k_1 = \frac{r_m^2 + r_c^2}{r_m^2 - r_c^2} + \nu_m \quad (19)$$

由式(18)可知,侧向力  $p$  为关于外加载荷的函数。假设基体剪切应力在  $r_c$  至  $r_m$  均匀分布,S 区域的具体剪切应力定义为

$$\tau_m^s = \mu p \frac{r_m - r}{r_m - r_c} \quad (20)$$

区域  $C$  中的 CNT 依旧黏连在基体上,其应力分布控制方程和前文一致。由于应力的连续性质, $y = L_t/2$  处应力可由式(13)得出, $C$  区域的正应力和界面剪切应力分布为

$$\sigma_c^c = \left( \frac{\mu p L_s}{r_c} \right) \left[ \frac{\cosh(\lambda y)}{\cosh(\lambda L_t/2)} \right] + \left[ \frac{E_c \sigma_m^2}{E_m (r_m^2 - r_c^2) + E_c r_c^2} \right] + \left[ 1 - \frac{\cosh(\lambda y)}{\cosh(\lambda L_t/2)} \right] \quad (21)$$

$$\tau_c^c = \left( \frac{-r_c \lambda}{2} \right) \left[ \frac{\mu p L_s}{r_c} - \frac{E_c \sigma_m^2}{E_m (r_m^2 - r_c^2) + E_c r_c^2} \right] \left[ \frac{\sinh(\lambda y)}{\cosh(\lambda L_t/2)} \right] \quad (22)$$

区域  $C$  和  $S$  的界面为 CNT 与基体分离的临界处, $y = L_t/2$  处的界面剪切应力与临界剪切应力  $\tau_c$  相同。将  $y = L_t/2$  代入式(22)得

$$\tau_c = \left( \frac{-r_c \lambda}{2} \right) \left[ \frac{\mu p L_s}{r_c} - \frac{E_c \sigma_m^2}{E_m (r_m^2 - r_c^2) + E_c r_c^2} \right] \tanh \frac{\lambda L_t}{2} \quad (23)$$

根据式(23),通过临界剪切应力得到 CNT 的滑移长度  $L_s$ 。此外,当施加载荷为  $\sigma_c$  时,式(23)简化为式(11)。此时处于 CNT 滑移开始的临界阶段,即  $L_s = 0, L_t = L_c$ 。计算得到 CNT 滑移长度  $L_s$ , CNT 的正应力可由式(21)计算得出。

无论是否发生滑移,区域  $C$  中的 CNT 完全黏连在基体上,其中基体的轴向正应力分布与式(8)相似,有

$$\sigma_m^c = \sigma_o^c + \left( \frac{r - r_m}{r_m - r_c} \right)^2 (\sigma_i^c - \sigma_o^c) \quad (24)$$

$$\sigma_o^c = \frac{E_m \sigma_c^c (r_m - r_c)(r_m + 3r_c) + 6E_c (\sigma_c^c r_c^2 - \sigma_m^2)}{E_c (3r_c + 5r_m)(r_c - r_o)} \quad (25)$$

中,基体的侧向位移通常要大于 CNT, CNT 在变形过程中会随基体一致变形。根据式(14~17)可得侧向应力  $p$  为

$$\sigma_i^c = \frac{E_m}{E_c} \sigma_c^c \quad (26)$$

基体的剪切应力为

$$\tau_m^c = \tau_c^c \frac{r_m - r}{r_m - r_c} \quad (27)$$

### 3 CNT 阻尼系数计算

基于微观力学模型,分析 CNT 纳米复合材料的损失系数与基体黏弹性和接触摩擦耗散的能量之间的关系。假设 CNT 为线弹性,在能量耗散计算中忽略 CNT 自身的阻尼效应。本文采用的 CNT 纳米复合材料的参数如表 1 所示。

表 1 微观力学模型的几何参数和材料特性

Table 1 Geometric parameters and material properties of the micromechanical model

参数	基体	CNT	界面
半径/nm	5	0.5	
长度/nm	209	200	
杨氏模量/GPa	3	1 000	
弹性模量/GPa	200		
泊松比	0.35	0.17	
临界剪切应力/MPa			80
摩擦因数			0.1
损失因子	0.005		

#### 3.1 CNT 与基体保持黏连

施加载荷小于临界载荷  $\sigma_c$ , CNT 和基体黏连在一起,此时的 CNT 纳米复合材料的损失因子完全来源于基体的黏弹性行为。损失因子定义为<sup>[15-16]</sup>

$$\eta = \frac{\Delta W}{W} \quad (28)$$

式中: $W$  为储存的应变能; $\Delta W$  为产生的能量损失。区域  $M$  中的应变能和能量损失分别为

$$W^M = \frac{\pi}{4} r_m^2 (L - L_c) \frac{(\sigma_m^M)^2}{E_m} \quad (29)$$

$$\Delta W^M = \eta_m \frac{\pi}{4} r_m^2 (L - L_c) \frac{(\sigma_m^M)^2}{E_m} \quad (30)$$

式中  $\eta_m$  为引入的基体损失因子。

在区域  $C$  中, CNT 和基体都处于轴向变形,使用前文引入的损失系数  $\eta_m$ , 简化由基体产生的能量损失。根据 CNT 高长径比的特性,假设 CNT 的

轴向应变均匀分布,在计算中忽略CNT的剪切应变。C区域中的CNT纳米复合材料的应变能定义为

$$W^C = \frac{1}{2} \int \sigma_m^C \epsilon_m^C dV_m^C + \frac{1}{2} \int \tau_m^C \gamma_m^C dV_m^C + \frac{1}{2} \int \sigma_c^C \epsilon_c^C dV_c^C = \frac{\pi}{E_m} \int_0^{\frac{L_c}{2}} \int_{r_c}^{r_m} (\sigma_m^C)^2 r dr dy + \frac{\pi}{G_m} \int_0^{\frac{L_c}{2}} \int_{r_c}^{r_m} (\tau_m^C)^2 r dr dy + \frac{\pi}{E_c} \int_0^{\frac{L_c}{2}} \int_0^{r_c} (\sigma_c^C)^2 r dr dy \quad (31)$$

式中: $\sigma_m^C$ 和 $\tau_m^C$ 分别为C区域中基体的正应力与剪切应力; $\sigma_c^C$ 为C区域CNT正应力。由于CNT的损失因子远小于基体,只考虑基体的能量损失,C区域的能量损失公式定义为

$$\Delta W^C = \eta_m \left( \frac{\pi}{E_m} \int_0^{\frac{L_c}{2}} \int_{r_c}^{r_m} (\sigma_m^C)^2 r dr dy + \frac{\pi}{G_m} \int_0^{\frac{L_c}{2}} \int_{r_c}^{r_m} (\tau_m^C)^2 r dr dy \right) \quad (32)$$

根据上述的应变能储存公式和能量损失公式,黏连情况下CNT纳米复合材料的损失因子定义为

$$\eta_m = \frac{\Delta W^M + \Delta W^C}{W^M + W^C} \quad (33)$$

### 3.2 CNT相对于基体滑移

当载荷增大至临界载荷,CNT开始发生滑移,此时可将CNT纳米复合材料分为3个区域,分别为:纯基体部分的M区域,CNT发生滑移的S区域和CNT与基体保持黏连的C区域。在M区域,储存的应变能和能量损失与式(29,30)相同。在区域S中的CNT相对于基体发生滑移,通过CNT的正应力和基体的正应力与剪切应力,应变能和能量损失为

$$W^S = \frac{\pi}{E_m} \int_{\frac{L_1}{2}}^{\frac{L_c}{2}} \int_{r_c}^{r_m} (\overline{\sigma_m^S})^2 r dr dy + \frac{\pi}{G_m} \int_{\frac{L_1}{2}}^{\frac{L_c}{2}} \int_{r_c}^{r_m} (\tau_m^S)^2 r dr dy + \frac{\pi}{E_c} \int_{\frac{L_1}{2}}^{\frac{L_c}{2}} \int_0^{r_c} (\overline{\sigma_c^S})^2 r dr dy \quad (34)$$

$$\Delta W^S = \eta_m \left( \frac{\pi}{E_m} \int_{\frac{L_1}{2}}^{\frac{L_c}{2}} \int_{r_c}^{r_m} (\overline{\sigma_m^S})^2 r dr dy + \frac{\pi}{G_m} \int_{\frac{L_1}{2}}^{\frac{L_c}{2}} \int_{r_c}^{r_m} (\tau_m^S)^2 r dr dy \right) \quad (35)$$

式中: $\overline{\sigma_m^S}$ 和 $\tau_m^S$ 分别为基体的正应力与剪切应力,分别通过式(15,20)获得; $\overline{\sigma_c^S}$ 为CNT的正应力,通过式(14)获得。

区域C应变能和能量耗散分别为

$$W^C = \frac{\pi}{E_m} \int_0^{\frac{L_1}{2}} \int_{r_c}^{r_m} (\sigma_m^C)^2 r dr dy + \frac{\pi}{G_m} \int_0^{\frac{L_1}{2}} \int_{r_c}^{r_m} (\tau_m^C)^2 r dr dy + \frac{\pi}{E_c} \int_0^{\frac{L_1}{2}} \int_0^{r_c} (\sigma_c^C)^2 r dr dy \quad (36)$$

$$\Delta W^C = \eta_m \left( \frac{\pi}{E_m} \int_0^{\frac{L_1}{2}} \int_{r_c}^{r_m} (\sigma_m^C)^2 r dr dy + \frac{\pi}{G_m} \int_0^{\frac{L_1}{2}} \int_{r_c}^{r_m} (\tau_m^C)^2 r dr dy \right) \quad (37)$$

式中: $\sigma_m^C$ 和 $\tau_m^C$ 分别为基体的正应力和剪切应力分布,分别通过式(24,27)获得; $\sigma_c^C$ 为CNT的正应力分布,可通过式(21)获得。

综上所述,CNT纳米复合材料的总应变能为

$$W = W^A + W^B + W^C \quad (38)$$

基体的黏弹性产生的能量耗散为

$$\Delta W = \Delta W^A + \Delta W^B + \Delta W^C \quad (39)$$

根据式(28),基体黏弹性产生的损失因子为

$$\eta_{\text{matrix}} = \frac{\Delta W}{W} \quad (40)$$

在CNT发生滑移时,除了基体的黏弹性能量耗散外,还存在CNT与基体相对滑移产生的摩擦耗散。CNT滑移长度 $L_s$ 通过 $\tau_c$ 由式(23)获得。CNT纳米复合材料在循环载荷下的循环变形,只要最大载荷与外加载荷保持一致,CNT分离长度将保持恒定,因此CNT滑移产生的能量耗散定义为

$$\Delta W_s = \int F dl \quad (41)$$

式中 $F$ 和 $dl$ 分别为滑移摩擦力和滑移长度,其中 $F$ 定义为摩擦产生的剪切应力乘以CNT滑移区域面积,即

$$F = 2\pi r_c \frac{L_s}{2} \tau_c^S \quad (42)$$

$dl$ 定义为滑移距离的无穷小微分,即

$$dl = \frac{L_s}{2} \left[ \frac{1}{E_m} \left( \frac{d\overline{\sigma_m^S}}{d\sigma} \right) - \frac{1}{E_c} \left( \frac{d\overline{\sigma_c^S}}{d\sigma} \right) \right] d\sigma \quad (43)$$

式中 $d\overline{\sigma_c^S}/d\sigma$ 和 $d\overline{\sigma_m^S}/d\sigma$ 分别通过式(14,15)对 $\sigma$ 求导获得。

综上所述,CNT滑移摩擦产生的能量耗散定义为

$$\Delta W_s = 2\sigma^2 \frac{\pi r_c^2 E_c L_s^2 r_m^4 \mu \nu_m}{E_m (r_m^2 - r_c^2)} \times \frac{\left\{ k_2 + L_s \mu [E_m (r_m^2 - r_c^2) (\nu_c - \nu_m)] \right\}}{\left\{ k_2 + L_s \mu [\nu_c E_m (r_m^2 - r_c^2) + E_c \nu_m r_c^2] \right\}^2} \quad (44)$$

式中 $k_2$ 为

$$k_2 = 2r_c^2(E_c - E_m + E_m\nu_c - E_c\nu_m) + 2r_m^2r_c(E_c + E_m - E_m\nu_c + E_c\nu_m) \quad (45)$$

综上所述,CNT 滑移产生的能量耗散的损失因子定义为<sup>[16-19]</sup>

$$\eta_s = \frac{\Delta W_s}{2\pi W} \quad (46)$$

## 4 CNT 阻尼分析

### 4.1 CNT 阻尼计算结果

微观力学模型的材料属性和几何尺寸如表 1 所示。不同工艺条件下 CNT 纳米复合材料的结合强度  $\tau_c$  波动性较大<sup>[20]</sup>, 本文假设为 80 MPa, 通过式(11)得到临界载荷为 40 MPa。因此, 本文分别采用小于临界值的 38 MPa 和大于临界值的 70 MPa 进行对比, 开展应力分析。图 5 为 38 MPa 载荷下 CNT 的正应力和界面剪切应力分布, 分析模型与文献[21]有限元验证模型较为吻合。界面剪切应力在 CNT 端部较大, 中部迅速减小, 而正应力从其端部开始向中间急剧增加, 随后达到饱和。CNT 的正应力通过界面剪切应力从周围基体中传递过来, 该现象与传统剪切滞后模型的结果类似<sup>[16, 22]</sup>。文献[21]中的有限元验证模型端部正应力高于分析模型, 原因是有限元验证模型中 CNT 末端材料的不连续性导致了界面剪切应力奇异。

当载荷增加至 70 MPa 时, CNT 的应力分布如图 6 所示。从 CNT 的剪切应变分布中可以发现,

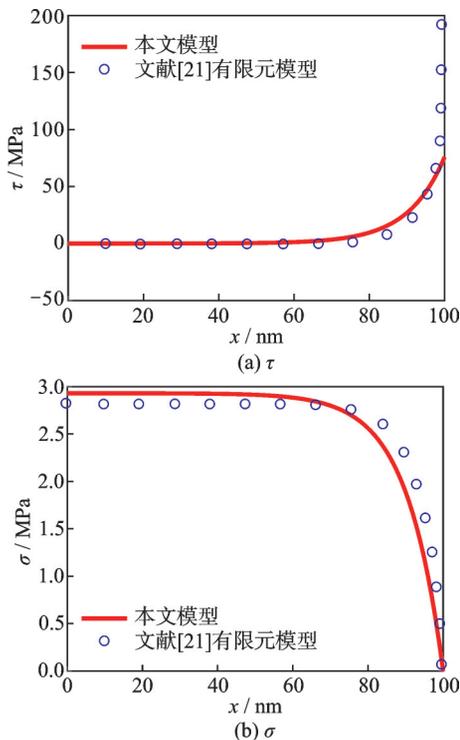


图 5 38 MPa 载荷下的 CNT 应力分布  
Fig.5 CNT stress distribution under 38 MPa

当  $y$  在 10~100 nm 区间, CNT 的界面剪切应力几乎是恒定的。这是由于该部分的 CNT 与基体分离, 界面剪切应力来源于 CNT 与基体的摩擦, 这也使其正应力从 CNT 末端向中心单调增加。而当  $y$  在 0~10 nm 区间, CNT 仍然与基体保持黏连, 界面剪切应力在  $y=7$  nm 处急剧增加后降至 0, 同时正应力保持单调增加, 但幅度明显提高。分析模型与文献[21]有限元验证模型基本吻合, 仅在  $y$  在 0~10 nm 区间存在差异, 原因为有限元验证模型中 CNT 分离-黏连界面处剪切应力与分析模型不同, 存在应力奇异性。

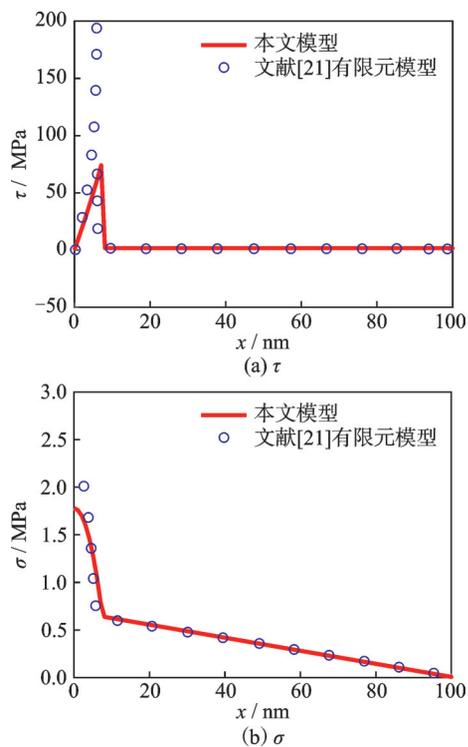


图 6 70 MPa 载荷下的 CNT 应力分布  
Fig.6 CNT stress distribution under 70 MPa

图 7 为 CNT 滑移长度随载荷的变化: 在载荷小于 40 MPa 时, CNT 保持黏连。当载荷超过 40 MPa 后, CNT 发生滑移现象, 且分析模型的 CNT 滑移长度与文献[21]有限元验证模型分析结

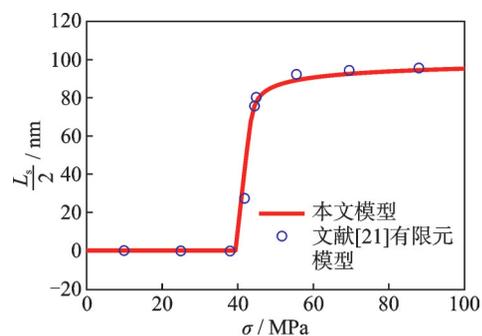


图 7 CNT 滑移距离随载荷的变化  
Fig.7 Variation of CNT slip distance with applied load

果基本吻合。载荷大于 40 MPa 后, 滑移距离随载荷增加而增加。当载荷达到阈值后, CNT 滑移距离趋于恒定。这是由于 CNT 的中心位置所受的界面剪切应力几乎为 0, CNT 从末端开始向中心滑移, 接近中心位置后滑移基本停止。图 6 与图 5 中 CNT 中心位置界面剪切应力为 0, 也证明了上述结论。

图 8 展示了 CNT 纳米复合材料的损失因子, 其由基体的黏弹性阻尼和 CNT 滑移阻尼两部分组成。在没有滑移时, 基体的黏弹特性产生的阻尼占主导位置。发生滑移后, 基体的损失因子有所上升, 但滑移的损失因子更大。分析模型中基体损失因子源于文献 [23] 中基体浆叶损失因子, 取其最大值 0.005 为基体损失因子  $\eta_m$ 。通过分析模型计算 RVE 基体因子  $\eta_{\text{matrix}}$  从 0.002 6 提升至 0.004 9, 滑移损失因子从 0 提升至 0.056, 滑移阻尼是 RVE 基体阻尼的 11.5 倍, 是纯基体阻尼的 11.2 倍。RVE 中引入的 CNT 视为刚性, 忽略了其弹性行为, 这导致纯基体阻尼大于 RVE 中的基体阻尼。RVE 中基体阻尼在发生滑移后有所增大, 可能是由于 CNT 发生滑移后, 原本由 CNT 承受的应力转移到基体上, 使其提供了更大的阻尼。

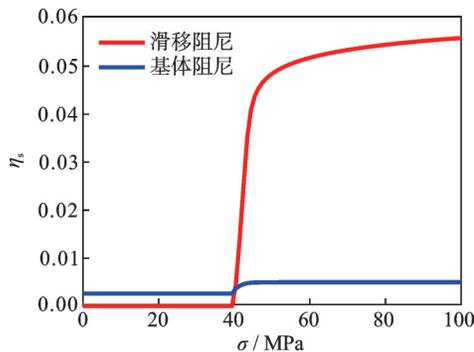


图 8 CNT 纳米复合材料基体阻尼与滑移阻尼随载荷的变化

Fig.8 Load-dependent matrix damping and slip damping in CNT nanocomposites

#### 4.2 CNT 纳米复合材料参数分析

通过对 CNT 纳米复合材料关键参数的分析, 初步得到影响 CNT 纳米复合材料阻尼效果的核心参数。

图 9 显示了不同临界剪切应变下滑移的阻尼响应。临界剪切应变直接影响滑移的起始, 但在 CNT 发生滑移后, 更小的临界剪切应变在相同载荷下阻尼效果只有微小的提高。更小的临界界面剪切应力可在较小载荷下获得高阻尼效果。

图 10 显示了不同界面摩擦因数下 CNT 的滑

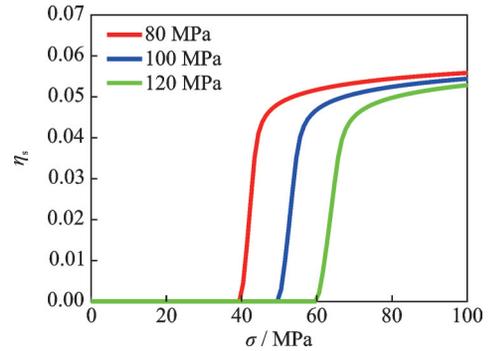


图 9 不同临界剪切应变下 CNT 滑移阻尼响应

Fig.9 CNT slip damping response under different critical shear strains

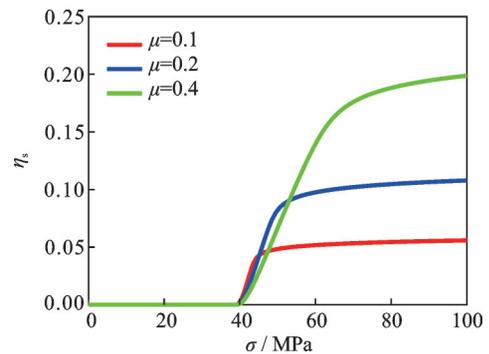


图 10 不同界面摩擦因数下 CNT 滑移阻尼响应

Fig.10 CNT slip damping response under different interfacial friction coefficients

移阻尼响应。CNT 发生滑移后, 随着界面摩擦因数的增加, 滑移阻尼效果显著增加。在 CNT 滑移的起始阶段, 较高的界面摩擦系数对 CNT 和基体的相对运动有阻碍作用, 高界面摩擦因数表现出较低的阻尼。但是当载荷稍微增大后, 高界面摩擦因数带来的摩擦能量损耗更加显著, 表现出更高的阻尼效果。

图 11 展示了不同 CNT 长度下的滑移阻尼响应。随着 CNT 长度的增加, 滑移产生的阻尼效果显著增加。表 2 为相同长径比、不同 CNT 半径的滑移阻尼响应。从表 2 可以发现, 无论是改变

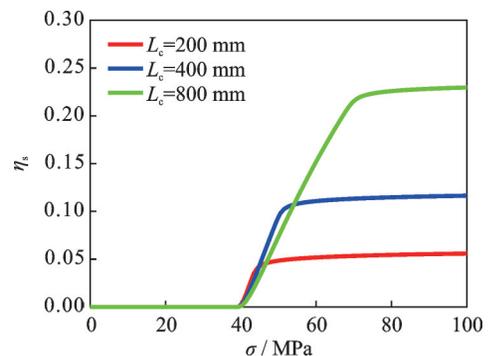


图 11 不同 CNT 长度下 CNT 滑移阻尼响应

Fig.11 CNT slip damping response under different CNT lengths

表 2 不同长径比下的 CNT 滑移阻尼效果 ( $\sigma=70$  MPa,  $\tau_c=80$  MPa)

Table 2 Effect of CNT aspect ratio on slip damping ( $\sigma=70$  MPa,  $\tau_c=80$  MPa)

长径比	$L_c/nm$	$r_c/nm$	$r_m/nm$	$\eta_s$
100	10	0.1	1	0.007 8
100	50	0.5	5	0.007 8
200	20	0.1	1	0.022 7
200	100	0.5	5	0.022 7
400	40	0.1	1	0.053 3
400	200	0.5	5	0.053 3

CNT 长度还是其半径,只要长径比相同,其滑移产生的阻尼效果相同,且长径比越高,CNT 的阻尼效果越好。

## 5 结 论

本文建立了 CNT 纳米复合材料的微观力学模型,系统分析了 CNT 在基体中的滑移机制,并通过脱黏滑移机制计算了能量耗散过程,进而评估了其能量损失系数对阻尼效果的影响。研究表明,模型预测的阻尼效果与有限元分析数据高度一致,验证了模型的有效性。在 CNT 所受载荷未达到临界载荷时,CNT 纳米复合材料的阻尼主要由基体的弹性特性决定。然而,当 CNT 所受载荷超过临界载荷时,尽管基体阻尼性能有所增强,但其阻尼效应仍远小于 CNT 滑移所引起的摩擦阻尼。具体而言,CNT 滑移所产生的摩擦阻尼是基体阻尼的 11 倍。通过对 CNT 关键参数的深入分析发现,较高的界面摩擦因数和较大的长径比能显著提升 CNT 纳米复合材料的阻尼性能,而临界剪切应力的调整仅对滑移的起始阶段产生影响,对最终阻尼效果的提升作用较小。本文研究不仅证明了 CNT 复合材料能够引入显著的结构阻尼,还揭示了 CNT 核心参数对阻尼效果的关键影响,为高阻尼、高稳定性旋翼的设计提供了参考。

### 参考文献:

[1] 佚名. 美国西科斯基公司和波音公司联合研制的 SB-1“无畏”高速直升机[J]. 坦克装甲车辆, 2019(10): 73.

[2] 王宗辉, 杨云军, 赵佳祥. 倾转旋翼机气动设计研究进展[J/OL]. 航空工程进展, 2024: 1-12 [2024-09-10]. <http://kns.cnki.net/KCMS/detail/detail.aspx?filename=HKGC20240908003&dbname=CJFD&dbcode=CJFQ>. WANG Zonghui, YANG Yunjun, ZHAO Jiayang. Research progress on aerodynamic design of tilt-rotor aircraft[J/OL]. China Industrial Economics, 2024: 1-

12 [2024-09-10]. <http://kns.cnki.net/KCMS/detail/detail.aspx?filename=HKGC20240908003&dbname=CJFD&dbcode=CJFQ>.

- [3] 祝辉林, 汪心雨, 阮岐, 等. 直升机减振技术及振动监测方法研究[J]. 装备维修技术, 2025(1): 63-66. ZHU Huilin, WANG Xinyu, RUAN Qi, et al. Research on helicopter vibration reduction technology and vibration monitoring methods[J]. Equipment Technology, 2025(1): 63-66.
- [4] 高晓东. 粘弹性阻尼器直升机的地面共振特性分析[J]. 中国科技信息, 2020(9): 33-36.
- [5] 祝辉林, 汪心雨, 段航航, 等. 旋翼系统液压阻尼器的工作原理及其对振动的影响分析[J]. 机械管理开发, 2024, 39(9): 38-39, 43. ZHU Huilin, WANG Xinyu, DUAN Hanghang, et al. Analysis of the working principle of the hydraulic damper of rotor system and its effect on vibration[J]. Mechanical Management and Development, 2024, 39(9): 38-39, 43.
- [6] 曾尤, 王函. 纳米炭/环氧树脂复合材料黏弹阻尼性能[J]. 科学通报, 2014, 59(33): 3232-3239. ZENG You, WANG Han. Viscoelastic damping of nanocarbon/epoxy composites[J]. Chinese Science Bulletin, 2014, 59(33): 3232-3239.
- [7] GLAZ B, RIDDICK J, HABTOUR E, et al. Interfacial strain energy dissipation in hybrid nanocomposite beams under axial strain fields[J]. AIAA Journal, 2015, 53(6): 1544-1554.
- [8] PRAKASH K, SMITH E C, BAKIS C E. Structural damping model for composite rotorcraft blades with carbon nanotube interlayers[J]. AIAA Journal, 2021, 59(5): 1539-1547.
- [9] BULDUM A, LU J P. Atomic scale sliding and rolling of carbon nanotubes[J]. Physical Review Letters, 1999, 83(24): 5050-5053.
- [10] PATHAK S, CAMBAZ Z G, KALIDINDI S R, et al. Viscoelasticity and high buckling stress of dense carbon nanotube brushes[J]. Carbon, 2009, 47(8): 1969-1976.
- [11] EOM K, NAM K, JUNG H, et al. Controllable viscoelastic behavior of vertically aligned carbon nanotube arrays[J]. Carbon, 2013, 65: 305-314.
- [12] CHANG W J, LEE H L. Vibration analysis of viscoelastic carbon nanotubes[J]. Micro & Nano Letters, 2012, 7(12): 1308-1312.
- [13] KORATKAR N, WEI B Q, AJAYAN P M. Carbon nanotube films for damping applications[J]. Advanced Materials, 2002, 14(13/14): 997-1000.
- [14] UGURAL A C, FENSTER S K J E. Advanced strength and applied elasticity[M]. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2003.

- [15] GIBSON R F. Principles of composite material mechanics[M]. Boca Raton: CRC Press, 2016.
- [16] ZHOU X, SHIN E, WANG K W, et al. Interfacial damping characteristics of carbon nanotube-based composites[J]. Composites Science and Technology, 2004, 64(15): 2425-2437.
- [17] CHU H S, LIU K S, YE H J W. Damping behavior of in situ Al-(graphite, Al<sub>4</sub>C<sub>3</sub>) composites produced by reciprocating extrusion[J]. Journal of Materials Research, 2001, 16(5): 1372-1380.
- [18] LEE G F, HARTMANN B. Specific damping capacity for arbitrary loss angle[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 211(2): 265-272.
- [19] TAHAN LATIBARI S, MEHRALI M, MOTTAHEDIN L, et al. Investigation of interfacial damping nanotube-based composite[J]. Composites Part B: Engineering, 2013, 50: 354-361.
- [20] ROY D, BHATTACHARYYA S, RACHAMIM A, et al. Measurement of interfacial shear strength in single wall carbon nanotubes reinforced composite using Raman spectroscopy[J]. Journal of Applied Physics, 2010, 107(4): 043501.
- [21] WANG T Y, LIU S C, TSAI J L. Micromechanical stick-slip model for characterizing damping responses of single-walled carbon nanotube nanocomposites[J]. Journal of Composite Materials, 2016, 50(1): 57-73.
- [22] NAIRN J A, LIU Y C. Stress transfer into a fragmented, anisotropic fiber through an imperfect interface[J]. International Journal of Solids and Structures, 1997, 34(10): 1255-1281.
- [23] YARLAGADDA S, LESIEUTRE G, YOSHIKAWA S, et al. Resistively shunted piezocomposites for passive vibration damping[C]//Proceedings of Adaptive Structures Forum. Salt Lake City, UT, USA: AIAA, 1996.

(编辑:孙静)