

DOI:10.16356/j.1005-2615.2024.01.017

考虑平衡气体效应的乘波体特征线设计方法及 气体模型影响

林鹭颖¹, 李沁¹, 严攀¹, 翁谊辉¹, 尤延铖¹, 李留刚²

(1. 厦门大学航空航天学院, 厦门 361102; 2. 中国运载火箭技术研究院空间物理重点实验室, 北京 100076)

摘要: 乘波体在高空高超声速飞行时, 流场温度急剧升高, 气体热力学性质发生改变, 其气动特性与采用完全气体模型得到的结果存在差异, 因此在飞行器设计中开展真实气体效应影响研究具有重要的工程价值。本文针对锥导乘波体设计提出了一种考虑平衡气体效应的特征线方法(Method of characteristic, MOC), 基于不同半锥角和不同流动捕获曲线生成了不同外形的乘波体, 并使用快速估算方法估算平衡气体条件和完全气体条件下各乘波体的气动特性和几何特征参数, 研究了不同气体模型对乘波体设计结果的影响。研究表明, 高马赫数下基于平衡气体模型设计得到的乘波体升阻比、容积率和俯仰力矩系数等特性参数相比完全气体结果存在差异, 并且平衡气体效应对不同外形乘波体的影响程度和影响规律不同。

关键词: 高超声速; 平衡气体; 乘波体; 特征线方法; 气动特性

中图分类号: V423 文献标志码: A 文章编号: 1005-2615(2024)01-0163-13

A Method of Characteristic Considering Equilibrium Gas Effect to Design Waverider and Influence of Gas Models

LIN Luying¹, LI Qin¹, YAN Pan¹, WENG Yihui¹, YOU Yancheng¹, LI Liugang²

(1. School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361102, China; 2. Science and Technology on Space Physics Laboratory, China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: As the flow temperature rises dramatically at high altitudes and hypersonic speeds, the thermodynamic properties of gas change, causing changes in aerodynamic properties of waverider. Therefore, it is of great engineering value to investigate real gas effects in the design of waverider. A method of characteristic (MOC) considering equilibrium gas effect is proposed for the design of cone-derived waverider. Different shapes of waverider are generated based on different half cone angles and different flow capture curves, and the aerodynamic and geometrical characteristics of each waverider under equilibrium gas and perfect gas conditions are estimated using a fast estimation method. The results shows that there are differences in the lift-to-drag ratio, volume ratio and pitch moment coefficient of the waverider designed based on the equilibrium gas model at high Mach number compared with the perfect gas results. The degree and pattern of the influence of equilibrium gas effect on different configurations of waverider are distinct.

Key words: hypersonic; equilibrium gas; waverider; method of characteristic (MOC); aerodynamic characteristics

Nonweiler^[1]于1959最先提出乘波体的概念, 上, 由Rasmussen等^[3]提出了优化的锥导乘波体设计方法, 获得了具有更大升阻比的锥导乘波体。乘 Jones^[2]进而提出锥导乘波设计理论。在此基础

收稿日期: 2023-08-30; 修订日期: 2024-01-02

通信作者: 李沁, 男, 博士, 教授, 博士生导师, E-mail: qin-li@vip.tom.com。

引用格式: 林鹭颖, 李沁, 严攀, 等. 考虑平衡气体效应的乘波体特征线设计方法及气体模型影响[J]. 南京航空航天大学学报, 2024, 56(1): 163-175. LIN Luying, LI Qin, YAN Pan, et al. A method of characteristic considering equilibrium gas effect to design waverider and influence of Gas models[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(1): 163-175.

波体因具有高升阻比和结构紧凑的优点,成为高超声速飞行器领域的重点研究对象。从乘波体概念被提出至今,国内外在其设计理论、流场仿真、优化技术和实际应用等方面已开展大量研究。常规乘波体设计的一般步骤^[4]是:(1)确定总体设计参数,比如马赫数、飞行迎角和飞行高度等;(2)设计基本型线,如上表面底部型线、前缘线和激波型线等;(3)计算并根据基准流场和设计的前缘线,进行流线追踪,生成乘波体下表面,从而完成乘波体设计。其中,基准流场计算是乘波体设计的基础,其计算方法主要包括锥形流理论方法、特征线方法(Method of characteristic, MOC)和计算流体力学(Computational fluid dynamics, CFD)方法等^[4]。

乘波体高超声速飞行时不可避免要面临高温真实气体效应问题。高温真实气体效应是指在高温下,气体各组分之间会发生离解、复合和电离等化学反应,此时气体热力学性质与完全气体存在较大差异。如果气体流经典型区域的流动特征时间与流动发生反应的特征时间相比,后者远小于前者,则可以认为气体化学反应十分接近平衡态,可以用平衡气体来描述其性质^[5]。平衡气体计算方法主要分为两类:一类是基于求解组分方程和流动控制方程的方法,如平衡常数法、最小自由能法等,另一类是基于实验数据的曲线拟合方法。其中,Tannehill等^[6]于1972年给出了空气的曲线拟合关系式,并于1974年通过分段函数改善了拟合关系^[7];1987年,Srinivasan和Tannehill等进一步丰富拟合关系式并提高其准确性^[8],针对黏性问题给出了输运系数的拟合关系式^[9]。曲线拟合法具有编程相对简单以及计算效率高等优点,目前广泛用于化学平衡流动计算。

叶友达^[10]指出,真实气体效应对飞行器的升阻比、压心位置和俯仰力矩系数的影响明显。Maus等^[11]在无黏平衡气体条件下对高超声速飞行器气动性能进行了一系列研究,研究结果表明平衡气体效应会对飞行器产生一个附加的抬头力矩。陈冰雁等^[12]通过对比平衡气体模型和完全气体模型计算结果发现,不同升力体外形的俯仰力矩特性对真实气体效应的敏感程度不同。曾卫刚等^[13]通过CFD方法设计乘波体的气动外形,研究了乘波体在平衡气体条件下的气动力、热性能,其结果显示平衡气体效应虽然对高空滑翔乘波体飞行器气动性能影响较小,但对其局部气动热特性和辐射平衡温度有较大的影响。目前文献所报道的乘波体设计中,如果要在获得基准流场时考虑真实气体效应,通常采用CFD方法。CFD方法的优点是求

解精度高,可以用于任意形状外形和亚声速来流条件下的设计,但相较于特征线方法,其计算效率偏低。相应地,特征线方法则十分高效并具有一定精度,适合于开展高超声速飞行器快速设计。显然,提高特征线方法中气体模型在内物理模型的保真性,将有助于提高方法的精准度,对工程应用有十分现实的意义。从目前文献已开展工作来看,在特征线方法中考虑平衡气体效应并应用于乘波体设计的研究还鲜有报道。

基于上述分析和考虑,本文提出一种考虑平衡气体效应的特征线设计方法,从而在基准流场求解及飞行器设计中反映真实气体效应影响;在此基础上开展不同气体模型对典型乘波体设计及气动特性影响的分析。具体地,本文基于不同半锥角和不同流动捕获曲线(Flow capture curve, FCC),分别在平衡气体条件和完全气体条件下设计生成乘波体,通过快速估算方法获得乘波体的气动力、气动力矩性能和几何特征参数,对结果进行对比分析。对两种气体模型设计乘波体的相对差异进行比较,分析平衡气体模型对乘波体设计的影响规律和影响机制。

1 平衡气体锥形流计算和乘波体特征线法设计

1.1 平衡气体锥形流求解方法

对于平衡气体流动,状态变量之间的关系不满足简单的完全气体公式,而是需要根据曲线拟合法或平衡常数法确定;如果采用比热比等进行声速计算($a = \sqrt{\gamma RT}$), γ 也不能简单使用1.4等常数。本文平衡气体计算采用Tannehill等^[6]给出的曲线拟合法,具体地,等效比热比 $\tilde{\gamma}$ 、温度 T 采用如下拟合关系得到

$$\tilde{\gamma} = \tilde{\gamma}(p, \rho) \quad (1)$$

$$T = T(p, \rho) \quad (2)$$

由式(1,2)进一步可以得到声速 a 和比焓 h

$$\begin{cases} a = \sqrt{\tilde{\gamma} RT} \\ h = \left(\frac{p}{\rho}\right) \left(\frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{\gamma} - 1}\right) \end{cases} \quad (3)$$

$Y = \lg(\rho/\rho_0)X = \lg(p/p_0)$ 拟合曲线由不同取值区间的分段函数组成,具体计算时,已知输入参数 p, ρ 计算参数的值,根据参数 X 和 Y 的值进一步确定拟合公式的具体形式,进而对流场计算所需的未知热力学变量以及 $\tilde{\gamma}$ 进行拟合。其中,等效比热比 $\tilde{\gamma}$ 的曲线拟合公式为

$$\tilde{\gamma} = [c_1 + c_2 Y + c_3 Z + c_4 YZ + c_5 Y^2 + c_6 Z^2 + c_7 Y^2 Z + c_8 YZ^2 + c_9 Y^3 + c_{10} Z^3 + c_{11} + c_{12} Y + c_{13} Z + c_{14} YZ + c_{15} Y^2 + c_{16} Z^2 + c_{17} Y^2 Z + c_{18} YZ^2 + c_{19} Y^3 + c_{20} Z^3] / [1 \pm \exp(c_{21} + c_{22} Y + c_{23} Z + c_{24} YZ)] \quad (4)$$

式中： $Z=X-Y$ ， $p_0=1.0134 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ ， $\rho_0=1.292 \text{ kg/m}^3$ ；分母中的“±”的取法也是根据 X 和 Y 的范围确定的，当分母中进行“+”运算时称 Tan-

$$\lg\left(\frac{T}{T_0}\right)=[d_1+d_2Y+d_3Z+d_4YZ+d_5Y^2+d_6Z^2+d_7Y^2Z+d_8YZ^2+d_9Y^3+d_{10}Z^3+d_{11}+d_{12}Y+d_{13}Z+d_{14}YZ+d_{15}Y^2+d_{16}Z^2+d_{17}Y^2Z+d_{18}YZ^2+d_{19}Y^3+d_{20}Z^3]/[1\pm\exp(d_{21}+d_{22}Y+d_{23}Z+d_{24}YZ)] \quad (5)$$

式中：系数 d_i 的值在文献[6]中给出，变量 Y 和 Z 的含义与式(4)相同。为了进行锥导乘波体的设计，首先需要计算锥形基准流场。锥导乘波体设计中常用绕零迎角平直圆锥的超声速流场^[4]，有时也被称为直锥流场，作为基准流场。锥形流场分布可通过 Taylor-Maccoll 流动控制方程求解，流动模型如图 1 所示，其中 θ_c 为半锥角， r 代表矢径， θ 代表矢径与锥轴之间的夹角， V_r 表示沿矢径方向的速度分量， V_θ 表示垂直矢径方向的速度分量。

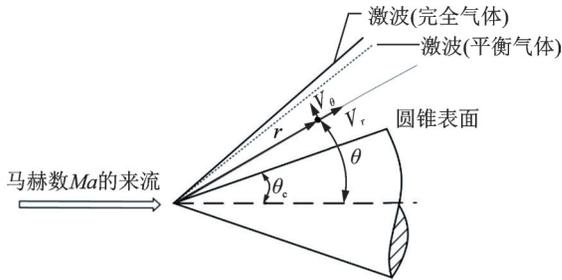


图 1 锥形流动示意图

Fig.1 Schematic of conical flow

Taylor-Maccoll 流动控制方程为

$$\frac{dV_\theta}{d\theta} = \frac{a^2}{V_\theta^2 - a^2} \left(2V_r + V_\theta \cot\theta - \frac{V_r V_\theta^2}{a^2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{dp}{d\theta} = -\frac{\rho V_\theta a^2}{V_\theta^2 - a^2} (V_r + V_\theta \cot\theta) \quad (7)$$

$$\frac{d\rho}{d\theta} = -\frac{\rho V_\theta}{V_\theta^2 - a^2} (V_r + V_\theta \cot\theta) \quad (8)$$

$$V_\theta = \frac{dV_r}{d\theta} \quad (9)$$

式(6~9)中，对于完全气体，声速 a 使用 $a = \sqrt{\gamma RT}$ 计算， γ 取 1.4；对于平衡气体，密度 ρ 的求解方法由式(3)得

$$\rho = \left(\frac{p}{h}\right) \left(\frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{\gamma} - 1}\right) \quad (10)$$

式中的等效比热比 $\tilde{\gamma}$ 使用 Tannehill 拟合公式(4)求解。

1.2 平衡气体特征线方法

除直锥流场外，绕母线为曲线的圆锥流动产生的曲锥流场也是锥导乘波体设计中常用的基准流场^[14-18]。研究表明^[19]，曲锥基准流场设计的乘波体

nehill 分段函数为奇函数过渡，进行“-”运算时称 Tannehill 分段函数为偶函数过渡；系数 c_i 的值在文献[6]中给出。式(2)中温度 T 拟合公式为

相较于传统的锥导乘波体，虽然其升阻比性能仅略微升高，但其容积明显增大，容积特性更加优异。利用 MOC 方法可以快速获取无黏轴对称曲锥流场的解；求解时，利用 Taylor-Maccoll 流动控制方程获得锥形流数值解；其后将该解近似作为曲锥流场的初值线，应用特征线方法向下游推进求解。与完全气体模型相比，平衡气体模型特征线方法求解过程包括以下 3 个方面不同：(1)求解 Taylor-Maccoll 方程得到的初值线不同；(2)推进过程中热力学参数之间的关系不同；(3)对于平衡气体条件下的激波边界单元点，不能直接使用完全气体的斜激波关系式，斜激波前后变量关系需要通过求解流动控制方程耦合 Tannehill 拟合公式得到。以下简单介绍两种气体模型特征线方法求解过程并对其中的异同进行讨论。

首先，将直锥壁面 0.01 m 处的解作为特征线方法推进的初值线。在二维有旋流动中，经过流场中某点的特征线如图 2 所示。通过流场中任意一点 P 有 3 条特征线，即一条流线 C_0 、一条左行马赫线 C_+ 和一条右行马赫线 C_- ，沿流线、左行和右行马赫线的特征线方程^[20]为

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) = \lambda_0 = \frac{v}{u} \quad \text{沿流线} \quad (11)$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_\pm = \lambda_\pm = \tan(\theta \pm \alpha) \quad \text{沿 } C_\pm \quad (12)$$

沿流线、左行和右行马赫线的相容性方程为

$$\rho V dV + dp = 0 \quad \text{沿流线} \quad (13)$$

$$\frac{\sqrt{Ma^2 - 1}}{\rho V^2} dp_\pm + d\theta_\pm + \delta \left[\frac{\sin\theta dx_\pm}{y Ma \cos(\theta \pm \alpha)} \right] \quad \text{沿 } C_\pm \quad (14)$$

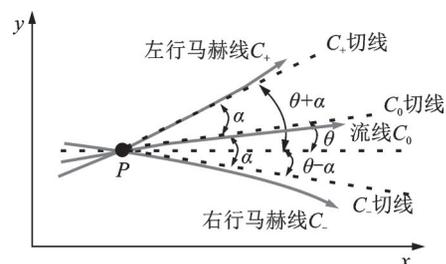


图 2 经过点 P 的特征线

Fig.2 Characteristic lines passing through point P

式中:下标“0”表示沿流线的参数,下标“±”表示沿左行或右行马赫线的参数; θ 流动方向角; a 为当地声速; Ma 为马赫数; α 为马赫角; δ 表示流动类型, $\delta=0$ 对应平面流动, $\delta=1$ 对应轴对称流动。以上3条特征线方程和3条相容性方程是完全气体和平衡气体通用的,完全气体条件下,沿流线的另一条相容性方程为

$$d\rho - a^2 d\rho = 0 \quad (15)$$

式中压力 p 与密度 ρ 的关系遵守完全气体关系式 $p = \rho RT$ 。平衡气体条件下,沿流线的另一条相容性方程用声速公式代替

$$a = \sqrt{\tilde{\gamma}RT} \quad (16)$$

式中等效比热比 $\tilde{\gamma}$ 和温度 T 使用 Tannehill 拟合公式 (4) 和 (5) 求解。此外,在使用特征线法求解激波边界单元时,对于完全气体使用斜激波关系式即可求解激波后物理量;对于平衡气体,相应控制方程为

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad (17)$$

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 \quad (18)$$

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (19)$$

式中:下标“1”表示波前参数,下标“2”表示波后参数。其中 ρ_2 由式(10)并结合 Tannehill 拟合公式表示为 $\rho_2 = \rho(p_2, h_2)$, 那么,方程(17~19)封闭。已知上游流动的 ρ_1, u_1, p_1, h_1 参数,就可以求得激波前后参数的比 $\rho_2/\rho_1, u_2/u_1, p_2/p_1, h_2/h_1$ 。由文献[16]可知,理论上平衡气体斜激波的激波角小于完全气体斜激波的激波角。

1.3 乘波体设计的流线追踪法

求得完全气体或平衡气体直锥/曲锥流场后,可通过流线追踪法^[2]得到锥导乘波体外形。该方法基于轴对称锥形流动,应用任意径向面内的二维流场进行流线追踪^[21],其过程简述如下:首先选定流动捕获曲线 FCC 形状,确定上表面底部型线;然

后根据自由来流反向追踪可以得到乘波体的上表面,上表面与激波面所得交线即为前缘曲线;从前体前缘曲线向后流线追踪获得相应的流线。向后流线追踪的具体做法^[22]为在某个前缘点确定的纵向二维平面中根据已知的基准流场信息,求满足流线方程

$$\frac{dx}{dV_x} = \frac{dy}{dV_y} \quad (20)$$

的点连成的流线;对前缘线所有的离散点进行完流线追踪程序后,所有流线放样构成的曲面即为乘波体下表面。最后封闭乘波体的上、下表面和底面得到锥导乘波体,如图3所示。

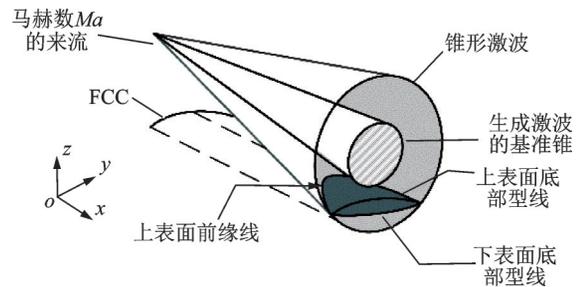


图3 锥导乘波体生成示意图

Fig.3 Generation of cone-derived waverider

1.4 计算验证

为了检验本文锥形流求解以及特征线方法的正确性,分别对锥形流和曲锥流场展开计算。其中,曲锥流场以锥形流的解近似作为初值线,用特征线方法推进求解。计算验证首先对 $H=60$ km、 $Ma_\infty = 8 \sim 40$, 半锥角 $\theta_c = 30^\circ$ 的零迎角无黏锥形流场进行,相同条件的参考结果由 Hudgins^[23] 给出。图4给出了本文计算的壁面参数分布和参考结果的比较,具体包括量纲为一压力 p_w/p_∞ 、密度 ρ_w/ρ_∞ 和温度 t_w/t_∞ , 横坐标为 $Ma \sin \theta_c$ 。可以看到,计算结果与参考结果符合较好,从而验证本文计算的正确性。

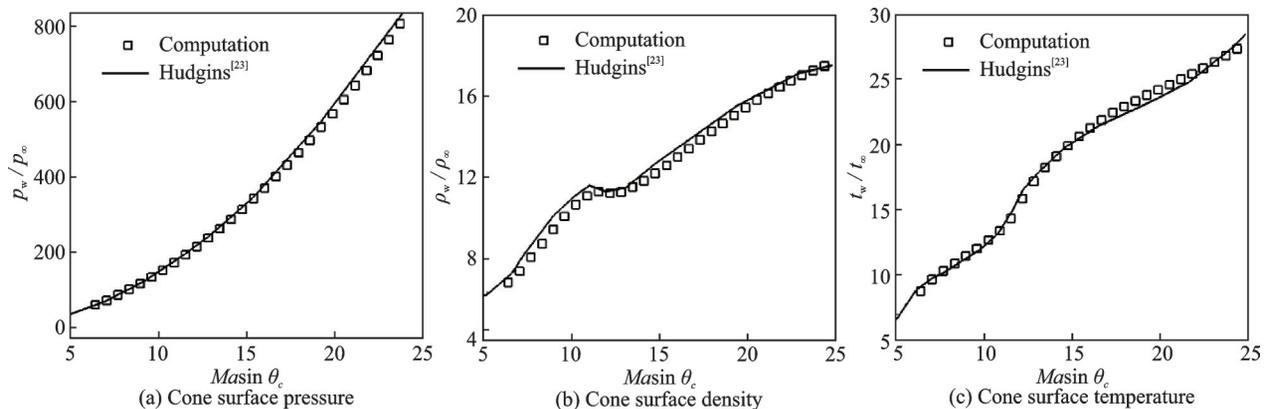


图4 $H=60$ km 平衡气体锥形流计算结果与Hudgins数据^[23]比较

Fig.4 Comparisons of calculation results with Hudgins' reference data^[23] of equilibrium gas cone flow at $H=60$ km

在验证平衡气体锥形流计算的基础上,本文采用平衡气体特征线法计算曲锥流场,并将MOC计算结果与CFD计算结果进行比较。计算算例中曲锥长度为10 m,曲锥顶点的切线与锥轴的夹角为19°,终点切线与锥轴平行,曲锥底面半径为1.6 m,如图5(a)所示。计算条件为: $H=70$ km, $Ma=20$ 。图5(b)给出了平衡气体MOC方法得到的曲锥壁面压力分布以及与CFD结果比较,其中量纲为一压力 $p = p_w / (0.5\rho_\infty u_\infty^2)$, p_w 为曲锥壁面压力。结果显示两者总体上符合较好,从而验证本文计算的正确性。

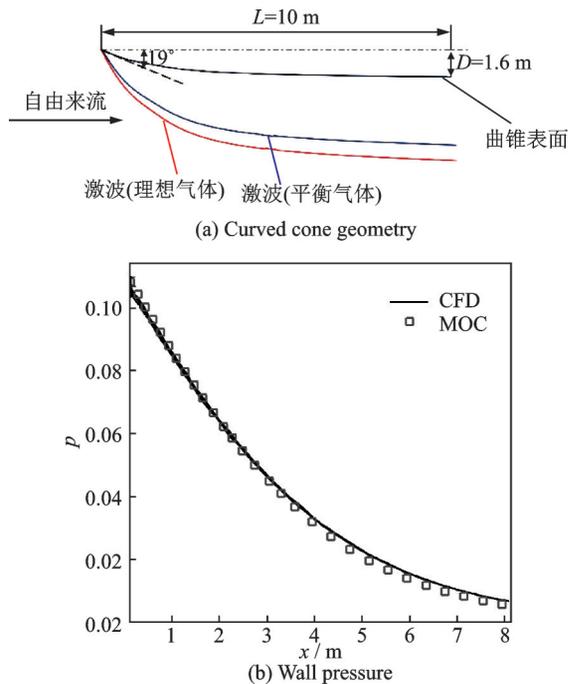


图5 $Ma=20$ 、 $H=70$ km时平衡气体特征线法计算得到的曲锥壁面压力分布与CFD数值结果比较

Fig.5 Comparisons of MOC calculation results with CFD numerical results of equilibrium gas curved cone flow at $Ma=20$, $H=70$ km

2 乘波体设计中气体模型影响研究

2.1 直锥乘波体设计中半锥角不同时气体模型影响研究

为开展锥导乘波体设计中气体模型的影响研究,本文首先在一定来流下选择某种FCC,然后分别采用完全气体模型和平衡气体模型开展不同半锥角的直锥乘波体外形设计,对得到的外形及其气动特性开展对比分析。本节中,设计的基于基准流场为特征线方法求解的直锥流场,具体地,来流条件为: $Ma=20$, $H=70$ km, $\theta_c=10^\circ$ 、 12.5° 和 15° , FCC函数表达式为

$$z = A + \frac{B}{1 + \exp(y + C)} \quad (21)$$

式中: $A=-2.3$, $B=0.2$, $C=-0.28$ 。在完全气体

条件下,半锥角 $\theta_c=10^\circ$ 、 12.5° 和 15° 生成的乘波体外形如图6所示。

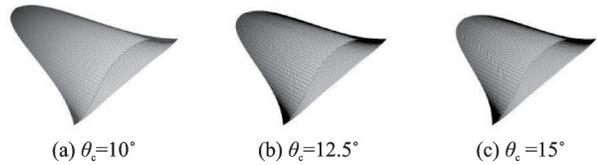


图6 $Ma=20$ 、 $H=70$ km时采用不同半锥角完全气体直锥基准流场生成的乘波体外形

Fig.6 Waverider profiles generated by using perfect gas straight cone flow field with different half cone angles at $Ma=20$, $H=70$ km

本文使用快速估算方法计算所设计乘波体的气动特性。经过特征线方法计算流场以及流线追踪法获得乘波体表面形状后,乘波体表面各单元的受力信息已知,通过数值积分得到乘波体的整体受力信息,包括升阻比、升力系数和阻力系数等气动参数。平衡气体和完全气体参数的相对差异定义为

$$\text{Error}(X) = \frac{X_{\text{ideal gas}} - X_{\text{equilibrium gas}}}{X_{\text{equilibrium gas}}} \times 100\% \quad (22)$$

式中 X 表示乘波体的气动特性/力矩参数或几何特征指标。

图7给出了完全气体和平衡气体条件下基于不同半锥角生成的乘波体的下表面形状和压力等值线图。平衡气体条件下得到的乘波体长度(L)大于完全气体条件下的乘波体长度,其中 $\theta_c=10^\circ$ 时,乘波体长度的相对差异 $\text{Error}(L)$ 为0.39%; $\theta_c=12.5^\circ$ 时 $\text{Error}(L)$ 为0.71%; $\theta_c=15^\circ$ 时 $\text{Error}(L)$ 为1.07%。平衡气体条件下得到的乘波体外形厚度也略大于完全气体下外形厚度。图8(a)给出了基于 $\theta_c=10^\circ$ 生成的乘波体纵向对称面下表面的压力分布,图8(b)给出了该乘波体下表面 $X/L=0.5$ 处截面的表面压力分布。图8中结果表明,在采用直锥基准流场设计得到乘波体外形时,平衡气体模型对应外形的下表面压力大于完全气体对应外形的下表面压力。由图8看出,在流向上,两种气体模型给出的压力分布差异近似相同($\Delta p_w/p_\infty \approx 0.8$);在展向上,越靠近纵向对称面,两种气体模型结果相差越大。总体上,平衡气体模型使得乘波体下表面前部和后部的压力升高,这与文献[11]的结果是一致的。

图9给出采用不同气体模型时,基于不同半锥角生成的乘波体的升阻比、升力系数、阻力系数和量纲为一纵向压心位置 X_{cp}/L (X_{cp} 为压心所在位置、 L 为乘波体全长)随马赫数变化的分布,以显示气体模型对设计结果的影响。图9中结果表

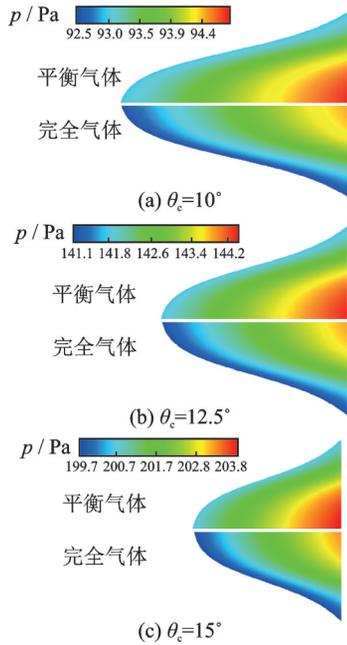


图7 $Ma=20$, $H=70$ km时完全气体与平衡气体条件下不同半锥角直锥流场生成乘波体的下表面形状及压力分布比较

Fig.7 Comparisons of shapes and pressure distribution of lower surface of waveriders generated by straight cone flow field with different half cone angles for perfect gas and equilibrium gas at $Ma=20$, $H=70$ km

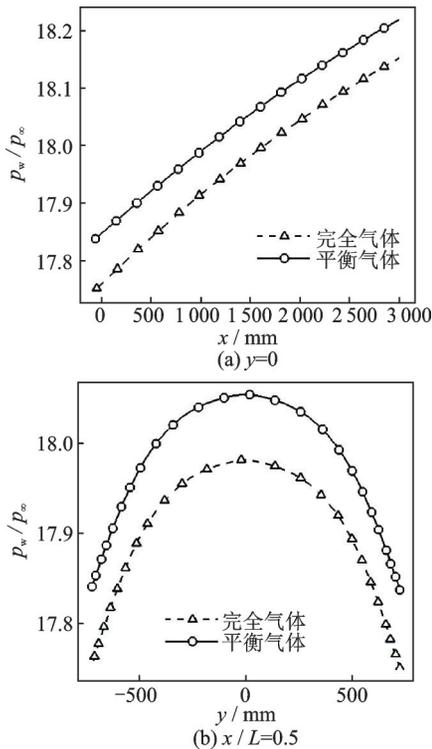


图8 $Ma=20$, $H=70$ km时完全气体与平衡气体条件下基于 $\theta_c=10^\circ$ 直锥基准流场生成的乘波体下表面纵向对称面和展向中截面压力分布比较

Fig.8 Comparisons of the pressure distribution in the longitudinal symmetry plane and the spreading mid-section on the lower surface of waveriders based on $\theta_c=10^\circ$ straight cone flow field at $M=20$, $H=70$ km for perfect gas and equilibrium gas

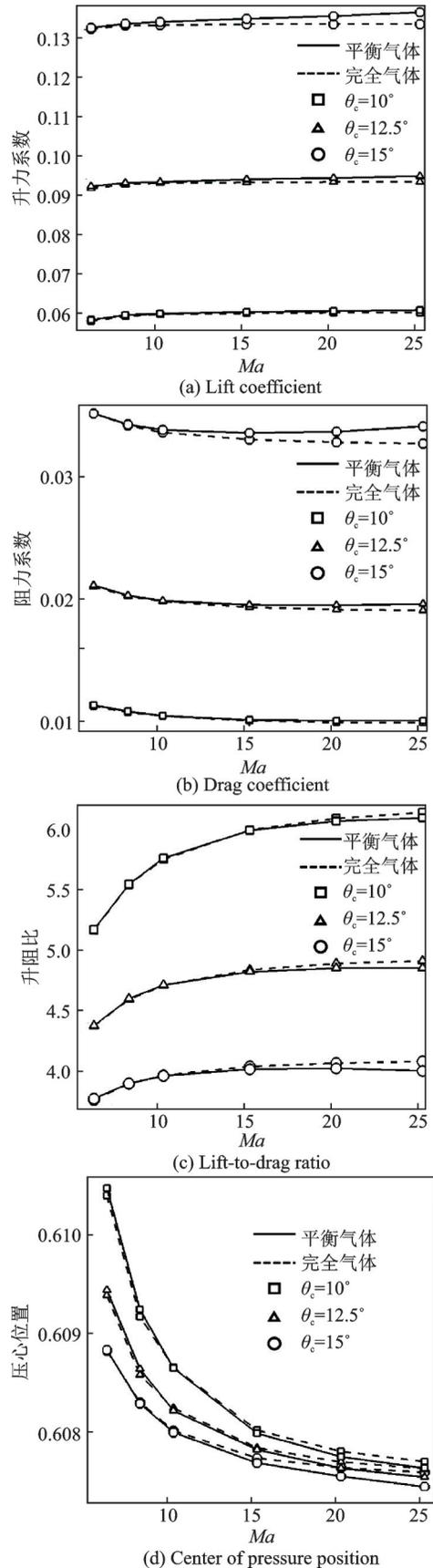


图9 $Ma=20$, $H=70$ km时完全气体与平衡气体条件下不同半锥角直锥基准流场生成的乘波体气动特性参数比较

Fig.9 Comparisons of aerodynamic parameters of waveriders generated by straight cone flow fields with different half cone angles for perfect gas and equilibrium gas at $Ma=20$, $H=70$ km

明,考虑平衡气体效应设计得到乘波体的升力系数和阻力系数大于完全气体乘波体,随着半锥角增大,差异绝对值也在增大;同时,考虑平衡气体效应设计的乘波体的升阻比小于使用完全气体模型设计的乘波体的升阻比,其原因是在同一飞行状态下,阻力系数相对差异增长的速度大于升力系数相对差异增长的速度;图 9(d)结果显示,基于平衡气体设计的乘波体,其压心位置坐标仅在 15 马赫数以上,与完全气体乘波体有差异,前者略小于后者。

为定量显示两种气体模型下乘波体气动特性的相对差异,表 1 给出基于两种气体模型 $\theta_c=15^\circ$ 生成的乘波体在不同马赫数下气动特性相对差异。根据式(22),表 1 数据中的“+”表示理想气体参数大于平衡气体参数;“-”表示理想气体参数小于平衡气体参数。由表 1 可知,在本文的计算条件下两种气体模型设计得到外形的气动特性在 20 马赫数以上显示出差别,阻力系数的相对差异在 $Ma=25$ 时达到 -4.12% ,但压心位置的相对差异始终在 0.1% 以下。

表 1 $Ma=20, H=70$ km 时不同气体模型下采用 $\theta_c=15^\circ$ 直锥流场生成乘波体的气动特性参数相对差异

Table 1 Relative error of aerodynamic parameters of waveriders generated by straight cone flow fields with $\theta_c=15^\circ$ for perfect gas and equilibrium gas at $Ma=20, H=70$ km %

Ma	6	8	10	15	20	25
升阻比	0.245 0	0.090 5	0.099 5	0.592 0	1.138 7	1.961 9
升力系数	-0.291 9	-0.317 9	-0.536 5	-1.014 6	-1.508 9	-2.240 2
阻力系数	-0.047 0	-0.227 6	-0.635 3	-1.597 2	-2.617 8	-4.121 3
压心位置	0.001 5	0.002 8	0.003 0	0.008 2	0.014 0	0.024 4

在图 10 中,本文进一步给出 3 种乘波体的容积率、体积、水平投影面积随马赫数的变化,其中容积率及体积的相对差异列于图 10(d)中。由图 10 可以看出,平衡气体条件下设计的乘波体体积、面积和容积率都大于完全气体条件下

设计的乘波体。半锥角越大,平衡气体在设计中产生的影响越大,基于半锥角 $\theta_c=15^\circ$ 设计得到的乘波体几何特征参数的相对差异均大于基于 $\theta_c=10^\circ$ 和 $\theta_c=12.5^\circ$ 生成的乘波体。其中,基于半锥角 $\theta_c=15^\circ$ 生成的乘波体容积率的相对差

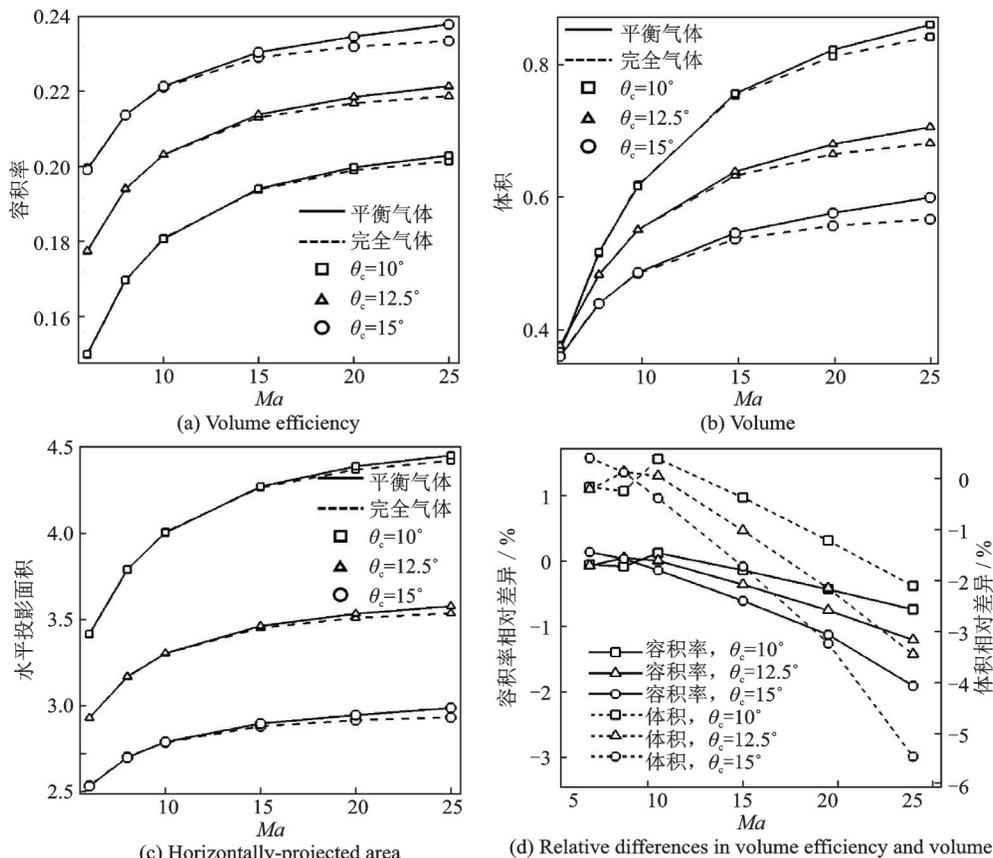


图 10 $Ma=20, H=70$ km 时完全气体与平衡气体条件下基于不同半锥角直锥基准流场生成的乘波体几何特征参数比较
Fig.10 Comparisons of geometrical parameters of waveriders generated by straight cone flow fields with different half cone angles for perfect gas and equilibrium gas at $Ma=20, H=70$ km

异最大达-4.05%，体积的相对差异最大达-5.28%。

2.2 曲锥乘波体设计中FCC不同时气体模型影响研究

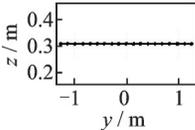
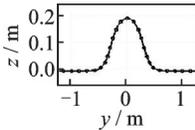
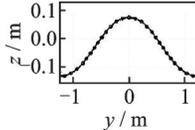
FCC是乘波体设计中重要的几何特征型线，是设计的主要输入条件之一。FCC形状决定了乘波体上下表面的形状，因此基于不同FCC设计的乘波体对气流产生的压缩作用不同。为研

究不同气体模型对不同外形乘波体设计及其气动特性产生的影响，本文选择了3种不同形状的FCC，在完全气体和平衡气体条件下生成乘波体，使用快速估算方法对相应气动特性进行预估，并对结果进行对比分析。表2中列出了本文所选择的FCC形状。其中直线型FCC的函数表达式为

$$z = C(C = 0.31) \tag{23}$$

表2 不同FCC函数曲线形状及名称

Table 2 Different FCC function's curve shapes and names

FCC名称	直线型FCC	指数型FCC	贝塞尔型FCC
FCC曲线形状			
函数类型	直线	指数函数	贝塞尔函数

指数函数FCC同式(21)，在这里重新列出

$$z = A + \frac{B}{1 + \exp(y + C)}$$

式中：A=-2.3, B=0.2, C=-0.28。贝塞尔函数FCC的表达式为

$$P(t) = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \tag{24}$$

式中：P₀=(0, -0.49), P₁=(0.5, -0.49), P₂=(0.7, -0.4), P₃=(1.25, -0.7)。图11中给出3种FCC曲线在完全气体条件下生成的乘波体外形。在本节中，曲锥基准体的顶点切线与锥轴夹角为15°，基准流场采用完全气体或平衡气体特征线方法得到。

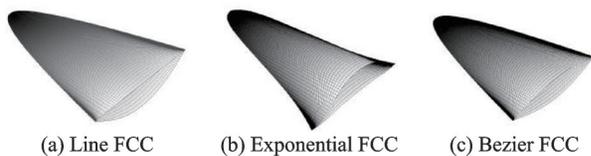
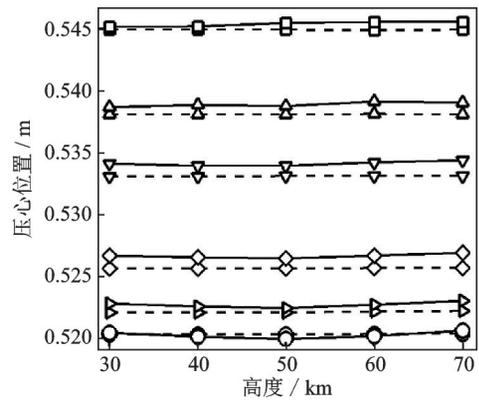


图11 Ma=20, H=70 km时采用不同FCC及完全气体曲锥基准流场生成的乘波体外形

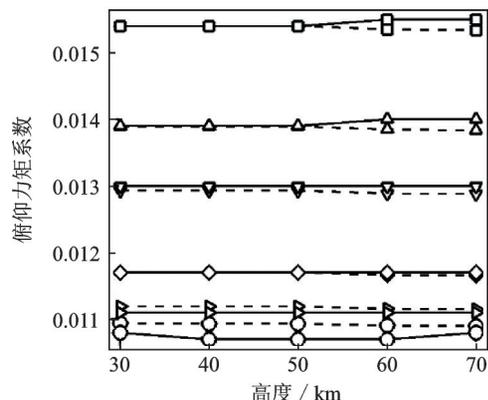
Fig.11 Waverider profiles generated by using perfect gas curved cone flow field with different FCCs at Ma=20, H=70 km

以基于直线型FCC生成的乘波体为例，图12给出H=30~70 km、Ma=6~25条件下，平衡气体和完全气体模型计算得到的量纲为一纵向压心位置X_{cp}/L和俯仰力矩系数的比较，其中俯仰力矩计算时参考点为乘波体前缘顶点。图12中结果显

示，高度对乘波体设计中压心位置的影响不大；马赫数为6、20和25时，基于平衡气体生成的乘波体和基于完全气体生成的乘波体压心位置之间的相



(a) Center of pressure position



(b) Pitching moment coefficient

— 平衡气体 - - - 完全气体
 □ Ma=6 △ Ma=8 ▽ Ma=10
 ◇ Ma=15 ▷ Ma=20 ○ Ma=25

图12 不同工况以及完全气体与平衡气体条件下基于直线型FCC生成乘波体的气动特性参数比较

Fig.12 Comparisons of aerodynamic parameters of waverider with the line FCC for perfect gas and equilibrium gas at different working conditions

对差异较小;马赫数为 8、10 和 15 时,压心位置之间的相对差异较大。俯仰力矩结果显示,马赫数为 6~10 时,平衡气体计算得到的俯仰力矩系数仅在 50 km 以上略大于完全气体计算结果;马赫数增大到 10 以上时,平衡气体计算得到的乘波体俯仰力矩系数与完全平衡气体计算得到的结果逐渐显现出差别,相对差异在 25 马赫数时最大。

为了能够更清晰地显示不同气体模型得到的俯仰力矩系数间的差异,笔者在图 13 中给出俯仰力矩系数相对差异随高度和马赫数变化的三维曲面图。图中黑点为相对差异绝对值最大点,点坐标的含义为高度、马赫数、相对差异。由图可见:对于基于直线型 FCC 生成的乘波体,平衡气体条件下和完全气体条件下计算的俯仰力矩系数相对差异的绝对值在马赫数为 15 左右最小,差异绝对值最大点出现在 $H=40$ km, $Ma=25$ 时,数值为 2.21%。对于基于指数型 FCC 生成的乘波体,俯仰力矩系数相对差异的绝对值在总体上偏小;与直线型 FCC 生成的乘波体相反的是,相对差异的绝对值在马赫数为 15 左右最大。基于贝塞尔型 FCC 所生成乘波体的俯仰力矩系数相对差异变化趋势与基于直线型 FCC 生成的乘波体一致,相对差异的最大点出现在 $H=50$ km, $Ma=25$ 时,数值为 2.84%。

为了比较基于不同 FCC 生成的乘波体在不同气体模型下的压心位置差异,表 3 列出了 $H=70$ km 时平衡气体和完全气体条件下设计的 3 种外形乘波体在 $Ma=6$ 、15 和 25 时的压心位置比较。

表 3 $H=70$ km 时完全气体与平衡气体条件下不同 FCC 生成乘波体的压心位置(X_{cp}/L)比较

Table 3 Comparison of pressure center(X_{cp}/L) of waveriders with different FCC for perfect gas and equilibrium gas at $H=70$ km

FCC	$Ma=6$		$Ma=15$		$Ma=25$	
	完全气体	平衡气体	完全气体	平衡气体	完全气体	平衡气体
直线型	0.544 9	0.545 6	0.525 7	0.534 4	0.520 3	0.520 6
指数型	0.594 9	0.595 0	0.590 6	0.591 1	0.589 5	0.589 8
贝塞尔型	0.604 7	0.561 0	0.602 0	0.547 4	0.601 6	0.543 0

平衡气体效应对乘波体气动力和气动力矩特性的影响实质上源于其对乘波体表面压力分布的影响,为了更详细地分析平衡气体效应是如何改变乘波体下表面压力分布特性,图 14 给出了 3 种乘波体外形在 $Ma=20$ 、 $H=70$ km 条件下,不同气体模型得到的下表面形状及压力分布。从图中可以看出,对于基于直线型 FCC 和贝塞尔型 FCC 生成的乘波体,两种气体模型下表面压力沿流向的变化几乎相同,但使用平衡气体模型设计的乘波体长度略小于使用完全气体模型设计的乘波体,其效果使得乘波体抬头力矩减小,所以平衡气体

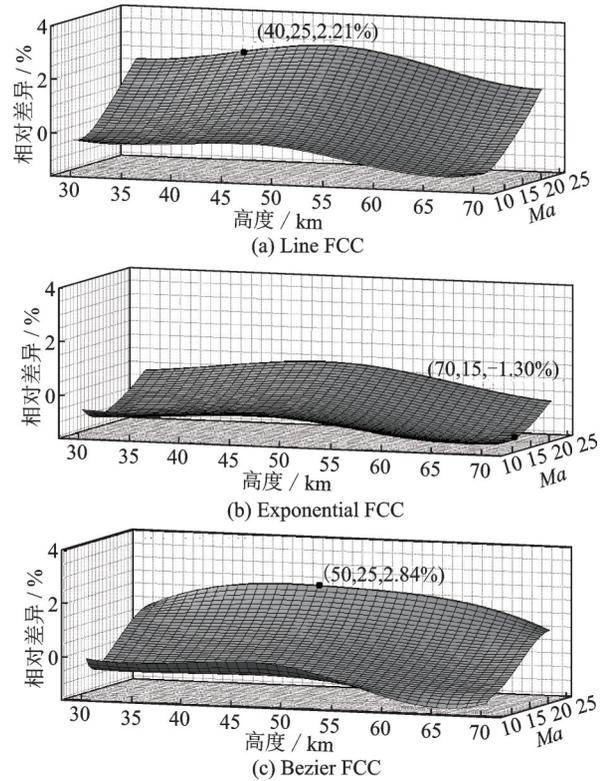


图 13 不同工况以及完全气体与平衡气体条件下不同 FCC 乘波体俯仰力矩系数相对差异

Fig.13 Comparisons of relative error of waverider's pitching moment coefficient with different FCCs for perfect gas and equilibrium gas at different working conditions

结果表明,平衡气体效应总体上使得乘波体的压心前移, FCC 为贝塞尔函数时压心位置前移程度最大。

条件下得到的乘波体俯仰力矩系数小于完全气体条件下乘波体的俯仰力矩系数。当 FCC 为指数函数时,一方面平衡气体模型得到乘波体和完全气体模型乘波体在长度上有差别,另一方面两者下表面压力沿流向的变化也有差异,两方面对俯仰力矩的影响相互抵消,所以基于指数型 FCC 生成的乘波体俯仰力矩系数相对差异最小。综上,平衡气体效应对不同 FCC 设计得到乘波体的俯仰力矩和压心位置的影响规律不同,这本质上是由于不同下表面的乘波体对气流的压缩效果不同。

对比图14和图7可知,基于直锥和曲锥基准流场中生成的乘波体,其下表面压力分布是完全不同的。基于曲锥基准流场生成的乘波体(图14),其下表面压力从乘波体前缘往后递减,压力最大点出现在乘波体前缘;基于直锥基准流场生成的乘波体(图7),其下表面压力从乘波体前缘往后递增,压力的最大点出现在乘波体后缘。产生压力分布不同的原因是基准体形状不同,气流所受压缩效果不同:直锥基准流场中,基准圆锥壁面压力沿壁面逐渐增大;曲锥基准流场中,基准圆锥壁面压力沿壁面逐渐减小。

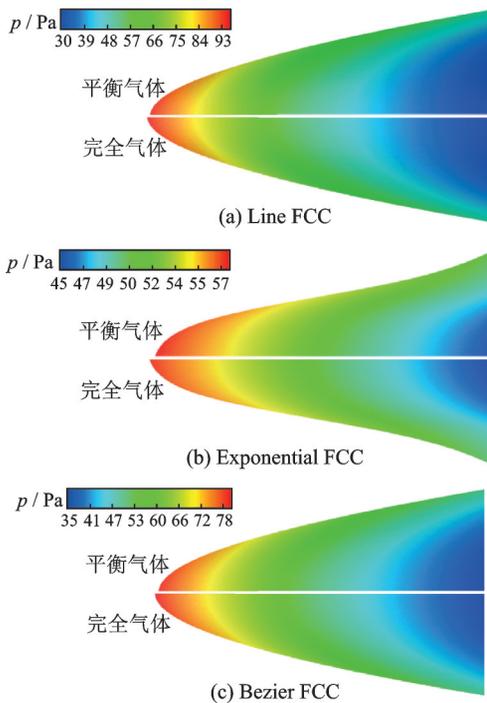


图14 $Ma=20, H=70$ km时完全气体与平衡气体条件下不同FCC生成乘波体的下表面形状及压力分布比较
 Fig.14 Comparisons of shapes and pressure distribution of lower surface of waveriders generated with different FCCs for perfect gas and equilibrium gas at $Ma=20, H=70$ km

在不同工况下,采用完全气体模型与平衡气体模型设计的、基于直线型FCC生成的乘波体体积和水平投影面积在图15中给出。图中结果表明,平衡气体对基于直线型FCC生成的乘波体体积和水平投影面积的影响在较小马赫数时可以忽略;随着马赫数增大到15,几何特征参数相对差异最大;马赫数再进一步增大时,相对差异反而略微减小。为了更详细地定量说明乘波体几何特征参数相对差异,在表4中给出高度 $H=70$ km下,采用不同气体模型在 $Ma=6, 15$ 和 25 下设计得到的3种外形乘波体几何特征参数差异比较,特征参数包括容积率、总面积、水平投影面积和体积。

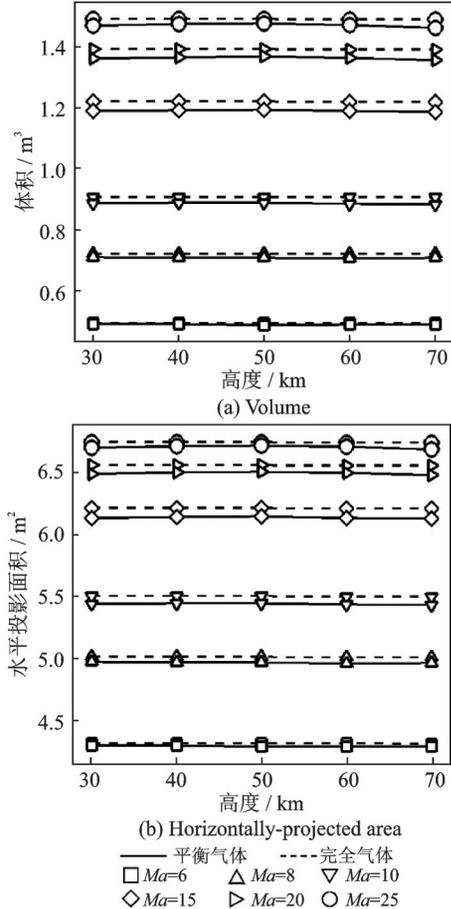


图15 不同工况以及完全气体与平衡气体条件下基于直线型FCC生成的乘波体几何特征参数比较
 Fig.15 Comparisons of geometrical parameters of line FCC waverider for perfect gas and equilibrium gas at different working conditions

与上一节使用直锥基准流场设计的乘波体不同,使用曲锥基准流场设计时,考虑平衡气体效应设计得到乘波体的体积、面积和容积率都小于完全气体条件下设计得到的结果。基于指数型FCC设计的乘波体的体积和表面积相对差异是3种乘波体中最大的,但其容积率相对差异是三者当中最小的。

为检验基于完全气体/平衡气体模型得到设计外形及其气动特性的可信性,本文分别针对两种气体模型特征线设计方法所生成乘波体几何模型,开展相应气体模型下CFD无黏数值模拟。设计和模拟状态选择图12中的 $Ma=25, H=60$ km工况, FCC为直线型(式(23))。

图16(a)给出了基于完全气体模型设计的乘波体下表面压力云图与相同气体模型下CFD结果比较,图16(b)给出CFD截面压力等值线图;图17(a)给出了基于平衡气体模型设计的乘波体下表面云图与相同气体模型下CFD结果比较,图17(b)给出CFD截面压力等值线图。比较结

表 4 $H=70\text{ km}$ 时完全气体与平衡气体条件下不同 FCC 生成乘波体几何特征参数相对差异比较

Table 4 Comparison of relative error of geometrical parameters of waveriders with different FCCs %						
FCC	容积率相对差异			总面积相对差异		
	$Ma=6$	$Ma=15$	$Ma=25$	$Ma=6$	$Ma=15$	$Ma=25$
直线型	0.183 9	0.502 6	0.418 3	0.549 9	1.546 7	1.126 7
指数型	0.068 9	0.361 1	0.294 7	1.433 5	1.817 6	1.586 8
贝塞尔型	0.159 0	0.511 8	0.499 7	0.549 9	1.546 7	1.126 7
FCC	水平投影面积相对差异			体积相对差异		
	$Ma=6$	$Ma=15$	$Ma=25$	$Ma=6$	$Ma=15$	$Ma=25$
直线型	0.547 6	1.424 5	1.081 8	1.040 5	2.772 1	1.900 2
指数型	0.605 9	1.840 1	1.593 0	1.014 7	3.330 6	2.851 3
贝塞尔型	0.547 6	1.506 7	1.081 8	1.064 6	3.028 2	2.350 9

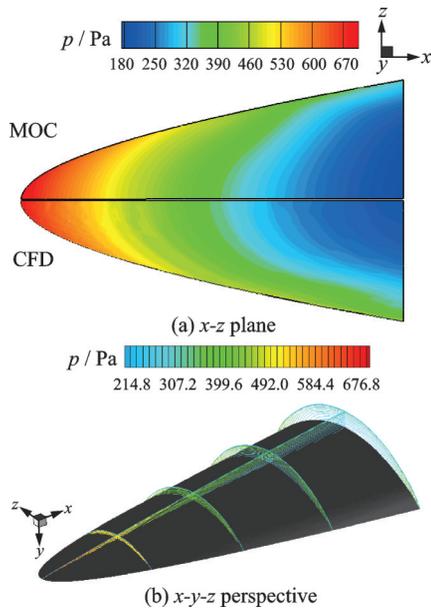


图 16 $Ma=25, H=60\text{ km}$ 时完全气体模型设计得到乘波体下表面压力及激波云图

Fig.16 Pressure distribution and shock contour of lower surface of waverider generated based on perfect gas at $Ma=25, H=60\text{ km}$

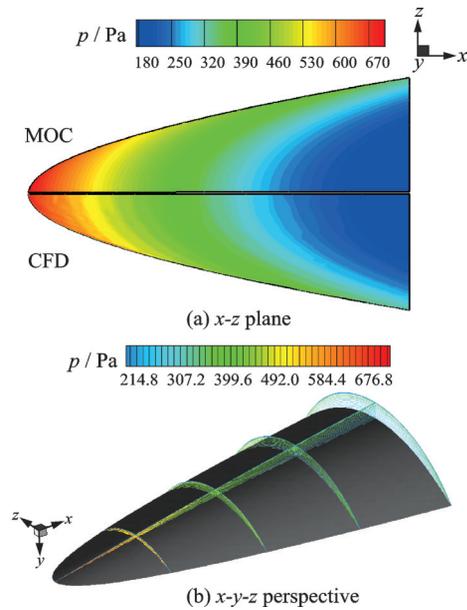


图 17 $Ma=25, H=60\text{ km}$ 时平衡气体模型设计得到乘波体下表面压力及激波云图

Fig.17 Pressure distribution and shock contour of lower surface of waverider generated based on equilibrium gas at $Ma=25, H=60\text{ km}$

果显示 MOC 给出结果与 CFD 计算结果定性吻合。

为定量比较,图 18 给出了乘波体对称面下表面、MOC 与 CFD 采用不同气体模型得到压力沿 x 方向分布的比较,可以看到两者符合良好。为进一步比较不同气体模型下 MOC 与 CFD 关于乘波体气动特性预示的差异,笔者开展相应计算并将结果列于表 5,表中“差异”定义为: $|V_{CFD} - V_{MOC}| / V_{CFD} \times 100\%$, V 表示某气动特性参数。组 I 中 MOC 和 CFD 采用完全气体模型;组 II 中 MOC 和 CFD 采用平衡气体模型。可以看到,CFD 与 MOC 得到的气动特性较为一致,最大误差为 3.73%。

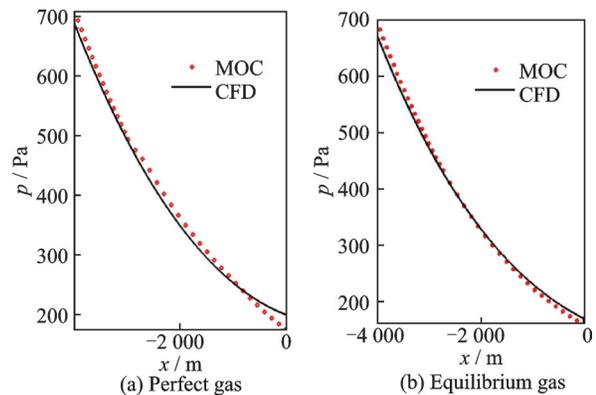


图 18 不同气体模型设计得到乘波体对称面下表面沿 x 方向的压力分布

Fig.18 Pressure distribution on the symmetry plane along x direction on the lower surface of waverider

表5 $Ma=25$ 、 $H=60$ km时,基于不同气体模型设计的乘波体MOC与CFD气动特性参数

Table 5 Aerodynamic parameters of waveriders generated based on different gas models using MOC and CFD at $Ma=25$, $H=60$ km

组别	方法	气体模型	升阻比	俯仰力矩系数	压心位置 X_{cp}/m
I	MOC	完全	7.161 7	0.010 7	2.076 5
	CFD	完全	7.211 7	0.010 3	2.147 4
	差异/%		0.69	3.73	3.30
II	MOC	平衡	7.179 6	0.010 5	2.085 4
	CFD	平衡	7.253 7	0.010 4	2.088 9
	差异/%		1.02	0.96	0.16

3 结 论

本文提出考虑平衡气体效应的特征线方法并用于乘波体外形设计,在此基础上开展了不同气体模型对设计结果影响研究,得到结论如下:

(1)无黏流场中,基于平衡气体和基于完全气体设计的乘波体的气动特性参数和几何特征参数在一定条件下存在差异。总体上,马赫数越大,平衡气体效应越明显,相应乘波体外形在气动性能、几何特征参数上与完全气体条件下设计得到乘波体结果相差越大。

(2)平衡气体效应使乘波体下表面压力分布发生改变,在平衡气体条件下设计的乘波体升阻比偏小,在设计时需要考虑平衡气体效应带来的升阻比损失。基于直锥基准流场设计时,平衡气体效应对不同半锥角生成乘波体的影响程度不同,半锥角越大,平衡气体的影响越大。

(3)对于直锥基准流场生成的乘波体,平衡气体条件下设计的乘波体长度、面积和体积均大于完全气体条件下设计的乘波体;对于曲锥基准流场生成的乘波体,平衡气体条件下设计的乘波体长度、面积和体积反而小于完全气体条件下设计的乘波体。两种基准流场生成的乘波体下表面压力分布呈现出相反的趋势:直锥乘波体下表面压力从前缘向后缘增大,曲锥乘波体下表面压力则是从前缘向后缘减小。

(4)平衡气体效应对基于不同FCC的乘波体设计过程的影响程度不同,对于直线型和贝塞尔型FCC曲线,平衡气体效应对设计乘波体的俯仰力矩系数的影响较大;对于FCC为指数函数的乘波体,平衡气体和完全气体的俯仰力矩系数相对差异较小,这是由于不同下表面的乘波体对气流压缩效果不同。平衡气体效应对基于贝塞尔型FCC设计的乘波体的压心位置影响最大。

参考文献:

- [1] NONWEILER T R F. Aerodynamic problems of manned space vehicles[J]. Journal of Royal Aeronautical Society, 1959, 63: 512-528.
- [2] JONES J G. A method for designing lifting configurations for high supersonic speeds using the flow fields of non-lifting cones: RAE Report No. 2674[R]. RAE Bedford; Ministry of Aviation, Royal Aircraft Establishment, 1963.
- [3] RASMUSSEN M L, JISCHKE M C, DANIEL D C. Waverider configurations derived from inclined circular and elliptic cones[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1980, 17(6): 537-545.
- [4] 柳军, 丁峰, 刘珍, 等. 高超声速乘波设计理论[M]. 北京: 科学出版社, 2020.
LIU Jun, DING Feng, LIU Zhen, et al. Hypersonic waverider design theory[M]. Beijing: Science Press, 2020.
- [5] 李海群. 基于平衡气体模型的高超音速球体流动模拟[C]//北京力学学会第二十二届学术年会会议论文集. 北京: 北京力学学会, 2016: 83-84.
LI Haiqun. Hypersonic spherical flow simulation based on equilibrium gas model[C]//Proceedings of the 22nd Annual Conference of Beijing Society of Mechanics. Beijing: Beijing Society of Mechanics, 2016: 83-84.
- [6] TANNEHILL J C, MOHLING R A. Development of equilibrium air computer programs suitable for numerical computation using time-dependent or shock-capturing methods: NASA CR-2134[R]. [S.l.]: NASA, 1972.
- [7] TANNEHILL J C, MUGGE P H. Improved curve fits for the thermodynamic properties of equilibrium air suitable for numerical computation using time dependent or shock capturing methods: NASA CR-2470 [R]. [S.l.]: NASA, 1974.
- [8] SRINIVASAN S, TANNEHILL J C, WEILM-UENSTER K J. Simplified curve fits for the thermodynamic properties of equilibrium air: NASA RP-1181 [R]. [S.l.]: NASA, 1987.
- [9] SRINIVASAN S, TANNEHILL J C, WEILM-UENSTER K J. Simplified curve fits for the transport properties of equilibrium air: NASA CR-180422 [R]. [S.l.]: NASA, 1987.
- [10] 叶友达. 近空间高速飞行器气动特性研究与布局设计优化[J]. 力学进展, 2009, 39(6): 683-694.
YE Youda. Study on aerodynamic characteristics and design optimization for high speed near space vehicles [J]. Advances in Mechanics, 2009, 39(6): 683-694.

- [11] MAUS J R, GRIFFITH B J, SZEMA K Y. Hypersonic Mach number and real gas effects on space shuttle orbiter-aerodynamics: AIAA-83-0343[R]. [S.l.]: AIAA, 1984.
- [12] 陈冰雁, 徐国武, 刘周, 等. 真实气体效应试飞器气动布局研究[J]. 力学季刊, 2015, 36(2): 239-248.
CHEN Bingyan, XU Guowu, LIU Zhou, et al. Aerodynamic configuration of real gas effect demonstration vehicle[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2015, 36(2): 239-248.
- [13] 曾卫刚, 李维东, 王发民. 平衡气体对乘波体气动热特性影响[J]. 空气动力学学报, 2012, 30(5): 566-572, 605.
ZENG Weigang, LI Weidong, WANG Famin. Equilibrium gas effects on aerodynamic and aerothermal characteristics of waveriders[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2012, 30(5): 566-572, 605.
- [14] 丁峰. 吸气式高超声速飞行器内外流一体化“全乘波”气动设计理论和方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2016.
DING Feng. Research of a novel airframe/inlet integrated full-waverider aerodynamic design methodology for air-breathing hypersonic vehicles[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2016.
- [15] 卫锋, 丁国昊, 马志成, 等. 密切曲面锥导乘波体的设计与理论分析[J]. 推进技术, 2021, 42(2): 298-308.
WEI Feng, DING Guohao, MA Zhicheng, et al. Design and theoretical analysis of osculating curve cone derived waverider[J]. Journal of Propulsion Technology, 2021, 42(2): 298-308.
- [16] ANDERSON JR J D. Hypersonic and high-temperature gas dynamics[M]. 2nd ed. [S.l.]: AIAA Education Series, 2006.
- [17] 王晓朋, 张陈安, 刘文, 等. 设计参数对幂次乘波体纵向静稳定性的影响[J]. 宇航学报, 2019, 40(8): 887-896.
WANG Xiaopeng, ZHANG Chen'an, LIU Wen, et al. Effect of design parameters on longitudinal static stability of power law waverider[J]. Journal of Astronautics, 2019, 40(8): 887-896.
- [18] 罗世彬, 张超, 刘俊. 双后掠乘波体低速性能研究[J]. 电子技术与软件工程, 2022(21): 170-173.
LUO Shibin, ZHANG Chao, LIU Jun. Study on low speed performance of double sweep waverider[J]. Electronic Technology & Software Engineering, 2022(21): 170-173.
- [19] MANGIN B, CHPOUN A, BENAY R, et al. Comparison between methods of generation of waveriders derived from conical flows[J]. Computers Rendus Mécanique, 2006, 334(2): 117-122.
- [20] ZUCROW M J, HOFFMAN J D. Gas dynamics volume (II)[M]. New York: Library of Congress Cataloging, 1976.
- [21] 赵志. 乘波构型前体的设计与性能计算[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
ZHAO Zhi. Design and performance calculation of waverider forebody[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2006.
- [22] 张甲奇, 郑浩, 井立, 等. 乘波体构型气动性能与实用性研究[J]. 飞行力学, 2017, 35(1): 80-88.
ZHANG Jiaqi, ZHENG Hao, JING Li, et al. Aerodynamic performance and practicability research on waverider configuration[J]. Flight Dynamics, 2017, 35(1): 80-88.
- [23] HUDGINS H E. Supersonic flow about right circular cones at zero yaw in air at chemical equilibrium. Part 1: Correlation of flow properties: AD0468284[R]. Dover, New Jersey:[s.n.], 1965.

(编辑: 胥橙庭)