

DOI:10.16356/j.1005-2615.2024.06.007

具有不确定性的倾转旋翼机过渡模式模糊控制设计

阎坤¹, 牛梦瑶¹, 陈超波¹, 沈海东²

(1. 西安工业大学电子信息工程学院, 西安 710000; 2. 南京航空航天大学自动化学院, 南京 211106)

摘要: 针对存在未知不确定性的倾转旋翼机从直升机模式到固定翼模式的模型切换稳定性问题, 提出了基于模型依赖平均驻留时间方法的模糊自适应切换控制策略。首先, 建立了倾转旋翼机的纵向运动系统模型。其次, 针对倾转旋翼机过渡过程存在的未知不确定性, 采用模糊逻辑系统对其不确定项进行逼近; 针对存在不确定性的倾转旋翼机平稳切换问题, 提出了模糊自适应鲁棒飞行控制策略, 并从理论分析层面严格证明了所提出控制器的有效性。最后, 仿真结果表明所提出的控制方法能够有效地实现倾转旋翼机模式转换过程中的轨迹跟踪, 提升了飞行器的操控性和稳定性。

关键词: 倾转旋翼机; 模型依赖平均驻留时间; 模糊逻辑系统; 未知不确定性; 模型参考自适应

中图分类号: V32; O231.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2024)06-1048-09

Transition Mode Fuzzy Control Design of Tilt-Rotor Aircraft with Uncertainty

YAN Kun¹, NIU Mengyao¹, CHEN Chaobo¹, SHEN Haidong²

(1. College of Electronic Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710000, China; 2. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: In order to guarantee the model switching stability of uncertain tilt-rotor aircraft from the helicopter mode to the fixed-wing mode, a fuzzy adaptive switching control strategy is proposed based on the model-dependent average residence dwell time method. Firstly, the longitudinal motion system model of tilt-rotor aircraft is established. Secondly, the fuzzy logic system is constructed to approximate and handle the unknown uncertainty in the mode transition process of tilt-rotor aircraft. The fuzzy adaptive robust flight control strategy is presented to ensure the smooth switching of tilt-rotor aircraft, and the effectiveness of the proposed controller is strictly proved via the theoretical analysis. Finally, the simulation results show that the proposed control method can effectively realize the trajectory tracking in the mode transition process of tilt-rotor aircraft, and improve the maneuverability and stability of the aircraft.

Key words: tilt-rotor aircraft; model dependent average dwell time; fuzzy logic system; unknown uncertainty; model reference adaptivity

倾转旋翼机作为一种新型飞行器, 独特之处在于机翼两端均配备有可倾转旋翼和短舱组件, 使其同时具备了直升机和固定翼飞机的功能, 在各种应用场景中展现出无可比拟的优势^[1-3]。在

军事领域, 倾转旋翼机能够在短时间内迅速响应作战需求, 通过垂直起降功能快速部署到指定区域, 并执行侦察、打击和运输等多样化任务。在民用领域, 倾转旋翼机能够突破固定翼飞机对起降

基金项目: 国家自然科学基金项目(62103315, 62303367); 教育部“春晖计划”合作科研项目(HZKY20220523); 2023年陕西高校青年创新团队项目(2023997); 信息融合技术教育部重点实验室基金项目(202312-IFTKFKT-007)。

收稿日期: 2024-06-05; **修订日期:** 2024-10-15

通信作者: 陈超波, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: chenchaobo@xatu.edu.cn。

引用格式: 阎坤, 牛梦瑶, 陈超波, 等. 具有不确定性的倾转旋翼机过渡模式模糊控制设计[J]. 南京航空航天大学学报, 2024, 56(6): 1048-1056. YAN Kun, NIU Mengyao, CHEN Chaobo, et al. Transition mode fuzzy control design of tilt-rotor aircraft with uncertainty[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(6): 1048-1056.

场地的限制,为地形复杂、基础设施薄弱的地区提供便捷的空中运输服务。此外,倾转旋翼机还可应用于紧急救援、地质勘探和科学研究等领域。然而,在过渡模式过程中,倾转旋翼机的短舱倾角会发生倾转,导致整个系统气动特性发生变化,机翼和旋翼之间的相互作用会增强,飞行器在各通道间产生耦合,这增加了过渡段控制器设计的复杂性。

为保证飞行器在不同模式间实现安全平稳地过渡,国内外众多学者对这一问题进行了探索。国外对倾转旋翼机的研究起步较早,文献[4-6]建立了倾转旋翼机的纵向三自由度刚体模型并对其进行简化。文献[7-8]针对倾转旋翼机从垂直飞行到水平飞行的稳定过渡问题,提出了基于反步法的非线性控制策略。文献[9-10]针对倾转旋翼机过渡过程中存在不确定性或干扰问题,提出了神经网络自适应的非线性控制方法。近年来,中国也逐渐认识到倾转旋翼机研发的重要性并加强了研究力度,取得了显著性地突破。文献[11-12]采用分体法建立了倾转旋翼机的动力学模型并配平线性化。文献[13-14]针对倾转旋翼机从直升机模式到固定翼模式的平稳过渡问题,分别提出了比例积分微分(Proportional integral derivative, PID)控制结合模糊整定技术的控制策略和总距余弦操纵分配方法。文献[15-16]建立了倾转旋翼机过渡模式的状态空间切换系统模型,分别提出了基于平均驻留时间的有限时间镇定控制方法和基于平均驻留时间的 H_∞ 鲁棒全局一致渐进稳定控制方法。然而,由于各种复杂的环境条件和机械特性,倾转旋翼机在实际飞行过程中会不可避免地遇到一系列不确定因素。为了确保倾转旋翼机的稳定飞行和安全性,必须充分考虑并妥善处理这些不确定性因素。对于含有不确定的系统,模糊控制^[17-20]是主要处理方式。它具有无需精确数学模型、鲁棒性强、易于理解和实现、适用于复杂系统以及符合人类思维逻辑等优点。文献[21-22]均针对存在不确定性和故障的系统,分别提出了容错自适应的姿态跟踪控制策略和基于模糊集故障估计的主动容错控制器。文献[23]针对在任意切换条件下不确定非线性切换纯反馈系统,提出了一种鲁棒自适应神经网络控制方法。文献[24-25]针对非线性未知系统,结合模糊逻辑系统分别提出了基于输出反馈的故障调节方法和基于状态反馈的鲁棒控制策略。然而,目前关于具有未知不确定性的倾转旋翼机安全平稳切换控制问题,还少有研究。

因此,本文针对倾转旋翼机从直升机模式到固定翼模式的的安全切换问题,提出了基于模型依赖

平均驻留时间的鲁棒自适应控制策略。本文的创新点在于倾转旋翼飞行器的过渡段引入由参数摄动导致的不确定项,采用模糊自适应对其进行实时处理,设计了基于模型参考的模糊自适应控制器,最终结合Lyapunov理论证明了整个闭环系统的稳定性。

1 系统描述和问题说明

选取XV-15倾转旋翼机为研究对象,其结构图如图1所示。根据空气动力学及牛顿第二定律,倾转旋翼机的纵向非线性动力学模型^[26-27]可表示为

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = -qw - g \sin \theta + F_x/m \\ \dot{w} = qu_1 + g \cos \theta + F_z/m \\ \dot{q} = M_y/I_y \\ \dot{\theta} = q \end{cases} \quad (1)$$

式中: u_1 和 w 分别为飞行器在机体坐标系下前向速度和垂向速度; q 和 θ 分别为俯仰角速率和俯仰角; I_y 和 M_y 分别为飞行器在机体坐标系下绕在 y 轴的惯性矩和合力产生的力矩; F_x 和 F_z 分别为机体所受到的合力在机体坐标系 x 轴上的分量和 z 轴上的分量; m 为倾转旋翼机的质量, g 为重力加速度。



图1 XV-15倾转旋翼机

Fig. 1 XV-15 tiltrotor aircraft

倾转旋翼机气动力 F_x 、 F_z 及气动力矩 M_y 方程为^[28]

$$F_x = X_{u_1} u_1 + X_w w + X_q q + X_{\delta_c} \delta_c + X_{\delta_e} \delta_e \quad (2)$$

$$F_z = Z_{u_1} u_1 + Z_w w + Z_q q + Z_{\delta_c} \delta_c + Z_{\delta_e} \delta_e \quad (3)$$

$$M_y = M_{u_1} u_1 + M_w w + M_q q + M_{\delta_c} \delta_c + M_{\delta_e} \delta_e \quad (4)$$

式中: X_{u_1} 、 X_w 、 X_q 、 X_{δ_c} 、 X_{δ_e} 、 Z_{u_1} 、 Z_w 、 Z_{δ_c} 和 Z_{δ_e} 为气动力系数; M_{u_1} 、 M_w 、 M_q 、 M_{δ_c} 和 M_{δ_e} 为气动力矩系数,具体描述参见文献[29]; δ_c 为总距操纵量; δ_e 为升降舵操纵量。

令 $\Delta x = [\Delta u_1, \Delta w, \Delta q, \Delta \theta]^T$, $\Delta u = [\Delta \delta_c, \Delta \delta_e]^T$, 对倾转旋翼机纵向非线性模型(1)进行小扰动线性化,可得

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u \quad (5)$$

式中: $A \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$ 为系统状态矩阵; $B \in \mathbf{R}^{4 \times 2}$ 为操纵导数矩阵, 二者的具体表达式为

$$A = \begin{bmatrix} \frac{X_{u_1}}{m} & \frac{X_w}{m} & \frac{X_q}{m} - \omega_0 & -g \\ \frac{Z_{u_1}}{m} & \frac{Z_w}{m} & \frac{Z_q}{m} - u_{10} & 0 \\ \frac{M_{u_1}}{I_y} & \frac{M_w}{I_y} & \frac{M_q}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{X_{\delta_c}}{m} & \frac{X_{\delta_e}}{m} \\ \frac{Z_{\delta_c}}{m} & \frac{Z_{\delta_e}}{m} \\ \frac{M_{\delta_c}}{I_y} & \frac{M_{\delta_e}}{I_y} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

在过渡过程, 倾转旋翼机的短舱倾角 β_M 按一定规律变化 ($0 \sim 90^\circ$ 变化)^[30]。随着 β_M 的改变, I_y 也随之变化, 它们之间的关系可以用线性关系近似表示为 $I_y = I_{y0} - K\beta_M$ 。其中, I_{y0} 为初始惯性矩, $K = 11.24$, ω_0 和 u_{10} 分别为飞行器在机体坐标系下初始前飞速度和垂向速度。

本文旨在设计鲁棒自适应飞行控制器, 保证在未知不确定性存在的情况下, 倾转旋翼机的输出能够精确且稳定地跟踪参考模型系统。

为实现倾转旋翼机跟踪控制器的稳定性, 给出以下定义与引理。

定义 1^[31] 若给定的切换信号 $i \in M, T \geq t \geq 0$, 如果存在正数 N_0 和 τ_{ap} 满足

$$N_i(t, T) \leq N_0 + \frac{T_i(t, T)}{\tau_{ap}} \quad \forall T \geq t \geq 0 \quad (7)$$

则 τ_{ap} 为系统的模型依赖平均驻留时间。其中, $N_i(t, T)$ 为切换系统在 $[t, T]$ 内的切换次数, $T_i(t, T)$ 为第 i 个子系统的运行总时长。

定义 2^[32] 在已知控制输入 $u(t)$ 和切换信号 $\sigma(t)$ 的作用下, 如果切换系统的状态 $e(t)$ 满足

$$\|e(t)\| \leq \alpha e^{-\lambda(t-t_0)} \|e(t_0)\| \quad \forall t \geq t_0 \quad (8)$$

式中: $\alpha > 0, \lambda > 0$ 为常数。则切换系统(21)是全局一致指数稳定的。

引理 1^[32] 对于连续切换系统, 给定常数 $\lambda_i > 0, \mu_i > 1$, 假设存在 C^1 函数 $V_i(e(t)), \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$, 即 k_∞ 函数 k_{1i}, k_{2i} , 对 $\forall i \in Z$, 若有

$$k_{1i}(\|e(t)\|) \leq V_i(e(t)) \leq k_{2i}(\|e(t)\|) \quad (9)$$

$$\dot{V}_i(e(t)) \leq -\lambda_i V_i(e(t)) \quad (10)$$

并且 $\forall (t_i = m, t_i^- = n) \in M \times M, m \neq n$

$$V_m(e(t_i)) \leq \mu_m V_n(e(t_i)) \quad (11)$$

且

$$\tau_{ap} \geq \tau_{api} = \frac{\ln \mu_i}{\lambda_i} \quad (12)$$

那么这个切换系统对于所有的切换信号是全局一致指数稳定的。

引理 2^[33] 模糊逻辑系统具有对非线性函数的连续逼近能力。选取单点模糊化、中心加权平均解模糊化、乘积推理和如下模糊规则:

R^l : If u_1 is F_1^l and w is F_2^l and q is F_3^l and θ is F_4^l , then y is G^l . $l = 1, 2, \dots, N$ 。其中, u_1, w, q, θ 为模糊系统的输入, y 为模糊系统的输出, N 为模糊规则个数, F_i^l 和 G^l 为两个模糊集合。构造出模糊逻辑系统

$$\Delta f(x) = W^T \varphi(x) + \varepsilon \quad (13)$$

式中: $\varphi(x) = [\psi_1(x), \psi_2(x), \dots, \psi_i(x)]^T, \varphi(x) \in \mathbf{R}^{N \times 1}, W \in \mathbf{R}^{4 \times N}$ 表示与基函数相对应的权重矩阵, x 表示模糊逻辑系统的输入量, ε 表示模糊逻辑系统逼近结果与实际输入量之间的逼近误差。

选取高斯函数作为模糊系统的基函数, 具体形式为

$$\psi_i(x) = \exp\left(-\frac{\|x - \gamma_i\|^2}{v_i}\right) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

式中: N 为模糊规则的数量; γ_i 和 v_i 分别表示对应的高斯函数的中心值及宽度。

2 控制器设计和稳定性分析

倾转旋翼机的过渡过程复杂, 单一的状态函数难以进行全面描述, 因此, 需要将过渡过程的飞行动力学模型构建为如下多个一般形式的切换系统, 借此描述线性化后倾转旋翼机过渡过程的飞行动态^[29]

$$\dot{x} = A_i x + B_i u \quad (15)$$

式中: $i: [0, +\infty) \rightarrow M = \{1, 2, \dots, m\}$ 为系统的切换信号; $x = [u_1, w, q, \theta]^T$ 为系统的状态量; $u = [\delta_c, \delta_e]^T$ 为系统的控制输入量; $A_i \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$ 为系统的状态矩阵, $B_i \in \mathbf{R}^{4 \times 2}$ 为系统的控制矩阵。

参考信号由已知参考模型生成^[34]

$$\dot{x}_r = A_r x_r + B_r r \quad (16)$$

式中: $x_r \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$ 为系统可观测状态量, $A_r \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$ 为系统矩阵且是 Hurwitz 矩阵, $B_r \in \mathbf{R}^{4 \times 2}$ 为参考模型控制矩阵, $r \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$ 为参考模型输入。

本研究所设计的模糊自适应控制器分为标称控制器和模糊逻辑补偿控制器两部分, 其控制流程图如图 2 所示。

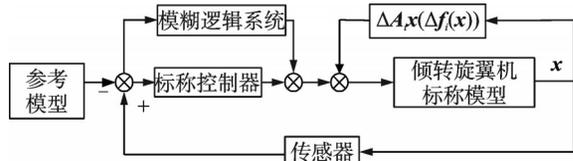


图 2 控制流程图

Fig.2 Control flow chart

其中,有关倾转旋翼机系统的不确定性 $\Delta A_i \cdot x(\Delta f_i(x))$ 的具体描述如下。

2.1 标称控制器设计

定义系统的状态跟踪误差为

$$e = x - x_r \quad (17)$$

式中 $x = [u_1, \omega, q, \theta]^T$ 为倾转旋翼机的 4 个状态量。

对状态跟踪误差 e 求导并将式(15,16)代入得

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_r = A_i x + B_i u - A_r x_r - B_r r \quad (18)$$

设计控制器为

$$u = K_{1i} x + K_{2i} r + K_{3i} e \quad (19)$$

式中: $K_{1i} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}, K_{2i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, K_{3i} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$ 为待设计的常值矩阵。

将控制器式(19)代入式(18)得

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{x}_r = \\ &A_i x + B_i (K_{1i} x + K_{2i} r + K_{3i} e) - A_r x_r - B_r r = \\ &(A_i + B_i K_{1i}) x - A_r x_r + B_i K_{2i} r - B_r r + B_i K_{3i} e \end{aligned} \quad (20)$$

根据已知参考模型矩阵 A_r 和 B_r 选取 K_{1i} 和 K_{2i} 满足 $A_r = A_i + B_i K_{1i}, B_r = B_i K_{2i}$, 则有

$$\dot{e} = (A_r + B_i K_{3i}) e \quad (21)$$

选取 Lyapunov 函数为

$$V_{1i} = e^T P_i e \quad (22)$$

式中 $P_i \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ 为待设计的正定对称矩阵。

求式(22)关于时间的导数可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1i} &= \dot{e}^T P_i e + e^T P_i \dot{e} = \\ &e^T \left[(A_r + B_i K_{3i})^T P_i + P_i (A_r + B_i K_{3i}) \right] e \end{aligned} \quad (23)$$

令 $Y_i = P_i^{-1}, X_i = K_{3i} P_i^{-1}$ 。则式(24)成立。

$$\begin{aligned} Y_i A_r^T + X_i^T B_i^T + A_r Y_i + B_i X_i + Y_i \lambda_i = \\ P_i^{-1} A_r^T + P_i^{-1} K_{3i}^T B_i^T + A_r P_i^{-1} + \\ B_i K_{3i} P_i^{-1} + P_i^{-1} \lambda_i = P_i^{-1} (A_r + B_i K_{3i})^T + \\ (A_r + B_i K_{3i}) P_i^{-1} + P_i^{-1} \lambda_i \end{aligned} \quad (24)$$

若存在矩阵 $P_i > 0, X_i > 0$, 使得不等式

$$\begin{aligned} P_i^{-1} (A_r + B_i K_{3i})^T + (A_r + B_i K_{3i}) P_i^{-1} + \\ P_i^{-1} \lambda_i \leq 0 \end{aligned} \quad (25)$$

成立, 则两边同时左乘右乘 P_i , 可得

$$(A_r + B_i K_{3i})^T P_i + P_i (A_r + B_i K_{3i}) + \lambda_i P_i \leq 0 \quad (26)$$

即

$$\dot{V}_{1i} \leq -\lambda_i V_{1i} \quad (27)$$

当 $t \in [t_k, t_{k+1}), i \in \sigma(t)$ 时, 对 t_k 到 t 进行积分, 可以得到

$$V_{1i}(e(t)) = V_{1\sigma(t)}(e(t)) \leq e^{-\lambda_i(t-t_k)} V_{1\sigma(t_k)}(e(t_k)) \quad (28)$$

结合不等式(7,11)得^[16,28]

$$V_{1i}(e(t)) \leq \mu_i^{N_0} e^{-\left(\lambda_i - \frac{\ln \mu_i}{\tau_{ap}}\right)(t-t_0)} V_{1\sigma(t_0)}(e(t_0)) \quad (29)$$

根据不等式(9)可得

$$\|e(t)\| \leq \alpha e^{-\left(\lambda_i - \frac{\ln \mu_i}{\tau_{ap}}\right)(t-t_0)} \|e(t_0)\| \quad (30)$$

由此, 得出 $V_{1i}(e(t))$ 以 $\rho = \lambda_i - \frac{\ln \mu_i}{\tau_{ap}}$ 为收敛

率收敛到平衡点, 也即控制器跟踪误差系统全局一致指数稳定。证毕。

2.2 考虑不确定性的自适应控制器设计

由于飞行模式转换、气动弹性耦合、传感器误差、飞行环境影响以及系统建模精度等因素, 倾转旋翼机过渡过程存在参数不确定的情况。考虑这种未知不确定性, 系统(15)表达式变为

$$\dot{x} = (A_i + \Delta A_i) x + B_i u \quad (31)$$

式中 ΔA_i 为不确定参数矩阵。

令 $\Delta A_i x = \Delta f_i(x)$, 则系统(式(31))等价于

$$\dot{x} = A_i x + B_i u + \Delta f_i(x) \quad (32)$$

此时, 系统(式(32))的跟踪误差

$$e = x - x_r \quad (33)$$

对跟踪误差 e 求导并将式(33,16)代入得

$$\begin{aligned} \dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_r = \\ A_i x + B_i u + \Delta f_i(x) - A_r x_r - B_r r \end{aligned} \quad (34)$$

根据引理 2, 系统中的不确定项 $\Delta f_i(x)$ 可用模糊逻辑系统描述为

$$\Delta f_i(x) = W_i^T \varphi(x) \quad (35)$$

将式(35)代入式(32)可得

$$\dot{x} = A_i x + B_i u + W_i^T \varphi(x) \quad (36)$$

控制器设计为

$$u = u_b + u_m \quad (37)$$

式中: $u_b = K_{1i} x + K_{2i} r + K_{3i} e$ 为标称控制器, $u_m = -K_{4i} \varphi(x)$ 为模糊自适应控制器, $K_{4i} \in \mathbb{R}^{4 \times l}$ 为待设计的常值矩阵。

将控制器(37)代入式(34)得

$$\begin{aligned} \dot{e} = A_i x + B_i (K_{1i} x + K_{2i} r + K_{3i} e - K_{4i} \varphi(x)) + \\ W_i^T \varphi(x) - A_r x_r - B_r r = \\ (A_i + B_i K_{1i}) x - A_r x_r + B_i K_{3i} e + B_i K_{2i} r - \\ B_r r + W_i^T \varphi(x) - B_i K_{4i} \varphi(x) \end{aligned} \quad (38)$$

式中: $K_{1i} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}, K_{2i} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 和 $K_{4i} \in \mathbb{R}^{4 \times l}$ 满足 $B_r = B_i K_{2i}, A_r = A_i + B_i K_{1i}$ 和 $W_i^T = B_i K_{4i}$ 。

由于 W_i^T 是未知参数, 所以使用 \hat{K}_{4i} 代替 K_{4i} 。

则 $\tilde{K}_{4i} = K_{4i} - \hat{K}_{4i}$

综合上述分析,倾转旋翼机的鲁棒飞行跟踪控制器设计可归纳为如下定理。

定理 1 考虑切换系统(式(31))中任意两个不同子系统 i 和 j , 给定常数 $\lambda_i > 0, \mu_i > 1, i \in S$, 若存在矩阵 $P_i > 0, X_i > 0$, 使得如下不等式

$$Y_i A_r^T + X_i^T B_i^T + A_r Y_i + B_i X_i + Y_i \lambda_i \leq 0 \quad (39)$$

$$P_i - \mu_i P_j \leq 0 \quad (40)$$

成立, 其中鲁棒控制器增益为 $K_{3i} = X_i P_i$, 则控制器可以渐进跟踪线性系统的状态。并且模型依赖平均驻留时间 τ_{ap} 满足

$$\tau_{ap} \geq \tau_{api} = \frac{\ln \mu_i}{\lambda_i} \quad (41)$$

证明: 选取 Lyapunov 函数为

$$V_{2i} = e^T P_i e + \frac{1}{2} \text{tr} \{ \tilde{K}_{4i}^T \Delta_i^{-1} \tilde{K}_{4i} \} \quad (42)$$

式中 $\Delta_i \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 为待设计的正定对称阵。

求式(42)关于时间的导数

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2i} = & \dot{e}^T P_i e + e^T P_i \dot{e} - \text{tr} \{ \tilde{K}_{4i}^T \Delta_i^{-1} \dot{\tilde{K}}_{4i} \} = \\ & [(A_r + B_i K_{3i})e + B_i \tilde{K}_{4i} \varphi(x)]^T P_i e + \\ & e^T P_i [(A_r + B_i K_{3i})e + B_i \tilde{K}_{4i} \varphi(x)] - \\ & \text{tr} \{ \tilde{K}_{4i}^T \Delta_i^{-1} \dot{\tilde{K}}_{4i} \} = e^T \left((A_r + B_i K_{3i})^T P_i + \right. \\ & \left. P_i (A_r + B_i K_{3i}) \right) e + 2e^T P_i B_i \tilde{K}_{4i} \varphi(x) - \\ & \text{tr} \{ \tilde{K}_{4i}^T \Delta_i^{-1} \dot{\tilde{K}}_{4i} \} \end{aligned} \quad (43)$$

\hat{K}_{4i} 的参数自适应更新律设计为

$$\dot{\hat{K}}_{4i} = 2\Delta_i B_i^T P_i e \varphi^T(x) + \Delta_i \lambda_i K_{4i} \quad (44)$$

将式(44)代入式(43)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2i} = & e^T \left((A_r + B_i K_{3i})^T P_i + P_i (A_r + B_i K_{3i}) \right) e + \\ & \lambda_i \text{tr} \{ \tilde{K}_{4i}^T \hat{K}_{4i} \} \leq e^T \left((A_r + B_i K_{3i})^T P_i + \right. \\ & \left. P_i (A_r + B_i K_{3i}) \right) e - \frac{1}{2} \lambda_i \| \tilde{K}_{4i} \|^2 + \frac{1}{2} \lambda_i \| K_{4i} \|^2 \end{aligned} \quad (45)$$

令 $Y_i = P_i^{-1}, X_i = K_{3i} P_i^{-1}$ 代入不等式(39), 可得

$$P_i^{-1} A_r^T + P_i^{-1} K_{3i}^T B_i^T + A_r P_i^{-1} + B_i K_{3i} P_i^{-1} + P_i^{-1} \lambda_i \leq 0 \quad (46)$$

整理得

$$P_i^{-1} (A_r + B_i K_{3i})^T + (A_r + B_i K_{3i}) P_i^{-1} + P_i^{-1} \lambda_i \leq 0 \quad (47)$$

不等式两边同时乘 P_i , 得

$$(A_r + B_i K_{3i})^T P_i + P_i (A_r + B_i K_{3i}) + \lambda_i P_i \leq 0 \quad (48)$$

根据式(45,48)可得

$$\dot{V}_{2i} \leq -\lambda_i e^T P_i e - \frac{1}{2} \lambda_i \| \tilde{K}_{4i} \|^2 \quad (49)$$

即

$$\dot{V}_{2i} \leq -\lambda_i V_{2i} \quad (50)$$

当 $t \in [t_k, t_{k+1}), i \in \sigma(t)$ 时, 对 t_k 到 t 进行积分,

可得

$$V_{2i}(e(T)) = V_{2\sigma(t)}(e(t)) \leq e^{-\lambda_i(t-t_k)} V_{2\sigma(t_k)}(e(t_k)) \quad (51)$$

结合不等式(7,11)得^[16,28]

$$V_{2i}(e(t)) \leq \mu_i^{N_0} e^{-\left(\lambda_i - \frac{\ln \mu_i}{\tau_{ap}}\right)(t-t_0)} V_{2\sigma(t_0)}(e(t_0)) \quad (52)$$

根据不等式(9)可得

$$\|e(t)\| \leq a e^{-\left(\lambda_i - \frac{\ln \mu_i}{\tau_{ap}}\right)(t-t_0)} \|e(t_0)\| \quad (53)$$

综上, 针对存在不确定性的倾转旋翼机构造的控制(37)可以跟踪模型参考系统(16)的状态。

3 仿真与分析

为验证设计的控制器的有效性, 选取 XV-15 作为仿真对象, 其质量 $m = 5897 \text{ kg}$, 重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。通过配平线性化处理, 最终选定短舱倾角 β_M 分别为 $0^\circ, 15^\circ, 44^\circ, 67^\circ, 90^\circ$ 的 5 个子系统。根据文献[28]获得 5 个子系统模型参数为

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.0069 & 0.0966 & -4.5930 & -9.8141 \\ -0.2743 & -0.1719 & 10.2850 & -0.0958 \\ -0.0006 & -0.0521 & -0.4185 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.0276 & 0.0564 & -0.3362 & -9.8098 \\ -0.2727 & -0.2616 & 15.8695 & 0.3057 \\ -0.0189 & -0.0504 & -0.4400 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0.0175 & 0.0599 & -0.3282 & -9.8121 \\ -0.2473 & -0.1799 & 11.3057 & 0.2184 \\ -0.0265 & -0.0419 & -0.3594 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -0.0372 & 0.0530 & 0.9101 & -9.8060 \\ -0.2948 & -0.3607 & 20.6065 & 0.4094 \\ -0.0141 & -0.0604 & -0.5285 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} -0.0286 & 0.0546 & 2.7467 & -9.7880 \\ -0.2919 & -0.6519 & 35.1242 & 0.7220 \\ -0.0116 & -0.0967 & -0.7532 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -1.8180 & 0.0618 \\ -40.7292 & -0.1226 \\ 1.1314 & -0.1737 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -2.9121 & 0.0033 \\ -41.2139 & -0.2655 \\ 1.5653 & -0.3613 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} -2.2763 & 0.0102 \\ -41.4604 & -0.1335 \\ 1.3257 & -0.1827 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} -3.4787 & -0.0081 \\ -41.6723 & -0.4524 \\ 1.7824 & -0.6141 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_5 = \begin{bmatrix} -5.0835 & -0.0869 \\ -47.2265 & -1.3405 \\ 2.2713 & -1.8125 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

选取初始状态量

$$x_0 = [u_0 \quad w_0 \quad q_0 \quad \theta_0]^T = [10 \quad 5 \quad -1 \quad 0]^T$$

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = 1.5$$

$$\lambda_1 = 0.1, \lambda_2 = 0.22, \lambda_3 = 0.15, \lambda_4 = 0.15, \lambda_5 = 0.17$$

$$\tau_{ap1} = 4.055, \tau_{ap2} = 1.843, \tau_{ap3} = 2.027, \tau_{ap4} = 2.027,$$

$$\tau_{ap5} = 2.385$$

$$\tau_{ap} \geq \tau_{ap5} = 4.055$$

取模型依赖平均驻留时间 $\tau_{ap} = 4.5$, 选择切换信号

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1 & t \in [0, 6) \\ 2 & t \in [6, 11) \\ 3 & t \in [11, 17.5) \\ 4 & t \in [17.5, 30) \\ 5 & t \in [30, 40) \end{cases}$$

图 3 是倾转旋翼机过渡过程的鲁棒控制切换图,展示了短舱倾角 β_M 分别为 0° 、 15° 、 44° 、 67° 、 90° 的 5 个子系统的运行时间及切换次序。

通过定理 1 求解 LMI 得控制器增益 K_{3i} 如下

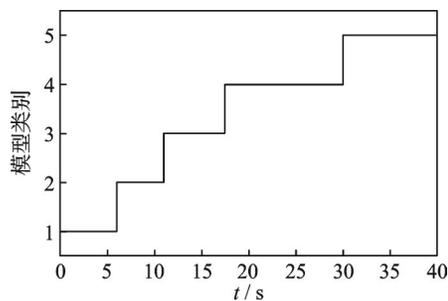


图 3 切换信号图

Fig.3 Switching signal diagram

$$K_{31} = \begin{bmatrix} 0.0092 & 0.0180 & 0.0169 & -0.0427 \\ -6.9970 & -6.4845 & 19.6990 & 54.4702 \end{bmatrix}$$

$$K_{32} = \begin{bmatrix} 0.1268 & -0.1324 & -0.2811 & -1.1615 \\ -3.9681 & 19.8319 & 12.1166 & 90.0374 \end{bmatrix}$$

$$K_{33} = \begin{bmatrix} -0.0165 & 0.1304 & 0.1323 & 0.0324 \\ -4.7502 & -9.4690 & -6.7190 & 47.1431 \end{bmatrix}$$

$$K_{34} = \begin{bmatrix} 0.0406 & -0.0065 & -0.0911 & -0.6160 \\ -3.1060 & 29.6070 & 7.4064 & 53.7911 \end{bmatrix}$$

$$K_{35} = \begin{bmatrix} -7.7851 & 25.0834 & 20.8097 & 55.9934 \\ -72.8332 & -103.3910 & 33.2250 & 149.0179 \end{bmatrix}$$

图 4~7 是未考虑不确定性时,分别采用本文

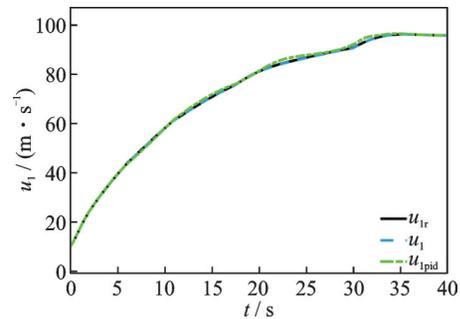


图 4 过渡过程前飞速度 u_1 跟踪对比图

Fig.4 Tracking comparison of forward speed u_1 in the transition process

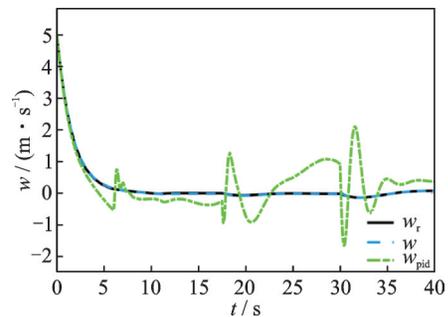


图 5 过渡过程垂向速度 w 跟踪对比图

Fig.5 Tracking comparison of longitudinal speed w in the transition process

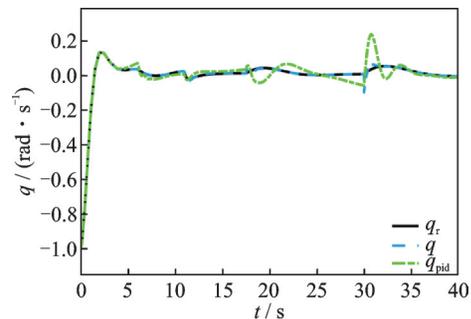


图 6 过渡过程俯仰角速率 q 跟踪对比图

Fig.6 Tracking comparison of roll pitch rate q in the transition process

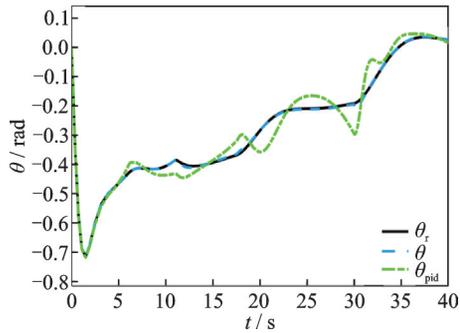


图7 PID控制下过渡过程俯仰角 θ 跟踪对比图

Fig.7 Tracking comparison of pitch angle θ in the transition process

控制的方法和PID控制时,倾转旋翼机的前飞速度 u_1 、垂向速度 w 、俯仰角速率 q 和俯仰角 θ 的跟踪模型参考系统的曲线对比图。其中,黑色线 u_{1r} 、 w_r 、 q_r 和 θ_r 代表的是参考模型的状态量;绿色线 u_{1pid} 、 w_{pid} 、 q_{pid} 和 θ_{pid} 代表的是PID控制下倾转旋翼机的状态量;蓝色线 u_1 、 w 、 q 和 θ 代表在本文所采用控制方法下倾转旋翼机的状态量。从图4~7中可以看出,采用PID控制时,由于在6、11、17.5和30s时系统发生切换,这些时刻飞速度 u_1 、垂向速度 w 、俯仰角速率 q 和俯仰角 θ 有较大波动;而采用本文控制方法,整体波动较小。而且从图4~7中可以很明显看出,采用本文控制方法的整体跟踪误差较小。这表明了所设计标称控制器的优越性。

假设倾转旋翼飞行器存在10%的参数不确定性,仿真参数 $\Delta_1 = \text{diag}\{3, 3\}$, $\Delta_2 = \text{diag}\{0.6, 0.6\}$, $\Delta_3 = \text{diag}\{0.8, 0.8\}$, $\Delta_4 = \text{diag}\{0.9, 0.9\}$, $\Delta_5 = \text{diag}\{1, 1\}$ 。

通过定理1求解LMI得控制器增益 P_i 如下

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.9015 & 0.0002 & -0.0713 & -0.1054 \\ 0.0002 & 0.8994 & -0.0088 & -0.0248 \\ -0.0713 & -0.0088 & 2.3311 & 3.6793 \\ -0.1054 & -0.2480 & 3.6793 & 9.3153 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 1.1912 & 0.0006 & -0.5185 & -1.8744 \\ 0.0006 & 1.0586 & 0.0287 & 0.0420 \\ -0.5185 & 0.0287 & 1.1698 & 3.3162 \\ -1.8744 & 0.0420 & 3.3162 & 22.2789 \end{bmatrix}$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 0.9191 & 0.0001 & -0.1349 & -0.2629 \\ 0.0001 & 0.9103 & -0.0004 & -0.0045 \\ -0.1349 & -0.0004 & 2.2325 & 3.5787 \\ -0.2629 & -0.0045 & 3.5787 & 9.4057 \end{bmatrix}$$

$$P_4 = \begin{bmatrix} 1.1653 & 0.0007 & -0.5067 & -1.6985 \\ 0.0007 & 1.0523 & 0.0342 & 0.0457 \\ -0.5067 & 0.0342 & 1.1585 & 0.0457 \\ -1.6985 & 0.0457 & 3.1988 & 21.4641 \end{bmatrix}$$

$$P_5 = \begin{bmatrix} 1.1378 & 0.0026 & -0.4863 & -1.5240 \\ 0.0026 & 1.0337 & 0.0414 & 0.0283 \\ -0.4863 & 0.0414 & 1.1399 & 3.0802 \\ -1.5240 & 0.0283 & 3.0802 & 20.2025 \end{bmatrix}$$

图8~11为分别引入参数不确定性后,控制倾转旋翼机的前飞速度 u_1 、垂向速度 w 、俯仰角速率 q 和俯仰角 θ 的跟踪模型参考系统的曲线图。由于在6、11、17.5和30s时系统发生切换,这些时刻的飞速度 u_1 、垂向速度 w 、俯仰角速率 q 和俯仰角 θ 有较大波动。其中,红色线 u_{1u} 、 w_u 、 q_u 和 θ_u 代表的是未对不确定进行处理时系统的状态量;蓝色线 u_1 、 w 、 q 和 θ 代表的是对不确定项处理后的状态量;黑色线 u_{1r} 、 w_r 、 q_r 和 θ_r 代表的是参考模型的状态量。从图8~11中可以看出,引入的参数不确定性引起

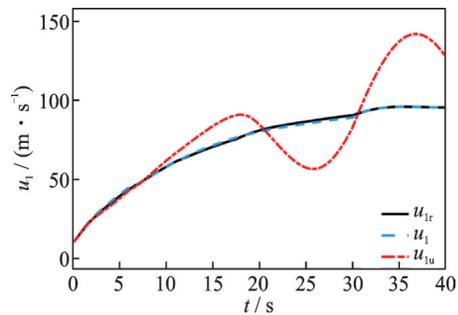


图8 具有未知不确定的过渡过程前飞速度 u_1 跟踪对比
Fig.8 Tracking comparison of forward speed u_1 in the transition process with unknown uncertainty

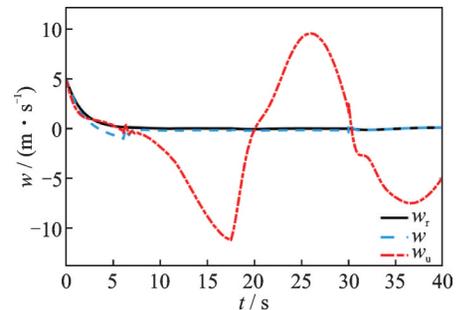


图9 具有未知不确定的过渡过程垂向速度 w 跟踪对比
Fig.9 Tracking comparison of longitudinal speed w in the transition process with unknown uncertainty

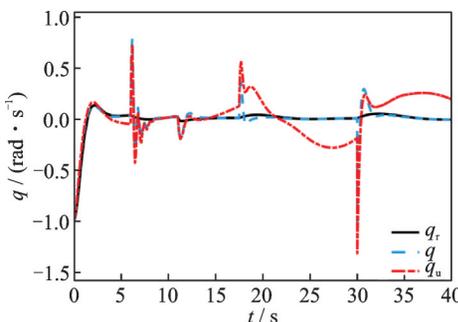
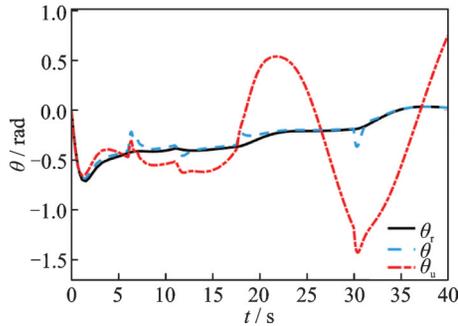
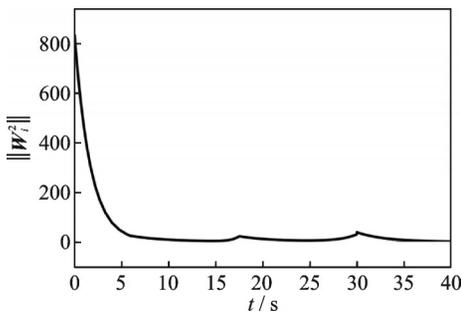


图10 具有未知不确定的过渡过程俯仰角速率 q 跟踪对比
Fig.10 Tracking comparison of roll pitch rate q in the transition process with unknown uncertainty

图 11 具有未知不确定的过渡过程俯仰角 θ 跟踪对比Fig.11 Tracking comparison of pitch angle θ in the transition process with unknown uncertainty

了较大的跟踪误差,而对不确定性进行处理后系统可以以较小的跟踪误差跟踪参考模型,这表明了所设计的鲁棒自适应飞行控制器的有效性。

图 12 是引入参数不确定性后,模糊控制时基函数相对应的权重矩阵 W_i 的范数曲线图。从图中可以看出,模糊逻辑系统的权值矩阵正在稳定收敛,证明了其有效性及其自适应性。由于 6、11、17.5 和 30 s 系统发生切换,故其权值矩阵曲线图存在波动。

图 12 权值矩阵 W_i 的范数曲线图Fig.12 Norm curve of the weight matrix W_i

4 结 论

针对存在不确定性倾转旋翼机过渡过程的安全平稳切换问题,考虑短舱倾角随时间变化的特性,建立了纵向动力学模型,并选用 5 个状态近似描绘出倾转旋翼机整个飞行过渡过程。基于此,在不考虑参数不确定性的情况下,提出了一种基于模型依赖平均驻留时间的鲁棒切换跟踪控制的方法,实现了对于倾转旋翼机过渡过程的有效控制;在加入参数不确定性后,利用模糊逻辑系统对不确定项进行估计,采用了模型参考模糊自适应鲁棒切换跟踪策略。仿真结果充分证明了在所设计的控制方案下,倾转旋翼机系统能够以较好的跟踪效果跟踪参考模型。

参考文献:

[1] 吴希明. 高速直升机发展现状、趋势与对策[J]. 南京航空航天大学学报, 2015, 47(2): 173-179.
WU Ximing. Current status, development trend and

countermeasure for high-speed rotorcraft[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2015, 47(2): 173-179.

- [2] 吴希明, 吕乐丰, 张广林. 民用高速旋翼飞行器发展战略分析及关键技术展望[J]. 南京航空航天大学学报, 2022, 54(5): 827-835.
WU Ximing, LYU Lefeng, ZHANG Guanglin. Development strategy analysis and key technology prospect of civil high-speed rotorcraft[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(5): 827-835.
- [3] 吕乐丰, 吴希明, 李颖辉. 民用倾转旋翼机的应用需求与关键技术分析[J]. 航空科学技术, 2023, 34(9): 31-40.
LYU Lefeng, WU Ximing, LI Yinghui. Application requirements and key technologies analysis for civil tiltrotor aircraft[J]. Aeronautical Science & Technology, 2023, 34(9): 31-40.
- [4] CARLSON E, ZHAO Y Y, CHEN R. Optimal tiltrotor runway operations in one engine inoperative [C]//Proceedings of Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. Portland, USA: AIAA, 1999: 3961.
- [5] CARLSON E B, ZHAO Y J. Prediction of tiltrotor height-velocity diagrams using optimal control theory [J]. Journal of Aircraft, 2003, 40(5): 896-905.
- [6] WANG X H, CAI L L. Mathematical modeling and control of a tilt-rotor aircraft[J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 47: 473-492.
- [7] PAPACHRISTOS C, TZES A. Modeling and control simulation of an unmanned tilt tri-rotor aerial vehicle[C]//Proceedings of 2012 IEEE International Conference on Industrial Technology. Athens, Greece: IEEE, 2012: 840-845.
- [8] KONG Z W, LU Q. Mathematical modeling and modal switching control of a novel tiltrotor UAV[J]. Journal of Robotics, 2018, 2018: 8641731.
- [9] RYSDYK R T, CALISE A J. Adaptive model inversion flight control for tilt-rotor aircraft[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(3): 402-407.
- [10] RYSDYK R, CALISE A, CHEN R, et al. Nonlinear adaptive control of tiltrotor aircraft using neural networks[C]//Proceedings of 1997 World Aviation Congress. Anaheim, USA: AIAA, 1997: 5613.
- [11] 曹芸芸, 陈仁良. 倾转旋翼飞行器的操纵策略和配平方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2009, 41(1): 6-10.
CAO Yunyun, CHEN Renliang. Control strategy for tilt-rotor aircraft trimming in steady level flight[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2009, 41(1): 6-10.
- [12] 王奇, 吴文海, 曲志刚, 等. 倾转旋翼机建模及其配平计算[J]. 飞行力学, 2014, 32(2): 122-125.

- WANG Qi, WU Wenhai, QU Zhigang, et al. Modeling and trimming of tiltrotor aircraft[J]. *Flight Dynamics*, 2014, 32(2): 122-125.
- [13] 余新, 陈仁良. 基于增益调度与光滑切换的倾转旋翼机最优控制[J]. *北京航空航天大学学报*, 2021, 47(6): 1186-1198.
- YU Xin, CHEN Renliang. Optimal control of tilt rotor aircraft based on gain scheduling and smooth switching[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2021, 47(6): 1186-1198.
- [14] 施啸宇, 余帆, 赵君宝, 等. 横列式双倾转旋翼机控制系统研究[J]. *导航定位与授时*, 2022, 9(4): 93-100.
- SHI Xiaoyu, YU Fan, ZHAO Junbao, et al. Research on control system of tilt-rotor UAV[J]. *Navigation Positioning and Timing*, 2022, 9(4): 93-100.
- [15] 孙振, 汪锐, 周文雅. 倾转旋翼机过渡飞行模式的有限时间切换控制[J]. *控制与决策*, 2018, 33(2): 381-384.
- SUN Zhen, WANG Rui, ZHOU Wenya. Finite-time switching control for flight mode transition of tiltrotors[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(2): 381-384.
- [16] 宋智健. 倾转旋翼机垂直起降及过渡段控制问题研究[D]. 沈阳: 沈阳航空航天大学, 2022.
- SONG Zhijian. Research on vertical take-off and landing and transition control of tilt-rotor aircraft[D]. Shenyang: Shenyang Aerospace University, 2022.
- [17] TONG S C, ZHANG L L, LI Y M. Observed-based adaptive fuzzy decentralized tracking control for switched uncertain nonlinear large-scale systems with dead zones[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2016, 46(1): 37-47.
- [18] LIU Z, WANG F, ZHANG Y, et al. Adaptive tracking control for a class of nonlinear systems with a fuzzy dead-zone input[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, 23(1): 193-204.
- [19] YANG Z J, ZHANG H G. A fuzzy adaptive tracking control for a class of uncertain strict-feedback nonlinear systems with dead-zone input[J]. *Neurocomputing*, 2018, 272: 130-135.
- [20] CHEN B, LIU X P, LIN C. Observer and adaptive fuzzy control design for nonlinear strict-feedback systems with unknown virtual control coefficients[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(3): 1732-1743.
- [21] MA Y J, JIANG B, TAO G, et al. Uncertainty decomposition-based fault-tolerant adaptive control of flexible spacecraft[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(2): 1053-1068.
- [22] MAO Z H, JIANG B, SHI P. Fault-tolerant control for a class of nonlinear sampled-data systems via a Euler approximate observer[J]. *Automatica*, 2010, 46(11): 1852-1859.
- [23] JIANG B, SHEN Q K, SHI P. Neural-networked adaptive tracking control for switched nonlinear pure-feedback systems under arbitrary switching[J]. *Automatica*, 2015, 61: 119-125.
- [24] JIANG B, ZHANG K, SHI P. Integrated fault estimation and accommodation design for discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy systems with actuator faults[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2011, 19(2): 291-304.
- [25] TONG S C, LI Y M, SUI S. Adaptive fuzzy tracking control design for SISO uncertain nonstrict feedback nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2016, 24(6): 1441-1454.
- [26] 沙虹伟, 陈仁良. 倾转旋翼机飞行动力学特性[J]. *航空动力学报*, 2012, 27(4): 749-754.
- SHA Hongwei, CHEN Renliang. Flight dynamics characteristic of tilt rotor aircraft[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2012, 27(4): 749-754.
- [27] 高正, 陈仁良. 直升机飞行动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [28] 杨洁. 倾转旋翼飞行器过渡态切换飞行控制[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2020.
- YANG Jie. Transition state switching flight control of tilt-rotor aircraft[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2020.
- [29] 史小明. 倾转翼飞机过渡段纵向飞行控制研究[D]. 南昌: 南昌航空大学, 2017.
- SHI Xiaoming. Research on longitudinal flight control of tilt-wing aircraft in transition section[D]. Nanchang: Nanchang Hangkong University, 2017.
- [30] 夏川, 董朝阳, 程昊宇, 等. 变体飞行器有限时间切换 H_∞ 跟踪控制[J]. *兵工学报*, 2018, 39(3): 485-493.
- XIA Chuan, DONG Chaoyang, CHENG Haoyu, et al. Finite-time H_∞ tracking control for switched morphing aircraft[J]. *Acta Armamentarii*, 2018, 39(3): 485-493.
- [31] HARENDRA P, JOGLEKAR M, GAFFEY T, et al. V/STOL tilt rotor study. Volume 5: A mathematical model for real time flight simulation of the bell model 301 tilt rotor research aircraft: NASA-CR-114614 [R]. [S.l.]: Ames Research Center, 1973.
- [32] ZHAO X D, ZHANG L X, SHI P, et al. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(7): 1809-1815.
- [33] CHEN B, LIU X P, LIU K F, et al. Direct adaptive fuzzy control of nonlinear strict-feedback systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(6): 1530-1535.
- [34] 蔡系海, 付荣, 曾建平. 倾转旋翼机模式转换的鲁棒 H_∞ 增益调度控制[J]. *厦门大学学报(自然科学版)*, 2016, 55(3): 382-389.
- CAI Xihai, FU Rong, ZENG Jianping. Robust H_∞ gain-scheduling control for mode conversion of tilt rotor aircrafts[J]. *Journal of Xiamen University (Natural Science)*, 2016, 55(3): 382-389.