

DOI:10.16356/j.1005-2615.2024.06.011

无人直升机部分姿态约束安全飞行控制

杜佳玮¹, 李天鸿¹, 李艳恺¹, 历东平², 弋英民¹, 黄宇龙¹

(1. 西安理工大学自动化与信息工程学院, 西安 710048; 2. 西安工业大学基础学院, 西安 710021)

摘要: 针对无人直升机系统, 在保证姿态约束在指定范围的前提下, 研究其全自由度控制问题。考虑到系统的强非线性、强耦合性、欠驱动性以及中间控制变量需保证有界等特点, 文中通过反馈线性化方法降低非线性和耦合性的强度, 设计控制器直接控制 3 个位置自由度和偏航角。同时, 利用障碍 Lyapunov 函数方法局部约束中间变量来间接控制滚转角和俯仰角, 保证直升机姿态有界。结合非线性系统控制理论, 在保证跟踪误差系统有界的同时对系统进行稳定性分析。最后通过模拟实例验证了该方法的有效性。

关键词: 全自由度无人直升机; 姿态状态约束; 反馈线性化; 跟踪飞行控制; 反步法

中图分类号: V249.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2024)06-1082-08

Safe Flight Control of Unmanned Helicopters with Partial Attitude Constraints

DU Jiawei¹, LI Tianhong¹, LI Yankai¹, LI Dongping², YI Yingmin¹, HUANG Yulong¹

(1. Institute of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;

2. School of Sciences, Xi'an Technology University, Xi'an 710021, China)

Abstract: For the unmanned helicopter system, the full-degree-of-freedom control problem is studied, while ensuring that the attitude constraints are within the specified range. Considering that the characteristics of the system such as strong nonlinearity, strong coupling, under driving, and intermediate control variables need to be guaranteed to be bounded, this paper reduces the strength of the nonlinearity and coupling through the feedback linearization method, and designs the controller to directly control the three positional degrees of freedom and the yaw angle. At the same time, this paper utilizes the obstacle Lyapunov function method to locally constrain the intermediate variables to indirectly control the roll angle and the pitch angle, thus ensuring that the helicopter's attitude is bounded. Combined with the nonlinear system control theory, the tracking error system is guaranteed to be bounded, while the system is analyzed for stability. Finally, the method effectiveness is validated through simulation examples.

Key words: full-degree-of-freedom unmanned helicopter; attitude state constrained; feedback linearization; tracking flight control; backstepping

无人直升机是一类常见的低空飞行器, 具有低空悬停、可任意方向飞行和对起降场地条件要求低等典型特点, 被广泛用于军事、农业、商业和工业生产等诸多领域^[1-2]。近几十年来, 由于潜在的巨大

应用前景, 无人直升机受到了越来越多关注, 相关自动控制技术越来越多地被人们挖掘, 许多关键的飞行控制理论相继建立, 相关学术研究取得了众多进展。文献[3]研究了利用扩张状态观测器的控制

基金项目: 国家自然科学基金项目(62127809, 62103327); 中国博士后科学基金项目(2022T150524); 陕西省教育厅科研计划项目(23JY053); 陕西省科技厅重点研发计划(2024GX-YBXM-298)。

收稿日期: 2024-05-27; **修订日期:** 2024-09-28

通信作者: 李艳恺, 男, 副教授, E-mail: liyankai@xaut.edu.cn。

引用格式: 杜佳玮, 李天鸿, 李艳恺, 等. 无人直升机部分姿态约束安全飞行控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2024, 56(6): 1082-1089. DU Jiawei, LI Tianhong, LI Yankai, et al. Safe flight control of unmanned helicopters with partial attitude constraints[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(6): 1082-1089.

方法和自适应动态规划方法,针对扰动无人直升机的鲁棒自适应最优跟踪控制问题展开讨论。文献[4]提出了一种复合控制器,结合模型预测控制和扩张状态观测器,解决了无人直升机在干扰条件下的姿态跟踪问题。文献[5]将状态约束控制和动态表面控制技术相结合研究了无人直升机全状态约束与扰动下的跟踪控制问题。文献[6]结合无模型自适应控制设计、沉浸不变方法和超扭曲技术,提出了一种新的无模型鲁棒自适应姿态控制规律。文献[7-9]研究了无人直升机的跟踪控制性能和干扰抑制问题。而在实际飞行环境中,由于无人直升机系统的强非线性、强耦合性等复杂特性,可能会进入不受控制的状态,导致系统不稳定,因此需要将直升机的某些中间控制变量,如姿态角,限制在指定的范围,以避免直升机发生侧翻或倾覆。所以,在设计无人直升机的飞行控制器时,约束无人直升机部分中间控制变量很有必要。

典型的单旋翼带尾桨无人直升机具有6个自由度,通过设计控制器可以实现对每个自由度的约束控制。约束控制在控制理论中具有广泛的应用前景。在工程实际中,需要将控制变量维持在指定范围内,例如机械臂^[10]、电机^[11]等。近些年,一些约束控制的关键问题得到了解决,相关理论成果被应用到多种控制系统之中。在文献[12]中,作者通过设计了一种自适应鲁棒全状态约束控制器,解决了一类具有延迟非对称时变全状态约束的不确定严格反馈非线性系统的跟踪控制问题。文献[13]探讨了全状态约束、控制系数未知且存在执行器故障的不确定非线性开关系统的自适应容错控制问题。文献[14]研究了全状态约束下的移动机器人系统的神经网络自适应跟踪控制。文献[15]针对具有未测量状态和时变状态约束的非线性多输入、多输出系统提出了一种自适应输出反馈控制方法。在很多应用场景下,只需要关注控制器输出在指定的范围内即可,为此,一些文献研究了输出约束的相关问题。文献[16-17]采用障碍 Lyapunov 函数方法研究了非线性系统的输出约束自适应神经网络控制。文献[18]针对包含输入延迟和未知控制系数的反馈非线性随机系统,研究了自适应模糊输出约束控制问题。上述研究成果都为系统状态和输出约束控制问题的进一步研究提供了很多新思路。由于无人直升机系统具有欠驱动的特点,必然存在两个自由度难以直接控制的问题。为此,有必要将不能直接控制的变量通过状态约束间接控制在适当的范围内。

本文针对六自由度无人直升机系统模型,考虑无人直升机系统的耦合性,创新性地设计了一个在状态约束下的全自由度控制器。在控制器设计过程中,采用了障碍 Lyapunov 函数方法对部分中间控制变量进行约束,间接实现了对滚转角和俯仰角的有效控制,进而达到控制所有自由度的目的,确保无人直升机在飞行过程中姿态角始终处于预期的范围内,从而有效提升无人直升机的动态性能。这一设计思路既解决了系统的非线性和耦合性问题,又保证了无人直升机在复杂飞行任务中的姿态稳定性。最后,通过仿真案例验证了所提方法的合理性。

1 模型与理论基础

为描述无人直升机模型特性和飞行动态,将无人直升机模型建立在两个右手系坐标系中,即惯性坐标系 (o_i, x_i, y_i, z_i) 和机体坐标系 (o_b, x_b, y_b, z_b) ,如图1所示。

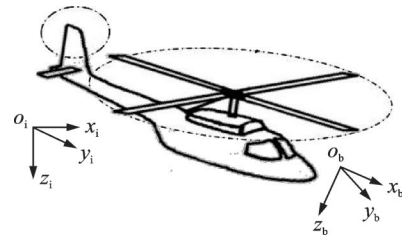


图1 无人直升机坐标系示意图

Fig.1 Coordinate system diagram of unmanned helicopter

在上述两坐标系下,对无人直升机的受力状态进行分析,获取如下无人直升机系统模型^[19]

$$\begin{cases} \dot{P}(t) = V(t) \\ \dot{V}(t) = -ge_3 - \frac{f(t)}{m} R(t)e_3 \\ \dot{\Omega}(t) = H(t)W(t) \\ J\dot{W}(t) = -W(t)^\times JW(t) + \tau(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $P(t) = (P_x(t), P_y(t), P_z(t))^T$ 表示惯性坐标系下的位置矢量; $V(t) = (V_x(t), V_y(t), V_z(t))^T$ 表示惯性坐标系下的速度矢量; $\Omega(t) = (\phi(t), \theta(t), \psi(t))^T$ 表示无人直升机的姿态角向量,其中 $\phi(t)$ 、 $\theta(t)$ 、 $\psi(t)$ 分别表示滚转角、俯仰角和偏航角; $W(t) = (p(t), q(t), r(t))^T$ 为姿态角速度,其中 $p(t)$ 、 $q(t)$ 、 $r(t)$ 分别表示滚转角速度、俯仰角速度和偏航角速度; g 为重力加速度; $e_3 = (0 \ 0 \ 1)^T$ 为单位向量; m 表示无人直升机质量; $J = \text{diag}\{J_{xx} \ J_{yy} \ J_{zz}\}$ 表示无人直升机的转动惯量; 机体坐标到惯性坐标的旋转矩阵 $R(t)$ 为

$$R(t) = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\phi & \sin\theta\sin\phi\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi \\ \cos\theta\sin\phi & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi \\ -\sin\theta & \sin\phi\cos\theta & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}$$

$H(t)$ 为姿态运动矩阵

$$H(t) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin\phi\sin\theta}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi\sin\theta}{\cos\theta} \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix}$$

$W(t)^\times$ 表示叉乘算子矩阵

$$W(t)^\times = \begin{bmatrix} 0 & -r(t) & q(t) \\ r(t) & 0 & -p(t) \\ -q(t) & p(t) & 0 \end{bmatrix}$$

$\tau(t)$ 表示主旋翼产生的升力和主旋翼和尾桨产生合力矩

$$\tau(t) = \begin{pmatrix} -T_m L_y + (C_m + T_m L_z)b - T_r H_z \\ -T_m L_x + (C_m + T_m L_z)a \\ -Q_m + T_r H_x \end{pmatrix}$$

式中： $Q_m(t) = C_k T_m^{1.5} + D_k$ ， C_k, C_m, L_x, L_y, L_z 和 H_x, H_z, D_k 均为已知气动常数， a, b 为主旋翼纵向和横向挥舞角， T_m, T_r 为主旋翼和尾桨的拉力。

由于无人直升机是复杂性特征明显的欠驱动系统，在实际飞行过程中，无人直升机的状态需要保持在适当的范围内，以避免倾覆。通常将滚转角 $\phi(t)$ 和俯仰角 $\theta(t)$ 限定不能穿越 $\pm \frac{\pi}{2}$ 点^[20]，规避系统可能出现危险飞行姿态的风险。本文将针对无人直升机系统(式(1))设计部分姿态约束下的飞行控制方案，在确保其安全飞行的同时，跟踪到期望位置 $P_r(t)$ 和期望偏航角 $\psi_r(t)$ 。其中，期望位置 $P_r(t)$ 的变化平缓，且在无人直升机跟踪飞行的安全范围内。

为了方便讨论控制器设计，在设计控制器之前，结合无人直升机的飞行特点，引入如下的假设和引理。

引理 1^[21] 针对一定维数矩阵 X 和向量 Y ，对于任意的常数 $\epsilon > 0$ ，以下不等式成立

$$X^T Y + Y^T X \leq \epsilon X^T X + \epsilon^{-1} Y^T Y$$

引理 2^[16] 对于任意正常数 k_b 和实变量 $z(t)$ ，当 $z(t) < k_b$ 时，以下不等式成立

$$\ln \frac{k_b^2}{k_b^2 - z^2(t)} < \frac{z^2(t)}{k_b^2 - z^2(t)}$$

2 系统变换

无人直升机系统(式(1))是高度非线性的系统模型，无人直升机的控制输入包括 $\tau(t)$ 和 $f(t)$ 共

四维变量，然而无人直升机需要控制机体坐标轴上3个平动、3个转动共6个自由度。因此，无人直升机系统是欠驱动非线性系统，无法直接设计飞行控制器。为此，本文首先利用反馈线性化方法，获取的新系统与系统(式(1))等价，在新系统基础上设计飞行控制器。

为了使系统满足应用输入输出反馈线性化方法，通过引入两个增广变量 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ ，将系统(式(1))得以扩展并重新表述为如下系统

$$\begin{cases} \dot{P}(t) = V(t) \\ \dot{V}(t) = -g e_3 - \frac{f(t)}{m} R(t) e_3 \\ \dot{f}(t) = f_1(t) \\ \dot{f}_1(t) = f_2(t) \\ \dot{\Omega}(t) = H(t) W(t) \\ J \dot{W}(t) = -W(t)^\times J W(t) + \tau(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中：系统的控制输入为 $[f_2(t), \tau^T(t)]^T$ ，控制输出为 $[P^T(t), \psi(t)]^T$ 。此时，系统输出的相对阶和系统的维数相同且为14，因此，存在一个微分同胚使系统(式(1))转化为一个新系统。根据反馈线性化方法构造1组新变量使新系统表达为

$$\begin{cases} x_1(t) = P(t) - P_r(t) \\ x_2(t) = V(t) - \dot{P}_r(t) \\ x_3(t) = -g e_3 - \frac{f(t)}{m} R(t) e_3 - \ddot{P}_r(t) \\ x_4(t) = -\frac{f(t)}{m} R(t) W^\times(t) e_3 - \frac{f_1(t)}{m} R(t) e_3 - \ddot{P}_r(t) \\ x_5(t) = \phi(t) - \psi_r(t) \\ x_6(t) = \beta_1(t) W(t) - \dot{\psi}_r(t) \end{cases} \quad (3)$$

式中 $\beta_1(t) = (0, \sin\phi(t) \sec\theta(t), \cos\phi(t) \sec\theta(t))$ 。

状态变量 $Y(t) = (P^T(t), V^T(t), f(t), f_1(t), \Omega^T(t), W^T(t))^T$ 与变量 $X(t) = (x_1^T(t), x_2^T(t), x_3^T(t), x_4^T(t), x_5(t), x_6(t))^T$ 之间能够相互唯一线性表出，为双射关系，式(3)中显示 $X(t)$ 可以被 $Y(t)$ 表出，以下将给出 $Y(t)$ 被 $X(t)$ 表出的具体关系。首先对于变量 $P(t)$ 和 $V(t)$ ，有

$$\begin{cases} P(t) = x_1(t) + P_r(t) \\ V(t) = x_2(t) + \dot{P}_r(t) \end{cases} \quad (4)$$

对于变量 $\psi(t)$ ，则可表示为

$$\psi(t) = x_5(t) + \psi_r(t) \quad (5)$$

展开式(3)中关于 $x_3(t)$ 的等式可知

$$\theta(t) = \arctan \left(\frac{[-x_{31}(t) - \ddot{P}_{r1}(t)]C_\psi + [-x_{32}(t) - \ddot{P}_{r2}(t)]S_\psi}{-g - x_{33}(t) - \ddot{P}_{r3}(t)} \right)$$

$$\phi(t) = \arctan \left\{ -\frac{C_\theta}{C_\psi} \left[\frac{-x_{32}(t) - \ddot{P}_{r2}(t)}{-g - x_{33}(t) - \ddot{P}_{r3}(t)} - \tan \theta(t) S_\psi \right] \right\}$$

$$f(t) = \frac{m[-g - x_{33}(t) - \ddot{P}_{r3}(t)]}{C_\psi C_\theta}$$

其中 $x_3(t) = (x_{31}(t) \ x_{32}(t) \ x_{33}(t))^T$ 。因此, $x_3(t)$ 、 $x_5(t)$ 可以表出 $\phi(t)$ 、 $\theta(t)$ 和 $\psi(t)$ 。

根据式(3)中关于 $x_4(t)$ 的等式,可得

$$\begin{pmatrix} q(t) \\ p(t) \\ f_1(t) \end{pmatrix} = \Theta_2^{-1}(t) \Theta_1(t) \quad (6)$$

其中

$$\Theta_1(t) = \begin{pmatrix} mx_{41}(t) + m\ddot{P}_{r1}(t) \\ mx_{42}(t) + m\ddot{P}_{r2}(t) \\ mx_{43}(t) + m\ddot{P}_{r3}(t) \end{pmatrix}$$

$$\Theta_2(t) = R(t) \begin{pmatrix} -f(t) & 0 & 0 \\ 0 & f(t) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

其中 $x_4(t) = (x_{41}(t) \ x_{42}(t) \ x_{43}(t))^T$ 。

对于 $r(t)$, 可通过式(3)中 $x_6(t)$ 的等式展开获取

$$r(t) = \frac{\cos \theta(t)}{\cos \phi(t)} [x_6(t) + \dot{\psi}_r(t) - \sin \phi(t) \sec \theta(t) q(t)] \quad (7)$$

上述过程表明 $Y(t)$ 也可由 $X(t)$ 表出。结合式(3), 根据以上分析, 可获取与式(2)等价的新系统如下

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) = F_1(t) \\ \dot{x}_5(t) = x_6(t) \\ \dot{x}_6(t) = F_2(t) \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$F(t) = \begin{pmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{pmatrix} = A(t) + B(t)U(t)$$

$$A(t) = \begin{pmatrix} \frac{f(t)}{m} R(t) \alpha_1 J^{-1} W(t) \times JW(t) \\ -\beta_1(t) J^{-1} W(t) \times JW(t) \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} -\dot{p}_r^{(4)}(t) \\ -\ddot{\psi}_r(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{2f_1(t)}{m} R(t) W^\times(t) e_3 \\ [\cos \phi(t) \sec \theta(t) \dot{\phi}(t)] q(t) \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ +[\sin \phi(t) \sec \theta(t) \tan \theta(t) \dot{\theta}(t)] q(t) \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{f(t)}{m} R(t) W^\times(t) W^\times(t) e_3 \\ -[\sin \phi(t) \sec \theta(t) \dot{\phi}(t)] r(t) \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ [\cos \phi(t) \sec \theta(t) \tan \theta(t) \dot{\theta}(t)] r(t) \end{pmatrix}$$

$$B(t) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{m} R(t) e_3 & -\frac{f(t)}{m} R(t) \alpha_1 J^{-1} \\ 0 & \beta_1(t) J^{-1} \end{pmatrix}$$

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, U(t) = \begin{pmatrix} f_2(t) \\ \tau(t) \end{pmatrix}$$

根据上述分析, 本文基于新系统(式(8))设计跟踪控制器, 其中控制输入为 $F_1(t)$ 和 $F_2(t)$, 控制输出为 $x_1(t)$ 和 $x_5(t)$ 。系统(式(8))中的变量有实际的物理意义, 变量 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 、 $x_3(t)$ 和 $x_4(t)$ 分别为无人直升机的位置跟踪误差、速度跟踪误差、直升机可控合力产生的加速度和直升机可控合力产生的力变率, 变量 $x_5(t)$ 和 $x_6(t)$ 分别表示无人直升机的偏航角跟踪误差和偏航角速率跟踪误差。

本文针对式(1)中的无人直升机系统设计了一种局部状态约束飞行控制器, 以实现期望轨迹和期望偏航角的渐进跟踪。由于无人直升机系统只有 4 个控制通道, 却有 6 个自由度, 在文献[22]中, 假设无人直升机的滚转角和俯仰角被约束在有界范围内, 这通常会导致控制器设计过程严谨性不够。由 $\theta(t)$ 和 $f(t)$ 表达式可知, 滚转角和俯仰角由 $x_3(t)$ 决定, 所以通过约束状态 $x_3(t)$ 来间接控制滚转角和俯仰角在一定范围内, 这样控制器就可以成功控制全部自由度。因此, 本文将状态约束方法和飞行控制相结合, 确保无人直升机在完成期望跟踪任务的同时, 确保滚转角和俯仰角在合理范围内, 使无人直升机不至于倾覆, 飞行安全性得到有效保障。

3 无人直升机飞行控制器设计

3.1 状态约束控制器

本节将利用反步控制法设计抗干扰状态约束控制器。注意到系统(式(4))的结构, 为了保证无人直升机的跟踪误差 $x_1(t)$ 和 $x_5(t)$ 收敛到期望的范围内, 本节将控制器设计过程分为如下 6 步。

第1步 定义 $\chi_1(t)$ 为虚拟控制律, 跟踪误差为 $\tilde{x}_2(t) = x_2(t) - \chi_1(t)$, 其中

$$\chi_1(t) = -k_1 x_1(t) \quad (9)$$

式中 $k_1 > 0$ 。根据系统(式(8)), $x_1(t)$ 的动态方程为

$$\dot{x}_1(t) = -k_1 x_1(t) + \tilde{x}_2(t) = X_1(t) \quad (10)$$

选取候选 Lyapunov 函数 $V_1(t)$ 为

$$V_1(t) = \frac{1}{2} x_1^T(t) x_1(t) \quad (11)$$

根据式(9)和式(10), 可得

$$\dot{V}_1(t) = -k_1 x_1^T(t) x_1(t) + x_1^T(t) \tilde{x}_2(t) \quad (12)$$

第2步 定义 $\chi_2(t)$ 为虚拟控制律, 跟踪误差为 $\tilde{x}_3(t) = x_3(t) - \chi_2(t)$, 其中

$$\chi_2(t) = -k_2 \tilde{x}_2(t) \quad (13)$$

式中 $k_2 > 0$ 。根据式(8)和式(13), $\tilde{x}_2(t)$ 的动态方程为

$$\dot{\tilde{x}}_2(t) = \dot{x}_2(t) - \dot{\chi}_1(t) = X_2(t) \quad (14)$$

式中 $X_2(t) = -k_1^2 x_1(t) - (k_2 - k_1) \tilde{x}_2(t) + \tilde{x}_3(t)$ 。

选取候选 Lyapunov 函数 $V_2(t)$ 为

$$V_2(t) = V_1(t) + \frac{1}{2} \tilde{x}_2^T(t) \tilde{x}_2(t) \quad (15)$$

进而, 根据式(9, 10), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & -k_1 x_1^T(t) x_1(t) - (k_2 - k_1) \tilde{x}_2^T(t) \cdot \\ & \tilde{x}_2(t) - (k_1^2 - 1) x_1^T(t) \tilde{x}_2(t) + \tilde{x}_2^T(t) \tilde{x}_3(t) \end{aligned} \quad (16)$$

根据引理1, 存在参数 $\epsilon_1 > 0$, 使得

$$-(k_1^2 - 1) x_1^T(t) \tilde{x}_2(t) \leq \frac{1}{2} \epsilon_1 x_1^T(t) x_1(t) + \frac{1}{2} \epsilon_1^{-1} (k_1^2 - 1)^2 \tilde{x}_2^T(t) \tilde{x}_2(t) \quad (17)$$

因此, 式(15)满足

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) \leq & -\left(k_2 - k_1 - \frac{1}{2} \epsilon_1^{-1} (k_1^2 - 1)^2\right) \tilde{x}_2^T(t) \cdot \\ & \tilde{x}_2(t) - \left(k_1 - \frac{1}{2} \epsilon_1\right) x_1^T(t) x_1(t) + \\ & \tilde{x}_2^T(t) \tilde{x}_3(t) \end{aligned} \quad (18)$$

第3步 由于无人直升机控制过程中需要保持其滚转角和俯仰角在适当的范围内, 以确保不发生倾覆。注意到俯仰角 $\theta(t)$ 和滚转角 $\phi(t)$ 是由 $x_3(t)$ 表出, 故而控制过程中, 约束状态 $\tilde{x}_3(t)$ 可以实现对姿态角 $\theta(t)$ 和 $f(t)$ 的约束。定义 $\chi_3(t)$ 为虚拟控制律, $\tilde{x}_4(t) = x_4(t) - \chi_3(t)$ 为跟踪误差, 其中

$$\chi_3(t) = -k_2 [-k_1^2 x_1(t) - (k_2 - k_1) \tilde{x}_2(t) + \tilde{x}_3(t)] - k_3 \tilde{x}_3(t) - \mathbf{A}^{-1}(t) \tilde{x}_2(t) \quad (19)$$

式中: $\tilde{x}_3(t) = (\tilde{x}_{31}(t) \ \tilde{x}_{32}(t) \ \tilde{x}_{33}(t))^T, k_3 > 0, \rho_1 > 0$,

$$\mathbf{A}(t) = \text{diag} \left\{ \frac{1}{\rho_1^2 - \tilde{x}_{31}^2(t)}, \frac{1}{\rho_1^2 - \tilde{x}_{32}^2(t)}, \frac{1}{\rho_1^2 - \tilde{x}_{33}^2(t)} \right\}$$

根据系统(式(4)), $\tilde{x}_3(t)$ 的动态方程为

$$\dot{\tilde{x}}_3(t) = \dot{x}_3(t) - \dot{\chi}_2(t) = X_3(t) \quad (20)$$

$$X_3(t) = \tilde{x}_4(t) - \mathbf{A}^{-1}(t) \tilde{x}_2(t) - k_3 \tilde{x}_3(t) \quad (21)$$

为此, 选取候选障碍 Lyapunov 函数为

$$V_3(t) = V_2(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \ln \frac{\rho_i^2}{\rho_i^2 - \tilde{x}_{3i}^2(t)} \quad (22)$$

根据式(22), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) \leq & -\left(k_2 - k_1 - \frac{1}{2} \epsilon_1^{-1} (k_1^2 - 1)^2\right) \tilde{x}_2^T(t) \cdot \\ & \tilde{x}_2(t) - \left(k_1 - \frac{1}{2} \epsilon_1\right) x_1^T(t) x_1(t) + \tilde{x}_2^T(t) \tilde{x}_3(t) + \\ & \tilde{x}_3^T(t) \mathbf{A}(t) \{ \tilde{x}_4(t) + \chi_3(t) + k_2 [-k_1^2 x_1(t) - \\ & (k_2 - k_1) \tilde{x}_2(t) + \tilde{x}_3(t)] \} \end{aligned} \quad (23)$$

因而, 由式(20)和式(23), 可导出

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) \leq & -\left(k_1 - \frac{1}{2} \epsilon_1\right) x_1^T(t) x_1(t) - \\ & \left(k_2 - k_1 - \frac{1}{2} \epsilon_1^{-1} (k_1^2 - 1)^2\right) \tilde{x}_2^T(t) \tilde{x}_2(t) - \\ & k_3 \tilde{x}_3^T(t) \mathbf{A}(t) \tilde{x}_3(t) + \tilde{x}_3^T(t) \mathbf{A}(t) \tilde{x}_4(t) \end{aligned} \quad (24)$$

第4步 根据式(8), 可得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_4(t) = & F_1(t) - k_2 k_1^2 X_1(t) + [\mathbf{A}^{-1}(t) - \\ & k_2 (k_2 - k_1) \mathbf{I}] X_2(t) + (k_2 \mathbf{I} + k_3 \mathbf{I}) X_3(t) + \\ & \mathbf{A}^{-1}(t) \tilde{x}_2(t) \end{aligned} \quad (25)$$

此时, 控制器 $F_1(t)$ 设计为

$$\begin{aligned} F_1(t) = & F_{1a}(t) + k_2 k_1^2 X_1(t) - (k_2 \mathbf{I} + \\ & k_3 \mathbf{I}) X_3(t) - [\mathbf{A}^{-1}(t) - k_2 (k_2 - \\ & k_1) \mathbf{I}] X_2(t) - \mathbf{A}^{-1}(t) \tilde{x}_2(t) \end{aligned} \quad (26)$$

式中 $F_{1a}(t)$ 为在后续步骤中涉及的附加控制律。此时, $\tilde{x}_4(t)$ 的动态方程为

$$\dot{\tilde{x}}_4(t) = F_{1a}(t) \quad (27)$$

选取候选 Lyapunov 函数 $V_4(t)$ 为

$$V_4(t) = V_3(t) + \frac{1}{2} \tilde{x}_4^T(t) \tilde{x}_4(t) \quad (28)$$

根据式(27, 28), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) \leq & -\left(k_1 - \frac{1}{2} \epsilon_1\right) x_1^T(t) x_1(t) - (k_2 - k_1 - \\ & \frac{1}{2} \epsilon_1^{-1} (k_1^2 - 1)^2) \tilde{x}_2^T(t) \tilde{x}_2(t) - k_3 \tilde{x}_3^T(t) \mathbf{A}(t) \cdot \\ & \tilde{x}_3(t) + \tilde{x}_3^T(t) \mathbf{A}(t) \tilde{x}_4(t) + \tilde{x}_4^T(t) F_{1a}(t) \end{aligned} \quad (29)$$

设计附加控制器 $F_{1a}(t)$ 为

$$F_{1a}(t) = -k_4 \tilde{x}_4(t) - \mathbf{A}(t) \tilde{x}_3(t) \quad (30)$$

式中 $k_4 > 0$ 。因此, 式(29)满足

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) \leq & -\left(k_2 - k_1 - \frac{1}{2} \epsilon_1^{-1} (k_1^2 - 1)^2\right) \tilde{x}_2^T(t) \cdot \\ & \tilde{x}_2(t) - \left(k_1 - \frac{1}{2} \epsilon_1\right) x_1^T(t) x_1(t) - \\ & k_3 \tilde{x}_3^T(t) \mathbf{A}(t) \tilde{x}_3(t) - k_4 \tilde{x}_4^T(t) \tilde{x}_4(t) \end{aligned} \quad (31)$$

第 5 步 定义 $\chi_4(t)$ 为虚拟控制律,跟踪误差为 $\tilde{x}_6(t) = x_6(t) - \chi_4(t)$,其中

$$\chi_4(t) = -k_5 x_5(t) \quad (32)$$

式中 $k_5 > 0$ 。根据系统(式(8)), $x_5(t)$ 的动态方程为

$$\dot{x}_5(t) = -k_5 x_5(t) + \tilde{x}_6(t) \quad (33)$$

选取候选 Lyapunov 函数 $V_5(t)$ 为

$$V_5(t) = \frac{1}{2} x_5^T(t) x_5(t) \quad (34)$$

根据式(32,34),可得

$$\dot{V}_5(t) = -k_5 x_5^T(t) x_5(t) + x_5^T(t) \tilde{x}_6(t) \quad (35)$$

第 6 步 根据式(8),可知

$$\dot{\tilde{x}}_6(t) = \dot{x}_6(t) - \dot{\chi}_4(t) = F_2(t) + k_5[-k_5 x_5(t) + \tilde{x}_6(t)] \quad (36)$$

控制器 $F_2(t)$ 的设计形式为

$$F_2(t) = k_5^2 x_5(t) - k_5 \tilde{x}_6(t) + F_{2a}(t) \quad (37)$$

式中 $F_{2a}(t)$ 为待设计的附加控制器。

选取候选 Lyapunov 函数 $V_6(t)$ 为

$$V_6(t) = V_5(t) + \frac{1}{2} \tilde{x}_6^T(t) \tilde{x}_6(t) \quad (38)$$

由式(35,36,38),得

$$\dot{V}_6(t) = \dot{V}_5(t) + \tilde{x}_6^T(t) F_{2a}(t) \quad (39)$$

因此, $F_{2a}(t)$ 设计为

$$F_{2a}(t) = -k_6 \tilde{x}_6(t) - x_5(t) \quad (40)$$

式中 $k_6 > 0$ 。因此,式(39)满足

$$\dot{V}_6(t) = -k_5 x_5^T(t) x_5(t) - k_6 \tilde{x}_6^T(t) \tilde{x}_6(t) \quad (41)$$

根据上述分析,无人直升机的状态约束控制器可通过系统(式(8))和控制律(式(26,30,37,40))实现。

3.2 闭环系统稳定性分析

基于前两节的讨论,本文将通过定理 1 呈现闭环系统的稳定性分析过程。

定理 1 针对系统(式(8))设计控制器(式(26,30,37,40)),若存在参数 $k_i > 0, \epsilon_1 > 0, i = 1, 2, \dots, 6, m = 1, 2$,且满足

$$0 < \bar{k}_1 \leq k_1 - \frac{1}{2} \epsilon_1, 0 < \bar{k}_2 \leq k_2 - k_1$$

则闭环误差系统状态能够收敛在期望的范围内。

证明 选取候选 Lyapunov 函数为

$$V(t) = V_4(t) + V_6(t) \quad (42)$$

根据式(29,41),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\left(k_1 - \frac{1}{2} \epsilon_1\right) x_1^T(t) x_1(t) - \\ & \left(k_2 - k_1 - \frac{1}{2} \epsilon_1^{-1} (k_1^2 - 1)^2\right) \tilde{x}_2^T(t) \tilde{x}_2(t) - \\ & k_3 \tilde{x}_3^T(t) \mathbf{A}(t) \tilde{x}_3(t) - k_4 \tilde{x}_4^T(t) \tilde{x}_4(t) - \\ & k_5 x_5^T(t) x_5(t) - k_6 \tilde{x}_6^T(t) \tilde{x}_6(t) \end{aligned} \quad (43)$$

因此,根据引理 2,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\bar{k}_1 x_1^T(t) x_1(t) - \bar{k}_2 \tilde{x}_2^T(t) \tilde{x}_2(t) - \\ & k_3 \sum_{i=1}^3 \ln \frac{\rho_i^2}{\rho_i^2 - \tilde{x}_{3i}^2(t)} - k_4 \tilde{x}_4^T(t) \tilde{x}_4(t) - \\ & k_5 x_5^T(t) x_5(t) - k_6 \tilde{x}_6^T(t) \tilde{x}_6(t) \end{aligned} \quad (44)$$

取 $\lambda = \min \{\bar{k}_1, \bar{k}_2, k_3, k_4, k_5, k_6\}$,因此

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda V(t) \quad (45)$$

根据式(42,45),系统(式(8))的状态在设计控制器作用下能够收敛到期望的有界范围内。

4 数值仿真

采用已有文献[23]中的部分无人直升机数据,对本文提到的方法进行验证。无人直升机的相关参数如表 1 所示。

表 1 无人直升机相关参数

Table 1 Parameters of unmanned helicopters

参数	数值
无人机的质量 m/kg	800
滚动惯性旋转力矩 $J_{xx}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	358.4
俯仰惯性旋转力矩 $J_{yy}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	777.9
偏航惯性旋转力矩 $J_{zz}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	601.4
主旋翼中心到直升机质心在 x 轴上的距离 L_x/mm	50
主旋翼中心到直升机质心在 y 轴上的距离 L_y/mm	10
主旋翼中心到直升机质心在 z 轴上的距离 L_z/mm	2 100
尾桨中心到直升机质心在 x 轴上的距离 H_x/mm	400
尾桨中心到直升机质心在 z 轴上的距离 H_z/mm	70
俯仰和滚转力矩强度系数 $C_m/(\text{N}\cdot\text{rad}^{-1})$	52
主旋翼扭矩系数 $C_k/(\text{mm}\cdot\text{N}^{-\frac{1}{2}})$	30
主旋翼扭矩系数 $D_k/(\text{N}\cdot\text{m})$	4.4

图 2 为无人直升机的实际轨迹曲线和期望轨迹曲线,无人直升机的期望位置轨迹选取为

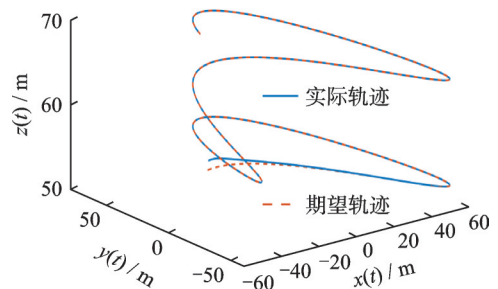


图 2 无人直升机的位置轨迹

Fig.2 Position trajectory of unmanned helicopter

$$P_r(t) = \begin{cases} 50\sin(0.1t) \\ 60\cos(0.2t) \\ 50 + 0.2t \end{cases}$$

可以看出,在设计的部分姿态约束飞行控制器作用下,经过短距离调整,无人直升机能够良好地

完成跟踪到预设轨迹的任务。无人直升机系统的控制输入如图3所示。结果显示,主旋翼纵向和横向挥舞角($a(t)$ 和 $b(t)$)以及主旋翼和尾桨拉力($T_m(t)$ 和 $T_r(t)$)的输入信号的仿真在合理的范围内。图4为无人直升机的偏航角的期望值($\varphi(t)$)和跟踪信号($\varphi_d(t)$)曲线,期望的偏航角设定为 $\varphi_r(t)=0.1$ rad。从图中可以看出,经过4 s后,无人直升机偏航角跟踪到预设值。无人直升机系统的中间控制变量如图5所示,即俯仰角($\theta(t)$)和滚转角($\phi(t)$)。在考虑了部分姿态约束的性能控制后,两个变量都在合理可控的有界范围之内,可以避免飞行过程中出现的滚转角和俯仰角过大,从而导致无人直升机倾覆和侧翻的情况发生。

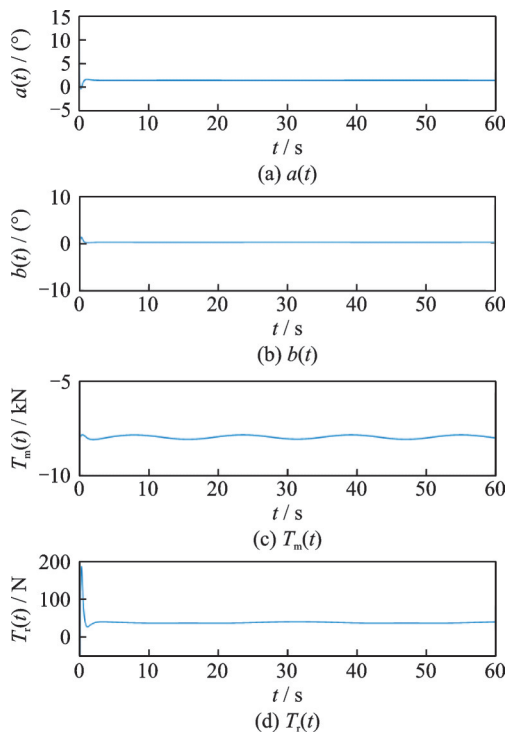


图3 无人直升机的控制输入曲线

Fig.3 Input curves of unmanned helicopter

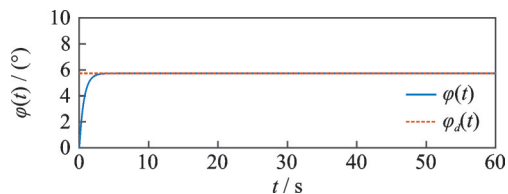


图4 无人直升机的偏航角曲线

Fig.4 Yaw angle curves of unmanned helicopter

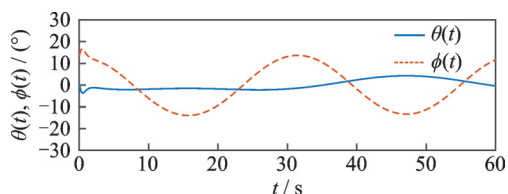


图5 无人直升机的滚转角和俯仰角曲线

Fig.5 Roll and yaw angle curves of unmanned helicopter

为了证明针对无人直升机所提出的部分姿态约束控制方案的先进性,本文与采用一种基于常规的非线性控制器设计方法设计的不做姿态约束的飞行控制器做对比。这种典型的控制方法使用反步控制法,并且未采用姿态约束控制策略。仿真结果如图6、7所示,分别采用部分姿态约束控制器和常规的反步控制器对无人机姿态角进行对比,可以看到,在相同条件下,部分姿态约束控制器的作用下,无人直升机的姿态角($\theta(t)$ 和 $\phi(t)$)信号曲线拥有更小的超调量和更短、快的响应速度,说明本文设计的部分姿态约束控制策略具有较好的动态性能,提升了无人直升机的飞行控制性能,相比常规控制方案优势明显。这一优势在各种复杂飞行任务中尤为明显,为无人直升机的实际应用提供了更加可靠和高效的控制解决方案。

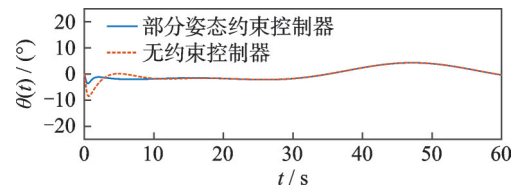


图6 无人直升机的俯仰角曲线

Fig.6 Pitch angle curves of unmanned helicopter

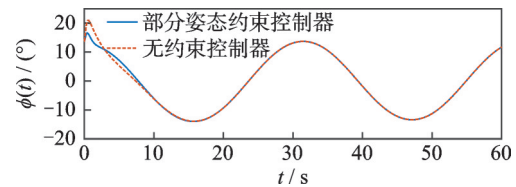


图7 无人直升机的滚转角曲线

Fig.7 Roll angle curves of unmanned helicopter

5 结 论

本文探讨了无人直升机的部分姿态约束飞行控制,在设计飞行控制器时考虑了无人直升机的全部自由度,重点关注姿态状态的限制问题。旨在确保无人直升机平稳跟踪期望目标的同时,将姿态状态控制在安全飞行的合理范围内,仿真算例验证了所提控制策略的合理性。

参考文献:

- [1] 杨一栋. 直升机飞行控制[M]. 第3版. 北京: 国防工业出版社, 2015.
YANG Yidong. Helicopter flight control[M]. The 3rd ed. Beijing: National Defense Industrial Press, 2015.
- [2] 王永虎. 直升机飞行原理[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2017.
WANG Yonghu. Helicopter flight principles[M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 2017.

- [3] YAN K, CHEN H, CHEN C, et al. Time-varying gain extended state observer-based adaptive optimal control for disturbed unmanned helicopter[J]. ISA Transactions, 2024, 148: 1-11.
- [4] 张庆新,郝晨乐,朱金旭.基于MPC和ESO的无人直升机姿态控制[J].飞行力学,2022,40(5):53-58.
ZHANG Qingxin, HAO Chenle, ZHU Jinxu. Attitude control for unmanned helicopter based on model predictive control and extended state observe[J]. Flight Dynamics, 2022, 40(5): 53-58.
- [5] LI Y, HUANG Y, LIU H, et al. Full state constrained flight tracking control for helicopter systems with disturbances[J]. Aerospace, 2023, 10(5): 471.
- [6] XIAN B, GU X, PAN X. Data driven adaptive robust attitude control for a small size unmanned helicopter [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 177: 109205.
- [7] LI Y, CHEN M, GE S S, et al. Anti-disturbance control for attitude and altitude systems of the helicopter under random disturbances[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 96: 105561.
- [8] CHEN M, LI Y. Model reference resilient control for the helicopter with time-varying disturbance[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2019, 29(15): 5095-5117.
- [9] LI Y, CHEN M, LI T, et al. Tracking control for the helicopter with time-varying disturbance and input stochastic perturbation[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2020, 234(4): 961-976.
- [10] HU H, CAO J. Practical tracking control for dual-arm robot with output constraints[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2022, 20(10): 3264-3273.
- [11] ZHU Z, ZHAO H, SUN H, et al. Diffeomorphism-based robust bounded control for permanent magnet linear synchronous motor with bounded input and position constraints[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2023, 19(4): 5387-5399.
- [12] CHEN J, HUA C. Adaptive full-state-constrained control of nonlinear systems with deferred constraints based on nonbarrier Lyapunov function method[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(8): 7634-7642.
- [13] LI Y, WU L, HU Y. Fault-tolerant control for nonlinear switched system with unknown control coefficients and full-state constraints[J]. Information Sciences, 2022, 582: 750-766.
- [14] LUO X, MU D, WANG Z, et al. Adaptive full-state constrained tracking control for mobile robotic system with unknown dead-zone input[J]. Neurocomputing, 2023, 524: 31-42.
- [15] LIU Y, GONG M, LIU L, et al. Fuzzy observer constraint based on adaptive control for uncertain nonlinear MIMO systems with time-varying state constraints [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(3): 1380-1389.
- [16] REN B, GE S S, TEE K P, et al. Adaptive neural control for output feed-back nonlinear systems using a barrier Lyapunov function[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21(8): 1339-1345.
- [17] TEE K P, GE S S, TAY E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. Automatica, 2009, 45(4): 918-927.
- [18] WANG Y, ZHANG J, ZHANG H, et al. Adaptive fuzzy output-constrained control for nonlinear stochastic systems with input delay and unknown control coefficients[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(11): 5279-5290.
- [19] LI Y, CHEN M, SHI P, et al. Stochastic antidisturbance flight control for helicopter systems with switching disturbances under Markovian parameters[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59(3): 2933-2946.
- [20] YAN K, CHEN M, WU Q, et al. Robust attitude fault-tolerant control for unmanned autonomous helicopter with flapping dynamics and actuator faults[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2019, 41(5): 1266-1277.
- [21] CHEN M, CHEN W. Disturbance-observer-based robust control for time delay uncertain systems[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2010, 8(2): 445-453.
- [22] RAPTIS I A, VALAVANIS K P, MO-RENO W A. A novel nonlinear back-stepping controller design for helicopters using the rotation matrix[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2011, 19(2): 465-473.
- [23] YAN K, WU Q, CHEN M. Robust adaptive back-stepping control for unmanned autonomous helicopter with flapping dynamics[C]//Proceedings of the 2017 13th IEEE International Conference on Control & Automation (ICCA).[S.l.]:IEEE, 2017.