

DOI:10.16356/j.1005-2615.2024.02.014

基于 POD 和 Kriging 的水滴收集量快速预测方法

郭琪磊^{1,2}, 杜杰³, 张恒⁴

(1. 中国民用航空飞行学院工程技术训练中心, 广汉 618307;

2. 中国民用航空飞行学院四川省通用航空器维修工程技术研究中心, 广汉 618307;

3. 中国民用航空飞行学院航空工程学院, 广汉 618307; 4. 西北工业大学航空学院, 西安 710072)

摘要: 数值模拟手段预测翼面处水滴撞击特性通常较为耗时, 为快速准确计算结冰条件下的翼面处水滴收集量, 提出了基于本征正交分解和代理模型的水滴收集量快速预测方法。首先对 FAR 25 部附录 C 中连续最大结冰条件进行优化拉丁超立方采样, 通过数值模拟手段获得各采样点在翼面处水滴收集量分布, 从而构造样本空间。在此基础上, 利用本征正交分解(Proper orthogonal decomposition, POD)方法找到表达和重构水滴收集量的本征模态以及相应的拟合系数。最后, 利用 Kriging 模型建立样本空间中各采样点与拟合系数间的代理模型, 实现翼面处水滴收集量分布的快速预测。经多组工况验证表明: 该方法可较为准确地预测翼面处水滴收集量分布, 其计算成本较数值模拟方法大幅降低, 能够为无人机防除冰设计提供有益参考。

关键词: 无人机; 防/除冰; 本征正交分解; 代理模型; 水滴收集量

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2024)02-0318-09

Rapid Prediction of Droplet Mass Caught Based on POD and Kriging

GUO Qilei^{1,2}, DU Jie³, ZHANG Heng⁴

(1. Engineering Techniques Training Center, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan 618307, China;

2. Sichuan Province Engineering Technology Research Center of General Aircraft Maintenance, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan 618307, China; 3. College of Aviation Engineering, Civil Aviation Flight University of China,

Guanghan 618307, China; 4. College of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Numerical simulation methods are usually time-consuming when predicting the impact characteristics of water droplets on the airfoil. In order to quickly and accurately calculate the droplet mass caught near the airfoil under icing conditions, a rapid prediction method based on proper orthogonal decomposition (POD) and the surrogate model is proposed. First, the optimal Latin hypercube sampling method is employed for the continuous maximum icing conditions in FAR 25 Appendix C, and the distributions of the droplet mass caught at each sampling point are obtained by means of numerical simulation, so as to construct the sample space. Second, the POD method is utilized to find basis modes and the fitting coefficients needed to express and reconstruct the droplet mass caught. Finally, a surrogate model between each sampling point and the fitting coefficients is established by the Kriging model, the rapid prediction of the distribution of the droplet mass caught on the airfoil is developed. The validations of this estimation method show that the proposed method has an outstanding performance on accurate and rapid prediction of the distribution of droplet mass caught. Compared to the numerical simulation method, the time-consuming of the

基金项目: 国家重点研发计划子课题(2021YFB2601702); 四川省通用航空器维修工程技术研究中心资助课题(GAM-RC2021YB13); 中国民用航空飞行学院校级科研基金(QJ2023-008)。

收稿日期: 2023-04-25; **修订日期:** 2023-11-01

作者简介: 郭琪磊, 男, 讲师, E-mail: cafuc_guoql@outlook.com。

引用格式: 郭琪磊, 杜杰, 张恒. 基于 POD 和 Kriging 的水滴收集量快速预测方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2024, 56(2): 318-326. GUO Qilei, DU Jie, ZHANG Heng. Rapid prediction of droplet mass caught based on POD and Kriging[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(2): 318-326.

estimated method drops significantly, which will provide helpful support for unmanned aerial vehicle (UAV) anti-/de-icing design.

Key words: unmanned aerial vehicle (UAV); anti-/de-icing; proper orthogonal decomposition (POD); surrogate model; droplet mass caught

近年来,无人机在军事侦查、海冰监测、应急救援以及结冰检测等诸多领域发挥着重要作用^[1-2]。然而结冰问题一直是制约飞行安全的重要因素。美国国家运输安全委员会也曾指出“自然结冰问题是航空运输安全中最需要改进的环节之一”^[3]。结冰问题是指航空器在飞过含有过冷液滴的云层时,其机翼表面、发动机进气口等迎风面处可能由于过冷水滴撞击而出现结冰的现象。航空器表面结冰会改变其绕流流场,导致阻力增加和升力降低,进而严重威胁飞行安全^[4]。

无人机日益深化的应用场景要求其能够在复杂的气象条件下执行飞行任务^[5]。由于无人机的抗冰能力更差、失速响应时间更短、可用于防除冰能力更加有限等原因,导致无人机相对有人机而言更易遭受结冰。因此在无人机的防除冰设计中为求使用最低的能量达到最好的防除冰效果,常会采用新材料和新技术,例如疏冰/疏水材料^[6-7]、疏水蛋白质^[8]与相变材料^[9]、纳秒脉冲阻挡介质放电(Nanosecond pulse dielectric barrier discharge, NSDBD)技术^[10]等。无论采用哪种技术方案,都需要准确计算结冰条件下翼面收集的水滴质量,从而对翼面布局进行优化,以期减小能量需求。随着计算机技术发展与结冰理论的日益成熟,求解翼面处水滴收集量已经可以通过数值方法实现。然而采用数值模拟手段需要分别求解结冰表面绕流流场和水滴撞击特性,导致数值方法求解翼面处水滴收集量通常较为耗时,因此应发展更为高效快捷的水滴收集量预测方法。

代理模型(Surrogate model)是指可替代较为复杂和耗时的数值分析的近似数学模型^[11]。由于具有可大幅提高优化设计效率、降低优化难度且所提供结果精度不显著降低的优势,代理模型已广泛应用于各个领域。然而为满足无人机防除冰设计的需要,应预先获得整个设计空间内的水滴收集量变化情况。考虑到数值手段求解水滴收集量的时间成本,若直接对数值计算的原始样本数据建立近似关系的代理模型,需要较大的样本数量来保证模型精度,其计算成本是非常高的。

本征正交分解(Proper orthogonal decomposition, POD)能够将复杂系统分解为若干个基模态来捕捉系统的主要特征,并利用线性叠加基模态实

现复杂系统重构^[12]。利用POD方法可将影响翼面处水滴收集量的来流速度、液态水含量等因素分解为表达其特征的基向量,从而将复杂的气象/飞行参数样本降阶为可以应用代理模型训练的拟合系数样本。基于POD和代理模型的预测算法已被广泛应用于飞机电热防冰系统的优化设计^[13-14]和除冰热载荷快速预测^[12,15]。在航空器结冰快速预测方面,申晓斌等^[16]考虑结冰温度、结冰时间、液态水含量的影响,建立了基于POD的结冰冰形快速预测算法。刘藤等^[17]基于POD方法和Kriging模型的代理模型方法,实现了多参数下结冰冰形的快速预测。

基于本征正交分解和代理模型,提出了一种实现翼面处水滴收集量快速预测的方法。首先,对FAR 25部附录C中连续最大结冰条件进行优化拉丁超立方采样(Optimal Latin hypercube sampling, OLHS),通过数值模拟手段获得各采样点在翼面处的水滴收集量分布,从而构造样本空间。然后,利用POD方法找到表达水滴收集量的本征模态以及重构水滴收集量所需的拟合系数。最后,利用Kriging模型建立样本空间中各采样点与拟合参数间的代理模型,实现翼面处水滴收集量分布的快速预测。通过多种工况的数值验证,表明该方法对翼面处水滴收集量有较好的预测效果。

1 理论方法

1.1 水滴撞击特性计算

飞机结冰通常都发生在高空云层之中,是因为云层中有过冷水滴(低于冰点的液态水)存在,当其与飞机表面发生碰撞便会立刻冻结,引发飞机表面积冰。结冰数值模拟过程包括空气流场求解、过冷水滴撞击特性求解以及结冰传热传质模拟等部分内容。本文旨在求解壁面处水滴收集量分布,因此只针对空气流场和水滴撞击特性的求解进行数值模拟。在求解空气流场的基础上,采用拉格朗日方法建立过冷水滴运动方程,进而求解过冷水滴的撞击特性及壁面水滴收集量分布。

空气流场通过求解N-S方程组获得,守恒方程组如式(1~3)所示。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu(2S_{ij}) - \rho \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_p u_i T)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j} - \rho c_p \overline{u'_i T'_j} \right) \quad (3)$$

式中: ρ 为空气密度, u_i 为空气速度, P 为压力, S_{ij} 为应力; $\overline{u'_i u'_j}$ 和 $\overline{u'_i T'_j}$ 分别为湍流应力和湍流热流。

本文使用剪切应力输运(Shear stress transport, SST) k - ω 湍流模型,其中湍动能 k 和湍流耗散率 ω 可以通过以下方程获得

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega \quad (5)$$

式中: G_k 为由于平均速度梯度导致的湍动能生成项, G_ω 为湍流耗散率的生成项, Γ_k 和 Γ_ω 分别为 k 和 ω 的有效扩散, Y_k 和 Y_ω 分别为 k 和 ω 由于湍流导致的耗散。关于SST k - ω 湍流模型的细节可参考文献[18]。

在获得空气流场分布基础上,采用拉格朗日法获得过冷水滴的运动轨迹,从而获得壁面处过冷水滴的收集系数。在过冷水滴受力分析时一般做如下假设^[19]:

(1) 仅考虑空气对过冷水滴的影响,而过冷水滴对空气不产生影响;

(2) 过冷水滴的体积保持不变,但是其形状可以改变,引入与水滴体积相等的当量球的概念,其直径为 d_{eq} ;

(3) 过冷水滴的密度在整个过程中保持不变;

(4) 过冷水滴只受气动阻力、重力和空气浮力。

对过冷水滴运用牛顿第二定律可得

$$M_w a = F \quad (6)$$

式中

$$M_w = \rho_w V_w \quad (7)$$

$$a = \frac{d^2 x_w}{dt^2} = \frac{du_w}{dt} \quad (8)$$

$$F = (\rho_w - \rho_a) V_w g + 0.5 \rho_a A_w C_d |u - u_w| (u - u_w) \quad (9)$$

式中: ρ_a 和 ρ_w 分别为空气密度和水滴密度, g 为重力加速度, A_w 为水滴的迎风面积, V_w 为水滴体积, C_d 为阻力系数, u 为当地气流速度, u_w 为水滴速度。整理式(6~9)可以得到如下所示常微分方程

$$\begin{cases} \frac{dx_w}{dt} = u_w \\ \frac{dx_w}{dt} + \frac{C_d Re_w}{24} \frac{18\mu_a}{d_{eq}^2 \rho_w} u_w = \\ \frac{\rho_w - \rho_a}{\rho_w} g + \frac{C_d Re_w}{24} \frac{18\mu_a}{d_{eq}^2 \rho_w} u_a \end{cases} \quad (10)$$

式中: μ_a 为空气黏性系数; Re_w 为相对雷诺数,其定义如下

$$Re_w = \frac{\rho_a d_{eq} |u_w - u|}{\mu_a} \quad (11)$$

在获得了水滴的轨迹及撞击位置后,即可获得壁面水滴收集系数。水滴的运动轨迹及撞击位置如图1所示。

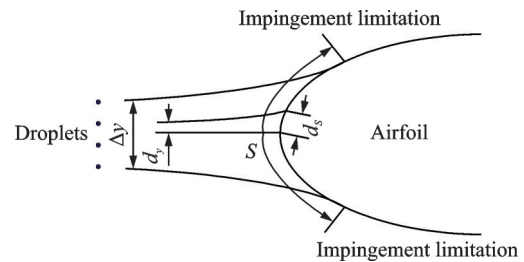


图1 水滴轨迹示意图

Fig.1 Schematic diagram of water droplet trajectory

由于撞击后过冷水滴在结冰表面的分布并不均匀,需要引入局部水滴收集系数来衡量撞击水量在表面的分布情况。局部水滴收集系数 β 指微元表面的实际水滴收集量 W_β 与该微元表面上最大可能的水滴收集量 $W_{\beta max}$ 之比,是表征微元表面的水滴收集能力的重要参数。 β 可按照以下公式计算

$$\beta = \frac{d_y}{d_s} \quad (12)$$

相应的壁面水滴收集量则可通过式(13)计算得出

$$\dot{m}_{im} = LWC \cdot V_\infty \cdot \beta \quad (13)$$

式中:LWC为云层中液态水含量, V_∞ 为来流速度。

1.2 本征正交分解方法

借助Sirovich所提出的“快照”(Snapshot)的方法^[20-22],令线性无关向量集合 $\{U^{(i)}\}_{i=1}^k$ 中的每一个元素均为空间 Ω 中的一个向量,找到这组快照所张成的空间 Ψ 中的一组规范正交基 $\{\Phi^{(i)}\}_{i=1}^k$ (也即POD基),使得集合 $\{U^{(i)}\}_{i=1}^k$ 中的元素在这组基上投影最大,其数学描述为

$$\begin{cases} \max_{\Phi} \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |(U^{(i)}, \Phi)|^2 \\ (\Phi, \Phi) = 1 \end{cases} \quad (14)$$

规范正交基 $\{\Phi^{(i)}\}_{i=1}^k$ 可以用原始向量集合 $\{U^{(i)}\}_{i=1}^k$ 之间的线性叠加来表示,即

$$\Phi^{(j)} = \sum_{i=1}^k \alpha_i^{(j)} U^{(i)} \quad (15)$$

由式(15)求得系数 $\alpha_i^{(j)}$ 即可求得规范正交基 $\Phi^{(j)}$ 。对于规范正交基,其第 j 个基模态的第 i 个系数即为快照间协方差矩阵 $R^{k \times k}$ 的第 j 个特征值所对应特征向量的第 i 个元素,即 $\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \dots, \lambda^{(k)}$ 为矩阵 $R^{k \times k}$ 的从大到小排列的 k 个互异特征值,其中 $R^{k \times k}$ 的第 ij 个元素为 $(U^{(i)}, U^{(j)})$ 。 $V^{(i)} = [v_1^{(i)} \ v_2^{(i)} \ \dots \ v_k^{(i)}]^T$ 为特征值 $\lambda^{(i)}$ 所对应的特征向量,则第 i 个 POD 基为

$$\Phi^{(i)} = \sum_{j=1}^k v_j^{(i)} U^{(j)} \quad (16)$$

其中,特征值大小可以表征该组规范正交基在整个快照集合中所占能量比重,因此进行物理场重建时便可以根据能量的大小,也即特征值的大小对基函数进行截取。一般而言,缩减子空间的能量与原全阶空间的能量应近似相等,即

$$\sum_{i=1}^M \lambda^{(i)} / \sum_{j=1}^N \lambda^{(j)} \approx 1 \quad (17)$$

因此可以按照特征值 λ 由大到小衰减顺序,分析能量占比较大的规范正交基就能得到系统的主导特征。

1.3 Kriging 插值模型

给定 n 个输入参数样本点 $\{x^{(i)}\}_{i=1}^n$ 及其相对应的系统响应值 $\{Y^{(i)}\}_{i=1}^n$, 其中 $x^{(i)}$ 为 m 维向量。Kriging 模型假设目标函数值与设计变量之间的真实关系可以表达为^[23]

$$f(x) = F(\beta, x) + H(x) \quad (18)$$

式中: x 为参数变量, $F(\beta, x)$ 为全局近似模型, 为确定性部分; $H(x)$ 为一维随机过程, 其均值为 0。方差为 σ^2 , 协方差表示为

$$\text{cov}(H(x^{(i)}), H(x^{(j)})) = \sigma^2 Z(x^{(i)}, x^{(j)}) \quad (19)$$

式中 $Z(x^{(i)}, x^{(j)})$ 为输入参数变量 $x^{(i)}$ 和 $x^{(j)}$ 的相关函数, 其与两点间空间位置密切相关, 并随着空间距离增大而减小。

$$Z(x^{(i)}, x^{(j)}) = \exp(-d(x^{(i)}, x^{(j)})), \quad d(x^{(i)}, x^{(j)}) =$$

$$\sum_{q=1}^m \theta_q |x_q^{(i)} - x_q^{(j)}|^2 \quad (20)$$

构建 Kriging 代理模型的关键在于寻找最佳的 θ 向量, 通过最大似然法将该问题转化为如下的带约束优化问题

$$\begin{cases} \min \varphi(\theta) = |Z(\theta)|^{1/m} \sigma(\theta)^2 \\ \theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m], (\theta_q \geq 0) \end{cases}_{q=1}^m \quad (21)$$

式中: $Z(\theta)$ 为相关函数矩阵, 其第 ij 个元素为 $Z(x^{(i)}, x^{(j)})$; σ^2 为方差估计值, 其表达式为

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{n} (Y - \beta_0 F)^T Z^{-1} (Y - \beta_0 F) \\ \beta_0 &= \frac{F^T Z^{-1} Y}{F^T Z^{-1} F} \end{aligned} \quad (22)$$

式中 F 为所有元素均为 1 的向量。在求得最优 θ 向量后, 对任意一个新的输入参数 $x^{(0)}$, 对应的 Kriging 模型的估计值为

$$\hat{y}(x^{(0)}) = \beta_0 + z^T(x^{(0)}) Z^{-1} (Y - \beta_0 F) \quad (23)$$

式中 z 为 n 维相关向量, 其第 i 个元素 $Z(x^{(0)}, x^{(i)})$ 。

2 基于 POD-Kriging 的水滴收集量快速预测方法

基于上述本征正交分解和 Kriging 模型, 提出了一种新的翼面处水滴收集量快速预测方法。首先, 选定 FAR 25 部附录 C 中连续最大结冰条件为设计变量空间, 并对进行最优拉定超立方抽样, 得到 n 个 q 维的设计参数向量 $P^{(i)} = [x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{iq}]$ 。对 $P^{(i)}$ 依次开展液滴撞击特性数值仿真, 得到各样本点处响应值, 即翼面处水滴收集量 $\{U^{(i)}\}_{i=1}^n$ 。上述样本点响应值可整理为如下快照的形式

$$S = \begin{bmatrix} \dot{m}_1^{(1)} & \dot{m}_1^{(2)} & \dots & \dot{m}_1^{(n)} \\ \dot{m}_2^{(1)} & \dot{m}_2^{(2)} & \dots & \dot{m}_2^{(n)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \dot{m}_p^{(1)} & \dot{m}_p^{(2)} & \dots & \dot{m}_p^{(n)} \end{bmatrix} \quad (24)$$

式中: S 为快照集合, \dot{m} 为翼面各网格节点处的水滴收集量, p 为翼面处网格节点数。

采用奇异值分解求解快照集合 S 的特征向量 $\Phi(x)$ 及其对应特征值 λ , 截取前 m 个特征向量即可捕捉到快照集合 S 的绝大部分特征。通过线性叠加这 m 个特征向量就可以实现对 S 的近似拟合, 即

$$U^{(i)} = \sum_{j=1}^m b_j^{(i)} \cdot \Phi^{(j)} \quad (25)$$

式中: $m \leq n$ 。令向量 $b^{(i)} = [b_1^{(i)} \ b_2^{(i)} \ \dots \ b_m^{(i)}]^T$, 该向量可通过最小二乘法依次求解式(26)获得

$$M b^{(i)} = F^{(i)} \quad (26)$$

式中: M 为 $m \times m$ 的对称矩阵, $M_{ij} = (\Phi^{(i)}, \Phi^{(j)})$; $F^{(i)}$ 为 m 维向量, $F_{ij} = (U^{(i)}, \Phi^{(j)})$ 。至此, 对于输入参数向量 $P^{(i)}$ 所确定的翼面处水滴收集量样本 $U^{(i)}$ 就可以用 m 维系数向量 $b^{(i)}$ 和 $\{\Phi^{(j)}\}_{j=1}^m$ 来近似

描述。

采用代理模型建立输入向量 $P^{(i)}$ 和拟合系数 $b^{(i)}$ 之间的关系就可以预测样本点之外的输入参数所对应的水滴收集量。当截取前 m 个基模态时, 需要针对 m 维的拟合系数建立 m 个代理模型, 即

$$\begin{cases} \text{Surrogate model \#1: } P^{(i)} \rightarrow b_1^{(i)} \\ \text{Surrogate model \#2: } P^{(i)} \rightarrow b_2^{(i)} \\ \vdots \\ \text{Surrogate model \#m: } P^{(i)} \rightarrow b_m^{(i)} \end{cases} \quad (27)$$

因此, 对于设计空间内任意给定测试样本向量 $P^{(k)}$, 均可以求得与之对应的 m 维拟合系数向量 $b^{(k)}$, 并得到该测试点处的预测响应值 $U^{(k)} = \sum_{j=1}^m b_j^{(k)} \cdot \Phi^{(j)}$ 。综上所述, 基于 POD-Kriging 的水滴收集量快速预测方法计算流程如图 2 所示。

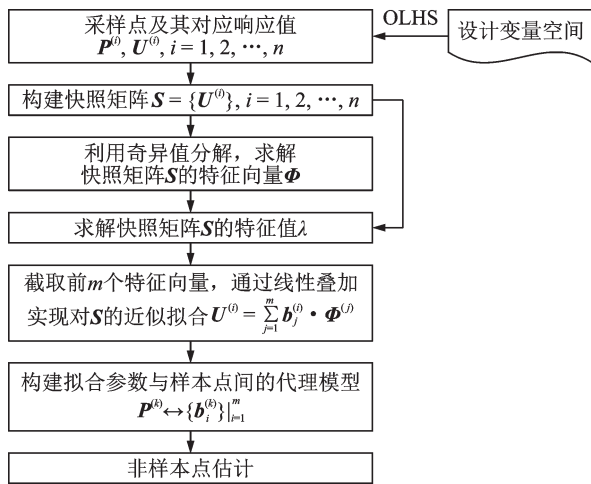


图 2 基于 POD-Kriging 的水滴收集量快速预测算法流程
Fig.2 Flow of POD-Kriging based algorithm for fast prediction of droplets collection volume

3 算例验证

对圆柱(算例 A)和 NACA 0012 翼型(算例 B)进行液滴撞击特性数值模拟的验证计算, 获得壁面处水滴收集系数分布, 并且与文献结果进行对比以验证数值模拟的准确性。其中算例 A 和算例 B 分别采用文献[24,25]中计算条件, 具体计算工况如表 1 所示, 其中 MVD 为水滴平均容积直径(Median volumetric diameter)。

表 1 水滴收集系数算例计算条件

Table 1 Simulation conditions of droplet collection coefficients

算例	外形	弦长/ m	迎角/ (°)	来流速度/ (m·s ⁻¹)	MVD/ μm
A	圆柱	0.101 6	0	80	27.8
B	NACA0012	0.533 4	4	112	20

算例 A 中二维圆柱空气流场计算采用结构网格计算, 在空气流场计算基础上, 计算水滴轨迹可得到水滴在圆柱表面撞击的位置, 根据式(12)可求得局部水滴收集系数。圆柱附近网格示意图和水滴轨迹示意图分别如图 3 和图 4 所示。由图 4 可知, 由于水滴具有较大惯性, 不能像空气一样形成回流区, 而是在惯性力作用下从上下圆柱表面碰撞位置之后向后方飞去, 并不会碰撞到圆柱表面。图 5 为圆柱表面水滴收集系数分布对比, 其中横坐标中 $(S - S_{sp})$ 为在圆柱(翼型)上当前位置距离驻点的距离, c 为圆柱直径(翼型弦长); 纵坐标 β 为局部水滴收集系数。图 5 中本文数值模拟值为实线, 文献结果用蓝色三角表示。可以看到本文数值模拟结果与文献[24]结果基本一致, 局部水滴收集系数最大偏差仅为 0.025 3。可知局部水滴收集系数分

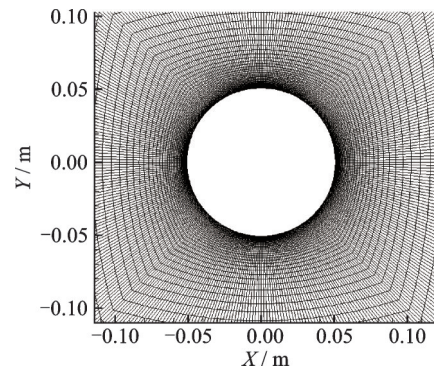


图 3 圆柱附件网格示意图

Fig.3 Schematic diagram of cylindrical mesh

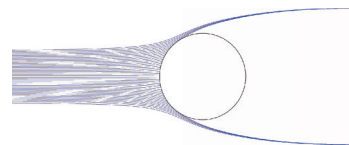


图 4 圆柱附件水滴运动轨迹示意图

Fig.4 Schematic diagram of water droplet trajectory around cylindrical surface

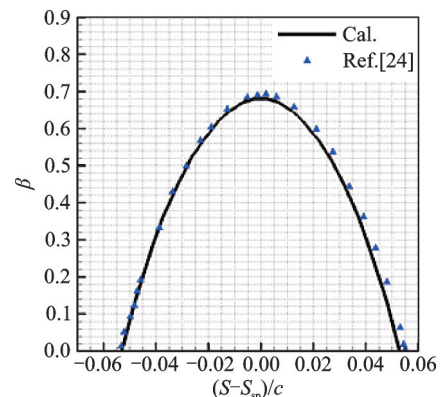


图 5 圆柱表面水滴收集系数分布

Fig.5 Distribution of droplet collection coefficient on cylindrical surface

布基本关于驻点对称 ($-0.05 < |(S - S_{sp})/c| < 0.05$), 并且在驻点处局部水滴收集系数达到最大值; 而在 $|(S - S_{sp})/c| > 0.05$ 区域内局部水滴收集系数为 0, 表明此处并没有过冷水滴撞击到圆柱表面, 也印证了上述水滴轨迹运动的结论。

算例 B 中计算 NACA 0012 翼型表面水滴收集系数, 图 6 和图 7 分别为翼型周围网格示意图和水滴轨迹示意图。图 8 为 NACA 0012 翼型表面水滴收集系数分布对比, 本文数值模拟值为实线, 文献结果分别用蓝色三角和黑色点划线表示。可以看到本文数值模拟结果与文献 [25] 结果基本一致, 局部水滴收集系数最大偏差仅为 0.031 3。而从翼型附件水滴轨迹和表面水滴收集系数分布情况来看, 由于来流迎角为 4° , 水滴碰撞到上翼面范围较小、下翼面范围较大, 相应的水滴收集系数在驻点附近达到最大值, 与此同时下翼面处水滴收集系数

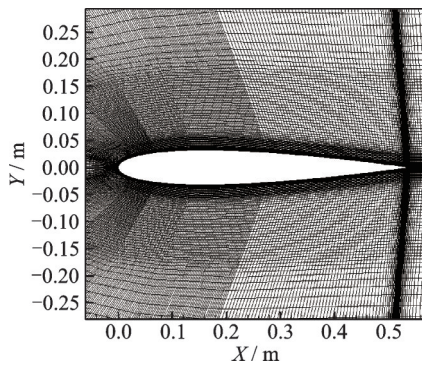


图 6 NACA 0012 网格示意图

Fig.6 Schematic diagram of NACA0012 mesh

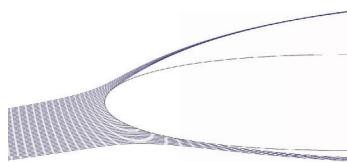


图 7 NACA 0012 水滴轨迹示意图

Fig.7 Schematic diagram of droplet trajectory around NACA0012

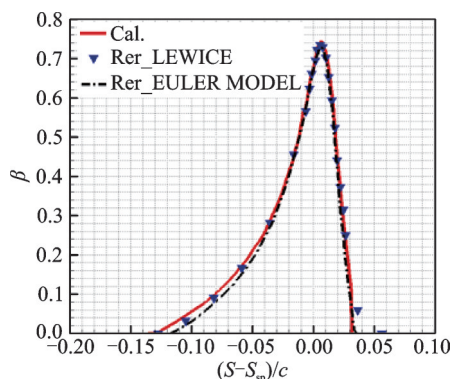


图 8 NACA 0012 表面水滴收集系数分布

Fig.8 Distribution of droplet collection coefficient on NACA0012 surface

变化相较于上翼面更为缓慢, 水滴撞击极限也相对更大。

4 结果与讨论

对 FAR 25 部附录 C 中连续最大结冰条件进行优化拉丁超立方采样, 获得 40 个工况采样点, 具体分布如图 9 所示。以 NACA 0012 翼型为模型, 其弦长为 0.533 4 m, 迎角为 4° , 来流速度为 50~100 m/s。分别对 40 个采样点处水滴撞击特性进行数值模拟, 获得不同工况下的水滴收集量分布, 其中部分采样点工况如表 2 所示。

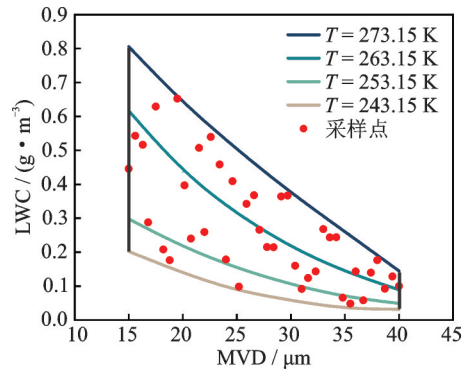


图 9 采样点分布示意图

Fig.9 Sampling point distribution

表 2 部分采样点工况表

Table 2 Working conditions of partial sampling points

Case	MVD/ μm	LWC/ $(\text{g}\cdot\text{m}^{-3})$	T/ K	H/ m	V/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	AOA/ $(^\circ)$	结冰 类型
1	15.0	0.445 5	258	4 629	87.2	4	霜冰
2	20.8	0.239 8	255	2 643	75.7	4	霜冰
3	27.1	0.265 8	263	126	53.9	4	明冰
4	33.6	0.243 5	269	3 934	94.9	4	明冰
5	40.0	0.100 0	263	2 699	67.9	4	明冰

图 10 为表 2 中部分采样点工况下水滴收集量在翼面分布的对比, 其中 Y 为竖直方向坐标, C 为 NACA 0012 翼型弦长。从图 10 可以看出在翼型前缘处水滴收集量最大; 受来流角度影响, 水滴收集量的最大值出现在翼型前缘下沿。而在前缘点之后沿着翼型表面水滴收集量逐渐减小, 相应地下翼面处水滴收集量变化相较于上翼面更为缓慢, 水滴撞击极限也相对更大。水滴收集量峰值与撞击极限分布受温度、高度、LWC、MVD、来流速度等因素综合影响, 其中水滴收集量极值分布受 LWC 和来流速度的影响较大, 如 Case 1 与 Case 4。而由于直径较大、速度较大的液滴具有较大的惯性, 在撞击机翼表面时液滴轨迹不易发生改变。因此水滴撞击极限范围通常随 MVD 和来流速度增大而增加, 如 Case 4 与 Case 5。

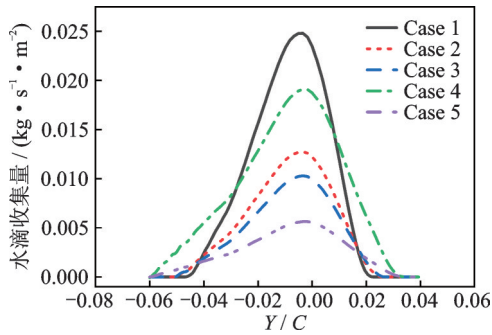


图10 部分工况下水滴收集量分布对比图

Fig.10 Comparison of droplet collection coefficient under different conditions

图11给出了壁面处水滴收集量最大误差随积累特征值的变化。图11中可以看出随着积累特征值的增加,最大误差迅速减小,当积累特征值达到20时,水滴收集量最大误差减小至接近于0。说明采用POD方法可利用少量特征基函数对原物理场进行重构。因此在本文中,使用前20个特征基函数进行降阶,即可满足精度要求。而非采样点(即预测点)处的特征系数,可通过对前20个系数分别进行Kriging多维插值获得。在建立代理模型后,选用9组工况进行验证,分别考虑到影响结冰的温度、高度、MVD、LWC和速度等5个参数,具体验证算例工况如表3所示。图12示出了快速预测结果与数值模拟结果的水滴收集量对比。可以看出无论是水滴收集量的峰值还是分布范围,快速预测结果均与数值模拟结果符合良好。

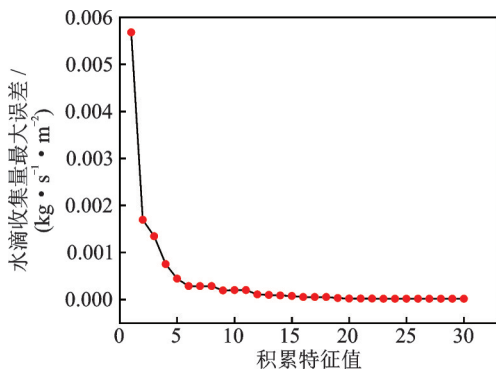


图11 水滴收集量最大误差随积累特征值变化

Fig.11 Change of maximum error of droplet collection with cumulative eigenvalues

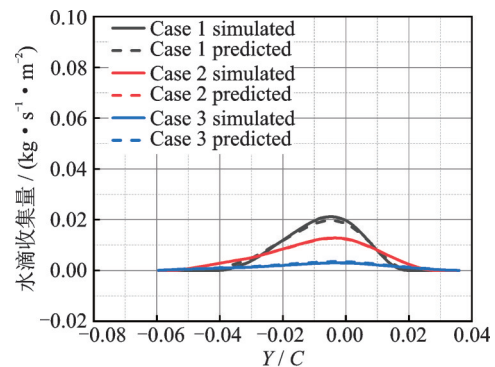
为定量评估预测效果,水滴收集量快速预测方法的评价指标选定为绝对平均误差(Mean absolute error, MAE)、均方根误差(Root mean squared error, RMSE)、平均绝对百分比误差(Mean absolute percentage error, MAPE),具体定义为

$$MAE = \frac{1}{N_p} \sum |y^{simu} - y^{pred}| \quad (28)$$

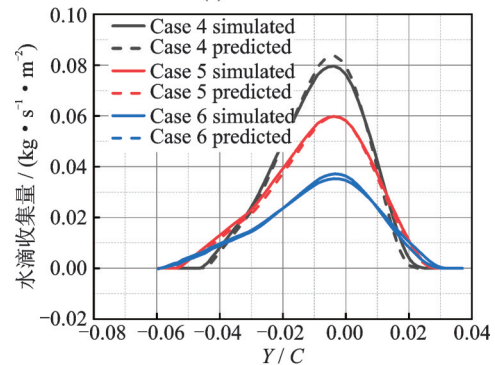
表3 验证工况表

Table 3 Verification condition list

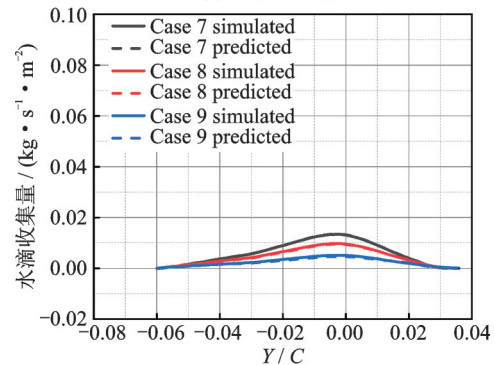
Case	T/K	H/m	MVD/ μm	LWC/ (g·m ⁻³)	V/ (m·s ⁻¹)	结冰 类型
1	258.00	3 000	15	0.445 5	50	霜冰
2	268.00	1 200	15	0.697 0	55	明冰
3	243.15	6 700	15	0.200 0	60	霜冰
4	268.15	1 200	25	0.402 7	65	明冰
5	258.00	3 000	25	0.227 7	70	霜冰
6	243.15	6 700	25	0.099 5	75	霜冰
7	268.00	1 200	35	0.206 7	80	明冰
8	258.00	3 000	35	0.117 3	85	霜冰
9	243.15	6 700	35	0.049 8	90	霜冰



(a) Case 1—Case 3



(b) Case 4—Case 6



(c) Case 7—Case 9

图12 数值模拟与快速预测水滴收集量对比

Fig.12 Comparison of droplet collection coefficient between simulation and fast prediction

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N_p} \sum (y^{simu} - y^{pred})^2} \quad (29)$$

$$\text{MAPE} = \frac{1}{N_p} \sum \left| \frac{y^{\text{simu}} - y^{\text{pred}}}{y^{\text{simu}}} \right| \quad (30)$$

式中: y^{simu} 和 y^{pred} 分别为采用数值计算和快速预测方法所得翼面处水滴收集量结果, N_p 为网格节点数量。

验证工况下快速预测方法结果与数值模拟结果间误差分析如表 4 所示。可知,各组验证工况下 MAE 与 RMSE 均有优异表现,说明快速预测结果与数值模拟间偏差较小。而 MAPE 大多位于 1%~8%,表明快速预测结果相对于数值模拟结果的偏差在较小范围内波动,其预测稳定性较好。可以看到 Case 3 相比其他工况,MAPE 显著增大,分析其原因可能为在 Case 3 工况下所预测的水滴收集量数值较小,其峰值也仅为 $0.002\ 96\ \text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$,因此微小的预测偏差就可以导致较大幅度的 MAPE 波动。通过表 4 的误差分析进一步说明了所构建的水滴收集量快速预测方法的准确性。与此同时,采用传统数值模拟方法的平均计算耗时约为 25 000 s,而采用本文所构建的快速预测方法用时仅约为 0.005 s,显著提升了翼面处水滴收集量的预测效率。上述结果表明本文所构建的快速预测方法可以快速准确地获得翼面处水滴收集量分布情况。

表 4 验证工况误差分析

Table 4 Verification condition error analysis

Case	MAE	RMSE	MAPE/%
1	$8.27\text{e-}4$	$9.22\text{e-}4$	5.22
2	$5.78\text{e-}5$	$7.24\text{e-}5$	1.44
3	$1.88\text{e-}4$	$2.24\text{e-}4$	19.44
4	$1.56\text{e-}3$	$2.02\text{e-}3$	4.69
5	$9.96\text{e-}4$	$1.74\text{e-}3$	3.83
6	$6.98\text{e-}4$	$8.86\text{e-}4$	3.84
7	$3.77\text{e-}5$	$4.99\text{e-}5$	1.05
8	$1.19\text{e-}4$	$1.41\text{e-}4$	3.97
9	$1.76\text{e-}4$	$2.30\text{e-}4$	7.08

5 结 论

本文建立了一种基于 POD 和代理模型的水滴收集量快速预测方法,以期解决数值模拟手段预测翼面处水滴撞击特性较为耗时的缺点,从而能够快速准确计算结冰条件下翼面处水滴收集量分布情况。首先,对 FAR 25 部附录 C 中连续最大结冰条件进行优化拉丁超立方采样,通过数值模拟手段获得各采样点在翼面处的水滴收集量分布,从而构造样本空间。然后,利用 POD 方法找到表达水滴收集量的本征模态以及重构水滴收集量所需的拟合系数。最后,利用 Kriging 模型建立样本空间中各

采样点与拟合参数间的代理模型,实现翼面处水滴收集量分布的快速预测。结果表明:

(1) 经过多组工况验证,结果表明快速预测方法所得壁面处水滴收集量与数值模拟结果均吻合良好,表明该方法用于翼面处水滴收集量的快速预测是准确可行的。

(2) 所构建快速预测方法可较好地考虑温度、高度、LWC、MVD、来流速度等参数对水滴撞击特性的影响。该方法的计算时间主要在于样本空间构建,当代理模型构建完成后便可快速准确地预测非采样点处水滴收集量。

(3) 所构建的基于本征正交分解和代理模型的水滴收集量快速预测方法可为无人机翼型结冰影响分析与容冰优化设计提供有益参考。后续工作将进一步开展自适应代理模型研究,以期能够使用尽可能少的计算成本获得更为准确的水滴收集量预测结果。

参考文献:

- [1] HANN R. UAV icing: Comparison of LEWICE and FENSAP-ICE for ice accretion and performance degradation[C]//Proceedings of 2018 Atmospheric and Space Environments Conference. Atlanta, USA: AIAA, 2018: 2861.
- [2] 李琳佩. 基于无人机的高能效通信策略研究[D]. 北京: 北京邮电大学, 2021.
LI Linpei. Research on energy efficient communication strategies based on unmanned aerial vehicles[D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2021.
- [3] RATVASKY T P, BARNHART B P, LEE S. Current methods modeling and simulating icing effects on aircraft performance, stability, control[J]. Journal of Aircraft, 2010, 47(1): 201-211.
- [4] CAO Y, TAN W, WU Z. Aircraft icing: An ongoing threat to aviation safety[J]. Aerospace Science and Technology, 2018, 75: 353-385.
- [5] 郭琪磊, 桑为民, 牛俊杰, 等. 复杂气象条件下考虑结冰风险的无人机飞行策略研究[J]. 航空学报, 2023, 44(1): 120-136.
GUO Qilei, SANG Weimin, NIU Junjie, et al. UAV flight strategy considering icing risk under complex meteorological conditions[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(1): 120-136.
- [6] FARHADI S, FARZANEH M, KULINICH S A. Anti-icing performance of superhydrophobic surfaces [J]. Applied Surface Science, 2011, 257(14): 6264-6269.
- [7] WEI C, JIN B, ZHANG Q, et al. Anti-icing perfor-

- mance of super-wetting surfaces from icing-resistance to ice-phobic aspects: Robust hydrophobic or slippery surfaces[J]. *Journal of Alloys and Compounds*, 2018, 765: 721-730.
- [8] ESSER-KAHN A P, TRANG V, FRANCIS M B. Incorporation of antifreeze proteins into polymer coatings using site-selective bio-conjugation[J]. *Journal of the American Chemical Society*, 2010, 132: 13264-13269.
- [9] SUN X, DAMLE V G, LIU S, et al. Bioinspired stimuli-responsive and antifreeze-secreting anti-icing coatings[J]. *Advanced Materials Interfaces*, 2015, 2(5): 1400479.
- [10] MENG X S, CAI J S, TIAN Y Q. Experimental study of anti-icing and deicing on a cylinder by DBD plasma actuation[C]//*Proceedings of the 47th AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference*. [S.l.]: AIAA, 2016: 4019.
- [11] 韩忠华. Kriging 模型及代理优化算法研究进展[J]. *航空学报*, 2016, 37(11): 3197-3225.
HAN Zhonghua. Kriging surrogate model and its application to design optimization: A review of recent progress[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(11): 3197-3225.
- [12] 杨倩, 郭晓峰, 李芹, 等. 基于 POD 和代理模型的热气防冰性能预测方法[J]. *航空学报*, 2023, 44(1): 140-162.
YANG Qian, GUO Xiaofeng, LI Qin, et al. Hot air anti-icing performance estimation method based on POD and surrogate model[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2023, 44(1): 140-162.
- [13] POURBAGIAN M, HABASHI W G. Surrogate-based optimization of electrothermal wing anti-icing systems[J]. *AIAA Journal*, 2013, 50(5): 1555-1563.
- [14] POURBAGIAN M, HABASHI W G. Aero-thermal optimization of in-flight electro-thermal ice protection systems in transient de-icing mode[J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2015, 54: 167-182.
- [15] BU X Q, YANG R, YU J, et al. Fast algorithm for prediction of airfoil anti-icing heat load[J]. *Energy and Power Engineering*, 2013, 5: 493-497.
- [16] 申晓斌, 郁嘉, 林贵平, 等. 基于特征正交分解法的翼型结冰冰形快速预测[J]. *航空动力学报*, 2013, 28(4): 807-812.
SHEN Xiaobin, YU Jia, LIN Guiping, et al. Fast prediction of ice shape based on proper orthogonal decomposition method[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2013, 28(4): 807-812.
- [17] 刘藤, 李栋, 黄冉冉, 等. 基于降阶模型的翼型结冰冰形预测方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2019, 45(5): 1033-1041.
LIU Teng, LI Dong, HUANG Ranran, et al. Ice shape prediction method of aero-icing based on reduced order model[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2019, 45(5): 1033-1041.
- [18] MENTER F R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications[J]. *AIAA Journal*, 1994, 32(8): 1598-1605.
- [19] 易贤. 飞机积冰的数值计算与积冰试验相似准则研究[D]. 绵阳: 中国空气动力研究与发展中心, 2007.
YI Xian. Numerical computation of aircraft icing and study on icing test scaling law[D]. Mianyang: China Aerodynamics Research and Development Center, 2007.
- [20] SIROVICH L. Turbulence and the dynamics of coherent structures I: Coherent structures[J]. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1987, 45(3): 561-571.
- [21] SIROVICH L. Turbulence and the dynamics of coherent structures II: Symmetries and transformations[J]. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1987, 45(3): 573-582.
- [22] SIROVICH L. Turbulence and the dynamics of coherent structures III: Dynamics and scaling[J]. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1987, 45(3): 583-590.
- [23] 邱亚松, 白俊强, 华俊. 基于本征正交分解和代理模型的流场预测方法[J]. *航空学报*, 2013, 34(6): 1249-1260.
QIU Yasong, BAI Junqiang, HUA Jun. Flow field estimation method based on proper orthogonal decomposition and surrogate model[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(6): 1249-1260.
- [24] TONG X, LUKE E. Eulerian simulations of icing collection efficiency using a singularity diffusion model: AIAA-2005-1246[R]. [S.l.]: AIAA, 2005.
- [25] IULIANO E, BRANDI V, MINGIONE G, et al. Water impingement prediction on multi-element airfoils by means of eulerian and lagrangian approach with viscous and inviscid air flow: AIAA-2006-1270[R]. [S.l.]: AIAA, 2006.

(编辑:张蓓)