

DOI:10.16356/j.1005-2615.2025.02.005

基于响应面方法的直升机机身有限元模型参数修正

朱 尹, 韩 东

(南京航空航天大学直升机动力全国重点实验室, 南京 210016)

摘要: 为降低直升机机身的有限元模型与实际模型之间的偏差, 采用了一种基于响应面法的直升机机身模型修正方法。该方法使用一个超曲面函数来近似地替代实际的、隐式的复杂函数关系, 避免了传统参数修正方法每次迭代时都调用有限元程序的步骤。同时, 通过拉丁超立方采样减少样本点数量从而提高了计算效率。以直升机 10% 缩比机身模型为例, 通过试验与有限元分析分别获得其实际模型与有限元模型的前六阶固有频率, 通过灵敏度分析确定了设计参数, 利用响应面方法对该机身模型进行了参数修正。机身的有限元模型预测结果与试验测试结果之间的固有频率平均误差由 3.54% 降低至 1.03%, 有限元模型的预测精度显著提升。修正结果表明, 基于响应面方法的有限元模型修正方法能够有效地应用于直升机机身模型参数修正。

关键词: 直升机机身; 模型修正; 响应面方法; 灵敏度分析; 有限元分析; 拉丁超立方采样

中图分类号: V214.1

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2025)02-0252-07

Parameter Updating of Helicopter Airframe Finite Element Model Based on Response Surface Method

ZHU Yin, HAN Dong

(National Key Laboratory of Helicopter Aeromechanics, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics,
Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to reduce the deviation between the finite element model of helicopter airframe and the actual model, a helicopter airframe model updating method based on the response surface method is adopted, which uses a hypersurface function to approximately replace the actual and implicit complex function relationship, avoiding the traditional parameter updating method of calling the finite element program in each iteration. Meanwhile, the computational efficiency is improved by reducing the number of sample points through Latin hypercube sampling. Taking the 10% scaled down helicopter fuselage model as an example, the first six natural frequencies of its actual model and the finite element model are obtained through experiments and finite element analysis. The design parameters are determined by sensitivity analysis and the response surface method is used to update the parameters of the fuselage model. The average error of the natural frequencies between the predicted results of the finite element model and the experimental test results is reduced from 3.54% to 1.03%, effectively improving the prediction accuracy of the finite element model. The revised results show that the finite element model updating method based on the response surface method can be well applied to the parameter updating of helicopter airframe model.

Key words: helicopter airframe; model updating; response surface method; sensitivity analysis; finite element analysis; Latin hypercube sampling

收稿日期: 2024-10-10; 修订日期: 2025-02-20

通信作者: 韩东, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: donghan@nuaa.edu.cn。

引用格式: 朱尹, 韩东. 基于响应面方法的直升机机身有限元模型参数修正[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2025, 57(2): 252-258. ZHU Yin, HAN Dong. Parameter updating of helicopter airframe finite element model based on response surface method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics (Natural Science Edition), 2025, 57(2): 252-258.

直升机具有空中悬停、垂直起降和近地机动等能力,广泛应用于军用与民用领域。直升机机身作为其主体结构,在设计研发阶段通常需要建立一个能够准确反映其结构特性的有限元模型。由于结构的尺寸加工误差、材料特性、边界条件的不确定性等因素,结构有限元模型与实际模型往往存在一定差异。因此,需要对初始结构有限元模型进行修正,使得有限元模型能够更好地反映结构的实际特性。

文献[1]中为了解决飞机共振实验中出现的振型无法正交化的问题,在1958年首次提出了有限元模型结构修正方法。多年以来,有限元模型修正方法被广泛应用于航空航天、汽车、船舶等领域。其中,基于响应面方法的模型修正技术相较于传统修正技术在提高精确度、高效性、全面性和可视化等方面具有明显优势,因此在模型修正领域得到了广泛应用。

响应面法最初主要应用于化工领域,由Box和Wilson^[2]在1951年提出。Box和Draper^[3]将这种方法定义为“在经验模型构造和开发中应用的一组统计学技术”。Hill和Hunter^[4]介绍了响应面法在正则分析和多目标优化问题上的应用。Li等^[5]提出了一种基于响应面的飞机机体结构初步设计和概念设计的两级优化方法,将多目标合并为一个单目标函数降低了问题的复杂度。Zhai等^[6]结合响应面模型与蒙特卡罗方法提出了随机模型修正方法并将其应用于航空发动机定子系统的参数修正,显著减少了计算时间。Dasari等^[7]结合响应面方法与灵敏度分析研究输入变量的不确定性如何影响系统性能,并将此运用于航空发动机涡轮后结构的稳健设计。Hanif等^[8]采用试验设计和响应面法对飞机机翼进行优化设计,在相同的载荷和飞行条件下,通过调整机翼的各项参数来降低机翼的重量。国内,费庆国等^[9-10]较早尝试了响应面法对模型进行修正的可行性,并基于二阶响应面模型结合ANSYS和MATLAB对钢架进行了模型修正,有效降低了有限元模型与实测结果的误差。秦玉灵等^[11]采用均匀设计的实验方法生成样本点,构造了二次多项式响应面模型,对航天器结构中的蜂窝板进行了模型修正,有效改善了模型的计算质量。徐培原等^[12]针对飞机机电系统中Z形管道布局不合理而导致的共振问题,采用响应面法对Z形管道进行模型修正,改善了管道的布局,使其前3阶固有频率远离了共振频率。基于响应面法的模型修正技术已广泛应用于各行各业,但将该方法应用于直升机机身的模型修正研究仍不多见。

本文以直升机机身缩比模型的前六阶试验固有频率作为修正目标,通过响应面方法建立一个超曲面函数来近似地替代实际的、隐式的复杂函数关系,通过灵敏度分析以及拉丁超立方采样等方法减少设计参数和初始样本点数量,从而提高响应面方法的修正速度,对直升机机身模型的参数进行修正。

1 理论基础

响应面方法是一种综合了数理统计和试验设计的方法^[13],用来对受多个目标影响的系统进行分析,确定最优的试验过程,其被广泛应用于结构优化设计。该方法的核心思想是通过构建一个超曲面函数来近似地替代实际的、隐式的复杂函数关系,从而快速寻找函数最优解。

响应面方法是一种基于试验设计理论进行试验,从而获得目标函数(响应面函数)的数学方法。假定某试验过程或系统可表达为^[14]

$$Y = \eta(X) + \epsilon \quad (1)$$

式中: Y 为系统(试验过程)的某个输出响应(试验结果); $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为系统的参数变量(试验过程中的影响因素); ϵ 为试验观察误差或噪声。

输出响应 Y 的期望为

$$E(Y) = \eta(X) \quad (2)$$

式(2)所表示的曲面为 Y 的真实函数关系,反映了系统输入参数变量和输出响应(试验因素和结果)之间真实的对应映射关系。

由于系统输出响应(试验结果)的真实函数表达式是未知的或是隐式的,所以采用其近似函数关系 $RSM(X)$ 代替,即

$$\eta(X) \approx RSM \approx \hat{Y} \quad (3)$$

称近似函数 $RSM(X)$ 为系统输出响应(试验结果)的响应面函数(模型)。

响应面函数(模型) $RSM(X)$ 与真实函数 $y(x)$ 之间存在模型误差,即

$$\eta(X) \approx RSM(X) + \delta(X) \quad (4)$$

式中 $\delta(X)$ 为模型误差。

好的响应面函数(模型)应使得模型误差 $\delta(X)$ 尽可能地小,这是响应面方法应用效果的决定性因素,也是响应面方法在各领域应用中的研究重点和难点。得到系统(试验过程)的响应面函数后,在某个参数变量(试验因素)变化范围内,就可以采用式(3)所描述的响应面函数模型近似代替实际系统(试验过程)进行进一步分析,以提高计算和分析的效率。

2 机身模型的建立与模态分析

2.1 有限元建模

直升机机身的 10% 缩比框架模型如图 1 所示。缩比框架模型总长 1 100 mm, 最大宽度 179 mm, 最大高度 170 mm, 分为机头、机舱前段、机舱后端和机尾 4 个部分, 由 10 组方形空心铝梁和 9 组矩形铝梁组成, 方形空心铝梁和矩形铝梁截面尺寸分别为 10 mm×10 mm×1.8 mm 和 10 mm×3 mm。

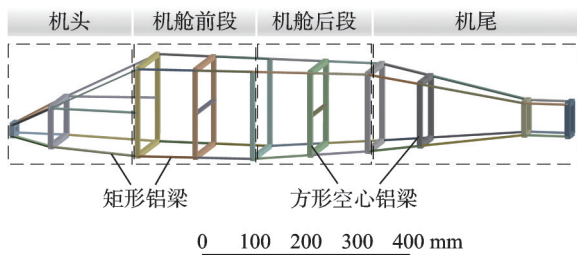


图 1 机身有限元模型

Fig.1 Airframe finite element model

2.2 模态试验与模态分析

使用锤击法对机身模型进行模态试验, 试验装置如图 2 所示, 使用弹性绳将机身模型悬挂于支架上以模拟自由-自由状态, 将加速度传感器固定于其中一个测点处, 利用力锤敲击各个测点获得振动数据并进行后处理, 获得的前六阶振型如图 3 所示。

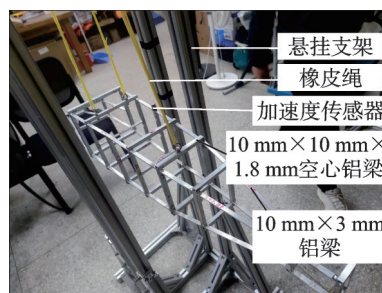


图 2 模态试验装置

Fig.2 Modal test device

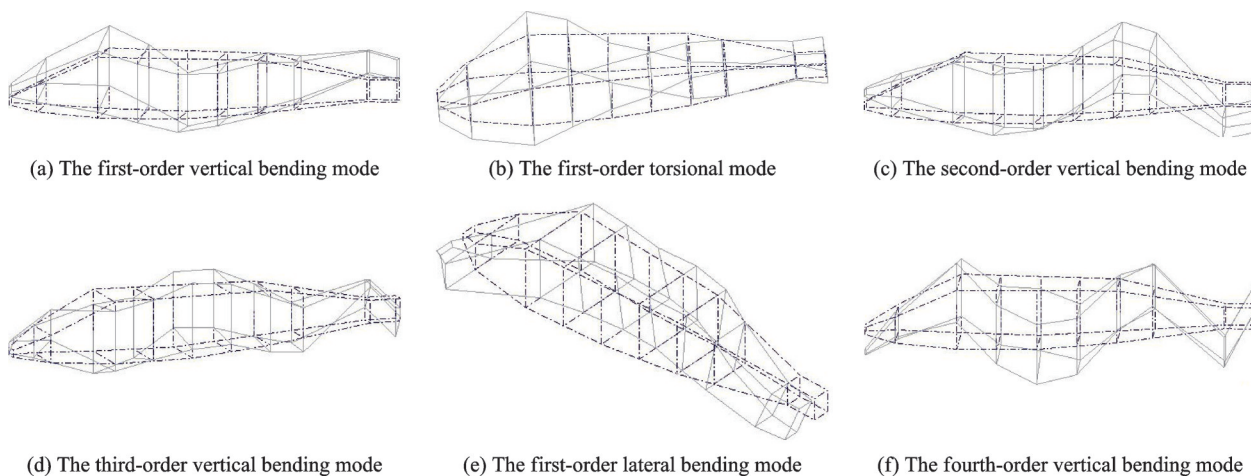


图 3 机身模态试验前六阶振型

Fig.3 First six modes of airframe modal test

通过有限元仿真分析和上述实际模型的模态试验可以获得机身前六阶的有限元模型预测频率、试验测试频率和频率误差, 如表 1 所示, 最大误差达到 4.59%, 平均误差达到 3.54%, 需要对该模型进行参数修正以提高有限元模型反映实际结构特性的准确度。

表 1 机身有限元频率与试验频率

Table 1 Airframe finite element frequencies and test frequencies

模态	有限元频率/Hz	试验频率/Hz	误差/%
一阶垂向弯曲	75.154	72.66	3.43
一阶扭转	89.211	91.41	2.41
二阶垂向弯曲	95.786	100.39	4.59
三阶垂向弯曲	129.26	134.38	3.81
一阶横向弯曲	144.14	141.41	1.93
四阶垂向弯曲	148.86	151.17	1.53

3 设计参数选取

3.1 修正对象确立

本文将该直升机机身模型各部分的截面尺寸作为修正目标, 为了提高模型修正精度, 将直升机机身模型分成了机头、机舱前段、机舱后端和机尾 4 个部分, 各部分的结构设计参数如表 2 所示。

3.2 灵敏度分析

由于结构设计参数较多, 参数修正过程复杂且计算量大, 为提高修正效率, 对这些参数进行灵敏度分析, 选择其灵敏度较高的参数作为修正参数^[15]。根据振动理论, 对于多自由度离散系统, 其动力学方程可以表示为

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \quad (5)$$

式中: M 代表系统的质量矩阵, C 为阻尼矩阵, K 为刚度矩阵, F 为外部施加的力, x 为离散系统中各质量点的位移。

表 2 机身模型结构设计参数
Table 2 Design parameters of airframe structural model

结构设计参数	数值
机头方形空心梁截面边长 W_1/mm	10
机头方形空心梁截面壁厚 D_1/mm	1.8
机头矩形梁截面宽度 B_1/mm	10
机头矩形梁截面高度 H_1/mm	3
机舱前段方形空心梁截面边长 W_2/mm	10
机舱前段方形空心梁截面壁厚 D_2/mm	1.8
机舱前段矩形梁截面宽度 B_2/mm	10
机舱前段矩形梁截面高度 H_2/mm	3
机舱后段方形空心梁截面边长 W_3/mm	10
机舱后段方形空心梁截面壁厚 D_3/mm	1.8
机舱后段矩形梁截面宽度 B_3/mm	10
机舱后段矩形梁截面高度 H_3/mm	3
机尾方形空心梁截面边长 W_4/mm	10
机尾空心梁壁截面厚 D_4/mm	1.8
机尾矩形梁截面宽度 B_4/mm	10
机尾矩形梁截面高度 H_4/mm	3

在忽略阻尼效应的情况下,可以得到以下特征方程

$$(K - \omega^2 M) \cdot \{\phi\} = 0 \tag{6}$$

对式(6)求解可得

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}} = \sqrt{\frac{\phi_i^T K \phi_i}{\phi_i^T M \phi_i}} \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{7}$$

式中: ω_i 为结构的第*i*阶固有频率; k_i 为第*i*阶模态刚度; m_i 为第*i*阶模态质量; ϕ_i 为结构的第*i*阶振型向量。

结构的质量和静态刚度是关于设计变量 $\lambda(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s)$ 的函数,通过对各个设计变量进行偏导数求解,可以获得相应设计变量对结构质量和刚度的灵敏度数据。利用结构质量矩阵和刚度矩阵与振型向量正交的特性,对式(6)两端的设计变量 λ 求导,可以得到

$$\frac{\partial \omega^2}{\partial \lambda} = \phi^T \frac{\partial K}{\partial \lambda} \phi - \omega^2 \phi^T \frac{\partial M}{\partial \lambda} \phi \tag{8}$$

将 $\omega = 2\pi f$ 代入式(8),可以得到设计变量对固有频率的灵敏度表达式

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda} = \frac{1}{8\pi^2 f} \phi^T \frac{\partial K}{\partial \lambda} \phi - \frac{f}{2} \phi^T \frac{\partial M}{\partial \lambda} \phi \tag{9}$$

利用灵敏度计算方法^[16]对结构的各个参数进行计算,获得的结果如图 4 所示。

通过对结果的分析可知,机舱前段方形空心梁截面边长(W_2)、机舱前段矩形梁截面宽度(B_2)、机舱前段矩形梁截面高度(H_2)、机舱后段矩形梁截面宽度(B_3)、机舱后段矩形梁截面高度(H_3)和机尾矩形梁截面高度(H_4)的灵敏度相对较大。为了降低参数修正的时间,优化修正过程,因此选择

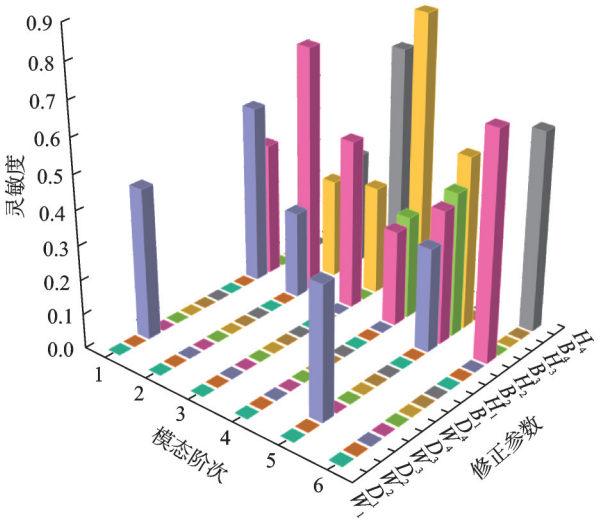


图 4 设计参数灵敏度
Fig.4 Design parameter sensitivity

W_2 、 B_2 、 H_2 、 B_3 、 H_3 、 H_4 共 6 个参数作为模型机身的修正参数。灵敏度分析通过量化参数对输出的影响,优化关键参数并简化过程,从 16 个参数减少为 6 个,显著减少了计算时间。

4 流程修正

基于响应面法的模型修正流程如图 5 所示,主要分为 3 个部分。

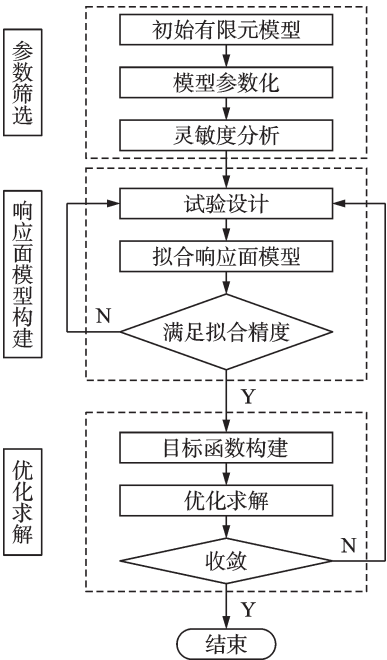


图 5 响应面法模型修正流程图
Fig.5 Model updating flow chart of response surface method

第一部分为参数筛选。对初始有限元模型的各个设计参数进行灵敏度分析,筛选出对结构固有频率影响较大的参数作为修正参数。第二部分为响应面模型的构建。选择合适的方法对选定的设计参数进行采样,在保证初始样本有效性的基础上

最小化样本数量,接着进行响应面的拟合并检验响应面拟合精度,采样方式和响应面拟合方法对响应面精度皆有着较大影响,如果精度不够,需要重新采样并拟合响应面。第三部分为优化求解。对机身有限元模型的前六阶固有频率进行参数修正,不断迭代计算直到误差降至期望范围内。

5 机身模型的参数修正

5.1 试验设计

为了在增加响应面精度的同时尽量提高计算效率,样本点的选取应遵从试验设计学方法,以便在尽可能少的样本点情况下获得较高的响应面精度^[17-18]。

不同的试验设计方法具有各自的优缺点,拉丁超立方采样是一种设计用于在多维空间中选择样本的方法,是目前最有效的试验设计方法之一。采用拉丁超立方采样对机身设计参数进行随机采样,样本数量为 45,参数设置如表 3 所示,采样数据(部分)如表 4 所示。

表 3 采样参数设置

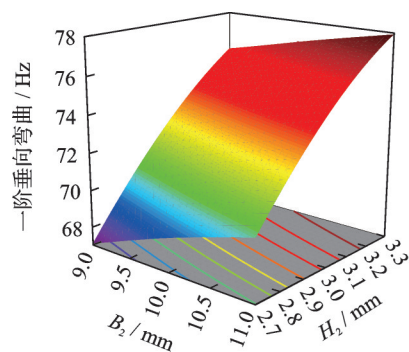
Table 3 Sampling parameter setting

设计参数	下限	初始	上限
W_2/mm	9	10	11
B_2/mm	9	10	11
H_2/mm	2.7	3	3.3
B_3/mm	9	10	11
H_3/mm	2.7	3	3.3
H_4/mm	2.7	3	3.3

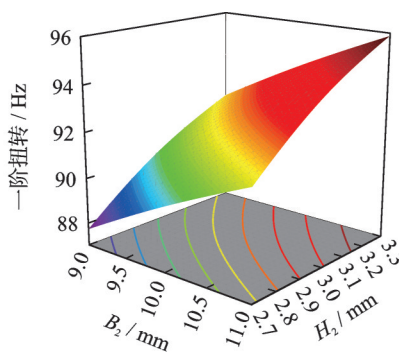
表 4 拉丁超立方采样结果(部分)

Table 4 Latin hypercube sampling results(partial)

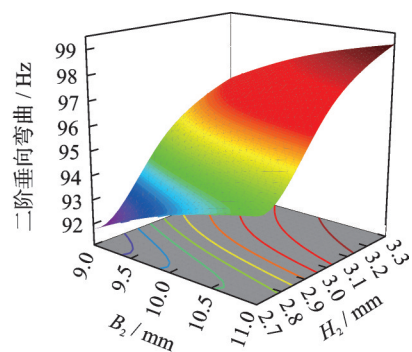
设计参数	样本编号			
	1	2	...	45
W_2/mm	9.733 3	10.133	...	10.4
B_2/mm	10.133	10.578	...	10.844
H_2/mm	2.973 3	3.266 7	...	3.133 3
B_3/mm	9.066 7	9.644 4	...	9.377 8
H_3/mm	3.24	2.76	...	3.093 3
H_4/mm	3.053 3	3.093 3	...	3.226 7



(a) The first-order vertical bending mode response surface



(b) The first-order torsional mode response surface



(c) The second-order vertical bending mode response surface

5.2 响应面拟合

响应面拟合需要选取恰当的响应面函数形式,它应满足两方面要求:一是响应面函数表达式要基本能够描述真实函数关系;二是响应面函数应尽可能减少待定系数,以提高计算效率^[19-20]。二阶多项式响应面形式简单,能够通过二次项捕捉变量之间的非线性关系,例如固有频率随截面尺寸的非线性变化,并且相比于高阶多项式,二阶模型更稳定,更加便于后续的优化计算,所以选取二阶多项式函数来拟合响应面,表达式为

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j \quad (10)$$

式中: y 为结构的输出; β_0 为常数项; β_i 为一阶项待定系数; β_{ii} 为二阶平方项待定系数; β_{ij} 为二阶交叉项待定系数; x_i 和 x_j 为结构的输入变量。

将拉丁超立方采样结果代入二次多项式并运用最小二乘法对二次多项式模型中的各项系数进行估计,以参数 B_2 、 H_2 与机身前六阶固有频率响应面拟合为例,拟合结果如图 6 所示。响应面模型的优劣,直接影响响应面方法的应用效果,所以需要各个响应面的拟合精度进行验证。采用决定系数 R^2 进行精度验证,表达式为

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^K (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^K (y_i - \bar{y})^2} \quad (11)$$

式中: K 为样本点总数, y_i 为第 i 组参数的仿真值, $\hat{y}_i$ 为第 i 组参数对应的响应面计算值, $\bar{y}$ 为所有仿真值的平均值。

决定系数越接近 1,说明响应面模型对数据的拟合程度越好。验证结果如表 5 所示,各阶响应面精度都接近于 1,因此可以判定响应面拟合较好,可以替代实际的函数关系用于模型的参数修正。在后续的修正迭代中,系统会通过响应面模型快速计算出各阶固有频率,相对于传统方法每次迭代都需调用有限元程序进行计算,文中方法极大地减少了计算时间,提高了工作效率。

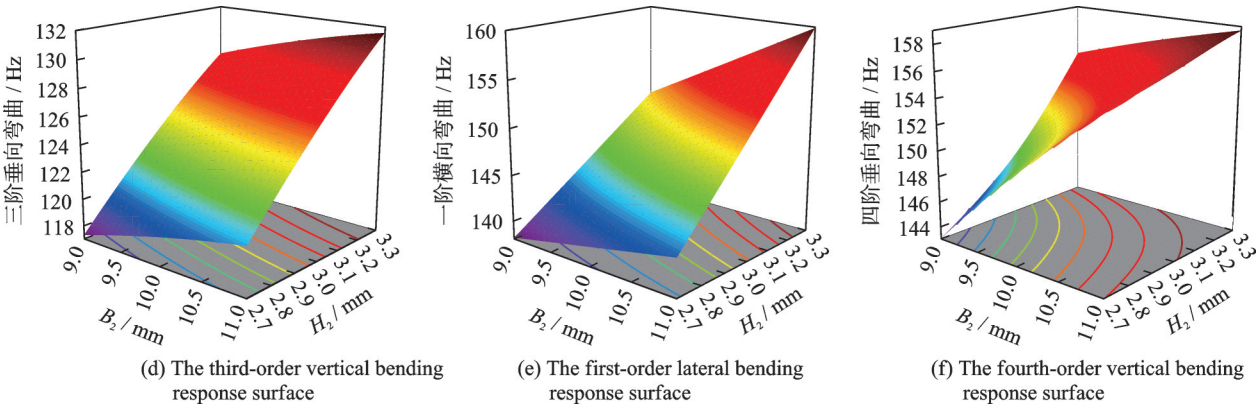


图 6 响应面拟合结果

Fig.6 Response surface fitting results

表 5 响应面拟合精度	
Table 5 Response surface fitting accuracy	
模态阶次	拟合精度
一阶垂向弯曲	0.999 8
一阶扭转	0.989 6
二阶垂向弯曲	0.995 88
三阶垂向弯曲	0.999 89
一阶横向弯曲	0.994 08
四阶垂向弯曲	0.996 28

5.3 模型修正

基于响应面模型对直升机机身结构各阶固有频率进行修正,修正前后的机身结构设计参数及其变化率见表 6,修正前后的机身模型有限元频率及修正前后的有限元频率与试验频率的误差值见表 7。

分析以上数据可知,为提高计算效率,通过拉丁超立方采样将初始样本点设置为 45 个,最终数据获得收敛说明了初始样本点的有效性。使用响应面模型代替实际的函数关系后,直升机机身有限元模型频率与试验频率误差得到了显著降低,最小误差降低至 0.17%,最大误差也只有 2.74%。总体来说,通过响应面方法构建超曲面函数来近似地替代实际的、隐式的复杂函数关系获得的直升机机身有限元模型修正后频率更加接近试验频率,误差明

表 6 修正前后机身结构设计参数			
Table 6 Design parameters of airframe structure before and after updating			
结构参数	修正前 参数值	修正后 参数值	参数的 变化率/%
W_2/mm	10	9.524 7	-4.75
B_2/mm	10	9.290 5	-7.10
H_2/mm	3	2.845 4	-5.15
B_3/mm	10	10.812 0	8.12
H_3/mm	3	3.141 5	4.72
H_4/mm	3	3.297 4	9.91

表 7 修正后机身的有限元频率及试验频率					
Table 7 Airframe finite element frequencies and test frequencies after updating					
模态	试验 频率/Hz	修正前 频率/Hz	修正后 频率/Hz	修正前 误差/%	修正后 误差/%
一阶垂向 弯曲	72.66	75.154	73.207	3.43	0.75
一阶扭转	91.41	89.211	90.516	2.41	1.04
二阶垂向 弯曲	100.39	95.786	101.6	4.59	1.21
三阶垂向 弯曲	134.38	129.26	130.7	3.81	2.74
一阶横向 弯曲	141.41	144.14	141.79	1.93	0.27
四阶垂向 弯曲	151.17	148.86	151.43	1.53	0.17

显减小,说明基于响应面法的模型参数修正方法可以较好地应用于直升机机身结构。

6 结 论

本文给出了一种基于响应面方法的直升机机身模型修正方法,在响应面方法的基础上通过灵敏度分析以及拉丁超立方采样等方法减少了机身结构设计参数和初始样本点数量,提高了修正效率。机身模型前六阶的固有频率平均误差由 3.54% 降低至 1.03%,最大误差由 4.59% 降低至 2.74%,均获得显著降低。本文基于响应面的模型修正方法可较好地运用于直升机机身模型修正,使得直升机机身有限元模型能够更好地反映真实机身模型特性。

参考文献:

[1] GRAVIZT S I. An analytical procedure for orthogonalization of measured[J]. Journal of the Aerospace Sciences, 1958, 25(11): 721-722.

[2] BOX G E P, WILSON K B. On the experimental attainment of optimum conditions[J]. Journal of the

- Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 1951, 13(1): 1-38.
- [3] BOX G E P, DRAPER N R. A basis for the selection of a response surface design[J]. Journal of the American Statistical Association, 1959, 54(287): 622-654.
- [4] HILL W J, HUNTER W G. A review of response surface methodology: A literature survey[J]. Technometrics, 1966, 8(4): 571-590.
- [5] LI G, WANG H, ARYASOMAYAJULA S R, et al. Two-level optimization of airframe structures using response surface approximation[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2000, 20(2): 116-124.
- [6] ZHAI X, FEI C W, CHOY Y S, et al. A stochastic model updating strategy-based improved response surface model and advanced Monte Carlo simulation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 82: 323-338.
- [7] DASARI S K, CHEDDAD A, ANDERSSON P. Predictive modelling to support sensitivity analysis for robust design in aerospace engineering[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2020, 61(5): 2177-2192.
- [8] HANIF A A, LI H S, RAZA M A, et al. Optimization design of an aircraft wing structure based on response surface method[C]//Proceedings of the 4th International Conference on Aeronautical Materials and Aerospace Engineering (AMAE 2020). Chengdu, China:AMAE, 2006.
- [9] 费庆国, 张令弥, 李爱群, 等. 基于统计分析技术的有限元模型修正研究[J]. 振动与冲击, 2005, 24(3): 23-26, 131.
- FEI Qingguo, ZHANG Lingmi, LI Aiqun, et al. Finite element model updating using statistics analysis [J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(3): 23-26, 131.
- [10] 费庆国, 韩晓林, 苏鹤玲. 响应面有限元模型修正的实现与应用[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(2): 132-134, 207.
- FEI Qingguo, HAN Xiaolin, SU Heling. Response surface based finite element model updating and its application[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(2): 132-134, 207.
- [11] 秦玉灵, 孔宪仁, 罗文波. 基于响应面方法的碳纤维蜂窝板有限元模型修正[J]. 振动与冲击, 2011, 30(7): 71-76, 86.
- QIN Yuling, KONG Xianren, LUO Wenbo. RSM-based FEM model updating for a carbon fiber honeycomb sandwich panel[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(7): 71-76, 86.
- [12] 徐培原, 冯志杰. 基于响应面法的 Z 型管道有限元模型参数修正与模态优化[J]. 飞机设计, 2023, 43(6): 30-38.
- XU Peiyuan, FENG Zhijie. Finite element model updating method modal optimization for Z-layout pipeline based on response surface method[J]. Aircraft Design, 2023, 43(6): 30-38.
- [13] 隋允康, 宇慧平. 响应面方法的改进及其对工程优化的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- [14] 邓苗毅. 结构静力有限元模型修正研究与应用[M]. 郑州: 黄河水利出版社, 2015.
- [15] 闫明, 孙志礼, 杨强. 基于响应面方法的可靠性灵敏度分析方法[J]. 机械工程学报, 2007, 43(10): 67-71.
- YAN Ming, SUN Zhili, YANG Qiang. Analysis method of reliability sensitivity based on response surface methods[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(10): 67-71.
- [16] 苏子献, 韩东, 崔钊. 基于灵敏度分析的直升机旋翼桨叶模型修正方法[J]. 航空动力学报, 2024, 39(11): 118-125.
- SU Zixian, HAN Dong, CUI Zhao. Helicopter rotor blade model updating method based on sensitivity analysis[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(11): 118-125.
- [17] 杜丽, 吕利叶, 孙伟, 等. 一种适用于约束空间的拉丁超立方取点策略[J]. 机械设计与制造, 2021(8): 43-47.
- DU Li, LYU Liye, SUN Wei, et al. An Latin hypercube sampling approach for constrained design space [J]. Machinery Design & Manufacture, 2021(8): 43-47.
- [18] TOAL D J J, BRESSLOFF N W, KEANE A J. Kriging hyperparameter tuning strategies [J]. AIAA Journal, 2008, 46(5): 1240-1252.
- [19] REN W X, CHEN H B. Response-surface based on finite element model updating of bridge structures[J]. China Civil Engineering Journal, 2008, 41(12): 73-78.
- [20] SHIMPI V, SIVASUBRAMANIAN M V R, SINGH S B. Integrating response surface methodology and finite element analysis for model updating and damage assessment of multi-arch gallery masonry bridges[J]. Sadhana, 2024, 49(1): 33.