

DOI:10.16356/j.1005-2615.2024.04.015

完全各向同性的 Stewart 型六维加速度感知 机构构型综合

张显著¹, 尤晶晶^{1,2}, 姜杰凤³, 张缘为¹, 李成刚⁴

(1. 南京林业大学机械电子工程学院, 南京 210037; 2. 重庆大学高端装备机械传动全国重点实验室, 重庆 400044; 3. 杭州师范大学工学院, 杭州 310036; 4. 南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

摘要: 各向同性是六维加速度感知机构的重要性能指标之一, 决定了传感器的测量精度。为获得感知机构的完全各向同性, 提出了一种新的构型综合方法。首先, 运用 Newton-Euler 法并基于支链之间固有的尺度约束关系, 构建了 Stewart 型六维加速度感知机构的正向解耦方程。其次, 剖析了感知机构的各向同性与正向解耦方程中输入矩阵条件数的关联, 以及支链位姿与输入矩阵的映射关系。创建了完全各向同性感知机构的构型综合步骤。最后, 遵循该步骤, 综合出“12-6”式 Stewart 型六维加速度感知机构, 并开展了虚拟实验。将添加 0.100% 随机扰动和零扰动这两种情况相比较, 结果显示, 六维加速度的最大引用误差为 0.169%, 也即输入、输出误差的放大倍数仅为 1.69。这表明, 新构型具有优异的各向同性性能。

关键词: 六维加速度传感器; 并联机构; 构型综合; 解耦; 各向同性

中图分类号: TH112

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2024)04-0723-08

Configuration Synthesis of Fully Isotropic Stewart-Type Six-Axis Acceleration Sensing Mechanism

ZHANG Xianzhu¹, YOU Jingjing^{1,2}, JIANG Jiefeng³, ZHANG Yuanwei¹, LI Chenggang⁴

(1. College of Mechanical and Electronic Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China; 2. State Key Laboratory of Mechanical Transmission for Advanced Equipment, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 3. School of Engineering, Hangzhou Normal University, Hangzhou 310036, China; 4. College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The isotropy is one of the important performance indexes of the six-axis acceleration sensing mechanism, which determines the measurement accuracy of the sensor. In order to obtain the complete isotropy of the sensing mechanism, a new configuration synthesis method is proposed. Firstly, based on the Newton-Euler method and the inherent scale constraint relationship between the branches, the forward decoupling equation of the Stewart-type six-axis acceleration sensing mechanism is constructed. Secondly, the relationship between the isotropy of the sensing mechanism and the condition number of the input matrix in the forward decoupling equation is analyzed, and the mapping relationship between the branch pose and the input matrix is analyzed. Then, the configuration synthesis steps of the fully isotropic sensing mechanism are created. Finally, following this step, a “12-6” Stewart-type six-axis acceleration sensing mechanism is synthesized and a virtual experiment is carried out. The two cases of adding 0.100% random disturbance and

基金项目: 国家自然科学基金(51405237); 高端装备机械传动全国重点实验室开放基金(SKLM-T-MSKFKT-202330)。

收稿日期: 2023-10-15; **修订日期:** 2024-06-26

通信作者: 尤晶晶, 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, E-mail: youjingjing251010@126.com。

引用格式: 张显著, 尤晶晶, 姜杰凤, 等. 完全各向同性的 Stewart 型六维加速度感知机构构型综合[J]. 南京航空航天大学学报, 2024, 56(4): 723-730. ZHANG Xianzhu, YOU Jingjing, JIANG Jiefeng, et al. Configuration synthesis of fully isotropic Stewart-type six-axis acceleration sensing mechanism[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(4): 723-730.

zero disturbance are compared, and the results show that the maximum reference error of six-dimensional acceleration is 0.169%, that is, the magnification of the input and output errors is only 1.69. This shows that the new configuration has excellent isotropic properties.

Key words: six-dimensional acceleration sensor; parallel mechanism; configuration synthesis; decoupling; isotropy

随着智能制造要求的不断提高,对三维空间内物体的六维运动进行探测显得越来越重要。另外,惯性导航、人体运动模式识别等领域的研究也涉及到载体的六维运动^[1-3]。一般地,只有加速度测量时可以不从外界获取信号,也无须向外界传递信号。由此,产生了“六维加速度传感器”的概念,即一种能够同时测量三维线加速度和三维角加速度的惯性测量仪器^[4]。

Stewart型六维加速度传感器的关键测量性能主要包括解耦精度、量程、工作频带和容错性^[5]。目前,传感器的量程^[6]、工作频带^[7-8]和容错性^[9]均有较多研究,但关于解耦精度的研究较少。当受到电磁场等外界因素的干扰(即输入误差)时,六维加速度传感器的解耦加速度中不可避免地会存在误差(即输出误差)。文献[10]研究发现,该类系统的输出误差相对于输入误差的放大倍数是由感知机构的各向同性性能决定的。因此,为降低六维加速度传感器的输出误差,从大量六自由度并联机构构型中遴选出能够满足完全各向同性的Stewart型六维加速度感知机构,具有重要的理论意义和应用价值^[11]。

姚建涛等^[12]运用螺旋理论建立了Stewart型六维力传感器的静态数学模型。研究发现,该类感知机构很难同时满足逆向力、力矩的各向同性。佟志忠等^[13]基于复合单叶双曲面设计出广义Gough-Stewart型六维加速度传感器,推导出有封闭解的各向同性方程,并证实了该类系统存在各向同性的可能性。然而,上述结论在推导过程中均对传感器的基础激励施加了一定的限制性条件,故不具备普适性。

尤晶晶等^[14]运用算子范数理论剖析了六维加速度感知机构的输入矩阵,挖掘出了影响各向同性的关键性要素,即输入矩阵的条件数。该方法对负载无限制性条件,且从机理上指明了以完全各向同性性能为准则的构型综合新方向。在分析了多种感知机构的输入矩阵之后,得出以下结论:(1)并不是所有Stewart型六维加速度感知机构都满足各向同性;(2)机构的各向同性与机构中支链的数目和布局方位有关。

本文首先推导“12-7”式感知机构的正向解耦方程,并构建支链布局与输入矩阵之间的解析映射关系。其次,通过剖析正向解耦方程的输入矩阵,得到完全各向同性的构型条件,据此提出了一种基于完全各向同性的机构构型综合新方法。最后,运用该方法,综合出具有完全各向同性的“12-6”式感知机构,并开展了虚拟实验。本文的工作为六维加速度感知机构的构型综合和性能提升提供了理论基础。

1 感知机构的工作机理

以“12-7”式Stewart型六维加速度感知机构(图1)为例,阐明该类系统的工作机理。感知机构由基座、质量块、柔性球铰链(空心圆、实心圆分别代表静球铰和动球铰)和压电陶瓷组成。支链长度为 L ,质量块半边长为 n 。所有支链呈垂直或水平布置,这样可最大程度地避免干涉,并确保各个方向上力学性能的均匀性。

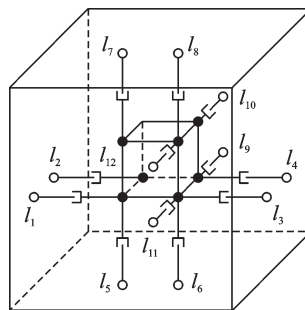


图1 “12-7”式Stewart型六维加速度感知机构

Fig.1 “12-7” Stewart-type six-axis acceleration sensing mechanism

当基础激励作用于基座时,由于惯性力,质量块会压缩/拉伸各支链。由于正压电效应,支链上的压电陶瓷两端会极化出与轴向力成正比例关系的电荷。根据支链的轴向力(或极化电荷),计算基座的六维加速度,称为“反向动力学”,文献[3]中已详细阐释,这里不再重复。

2 正向解耦模型

感知机构的正向解耦是指:已知基座的六维加速度,求解支链的轴向力。“12-7”式感知机构的正

向解耦属于二阶超静定问题。本节的解决思路为:首先,基于 Newton-Euler 法,构建系统的动力学方程;接着,基于支链之间固有的尺度约束关系,建立力协调方程;最后,通过联立动力学方程和力协调方程,将超静定问题转化成静定问题求解。

2.1 动力学方程

分别在基座与质量块上固联坐标系 $\{Q_1\}$ 、 $\{Q_2\}$,如图 2 所示。初始状态下,它们的原点均与质量块质心重合。

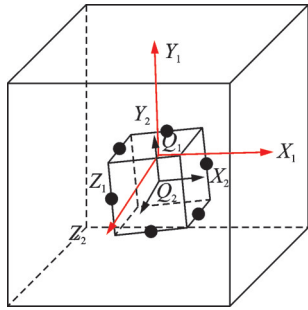


图 2 两个固联坐标系

Fig.2 Two fixed coordinate systems

选取欧拉角描述质量块的姿态(先绕 X_2 轴转动 α 、再绕 Y_2 轴转动 β 、最后绕 Z_2 轴转动 γ)。质量块相对于基座的位姿变化很小^[3],故 $\{Q_2\}$ 相对于 $\{Q_1\}$ 的旋转矩阵 $R_{\{Q_1\}}^{\{Q_2\}}$ 可近似为

$$R_{\{Q_1\}}^{\{Q_2\}} \approx \begin{bmatrix} 1 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 1 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

运用 Newton-Euler 法,构建“12-7”式构型的动力学方程组

$$\alpha = \frac{1}{m} R_{\{Q_1\}}^{\{Q_2\}} F_1 - G_1 \quad (2)$$

$$\epsilon = \frac{3}{2mn} R_{\{Q_1\}}^{\{Q_2\}} F_2 \quad (3)$$

式中: α 、 ϵ 分别为基础激励中的线加速度矢量和角加速度矢量; m 为质量块的质量; $G_1 = [0 \ g \ 0]^T$, g

表示重力加速度; $F_1 = \begin{bmatrix} f_1 + f_2 - f_3 - f_4 \\ f_5 + f_6 - f_7 - f_8 \\ f_9 + f_{10} - f_{11} - f_{12} \end{bmatrix}$;

$F_2 = \begin{bmatrix} f_7 - f_5 - f_6 + f_8 - f_9 + f_{10} + f_{11} - f_{12} \\ f_1 - f_2 - f_3 + f_4 - f_9 - f_{10} + f_{11} + f_{12} \\ f_1 + f_2 - f_3 - f_4 - f_5 + f_6 + f_7 - f_8 \end{bmatrix}$;

f_i ($i=1, 2, \dots, 12$) 表示第 i 条支链的轴向力。

2.2 力协调方程

运用文献[15]的方法,计算支链长度表达式

$$\begin{cases} l_1 \approx L + x + n\beta + n\gamma, l_2 \approx L + x - n\beta + n\gamma \\ l_3 \approx L - x - n\beta - n\gamma, l_4 \approx L - x + n\beta - n\gamma \\ l_5 \approx L + y - n\alpha - n\gamma, l_6 \approx L + y - n\alpha + n\gamma \\ l_7 \approx L - y + n\alpha + n\gamma, l_8 \approx L - y + n\alpha - n\gamma \\ l_9 \approx L + z - n\alpha - n\beta, l_{10} \approx L + z + n\alpha - n\beta \\ l_{11} \approx L - z + n\alpha + n\beta, l_{12} \approx L - z - n\alpha + n\beta \end{cases} \quad (4)$$

根据式(4),可得

$$\begin{cases} l_1 + l_2 + l_3 + l_4 = 4L & \langle 1 \rangle \\ l_5 + l_6 + l_7 + l_8 = 4L & \langle 2 \rangle \\ l_9 + l_{10} + l_{11} + l_{12} = 4L & \langle 3 \rangle \\ l_1 + l_3 - l_6 - l_8 = 0 & \langle 4 \rangle \\ l_2 + l_4 - l_{10} - l_{12} = 0 & \langle 5 \rangle \\ l_9 - l_5 - l_7 + l_{11} = 0 & \langle 6 \rangle \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\langle 1 \rangle$ 为 X_2 方向上所有支链长度表达式构成的约束方程, $\langle 4 \rangle$ 为 X_2 、 Y_2 两方向上支链长度表达式构成的约束方程。因此将 $\langle 1 \rangle$ 、 $\langle 2 \rangle$ 、 $\langle 3 \rangle$ 命名为“同向支链约束方程”, $\langle 4 \rangle$ 、 $\langle 5 \rangle$ 、 $\langle 6 \rangle$ 命名为“异向支链约束方程”。

根据 Hooke 定律,可得

$$l_i = L + f_i/k_i \quad (6)$$

式中 k_i 为第 i 条支链的刚度。

将式(6)代入式(5),可得

$$\begin{cases} f_1/k_1 + f_2/k_2 + f_3/k_3 + f_4/k_4 = 0 \\ f_5/k_5 + f_6/k_6 + f_7/k_7 + f_8/k_8 = 0 \\ f_9/k_9 + f_{10}/k_{10} + f_{11}/k_{11} + f_{12}/k_{12} = 0 \\ f_1/k_1 + f_3/k_3 - f_6/k_6 - f_8/k_8 = 0 \\ f_2/k_2 + f_4/k_4 - f_{10}/k_{10} - f_{12}/k_{12} = 0 \\ f_9/k_9 - f_5/k_5 - f_7/k_7 + f_{11}/k_{11} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

假设各支链刚度一致,式(7)可化简为力协调方程,即

$$g_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, 6 \quad (8)$$

式中: $g_1 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$, $g_2 = f_5 + f_6 + f_7 + f_8$, $g_3 = f_9 + f_{10} + f_{11} + f_{12}$, $g_4 = f_1 + f_3 - f_6 - f_8$, $g_5 = f_2 + f_4 - f_{10} - f_{12}$, $g_6 = f_9 - f_5 - f_7 + f_{11}$ 。

2.3 正向解耦方程

结合力协调方程式(8)和动力学方程式(2, 3),推导正向解耦方程

$$CF = D \quad (9)$$

式中: $D = \begin{bmatrix} [mR^T(a - G_1)]_{1-3} \\ [\frac{2mn}{3}R^T\epsilon]_{4-6} \\ 0_{6 \times 1} \end{bmatrix}$;“(·)” _{j} 表示向量

或矩阵的第 j 行元素; C 为以 $-1, 0, 1$ 为元素的 12×12 阶输入矩阵, 其元素构成与支链布局之间的解析映射见图 3; $F = [f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 f_6 f_7 f_8 f_9 f_{10} f_{11} f_{12}]^T$ 。

以 X_2 方向上的支链为例, 解释支链布局与输入矩阵之间的解析映射关系, 如图 3 所示。左下方红色虚线圈内为该方向上的 4 条支链。运用 Newton-Euler 法, 构建这 4 条支链的动力学方程, 得到

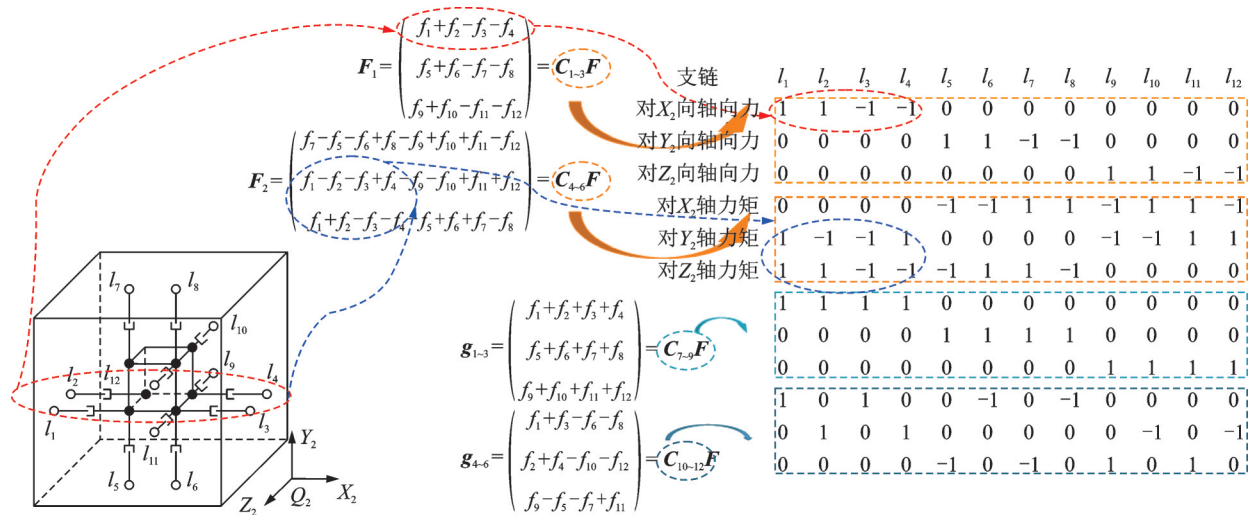


图3 支链布局与输入矩阵的解析映射

Fig.3 Analytic mapping of branch chain layout and input matrix

经计算, $\det(C) = 1024$, 结合线性方程组的基础解系理论可知, F 有唯一解

$$F = C^{-1}D \quad (10)$$

此外, “12-7”式拓扑构型输入矩阵的条件数 $\text{Cond}(C)_{12,7}$ 等于 4.42。这表明, 该构型的各向同性性能较差。

3 拓扑构型综合

3.1 综合目标

感知机构完全各向同性的构型综合目标是其输入矩阵的条件数等于 1。含 12 条支链感知机构输入矩阵 C 的一般形式为

$$C = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \cdots & A_{1,12} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \cdots & A_{2,12} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{12,1} & A_{12,2} & \cdots & A_{12,12} \end{bmatrix}$$

根据图 3, 将 C 分为 4 个子矩阵, 即支链力系数矩阵 C_{1-3} 、支链力矩系数矩阵 C_{4-6} 、“同向支链约束方程”系数矩阵 C_{7-9} 、“异向支链约束方程”系数矩阵 C_{10-12} 。其中, C_i 表示矩阵的第 i 行。

由矩阵基础理论可知, 正交矩阵的条件数为 1。同样地, 当矩阵 C 为 \sqrt{R} 倍的正交矩阵时, C 的条件数也等于 1。此时

F_1 中红色虚线圈内的表达式(式(2))。进行矩阵运算后可得支链与矩阵中元素的关系(图 3 中右上方红色虚线圈): l_1, l_3 支链对 X_2 轴轴向力方向分别为正和负, 故 C_{1-3} 对应的元素取 1 和 -1 ; l_1, l_3 支链对 Y_2, Z_2 轴无轴向力作用, 故 C_{1-3} 对应的元素取 0。同理, l_2 支链对 X_2 轴无力矩作用, 故 C_{4-6} 对应的元素取 0; l_2 支链对 Y_2, Z_2 轴力矩方向分别为负和正, 故 C_{4-6} 对应的元素取 -1 和 1。

$$\begin{cases} A_{1,1}^2 + \cdots + A_{1,12}^2 = R \\ A_{2,1}^2 + \cdots + A_{2,12}^2 = R \\ \vdots \\ A_{12,1}^2 + \cdots + A_{12,12}^2 = R \end{cases} \quad (11)$$

式中 R 为矩阵 CC^T 的主对角线元素。

根据支链数为 12 以及 R 不为 0, 可知 R 为 4, 即输入矩阵的每一行只能有 4 个非零元素。下面将运用反证法进行证明。

证明: 假设 R 为 a 且 $R \neq 4$, 由式(11)可得

$$\begin{cases} A_{1,1}^2 + \cdots + A_{1,12}^2 = a \\ A_{2,1}^2 + \cdots + A_{2,12}^2 = a \\ \vdots \\ A_{12,1}^2 + \cdots + A_{12,12}^2 = a \end{cases}$$

因 $A_{1,1} \sim A_{1,12}$ 只能取 $-1, 0, 1$, 所以 $A_{1,1} \sim A_{1,12}$ 有 a 个非零元素, 再结合图 3 可知感知机构在 X_2 方向上有 a 条支链。同理, 构型在 Y_2, Z_2 两方向上都有 a 条支链。此时, 3 个方向上共有 $3a$ ($\neq 12$) 条支链, 这与支链条数为 12 相矛盾, 故假设不成立。

因此, R 只能为 4。证毕。

由 $R=4$ 可得完全各向同性的构型条件。

条件 1: X_2, Y_2, Z_2 每个方向上仅有 4 条支链;

条件 2: 对 X_2, Y_2, Z_2 这 3 个轴有力矩支链的条数为 4;

条件3:6个协调方程均由4条支链的轴向力构成。

3.2 支链位姿综合

感知机构的动球铰点可选择在质量块的面心中点处、顶点处或边线中点处。研究发现,选择在面心中点处或顶点处时均不满足“条件2”。因此,以 X_2 方向为例,将动球铰点选择在质量块边线中点处。布局与 X_2 轴平行的8条支链,如图4所示。

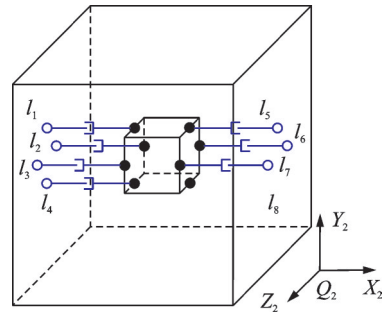


图4 X_2 方向上所有支链

Fig.4 All branches in X_2 direction

计算支链长度表达式

$$\begin{cases} l_1 \approx L + x - n\gamma, l_2 \approx L + x - n\beta \\ l_3 \approx L + x + n\beta, l_4 \approx L + x + n\gamma \\ l_5 \approx L - x + n\gamma, l_6 \approx L - x + n\beta \\ l_7 \approx L - x - n\beta, l_8 \approx L - x - n\gamma \end{cases} \quad (12)$$

根据式(12),可找到满足“条件3”的6种模块,

如图5所示。这些构型还可以绕 X_2 轴顺时针旋转 $(k/2)\pi(k=1,2,3)$,且旋转后得到的子模块同样满足“条件3”。图5中, L_q, L_r, L_s, L_t 仅表示模块中该位姿处有支链存在。

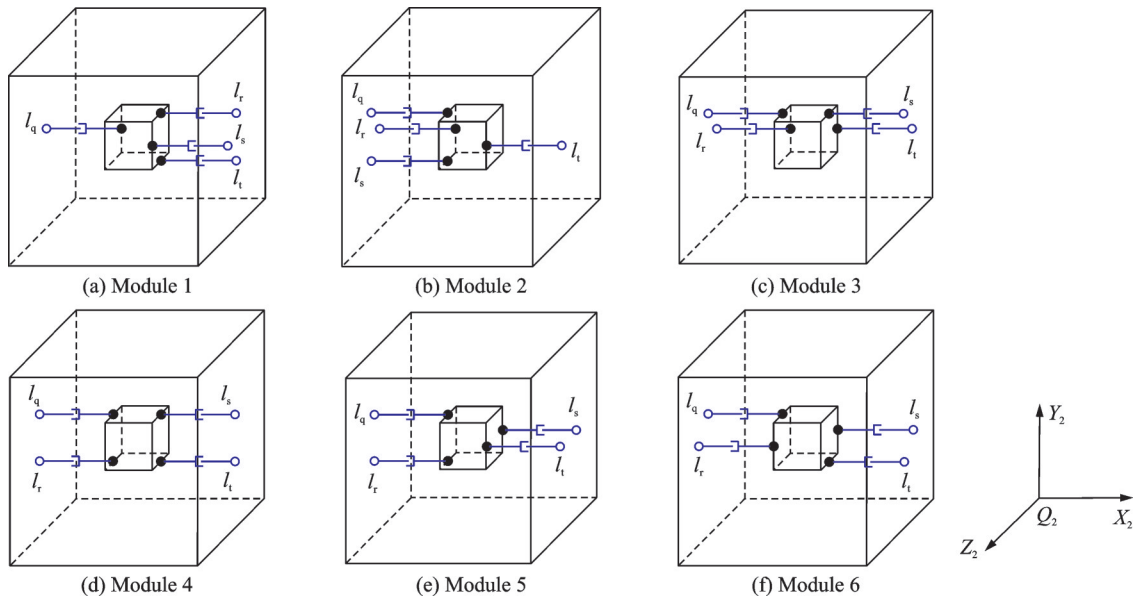


图5 满足“条件3”的模块

Fig.5 Modules satisfying “condition 3”

考虑到模块1、2绕 X_2 轴旋转后“同向支链约束方程”会改变,而模块3~6绕 X_2 轴旋转后“同向支链约束方程”保持不变,故在构型综合时应选后者。

模块3~6中, X_2 轴正、负方向均只有两条支链,又因为支链布局与输入矩阵之间存在解析映射关系,故矩阵 C_{1-3} 中 $A_{1,1} \sim A_{1,12}$ 的取值也可确定。同理,选取 Y_2, Z_2 方向上的模块后, $A_{2,1} \sim A_{2,12}, A_{3,1} \sim A_{3,12}$ 的取值也可确定。因此, C_{1-3} 可表示为

$$C_{1-3} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

模块3、4、5、6的“同向支链约束方程”如式(13)所示。其中,<7>和<8>分别为模块3、4、5和6所满足的“同向支链约束方程”。

$$\begin{cases} f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 4L & \langle 7 \rangle \\ f_1 - f_2 + f_3 - f_4 = 0 & \langle 8 \rangle \end{cases} \quad (13)$$

同理,可得 Y_2, Z_2 方向上“同向支链约束方程”。故 C_{7-9} 有两组取值,分别是 C_{7-9}^1, C_{7-9}^2

$$C_{7-9}^1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{7-9}^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

(1) 基于模块3的构型

模块3中 X_2 方向上支链位姿已经确定,再结合图3可确定 C_{4-6} 中 $M(M=[A_{4,1}, A_{4,2}, A_{4,3}, A_{4,4}, A_{5,1}, A_{5,2}, A_{5,3}, A_{5,4}, A_{6,1}, A_{6,2}, A_{6,3}, A_{6,4}])$ 的取值。将 M_i 记作 M 的第 i 组取值。模块3旋转后可得到4

个子模块。因此,基于模块3, M 有4组取值,可表示成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

同理, Y_2 、 Z_2 方向上可选模块也为4种。3个方向模块通过排列组合,可得到64种拓扑构型,且均满足构型综合条件。

(2) 基于模块4的构型

基于模块4,绕 X_2 轴旋转后可得4个子模块,但未旋转与旋转 π 后的模块支链位姿一致。旋转 $(1/2)\pi$ 与旋转 $(3/2)\pi$ 的模块支链位姿一致。因此,基于模块4, M 有两组取值

$$\begin{bmatrix} M_5 \\ M_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Y_2 、 Z_2 两方向上可选子模块均有2种。3个方向上的模块通过排列组合,可得到8种拓扑构型。通过验证,其中有6种构型不满足“条件2”。因此,满足完全各向同性构型条件的拓扑构型只有2种。

(3) 基于模块5的构型

图5中模块5绕 X_2 轴旋转后也可得4个子模块。但未旋转与旋转 π 后的模块支链位姿一致,旋转 $(1/2)\pi$ 与旋转 $(3/2)\pi$ 的模块支链位姿一致。因此,基于模块5, M 共有两组取值

$$\begin{bmatrix} M_7 \\ M_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

3个方向模块通过排列组合共可得到8种拓扑构型,且均满足完全各向同性构型条件。

(4) 基于模块6的构型

图5中模块6绕 X_2 轴旋转后得到的4个子模块的支链位姿均不同,故基于模块6, M 共有4组取值

$$\begin{bmatrix} M_9 \\ M_{10} \\ M_{11} \\ M_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Y_2 、 Z_2 方向分别各有4组取值,故满足完全各向同性构型条件的拓扑构型共有64种。综上,一共可综合出138种满足完全各向同性条件的拓扑构型。

3.3 构型综合流程

创建型综合步骤如下:

(1) 依据支链布局与输入矩阵之间的解析映射关系,确定支链的数目及位姿,并构造子模块;

(2) 确定符合条件的模块,经模块组合后,综合出拓扑构型;推导新构型的输入矩阵,并判断输入矩阵条件数是否为1。

具体的综合流程如图6所示。

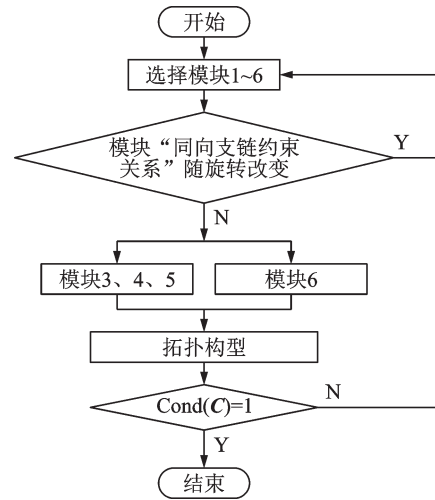


图6 型综合流程

Fig.6 Configuration comprehensive process

4 各向同性性能分析

4.1 输入矩阵条件数

按照综合流程,综合出“12-6”式感知机构,如图7所示。

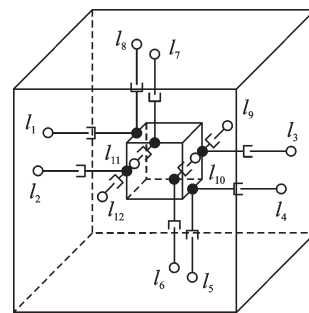


图7 “12-6”式拓扑构型

Fig.7 “12-6” topological configuration

推导杆长协调方程有

$$\begin{cases} l_1 - l_2 + l_3 - l_4 = 0 & \langle 9 \rangle \\ l_5 - l_6 + l_7 - l_8 = 0 & \langle 10 \rangle \\ l_9 - l_{10} + l_{11} - l_{12} = 0 & \langle 11 \rangle \\ l_6 + l_7 + l_{10} + l_{11} = 4L & \langle 12 \rangle \\ l_2 + l_3 + l_9 + l_{12} = 4L & \langle 13 \rangle \\ l_1 + l_4 + l_5 + l_8 = 4L & \langle 14 \rangle \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\langle 9 \rangle$ 、 $\langle 10 \rangle$ 、 $\langle 11 \rangle$ 分别为3个“同向支链约束方程”,与图5中构型5所满足的“同向支链约束方程”(见式(13)(7))吻合; $\langle 12 \rangle$ 、 $\langle 13 \rangle$ 、 $\langle 14 \rangle$ 为3个“异向支链约束方程”。

通过构建正向解耦方程,得到输入矩阵,如图8所示。其中,4个子矩阵与第3节的结果相吻合。

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

图8 “12-6”式拓扑构型的输入矩阵

Fig.8 “12-6” input matrix of topological configuration

经计算,“12-6”式拓扑构型输入矩阵的条件数 $Cond(C)_{12-6}$ 等于 1,符合完全各向同性的构型综合目标。 $(CC^T)_{12-6}$ 主对角线元素均为 4,这与式(11)中“ $R=4$ ”相吻合。

4.2 算例验证

建立“12-6”式感知机构的虚拟样机,如图 9 所示。由于圆柱状压电陶瓷的应力-应变关系近似为线性,且支链的质量相对于质量块的质量可忽略不计,故支链可用弹簧代替。 n, m, L 、支链轴向刚度分别设置为 50 mm、7.801 kg、20 mm、 5.02×10^8 N/mm。运用文献[6]的方法计算感知机构的线加速度、角加速度量程,分别为 $-261\ 660.12 \sim 261\ 660.12$ mm/s²和 $-617.10 \sim 617.10$ rad/s²。

表 1 为虚拟实验的输入运动参数。仿真时间和步长分别为 5 和 0.002 s。“12-7”式虚拟样机的相

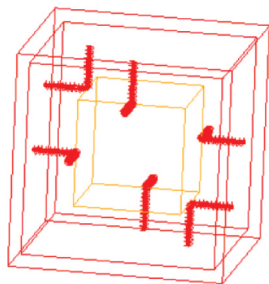


图9 “12-6”式感知机构的虚拟样机

Fig.9 Virtual prototype of “12-6” sensing mechanism

表 1 输入运动参数

Table 1 Input motion parameters

六维运动	函数表达式
X向平移/mm	$0.5 \times \cos(10\pi t) - 0.5$
Y向平移/mm	$0.3 \times \cos(10\pi t) - 0.3$
Z向平移/mm	$0.1 \times \cos(10\pi t) - 0.1$
绕 X 轴旋转/rad	$0.7 \times \cos(10\pi t) - 0.7$
绕 Y 轴旋转/rad	$0.9 \times \cos(10\pi t) - 0.9$
绕 Z 轴旋转/rad	$0.8 \times \cos(10\pi t) - 0.8$

关参数与“12-6”式相同。

在测量出的“12-7”“12-6”式构型的支链力数据中均添加 0.100% 的随机扰动,据此分别计算六维加速度。将它们分别与零扰动下的六维加速度进行对比,如表 2 所示。结果显示,“12-7”“12-6”式线加速度的最大绝对误差分别为 2.056 和 0.134 mm/s²、角加速度的最大绝对误差分别为 0.042 和 0.039 rad/s²。此外,分别计算两构型在有扰动和零扰动下六维加速度的引用误差,如表 3 所示。结果显示,“12-7”“12-6”式感知机构的最大引用误差分别为 0.479% 和 0.169%,即输入、输出误差放大倍数分别为 4.79 和 1.69。这表明,新构型的各向同性性能优势明显。

表 2 六维加速度的绝对误差

Table 2 Absolute error of six-axis acceleration

项目	X向线加速度/ (mm·s ⁻²)	Y向线加速度/ (mm·s ⁻²)	Z向线加速度/ (mm·s ⁻²)	X向角加速度/ (rad·s ⁻²)	Y向角加速度/ (rad·s ⁻²)	Z向角加速度/ (rad·s ⁻²)
“12-7”式	0.267	0.251	2.056	0.042	0.010	0.040
“12-6”式	0.134	0.133	0.111	0.021	0.017	0.039

表 3 两感知机构六维加速度引用误差

Table 3 Six-axis acceleration reference error of two sensing mechanisms

项目	X向线加速度	Y向线加速度	Z向线加速度	X向角加速度	Y向角加速度	Z向角加速度	%
“12-7”式	0.287	0.430	0.364	0.205	0.236	0.479	
“12-6”式	0.159	0.169	0.134	0.123	0.116	0.146	

5 结 论

(1)结合 Newton-Euler 法和支链之间固有的尺度约束关系,建立了“12-7”式构型的动力学方程及协调方程,并引入了“同向支链约束方程”和“异向支链约束方程”的概念。通过求解正向解耦方程,揭示出感知机构支链布局与输入矩阵之间的解析映射关系。

(2)基于支链布局与输入矩阵之间解析映射关系,推导了完全各向同性的3个构型条件。研究发现,动球铰不宜位于质量块顶点上。据此,建立了含有138种支链布置方式的拓扑构型库,有助于提高构型的优化和综合效率。

(3)提出了一种基于完全各向同性的感知机构构型综合新方法,并综合出“12-6”式感知机构。在添加0.100%随机扰动和零扰动下,该构型六维加速度的最大引用误差为0.169%,即输入、输出误差的放大倍数仅为1.69。这表明,所综合出的拓扑构型拥有优异的各向同性,这为 Stewart 型六维加速度感知机构的重构设计奠定了理论基础。

参考文献:

- [1] WAHLSTRÖM J, SKOG I. Fifteen years of progress at zero velocity: A review[J]. IEEE Sensors Journal, 2021, 21(2): 1139-1151.
- [2] 王澍声, 尤晶晶, 黄宁宁, 等. 一种新的可重构三自由度平面并联机构的结构设计及运动学分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2023, 55(3): 437-443.
WANG Shusheng, YOU Jingjing, HUANG Ningning, et al. Structural design and kinematic analysis of a new reconfigurable 3-DOF planar parallel mechanism [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(3): 437-443.
- [3] 尤晶晶, 王林康, 刘云平, 等. 基于并联机构的六维加速度传感器的反向动力学[J]. 机械工程学报, 2022, 58(6): 10-25.
YOU Jingjing, WANG Linkang, LIU Yunping, et al. Reverse dynamics of six-axis accelerometer based on parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(6): 10-25.
- [4] 黄宁宁, 尤晶晶, 王澍声, 等. 可重构3-RRR并联机器人的“点对点”路径规划[J]. 南京航空航天大学学报, 2024, 56(3): 415-423.
HUANG Ningning, YOU Jingjing, WANG Shusheng, et al. “Point-to-point” path planning of reconfigurable 3-RRR parallel robot[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(3): 415-423.
- [5] YOU J J, WANG L K, XI F F, et al. Decoupling algorithm and maximum operation frequency of a novel parallel type six-axis accelerometer[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(21): 12637-12651.
- [6] MCCANN C, PATEL V, DOLLAR A. The Stewart hand: A highly dexterous, six-degrees-of freedom manipulator based on the Stewart-Gough platform[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2021, 28(2): 23-36.
- [7] WANG L K, YOU J J, YANG X, et al. Forward and inverse dynamics of a six-axis accelerometer based on a parallel mechanism[J]. Sensors, 2021(1): 233.
- [8] GHEMARI Z, SALAH S, BOURENANE R. Resonance effect decrease and accuracy increase of piezoelectric accelerometer measurement by appropriate choice of frequency range[J]. Shock and Vibration, 2018, 2018: 1-8.
- [9] TIAN H B, MA H W, XIA J, et al. Stiffness analysis of a metamorphic parallel mechanism with three configurations[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 142: 103595.
- [10] ENFERADI J, TOOTOONCHI A A. A novel spherical parallel manipulator: Forward position problem, singularity analysis, and isotropy design[J]. Robotics, 2019, 27(5): 663-676.
- [11] YOU J J, XI F F, SHEN H P, et al. A novel Stewart type parallel mechanism with topological reconfiguration: Design kinematics and stiffness evaluation[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 62: 104329.
- [12] 姚建涛, 侯雨雷, 毛海峡, 等. Stewart 结构六维力传感器各向同性的解析分析与优化设计[J]. 机械工程学报, 2009, 45(12): 22-28.
YAO Jiantao, HOU Yulei, MAO Haixia, et al. Analytical analysis and optimization design of isotropy of Stewart six-axis force sensor[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(12): 22-28.
- [13] 佟志忠, 姜洪洲, 何景峰, 等. 复合单叶双曲面上广义 Gough-Stewart 并联机构加速度传感器各向同性优化设计[J]. 机械工程学报, 2014, 50(13): 35-41.
TONG Zhizhong, JIANG Hongzhou, HE Jingfeng, et al. Isotropic optimization design of acceleration sensor for generalized Gough-Stewart parallel mechanism on composite univalent hyperboloid[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(13): 35-41.
- [14] 尤晶晶, 符周舟, 李成刚, 等. 并联式六维加速度传感器的解耦参数辨识及其扰动分析[J]. 振动与冲击, 2019, 38(1): 134-141.
YOU Jingjing, FU Zhouzhou, LI Chenggang, et al. Parameter identification and perturbation algorithm of parallel type six-axis accelerometer[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(1): 134-141.
- [15] 陈华鑫, 尤晶晶, 王林康, 等. 可重构六维加速度传感器的构型奇异分析[J]. 传感技术学报, 2021, 34(12): 1571-1578.
CHEN Huaxin, YOU Jingjing, WANG Linkang, et al. Configuration singularity analysis of reconfigurable six-axis accelerometer[J]. Journal of Sensor Technology, 2021, 34(12): 1571-1578.