DOI:10.16356/j.1005-2615.2024.03.015

# 鱼骨柔性翼等效结构建模及其气动弹性特性分析

黄 可1,张家应1,王 晨2

(1.北京航空航天大学航空科学与工程学院,北京100191;2.南京航空航天大学航空学院,南京210016)

摘要:鱼骨柔性翼(Fish bone active camber, FishBAC)是一种依靠结构变形实现机翼弯度变化的结构形式,相较 于传统的离散式控制面和增升装置,可以在实现机翼弯度变化的同时保持气动表面的连续与光滑。然而,其依 靠结构弹性变形实现机翼变弯度的基本特征可能引发潜在气动弹性问题。针对柔性翼潜在的气动弹性问题,本 文从结构特性和气动弹性特性两方面进行了研究。在结构特性方面,基于欧拉梁理论和逐段刚化法建立等效结 构模型,经有限元验证发现简化模型在计算非均质梁结构保持精度的同时提高了计算效率。在气动弹性特性分 析方面,基于等效刚柔耦合翼型模型和非定常气动理论完成了气动弹性特性分析。结果表明,FishBAC建模时 需考虑结构柔性,忽略结构柔性会对气动弹性特性的预测存在一定偏差。在驱动力矩低于1.5 N·m时,本文简化 的等效结构模型可较好地预测考虑静气动弹性特性的机翼结构形变。使用本文提出的翼型模型考虑结构存在 刚柔耦合特性,并预测柔性段所发生的弯度颤振,简化模型与MSC Nastran 相比在颤振速度预测上保持了一 致性。

**关键词:**鱼骨柔性翼;主动变弯度机翼;等效结构模型;气动弹性;颤振分析 **中图分类号:**V211.47 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2024)03-0516-10

# Equivalent Structure Model of Fish Bone Active Camber Morphing Concept and Analysis of Aeroelastic Characteristics

HUANG Ke<sup>1</sup>, ZHANG Jiaying<sup>1</sup>, WANG Chen<sup>2</sup>

(1. School of Aeronautic Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** The fish bone active camber (FishBAC) is a kind of mechanism which depends on structural deformation to realize changes in airfoil camber. Compared with traditional discrete flaps and lifting devices, it can achieve wing curvature changes while maintaining the continuity and smoothness of the aerodynamic surface. However, relying on structural elastic deformation to achieve the basic characteristics of wing curvature may lead to potential aeroelastic problems. This paper investigates the potential aeroelastic issues of flexible wings from two aspects of structural characteristics and aeroelastic characteristics. In the aspect of structure analysis, an equivalent structural model of FishBAC is established based on Euler beam theory, and a segmented stiffening method is employed to enhance computational efficiency while maintaining accuracy for non-uniform beam structures, which is verified by the finite element analysis. In the analysis of aeroelastic characteristics, the aeroelastic behavior is investigated based on an equivalent rigid-flexible coupled model and unsteady aerodynamic theory. The findings indicate that consideration of structural flexibility is essential in FishBAC modeling, as neglecting it may lead to deviations in predicting aeroelastic characteristics. The results show that the static aeroelastic characteristics can be exactly predicted under the driving torque of less

**引用格式:**黄可,张家应,王晨.鱼骨柔性翼等效结构建模及其气动弹性特性分析[J].南京航空航天大学学报,2024,56 (3):516-525. HUANG Ke, ZHANG Jiaying, WANG Chen. Equivalent structure model of fish bone active camber morphing concept and analysis of aeroelastic characteristics [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(3):516-525.

基金项目:国家自然科学基金(12102017,92271104);北京市自然科学基金(1232014)。

收稿日期:2024-03-08;修订日期:2024-04-30

通信作者:张家应,男,副教授,博士生导师,E-mail: jiaying.zhang@buaa.edu.cn。

than 1.5 N·m. Additionally, using the airfoil model proposed in the paper to consider the rigid-flexible coupling characteristics of the structure and predict the bending flutter that occurs in the flexible section, the simplified model maintains consistency in flutter velocity prediction compared with MSC Nastran.

**Key words:** fish bone active camber (FishBAC); active camber morphing wing; equivalent structural modeling; aeroelasticity; flutter analysis

无论是在民用还是军用领域,现代飞行器都需 要面对日益复杂飞行任务和飞行环境。传统固定 翼飞行器的几何外形固定,即使经过了结构、气动 等方面的优化也只能改善其在预设任务下的飞行 性能<sup>[1-2]</sup>。然而变体飞行器则可以根据不同的飞行 条件,自适应地改变气动外形,从而提高飞行器性 能<sup>[3-5]</sup>。国内外许多研究机构和大学都在变体飞行 器研究项目上投入越来越多的资源,智能材料、结 构设计、先进控制等学科发展在不久的将来将会对 传统航空工业产生颠覆性的影响<sup>[67]</sup>。

变弯度概念的起源可以追溯到莱特兄弟发明 的第一架重于空气的飞行器[3],但是想要实现机翼 变弯度并不容易。Parker<sup>[8]</sup>于1920年申请了第一 批可变弯度机翼的专利,该方案使用双翼梁将机翼 分为3段,两个翼梁中间的部分是柔性以实现变弯 度。波音公司<sup>[9]</sup>于1973年开始系统研究基于先进 技术的可变弯度机翼并完成了跨音速风洞测试,发 现采用变弯度技术机翼的性能可以获得较大改进, 但是变弯度技术使机翼内部结构复杂化。20世纪 80年代,波音与NASA<sup>[10-11]</sup>联合研究自适应机翼项 目,利用可以连续变弯度的前/后缘装置取代传统 飞机的操纵面并改装了1架F-111用于飞行测试, 测试发现机翼在设计巡航状态,巡航阻力减少约 7.6%;在非设计状态,巡航阻力减小20%以上,其 他飞行状态下也具有极其优异的性能[12-13]。由于 变弯度机翼由驱动机构、传动机构和控制系统组 成,智能材料的发展则推动了机翼变弯度技术的进 一步发展。驱动系统采用的驱动器也逐步从传统 驱动器发展为形状记忆合金驱动器和压电材料驱 动器等<sup>[14]</sup>。1995年,美国 DARPA 开展了"Smart Wing"项目,旨在验证基于智能材料的机翼变弯度 技术可行性,其目的是改善军用飞机的空气动力学 性能和气动弹性性能[15]。

美国 NASA 兰利研究中心<sup>[16]</sup>首次提出"鱼骨概念",即机翼主要承力构件类似于鱼的脊骨,但在相关文献并没有提及具体的分析和实验。2012年,文献[17]中提出了一种全新的变弯度机翼方案——鱼骨主动变弯度机翼(Fishbone active camber,FishBAC),它是一款性能优越、结构简单的变弯度机翼,只需要很小的驱动能量就可实现机翼弯度的大幅度连续变化。文献[17]中围绕FishBAC的气动<sup>[18-19]</sup>、结构<sup>[20-21]</sup>和静气动弹性<sup>[22]</sup>特性及分析方法,发现FishBAC与平面后缘襟翼相比阻力显

著降低,在固定翼和旋翼飞行器的迎角范围内升力 效率提高了25%。强大、紧凑和轻量化的先进驱 动系统是FishBAC实现大尺度变形和高操纵性的 关键,文献[23-24]提出和发展了一类负刚度的螺 旋轮机构,该机构可以使驱动器更好地匹配所需的 驱动需求并使效率最大化。文献[25]基于非均质 梁模型,结合幂级数法研究了FishBAC的固有振 动特性,利用有限元仿真和实验对计算结果进行了 验证。文献[26]针对变体机翼后缘开展了多学科 设计与优化,能够快速有效地完成变体机翼无缝偏 转后缘优化设计。

鱼骨结构具有高度的刚度各向异性,由于其变 弯度的特点使其弦向弯度刚度较低,在结构变形时 气动载荷变化大,具有潜在气动弹性失稳的弊端。 文献[22]研究了二维鱼骨结构的气动弹性特性, 基于欧拉梁理论和XFOIL软件的静气动弹性分析 方法。文献[27]则发展了一种刚柔耦合的结构模 型,并基于准定常和非定常气动模型建立了气动弹 性模型,研究了不同参数对于颤振临界速度的影 响。变体机翼的构型对气动阻力和飞行航程具有 关键影响,其中颤振又是最重要、最难预测的动力 学现象,因此在飞机设计的初级阶段建立高效、系 统的气动弹性分析模型具有重要的意义。

由于传统气动弹性分析方法不适用于鱼骨柔 性翼的气动弹性分析,本文系统地针对鱼骨柔性翼 潜在的气动弹性问题进行了等效结构建模和气动 弹性分析,并采用欧拉梁理论和刚柔耦合翼型模型 建立等效结构模型,针对考虑静气动弹性特性下的 结构形变和动气动弹性中颤振失稳速度进行求解, 以期为变体飞行器的设计提供参考。

# 1 鱼骨柔性翼等效结构模型

#### 1.1 等效结构模型定义

FishBAC的结构模型如图1所示<sup>[16]</sup>,由朝向前 缘的刚性D形翼梁和朝向后缘的鱼骨柔性段所组 成。鱼骨柔性段由细长可弦向弯曲的横梁和预拉 伸后的弹性基体复合材料蒙皮构成。该结构由位 于D形翼梁内的驱动器作用连接着后缘的钢索,将 驱动扭矩传递到机翼后缘实现变形。

在理论分析中,由于驱动载荷作用在柔性段, 所以通常将D形翼梁视作刚体。柔性段主要的承 力结构是位于机翼中弧线的横梁。在横梁上均匀 分布一些纵梁以增加结构的展向刚度。预拉伸后



的蒙皮贴附在纵梁上用以承受气动载荷。蒙皮具 有预应力以减少气动载荷下的面外变形,同时避免 蒙皮的屈曲。本文根据文献[22]所提供的模型数 据进行研究,建立鱼骨柔性翼段的模型,具体参数 如表1所示。

	表1	鱼肯柔性翼段模型参数
Table 1	Model par	ameters of FishBAC morphing concept

参数	数值	参数	数值
基础翼型	NACA0012	纵梁厚度 t <sub>st</sub> /mm	0.8
弦长 c/mm	305	横梁厚度 tbs/mm	2
展长 b/mm	150	蒙皮厚度 t <sub>sk</sub> /mm	1.5
柔性起始位置 $x_s$ /mm	107	纵梁弹性模量 E <sub>st</sub> /GPa	2.14
柔性结束位置 $x_{\rm E}/{\rm mm}$	260	横梁弹性模量 E <sub>bs</sub> /GPa	2.14
纵梁数量 n	14	蒙皮弹性模量 E <sub>sk</sub> /MPa	4.56

### 1.2 等效结构模型

由于结构具有较低的弯曲刚度和高长厚比的 横梁、刚度较低的蒙皮以及沿着弦向分布的连续载 荷,因此本文基于欧拉-伯努利梁理论进行分析,结 构示意图如图2所示。



Fig.2 Schematic diagram of FishBAC structural model

对于柔性段计算挠度 w 时,采用的是对压力 分布进行一次积分,即可求得剪力 F<sub>Q</sub>(x)分布,再 进行一次积分,即可得到弯矩 M(x)的分布的计算 方法。气动载荷 p(x)、弯曲刚度 EI、柔性段全长 l 及挠度之间的关系通过欧拉-伯努利梁公式<sup>[28]</sup>计算 而得。对于本结构模型,由于D形翼梁处理为刚性 结构,所以柔性段简化为一段固支在翼梁上的悬 臂梁。

## 1.3 等效结构弯曲刚度

在等效结构模型分析时,对结构弯曲刚度具有 贡献的部分只有横梁、纵梁以及蒙皮,且总刚度为 3部分刚度的线性叠加。横梁视为等矩形截面的 梁,且梁的中性轴与翼型中弧线重合,所以梁的弯 曲刚度 EI<sub>15</sub>为

$$EI_{\rm bs} = \frac{E_{\rm bs}}{12} bt_{\rm bs}^3 \tag{1}$$

对于蒙皮而言,虽然蒙皮的材料弹性模量较小,但是蒙皮由于贴附在纵梁上与结构中性轴有较大的距离,因此对于结构刚度的贡献不可忽略,蒙皮的刚度可以根据平行轴定理<sup>[28]</sup>计算可得

$$EI_{sk} = E_{sk} \frac{1}{12} (bt_{sk}^{3} + bt_{sk}r_{ls}^{2}) + E_{sk} \frac{1}{12} (bt_{sk}^{3} + bt_{sk}r_{us}^{2})$$
(2)

式中:r<sub>us</sub>和r<sub>ls</sub>分别指上下两块蒙皮与中轴线的距 离。可以看出,沿着弦向结构刚度并不是恒定不变 的,而是随着机翼厚度变化。为了方便计算,考虑 到厚度变化在小区间内变化不大,将相邻纵梁之间 的刚度是为恒定且取均值,如图3所示。



Fig.3 Schematic diagram of skin stiffness change

纵梁由于在机翼厚度方向上具有较大的尺寸, 所以对于刚度相比于前两者要大得多,对于纵梁所 在位置的刚度贡献巨大,根据公式可得

$$EI_{\rm st} = \frac{E_{\rm st}}{12} bt_{\rm st}^3 \tag{3}$$

对于FishBAC结构的总刚度,将以上3部分刚 度求和即可得到

$$EI_{tot} = EI_{bs} + EI_{st} + EI_{sk} \tag{4}$$

由于蒙皮的刚度变化和纵梁的分布使得结构 的刚度出现阶跃变化,如图4所示<sup>[22]</sup>,图中横坐标 为无量纲坐标,*X* = *x*/*c*,纵梁的刚度远大于其余 两部分刚度,所以可以把纵梁近似处理为刚性,直 接计算刚体位移。因此,通过以上简化将柔性段转



化成一个刚度阶梯变化的梁。

由于蒙皮、纵梁以及主梁构成多闭室结构,为 了简化计算采用惯性矩计算公式和平行轴定理计 算等效刚度,与鱼骨柔性翼相仿的矩形多闭式结构 模型验证该等效方法的可行性。该结构由上下两 个蒙皮、中间的横梁以及均布纵梁组成。

采用Ansys进行有限元分析,将两个结构施加 载荷后比较最大位移,仿真结果如图5所示。对等 效横梁结构有限元、原闭室结构有限元、等效横梁 结构理论计算<sup>[28]</sup>结果进行比较,发现等效横梁结 果计算的位移较大,误差在3%以内。综上所述, 采用惯性矩计算公式和平行轴定理进行等效刚度 计算是可行的。



structural stiffness

# 2 鱼骨柔性翼静气动弹性特性分析

# 2.1 等效结构模型的结构分析

由于气动载荷作用在机翼蒙皮后通过纵梁传 递到横梁上,因此把结构等效为承受多个由气动载 荷等价的集中力和集中力矩的变刚度悬臂梁。对 于该模型的计算,采用逐段刚化法可大幅度简化计 算<sup>[28]</sup>。对于FishBAC的等效结构模型,可以将纵 梁所在位置的位移视为两个数组,利用逐段刚化法 求出数组的递推公式。图 6为 FishBAC 等效结果 模型的第 n 段和第 n+1 段,很容易推导出位移数 组的递推公式为

$$w_{l}(n+1) = w_{1}(n+1) + w_{2}(n) + l \tan \left[ \alpha_{2}(n+1) \right]$$
(5)

$$\alpha_t(n+1) = \alpha_1(n+1) + \alpha_2(n+1) \quad (6)$$





Fig.6 Local schematics of FishBAC application of segmental rigidization method

由于每一段梁都在前一段梁刚化后视为一段 固支且另一端承受集中力和力矩的悬臂梁,所以根 据挠度表<sup>[28]</sup>得到挠度的计算公式

$$\begin{cases} w_{m0} = \frac{Ml^2}{2EI} & w_{f0} = \frac{Fl^3}{3EI} \\ \alpha_{m0} = \frac{Ml}{EI} & \alpha_{f0} = \frac{Fl^2}{2EI} \end{cases}$$
(7)

式中:w<sub>m0</sub>和 a<sub>m0</sub>为梁承受末端集中弯矩 M 作用时 的最大挠度和转角,w<sub>0</sub>和 a<sub>0</sub>为梁承受末端集中力 F 作用时的最大挠度和转角。文献[22]中所用方 法是对整个结构进行积分求解,而采用逐段刚化法 后只需要线性叠加即可求解,相比于积分求解的方 法具有了大幅简化,编程计算也更为方便。

本文在结构刚度计算和位移计算中均采取了 大幅简化,采用Ansys有限元分析进行验证。选择 对柔性段的最后一个纵梁施加一铅垂向下的力,如 图7所示,图中A为约束,B为载荷。通过有限元 仿真可以得到各纵梁结点处的位移,与简化模型进 行对比,结果对比如图8所示。结果显示在无蒙皮 的情况下计算误差小于3%;在有蒙皮的情况下计 算误差小于8%,该简化模型可以很好地满足计算 需求。









#### 2.2 等效结构模型的气动分析

XFoil是一款对亚音速翼型进行分析分析与 设计的程序<sup>[29]</sup>,该程序主要基于势流理论并加上 了黏性边界层求解器来进行预测翼型表面的摩擦 阻力和流动分析,相较于无黏理论计算的结果更加 准确<sup>[19]</sup>。本文利用XFoil软件进行气动分析,图9 为文中通过XFoil接口完成气动分析工作的流 程图。





Fig.9 Flowchart of aerodynamic analysis using XFoil interface

假设压力p(x)作用点处与中性轴在同一横坐标处的法线的夹角为 $\theta$ ,在法线方向上的压力为 $p_n(x)$ ,可得

$$p_{n}(x) = p(x)\cos\theta \tag{8}$$

一般这个夹角小于10°,因此简化为  $\cos\theta \approx 1_{\circ}$ 

对于纵梁处的载荷计算则可以对 $p_n(x)$ 在指定的区域进行积分求得,记第n个纵梁所在坐标 $x_n$ 与相邻的第n-1和n+1的纵梁之间中点坐标 $x_0$ 和 $x_1$ 那么所等效的集中力 $F_{lood}$ 和集中力矩 $M_{load}$ 为

$$\begin{cases} F_{\text{load}} = \frac{1}{2} \rho V^2 b c dx (\overline{C}_{\text{pl}} + \overline{C}_{\text{pu}}) \\ M_{\text{load}} = \frac{1}{2} \rho V^2 b c dx (\overline{C}_{\text{ml}} + \overline{C}_{\text{mu}}) \end{cases}$$
(9)

式中:cdx为两个相邻纵梁之间距离; $\overline{C}_{pl}$ 、 $\overline{C}_{pu}$ 、 $\overline{C}_{ml}$ 、 $\overline{C}_{mu}$ 分别为下翼面、上翼面计算得到的平均压力及弯 矩系数; $\rho$ 和V分别为空气来流密度和速度。

## 2.3 静气动弹性力学的理论计算

本节基于前面的推导,进一步将等效结构模型 与气动模型耦合进行迭代计算,静气动弹性计算的 流程如图10所示。本文采用文献[30]所提供的气 动参数进行计算,主要包括速度、迎角以及雷诺数 等,如表2所示。



图 10 静气动弹性力学计算程序流程图

Fig.10 Flowchart of static aeroelasticity calculation program

表 2 鱼骨柔性翼的气动参数 Table 2 Aerodynamic parameters of the FishBAC

• •	
参数	数值
均匀来流的速度 $V_{\infty}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	10
雷诺数 Re	240 000
迎角 α/(°)	5

将参数导入程序中,选取多种驱动载荷进行计算,结果如图11、12所示。其中图11(a)给出了多种 驱动力矩下经过迭代20次后的翼型压强系数*C*<sub>ρ</sub>分 布。图11(b)给出了鱼骨柔性翼后缘处无量纲化位 移的迭代变化,由图可见,经10次迭代即可实现较 稳定的收敛。图12为多种驱动力矩下的计算结果, 验证了计算程序在多种计算工况的稳定收敛。



Fig.11 MATLAB calculation results of static aeroelasticity



图 12 多个驱动力矩下的静气弹计算结果

Fig.12 Calculation results of static aeroelasticity under multiple driving torques

为了验证本模型的准确性,与文献[30]的计算 结果进行了对比,结果如图13所示,在扭矩小于 1.5 N·m时结果较为准确,误差小于15%。当大于 1.5 N·m后,后缘处位移已经为弦长的10%,此时 由于模型具有较多简化导致计算误差较大,但在研 究范围内误差较小,可以应用。



图 13 MATLAB计算结果与文献[30]计算结果的对比 Fig.13 Comparison of calculation results between MATLAB and Ref.[30]

# 3 鱼骨柔性翼动气动弹性特性分析

### 3.1 刚柔耦合翼型模型

与前文一致,在分析鱼骨柔性翼动气动弹性特性时,将柔性段建模为与刚性段固接的欧拉梁、刚性段建模为具有扭转刚度 $k_a$ 和浮沉刚度 $k_h$ 刚性D 形翼盒,建立的模型如图14所示。图中EA为弹性轴,CM为机翼质心,RE为刚柔分界点,弹性轴距前缘点的距离记为 $x_i$ ,弹性轴与质心的位置记为 $x_{cg}$ ,刚柔比记为f,来流速度记为 $U_{\infty}$ 。该模型自由度包括:扭转 $\alpha$ 、浮沉h以及柔性段横向位移w。使用瑞丽-利兹法<sup>[31]</sup>可以将柔性段横向位移表示为 $w(x,t) = \phi_1(x)\xi_1(t) + \phi_2(x)\xi_2(t) + \cdots =$ 

$$\sum_{i=1}^{n} \psi_{i}(x) \xi_{i}(t)$$
 (10)

式中: $\phi_i(x)$ 为基函数,在本文中为悬臂梁的归一化振动模态函数; $\xi_i(t)$ 为基函数对应的广义坐标。



Fig.14 Rigid and flexible coupling airfoil model

根据运动学关系可以计算刚性段的动能 T<sub>-</sub>和 柔性段 T<sub>-</sub>的动能分别为

$$T_{r} = \frac{1}{2} \int_{-x_{f}}^{r} \rho A \left( \dot{h} + \dot{\alpha}x \right)^{2} dx = \frac{1}{2} m_{1} \dot{h}^{2} + \frac{1}{2} I_{r} \dot{\alpha}^{2} + m_{1} x_{cg} \dot{h} \dot{\alpha}$$
(11)

$$T_{i} = \frac{1}{2} \int_{0}^{l} \rho A \Big[ \dot{h} + \dot{\alpha} (x+r) + \dot{w} \Big]^{2} dx = \frac{1}{2} \int_{0}^{l} \rho A \Big[ \dot{h} + \dot{\alpha} (x+r) + \sum_{i=1}^{n} \psi_{i} \dot{\xi}_{i} \Big]^{2} dx \qquad (12)$$

式中: $I_t 和 m_1$ 分别为刚性段结构的转动惯量和质量, $r \to EA$ 和 RE之间的距离,归一化振动模态函数的性质为  $\int_{0}^{1} \varphi_i \rho A \varphi_i dx = 1$ 。得到结构总动能为

$$T = T_{r} + T_{f} = \frac{1}{2} m_{a} \dot{h}^{2} + \frac{1}{2} I_{a} \dot{\alpha}^{2} + S_{a} \dot{h} \dot{\alpha} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \dot{\xi}_{i}^{2} + \dot{h} \sum_{i=1}^{n} a_{i} \dot{\xi}_{i} + \dot{\alpha} \sum_{i=1}^{n} b_{i} \dot{\xi}_{i}$$
(13)

式 中 : 
$$m_a = m_1 + \int_0^l \rho A dx$$
,  $I_a = I_r + \int_0^l \rho A(x + x)$ 

$$r)^{2} dx, \qquad S_{a} = m_{1} x_{cg} + \int_{0}^{t} \rho A(x+r) dx, \qquad a_{i} = \int_{0}^{t} \rho A \psi_{i} dx, \qquad b_{i} = \int_{0}^{t} \rho A \psi_{i}(x+r) dx_{o}$$

刚性段的势能U<sub>r</sub>和柔性段的势能U<sub>f</sub>分别为

$$U_{r} = \frac{1}{2} K_{h} h^{2} + \frac{1}{2} K_{a} \alpha^{2}$$
(14)

$$U_{i} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \omega_{i}^{2} \xi_{i}^{2}$$
(15)

式中ω;为柔性段的 i 阶固有频率。得到总势能为

$$U = U_{\rm r} + U_{\rm f} = \frac{1}{2} K_{\rm h} h^2 + \frac{1}{2} K_{\rm a} \alpha^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \xi_i^2 \quad (16)$$

在忽略结构阻尼且由于气动力为非有势力,采 用第二类拉格朗日方程可以建立动力学方程<sup>[31]</sup>

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} = Q_j \quad j = 1, \ 2, \ \cdots, n+2 \quad (17)$$

式中 $q = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, h, \alpha\}$ 。因此得到动力学 方程为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{a}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{b} & \boldsymbol{I}_{a} & \boldsymbol{S}_{a} \\ \boldsymbol{a} & \boldsymbol{S}_{a} & \boldsymbol{m}_{a} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\ddot{\boldsymbol{\xi}}} \\ \boldsymbol{\ddot{\boldsymbol{\kappa}}} \\ \boldsymbol{\ddot{\boldsymbol{\kappa}}} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{\hat{\boldsymbol{\xi}}}\boldsymbol{\hat{\boldsymbol{\xi}}}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{a} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{h} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\boldsymbol{\xi}} \\ \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{w} \\ \boldsymbol{Q}_{a} \\ \boldsymbol{Q}_{h} \end{pmatrix}$$
(18)

式中 $K_{\xi\xi}$  = diag $(\omega_1^2, \omega_2^2, \cdots, \omega_n^2)$ ,  $Q_w = (Q_{\xi 1}, Q_{\xi 2}, \cdots, Q_{\xi n})^{\mathrm{T}}$ ,  $b = (b_1, b_2, \cdots, b_n)$ ,  $a = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$ 和I为n阶单位矩阵。

采用不可压缩、无黏和无旋假设计算气动载 荷,根据西奥道森气动理论将非定常流体流动描述 为非环量气动力和与涡脱落相关的环量气动力的 叠加。基于小运动假设,根据薄翼型非定常气动理 论<sup>[32]</sup>可以得气动力ΔP(x,t)为

$$\Delta P(x,t) = -\rho_{f}U_{\infty}C(k)f\left(\frac{x}{l}\right)\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + U_{\infty}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right) - l\rho_{f}n\left(\frac{x}{l}\right)\frac{\mathrm{d}^{2}y}{\mathrm{d}t^{2}}$$
(19)

式中: $\rho_f$ 为来流密度,C(k)为西奥道森函数,t为时间, $\gamma$ 为横向位移。无量纲函数为

$$f(s) = 2\sqrt{(1-s)/s}$$
 (20)

$$n(s) = 2\sqrt{(1-s)s} \tag{21}$$

式(18)中的气动力根据西奥道森气动理论和 广义气动力<sup>[32]</sup>可以得到

$$\boldsymbol{Q}_{w}(x,t) = \int_{0}^{t} \boldsymbol{\psi}(x) \Delta P(x,t) \,\mathrm{d}x \qquad (22)$$

$$\vec{\mathrm{x}} \oplus \boldsymbol{\psi}(x) = (\psi_1(x), \psi_2(x), \cdots, \psi_n(x))_{\circ} Q_h = -\rho_f \pi b^2 \Big[ \ddot{h} - (x_f - b) \ddot{a} + U_{\infty} \dot{a} \Big] - 2\rho_f \pi U_{\infty}^2 b C(k) \Big[ a + \frac{\dot{h}}{U_{\infty}} + \Big( \frac{3}{2} b - x_f \Big) \frac{\dot{a}}{U_{\infty}} \Big] + L_{\mathrm{moph}}$$

$$(23)$$

$$Q_{\alpha} = \rho_{f} \pi b^{2} \left(x_{f} - b\right) \left[\ddot{h} - \left(x_{f} - b\right) \ddot{\alpha}\right] - \frac{\rho_{f} \pi b^{4}}{8} \ddot{\alpha} - \rho_{f} \pi b^{2} U_{\infty} \left(\frac{3}{2}b - x_{f}\right) \dot{\alpha} + 4\rho_{f} e b^{2} \pi U_{\infty}^{2} C(k) \left[\alpha + \frac{\dot{h}}{U_{\infty}} + \left(\frac{3}{2}b - x_{f}\right) \frac{\dot{\alpha}}{U_{\infty}}\right] + M_{\text{morph}}$$

$$(24)$$

式中: $e = x_f/2b - 1/4$ ;气动力中 $L_{morph}$ 和 $M_{morph}$ 为由 于柔性段载荷产生的气动升力和俯仰力矩,表达 式为

$$L_{\text{morph}} = \int_{0}^{t} \Delta P(x, t) \cos \theta dx \qquad (25)$$

$$M_{\text{morph}} = \int_{0}^{t} \Delta P(x,t)(x+r) \cos \theta dx \quad (26)$$

整理可得动气动弹性方程的完整形式为

$$(A+2
ho_f B)\ddot{q}+(C+
ho_f U_{\infty}D)\dot{q}+$$

$$(E + \rho_f U_{\infty}^2 F) q = 0 \qquad (27)$$

式中A、B、C、D、E、F分别为结构惯性矩阵、气动 惯性矩阵、结构阻尼矩阵、气动阻尼矩阵、结构刚度 矩阵和气动刚度矩阵。结构阻尼会使得气动弹性 特性发生变化。气动弹性模型一般采用由结构质 量和刚度矩阵线性组成的比例阻尼矩阵<sup>[31]</sup>,即

$$D = \alpha A + \beta E \tag{28}$$

式中: $\alpha \pi \beta \beta$ 别为系统的 Rayleigh 系数,根据文献 [27], $\alpha \pi \beta \beta$ 别取 0.012 s<sup>-1</sup>和 0.001 5 s<sup>-1</sup>。

### 3.2 FishBAC动气动弹性的理论计算

在计算式(27)时由于非定常气动力表达式中

存在着西奥道森函数无法直接采用数值积分方法 进行计算,利用沃尔泰拉理论将采用卷积进行计算 非定常气动力,并将气动力表达式中积分部分定义 为空气动力状态变量,即可建立空气动力状态变量 自身满足的微分方程,即可将式(27)推导成可以 直接数值积分的形式,由于篇幅有限推导详见文献 [27,33]。

对于所考虑的气弹系统一类的振荡系统,系统 矩阵 Q的特征值  $\lambda$  以共轭复数对的形式出现。若 复特征值的实部为正,则系统不稳定,即气弹系统 发生颤振。本文计算所需的参数如表 3 所示,绘制 出判断颤振速度的速度-系统矩阵特征值实部和速 度-频率图,如图 15 所示,可以发现在速度 37.2 m/s 时结构发生颤振,对应的颤振频率为 7.82 Hz。由 于柔性段的固有频率大于结构刚体模态的固有频 率,因此该机翼的颤振形式仍是经典弯扭颤振。如 图 16 所示,随着柔性段的固有频率降低(材料刚度  $E = 0.02E_f = 1.44$  GPa)时会发生"弯度"颤振<sup>[34]</sup>, 也就是由于柔性段结构的引入而降低了机翼的颤 振速度。

表 3 FishBAC的结构特性 Table 3 Structural properties of FishBAC

参数	数值	参数	数值
弦长 c/m	0.254	浮沉刚度 $k_h/(N \cdot m^{-1})$	2 818.8
展长 <i>b</i> /m	1	刚柔占比f/%	75
单位长度质量 m <sub>1</sub> /(kg•m <sup>-1</sup> )	3.383	柔性段材料模量 E <sub>f</sub> / GPa	72
弹性轴位置 $x_{f}/m$	0.063 5	柔性段材料密度ρ/ (kg•m <sup>-3</sup> )	2 700
重心位置 <i>x<sub>cg</sub>/m</i>	0.026 4	柔性段翼梁厚度 t <sub>h</sub> /m	1e - 3
单位长度惯性矩 <i>I</i> <sub>r</sub> /(kg•m)	0.013 5	来流密度 $\rho_f/(kg•m^{-3})$	1.225
俯仰刚度 k <sub>a</sub> / (N•m•rad <sup>-1</sup> )	94.37	来流速度 <i>U</i> ∞/ (m•s <sup>-2</sup> )	[0,60]



Fig.15 Results of dynamic aeroelasticity calculation



Fig.16 Results of reducing stiffness of flexible segement

## 3.3 FishBAC动气动弹性的有限元计算

由于上述颤振分析均为二维刚柔耦合翼型模型的分析,但真实机翼具有展长,本文采用MSC Patran/Nastran软件对展长为1m、柔性占比75%的FishBAC机翼进行等效建模和气动弹性分析,参数与表3相同。首先将结构简化为一个刚柔耦合的板结构,并附加上集中质量和两个自由度的约束弹簧,建模如图17所示。



网格划分采用了 CQUAD4 板单元,展向设置 50 网格生成点,弦向设置 40 个 网格生成点。先对 结构进行模态分析,分析得到前六阶固有频率为 4.188 9、12.334、25.880、28.719、33.399、44.463 Hz, 前六阶模态振型如图 18 所示。

使用 Nastran 软件求解颤振特性,选择双偶极 子网格法气动力理论,设置值为参考 Ma = 0,进



行分析后发现当在速度44.347 m/s时机翼发生颤振,对应的颤振频率为7.36 Hz,计算结果如图19 所示,与理论计算得到的结果进行了相互印证。有限元计算结果偏大的原因为三维机翼的分析较之 于二维机翼由于考虑了气动载荷的三维效应因而 颤振速度计算偏大<sup>[32,35]</sup>。



# 4 结 论

本文研究了一种针对鱼骨柔性翼的气动弹性 建模方法,采用欧拉梁理论和刚柔耦合翼型模型建 立了等效结构模型,实现了对鱼骨柔性翼气动弹性 特性的分析。首先,基于欧拉梁理论和平行轴定理 对鱼骨柔性翼进行了合理简化,建立了等效结构模 型;采用逐段刚化法简化结构计算,与有限元结果 对比计算误差小于8%。然后面向气动弹性分析 的需要,建立了柔性翼的气动模型;并与结构模型 进行耦合,建立了鱼骨柔性翼的气动弹性模型,对 鱼骨柔性翼进行了分析,计算结果与商业软件结果 保持了一致性。本文研究工作进一步发展了鱼骨 柔性翼气动弹性模型的建立与分析方法,为未来柔 性变后缘结构的设计分析与优化提供了理论支撑。

#### 参考文献:

- [1] RAYMER D P. Aircraft design: A conceptual approach[M]. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012.
- [2] 甄子洋,刘攀,陆宇平.变体飞行器智能变形与飞行 控制技术研究进展[J].南京航空航天大学学报, 2022,54(6):995-1006.

ZHEN Ziyang, LIU Pan, LU Yuping. Research progress on intelligent deformation and flight control technology of morphing aircraft[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(6): 995-1006.

- [3] BARBARINO S, BILGEN O, AJAJ R M, et al. A review of morphing aircraft[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2011, 22(9): 823-877.
- [4] LI D, ZHAO S, ANDREA D R, et al. A review of modelling and analysis of morphing wings[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2018, 100: 46-62.
- [5] WEN Liyan, REN Qiuping, YANG Jie, et al. Longitudinal modeling and aerodynamic evaluation of morphing aircraft with symmetric folding wing tips[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2023, 40(4): 382-400.
- [6] ARMANDO R. Morphing aircraft technology survey [C]//Proceedings of the 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. [S.l.]: AIAA, 2007.
- [7] 张家应,黄可,武冠振,等.变体飞行器结构关键技术 及研究进展[J].电光与控制,2024,31(1):1-13.
  ZHANG Jiaying, HUANG Ke, WU Guanzhen, et al. Key technologies and research progress of morphing aircraft structure[J]. Electronics Optics & Control, 2024,31(1):1-13.
- [8] PARKER H F. The parker variable camber wing: NACA-TR-77[R]. [S.l.]: NACA, 1920.
- [9] SATTI R, LI Y, SHOCK R, et al. Computational aeroacoustic analysis of a high-lift configuration[C]// Proceedings of the 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. [S.I.]: AIAA, 2008.
- [10] GILBERT W. Development of a mission adaptive wing system for a tactical aircraft[C]//Proceedings of the Aircraft Systems Meeting. [S.I.]: AIAA, 1980.
- [11] DECAMP R, HARDY R. Mission adaptive wing advanced research concepts[C]//Proceedings of the 11th Atmospheric Flight Mechanics Conference. [S. l.]: AIAA, 1984.
- [12] BONNEMA K, SMITH S. AFTI/F-111 mission adaptive wing flight research program[C]//Proceedings of the 4th Flight Test Conference. [S. l.] : AIAA, 1988.
- [13] SMITH S B, NELSON D W. Determination of the aerodynamic characteristics of the mission adaptive wing[J]. Journal of Aircraft, 1990, 27(11): 950-958.
- [14] 裘进浩,季宏丽,徐志伟,等.智能材料与结构及其在 智能飞行器中的应用[J].南京航空航天大学学报, 2022,54(5):867-888.
  QIU Jinhao, JI Hongli, XU Zhiwei, et al. Smart materials and structures and their applications on smart aircraft[J]. Journal of Nanjing University of Aeronau-
- [15] KUDVA J N, MARTIN C A, SCHERER L B,

tics & Astronautics, 2022, 54(5): 867-888.

et al. Overview of the DARPA/AFRL/NASA smart wing program[C]//Proceedings of the Smart Structures and Materials 2001: Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies. [S. 1.]: SPIE, 2001.

- [16] MCGOWAN A, WASHBURN A E, HORTA L G, et al. Recent results from NASA's morphing project [C]//Proceedings of the Smart Structures and Materials 2002: Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies. [S.I.]: SPIE, 2002.
- [17] WOODS B K S, FRISWELL M I. Preliminary investigation of a fishbone active camber concept[C]//Proceedings of ASME 2012 Conference on Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems. [S. I.]: ASME, 2012.
- [18] WOODS B K S, BILGEN O, FRISWELL M I. Wind tunnel testing of the fish bone active camber morphing concept[J]. Journal of Intelligent Material Systems & Structures, 2014, 25(7): 772-785.
- [19] WOODS B K S, FINCHAM J, FRISWELL M I. Aerodynamic modelling of the fish bone active camber morphing concept[C]//Proceedings of Royal Aeronautical Society Conference on Advanced Aero Concepts, Designs and Operations. [S.I.]: Bristol, 2014.
- [20] WOODS B K S, FRISWELL M I. Structural analysis of the fish bone active camber concept[C]//Proceedings of the AIDAA XXII Conference. [S.I.]: AIDAA, 2013.
- [21] WOODS B K S, FRISWELL M I. Structural characterization of the fish bone active camber morphing airfoil[C]//Proceedings of the 22nd AIAA/ASME/ AHS Adaptive Structures Conference. [S.l.]: AIAA, 2014.
- [22] WOODS B K S, DAYYANI I, FRISWELL M I. Fluid/structure-interaction analysis of the fish-bone-active-camber morphing concept[J]. Journal of Aircraft, 2015, 52(1): 307-319.
- [23] WOODS B K S, FRISWELL M I, WERELEY N M. Advanced kinematic tailoring for morphing aircraft actuation[J]. AIAA Journal, 2014, 52(4): 788-798.
- [24] ZHANG J, SHAW A D, AMOOZGAR M R, et al. Bidirectional spiral pulley negative stiffness mechanism for passive energy balancing[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2019, 11(5): 054502.
- [25]黄可,张家应,王青云.基于非均匀梁模型的二维柔性机翼固有振动分析[J].力学学报,2023,55(2): 487-496.

HUANG Ke, ZHANG Jiaying, WANG Qingyun. Natural vibration analysis of two-dimensional flexible wing based on non-uniform beam model[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2023, 55(2): 487-496.

 [26] 王宇,黄东东,郭士钧,等.变体机翼后缘多学科设计 与优化[J].南京航空航天大学学报,2021,53(3): 415-424.
 WANG Yu, HUANG Dongdong, GUO Shijun,

et al. Multidisciplinary design and optimization of trailing edge of morphing wing[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 53(3): 415-424.

- [27] ZHANG J, SHAW A D, WANG C, et al. Aeroelastic model and analysis of an active camber morphing wing[J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 111(5): 106534.
- [28] 殷雅俊,范钦珊,王晶,等.材料力学[M].第3版.北京:高等教育出版社,2019.
  YIN Yajun, FAN Qinshan, WANG Jing, et al. Mechanics of materials[M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2019.
- [29] DRELA M. XFOIL: An analysis and design system for low Reynolds number airfoils[M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 1989.
- [30] 冒森,杨超,谢长川,等.鱼骨柔性翼段线性/非线性 静气动弹性对比分析[J].北京航空航天大学学报, 2021,47(6):1299-1310.
  MAO Sen, YANG Chao, XIE Changchuan, et al. Comparative analysis of linear/nonlinear static aeroelasticity of fishbone flexible wing[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021,47(6):1299-1310.
- [31] 邢誉峰,李敏.工程振动基础[M].北京:北京航空 航天大学出版社,2011.
  XING Yufeng, LI Min. The foundation of engineering vibration[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2011.
- [32] ARGENTINA M, MAHADEVAN L. Fluid-flow-induced flutter of a flag[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2005, 102(6): 1829-1834.
- [33] 赵永辉,黄锐.高等气动弹性力学与控制[M].北 京:科学出版社,2015.
  ZHAO Yonghui, HUANG Rui. Advanced aeroelasticity and control[M]. Beijing: Science Press, 2015.
- [34] MURUA J, PALACIOS R, PEIRÓ J. Camber effects in the dynamic aeroelasticity of compliant airfoils
  [J]. Journal of Fluids and Structures, 2010, 26(4): 527-543.
- [35] ELOY C, SOUILLIEZ C, SCHOUVEILER L. Flutter of a rectangular plate[J]. Journal of Fluids and Structures, 2007, 23(6): 904-919.