

DOI:10.16356/j.1005-2615.2024.01.012

单向陶瓷基复合材料循环迟滞模型研究

段誉, 周储伟

(南京航空航天大学航空学院, 南京 210016)

摘要: 为了模拟单向陶瓷基复合材料(Ceramic matrix composites, CMCs)在受到疲劳加载时的应力-应变关系, 建立不同循环次数、不同疲劳峰值载荷的单向陶瓷基复合材料疲劳迟滞回线理论模型。将加载过程分为 4 个阶段且脱粘区域由新正向滑移区域、旧正向滑移区域和反向滑移区域组成, 卸载过程滑移区域分为新正向滑移区域和反向滑移区域。分析了加载和卸载各个区域纤维轴向应力分布, 推导了 4 个加载阶段和卸载对应的疲劳应力-应变关系。预测了单向陶瓷基复合材料在不同峰值应力和不同循环的疲劳迟滞曲线, 发现预测结果与文献中实验结果吻合较好。

关键词: 发动机; 陶瓷; 复合材料; 循环; 失效

中图分类号: TB332 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2024)01-0116-08

Cyclic Hysteresis Models of Unidirectional Ceramic Matrix Composites

DUAN Yu, ZHOU Chuwei

(College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In order to simulate the stress-strain curve of unidirectional ceramic matrix composites (CMCs) under fatigue loading, a theoretical model of the fatigue hysteresis curve of unidirectional CMCs with different cycles and different fatigue peaks is developed. The loading process is divided into four stages and the slip zone consists of the new forward slip zone, the old forward slip zone and the reverse slip zone, while the slip zone of the unloading process is divided into the new forward slip zone and the reverse slip zone. The axial stress distribution of the fibres in each region of loading and unloading is analyzed, and the fatigue stress-strain relationships corresponding to the four loading stages and unloading are derived. The fatigue hysteresis curves of unidirectional CMCs are predicted for different peak stresses and different cycles, and the predicted results are in good agreement with the experimental results in the literature.

Key words: engine; ceramics; composite materials; circulation; failure

陶瓷材料被应用于航空发动机领域, 具有抗高温、抗腐蚀以及寿命长的特性。但因为陶瓷材料比较脆, 所以该材料应用在高温构件上具有局限性。为了解决陶瓷材料容易碎的缺点, 将纤维作为增强材料、陶瓷作为基体, 制作出了陶瓷基复合材料。陶瓷基复合材料提高了陶瓷失效时的应变, 和陶瓷材料一样具有抗高温的性能^[1-4]。

循环荷载作用下, 陶瓷基复合材料(Ceramic matrix composites, CMCs)存在明显的疲劳迟滞效应, 其本质是由于基体内部的裂缝在循环荷载作用下的扩展, 进而使材料加卸载应力-应变曲线的迟滞。

已有不少学者对疲劳迟滞曲线展开了深入的研究。起初, Marshall 等^[5]发现单向陶瓷基复合材

基金项目: 国家科技重大专项项目(Y2019-I-0018-0017)。

收稿日期: 2023-07-08; **修订日期:** 2023-11-01

通信作者: 周储伟, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: zcw@nuaa.edu.cn。

引用格式: 段誉, 周储伟. 单向陶瓷基复合材料循环迟滞模型研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2024, 56(1): 116-123.
DUAN Yu, ZHOU Chuwei. Cyclic hysteresis models of unidirectional ceramic matrix composites[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(1): 116-123.

料在受到疲劳载荷时纤维与基体之间的界面产生了相对滑动并且会呈现出明显的应力-应变曲线迟滞现象。接下来的研究中,Marshall等^[6]、Minford等^[7]发觉陶瓷材料纤维单丝在受到疲劳加卸载时也会呈现出迟滞回线的现象,表明了陶瓷材料纤维与基体之间的界面滑动是形成应力-应变曲线迟滞的缘故。

Pryce和Smith^[8]研究了陶瓷基复合材料纤维和基体界面没有完全脱粘时的疲劳迟滞回线,Keith和Kedward^[9]研究了陶瓷基复合材料纤维和基体界面完全脱粘时的加卸载迟滞回线。在上述研究中,都假定脱粘区域域的界面剪切力为常数,但实际却不是这样,在加卸载过程中,纤维/基体的界面会逐渐变得平滑,且随加卸载次数的增加,界面剪切力会下降。Evans等^[10]从SiC/CAS材料的常温拉-拉疲劳实验中得到界面剪切应力随着循环次数增加而降低的经验关系式。

Li等^[11-16]结合界面剪应力随循环数衰退理论对界面部分脱粘和界面完全脱粘时的疲劳迟滞回线进行了研究。他们将疲劳加卸载过程中的脱粘区域划分为正向滑移区域和反向滑移区域,其中正向滑移区域与反向滑移区域的界面剪切力是相同的,这样会导致模拟当前循环迟滞曲线起点和上一循环迟滞曲线终点不是同一个点,出现不连续的情况。

本文针对不同循环次数和不同疲劳峰值,提出了一种单向陶瓷基复合材料的疲劳迟滞回线细观力学模型。与上述学者提出的理论不同的是,本力学模型将单向陶瓷基复合材料纤维和基体脱粘区域分为新正向滑移区域和旧正向滑移区域且新正向滑移区域界面切应力会在旧正向滑移区域的基础上衰退。通过单向陶瓷基复合材料应变与纤维应变相等的假设,得出单向陶瓷基复合材料本构关系。本文给出了不同循环、不同疲劳峰值下单向陶瓷基复合材料疲劳迟滞回线应力应变关系的详细推导过程。利用该模型对单向陶瓷基体材料进行了疲劳模拟,并对模拟结果进行了验证。

1 CMCs 疲劳迟滞理论

由于基体与纤维发生脱粘,在加卸载过程中,陶瓷基复合材料中的纤维与基体发生了相对滑动,在界面脱粘区域形成了旧正向滑移区域、新正向滑移区域和反向滑移区域,从而导致了加卸载过程中的迟滞效应。

传统 shear-lag 模型^[17]中,对界面滑移做如下假

设:当施加载荷超过初始破坏应力时基体破坏,随着载荷持续增加,裂纹扩展进而导致界面脱粘后,纤维和基体将发生正向滑移(以纤维相对基体拔出方向为正),整个脱粘区域为正向滑移区域,卸载后,在接近破坏表面处,纤维与基体之间产生了逆向滑动,脱粘区域包括正向滑移区域和反向滑移区域,且反向滑移区域随加载的降低而增大;再加载后,在接近破坏表面处,纤维又出现了相对于基体的正向滑移现象,脱粘区域中出现了新正向滑移区域、反向滑移区域和旧正向滑移区域,并且新出现的正向滑移区域会随着所施加荷载的增加而逐渐扩展,直到将反向滑移区域完全覆盖。

单向陶瓷基复合材料在承受疲劳载荷的情况下,如果疲劳峰值载荷 σ_X^{\max} 超过了最初的基体断裂应力,那么基体就会出现破坏,从而导致纤维和基体之间的界面脱粘,将产生的脱粘区域定义为新正向滑移区域(图 1(a))。在接下来的卸载-加载过程中,陶瓷基复合材料中的纤维与基体在界面脱粘区域发生正方向和反方向两种滑动现象。在卸载过程中,陶瓷基复合材料中的纤维与基体在界面脱粘区域发生反向滑移,形成的反向滑移区域将新的正向滑移区域掩盖了一部分,将界面脱粘区域划分为反向滑移区域与新的正向滑移区域(图 1(b)),并将反向滑移区域域的长度定义为 $L_{df_n}^n$, n 为循环加卸载次数,当卸载到载荷谷值 σ_X^{\min} 时,反向滑移区域长度达到最大值 $L_{\max df_n}^n$,新正向滑移区域达到最小值 $L_{\min df_n}^n$;第 n 次循环加载时分为 4 个阶段,第 $n-1$ 次循环卸载产生的新正向滑移区域变为旧正向滑移区域,并定义旧正向滑移区域长度为 $L_{df_n}^n$,加载第

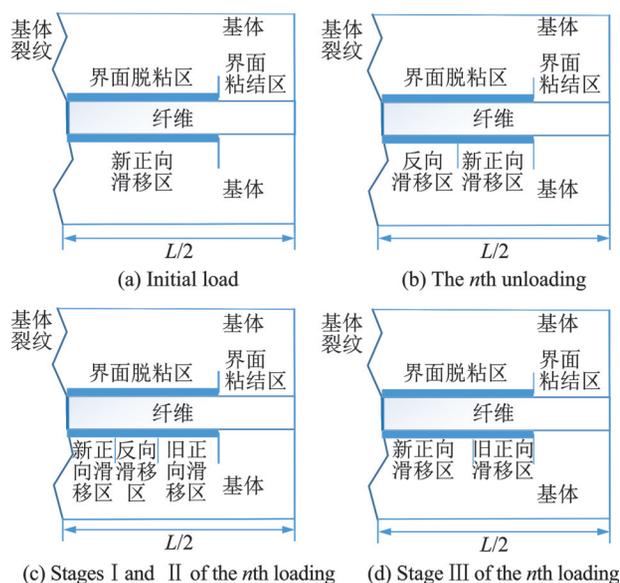


图 1 纤维相对基体滑移示意图

Fig.1 Schematic of fiber slip relative to matrix

一阶段和第二阶段陶瓷基复合材料中纤维相对基体在反向滑移区域内产生新正向滑移区域,形成的新正向滑移区域会覆盖一部分上一个循环卸载时产生的反向滑移区域,并定义新正向滑移区域长度为 $l_{df_1}^n$,此时界面脱粘区域分为新正向滑移区域、反向滑移区域和旧正向滑移区域(图1(c));当新正向滑移区域将反向滑移区域完全覆盖时为加载第三阶段,该阶段界面脱粘区域被划分为新正向滑移区域与旧正向滑移区域(图1(d)),新正向滑移区域区域的长度随荷载的增大而增大,而旧正向滑移区域区域的长度则随荷载的增大而减小,当新正向滑移区域将旧正向滑移区域完全遮盖时为加载的第四阶段;第四阶段界面脱粘区域都为新正向滑移区域。

纤维/基体脱粘区域界面剪应力退化模型为

$$\tau_{int_f}(n) = \tau_{int_{f_0}} + [1 - \exp(-\omega n^\lambda)](\tau_{int_{f_{min}}} - \tau_{int_{f_0}}) \quad (1)$$

式中: $\tau_{int_{f_0}}$ 为初始界面切应力, $\tau_{int_{f_{min}}}$ 为界面损伤达到稳定状态时的界面切应力, ω 和 λ 为经验参数。

1.1 第 n 次加载

$$(1) \text{ 第一阶段: } \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} \leq \frac{E_{f11}\bar{\sigma}_c}{E_{c11}^{ud}} + \frac{2\tau_{int_f}(n-1)}{r_f} l_{min_{df_1}}^{n-1}$$

图2为第 n 次加载第一阶段纤维轴向应力分布图,基体破坏面纤维应力低于反向滑移区域与旧正向滑移区域交界处纤维应力。界面脱粘区域分为新正向滑移区域($x \in [0, l_{df_1}^n]$)、反向滑移区域($x \in [l_{df_1}^n, l_{df_1}^n + l_{df_2}^n]$)和旧正向滑移区域($x \in [l_{df_1}^n + l_{df_2}^n, l_{df_1}^n + l_{df_2}^n + l_{df_3}^n]$),将第 n 次循环界面新正向滑移区域长度定义为 $l_{df_1}^n$,将第 n 次循环界面反向滑移区域长度定义为 $l_{df_2}^n$, $l_{df_3}^n$ 定义为第 n 次循环界面旧正向滑移区域长度。在反向滑移区域和旧正向滑移区域域内纤维与基体界面的切应力大小相等为 $\tau_{int_f}(n)$,而方向相反,新正向滑移区域域内纤维/基体界面切应力大小为 $\tau_{int_f}(n-1)$ 方向与旧正向滑移区域一致。

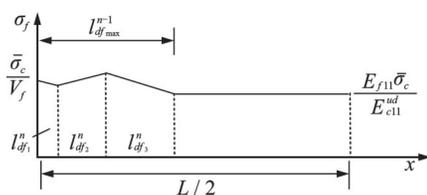


图2 第 n 次加载第一阶段纤维轴向应力分布

Fig.2 Fibre axial stress distribution in the first stage of the n th loading

纤维轴向应力分布

$$\sigma_f(x) = \begin{cases} \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} - \frac{2\tau_{int_f}(n)}{r_f} x & 0 < x < l_{df_1}^n \\ \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} - \frac{2\tau_{int_f}(n)}{r_f} l_{df_1}^n + \frac{2\tau_{int_f}(n-1)}{r_f} (x - l_{df_1}^n) & l_{df_1}^n < x < l_{df_1}^n + l_{df_2}^n \\ \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} - \frac{2\tau_{int_f}(n)}{r_f} l_{df_1}^n + \frac{2\tau_{int_f}(n-1)}{r_f} (2l_{df_2}^n + l_{df_1}^n - x) & l_{df_1}^n + l_{df_2}^n < x < l_{df_{max}}^{n-1} \\ \frac{E_{f11}}{\bar{\sigma}_c} \frac{E_{c11}^{ud}}{E_{c11}} & l_{df_{max}}^{n-1} < x < \frac{L}{2} \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\begin{cases} l_{df_1}^n = \left[\left(\frac{1}{V_f} - \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} \right) \frac{r_f}{2} \right] \frac{\bar{\sigma}_c - \bar{\sigma}_c^{\min}}{\tau_{int_f}(n) + \tau_{int_f}(n-1)} \\ l_{df_2}^n = l_{max_{df_2}}^{n-1} - l_{df_1}^n \\ l_{df_3}^n = l_{min_{df_1}}^{n-1} \\ l_{min_{df_1}}^{n-1} = \frac{r_f}{4\tau_{int_f}(n-1)} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} \right) (\bar{\sigma}_c^{\max} + \bar{\sigma}_c^{\min}) \\ l_{max_{df_2}}^{n-1} = \frac{r_f}{4\tau_{int_f}(n-1)} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} \right) (\bar{\sigma}_c^{\max} - \bar{\sigma}_c^{\min}) \end{cases}$$

式中: $\bar{\sigma}_c^{\max}$ 为最大载荷, $\bar{\sigma}_c^{\min}$ 为最低载荷, $l_{max_{df_1}}^{n-1}$ 、 $l_{min_{df_2}}^{n-1}$ 分别为上一个循环卸载到最低点时对应的反向滑移区域长度和正向滑移区域长度。

为模拟单向陶瓷基复合材料迟滞曲线,假设复合材料应变等于纤维应变

$$\epsilon_c = \frac{2}{E_{f11}L} \int_{L/2} \sigma_f(x) dx \quad (3)$$

联立式(2,3)得到第 n 次加载第一阶段复合材料应力应变关系如下

$$\begin{aligned} \epsilon_c(n) = & \left\{ \frac{\bar{\sigma}_c E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} \left(\frac{L}{2} - l_{df_{max}}^{n-1} \right) + \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} l_{df_{max}}^{n-1} - \right. \\ & \frac{2\tau_{int_f}(n) l_{df_1}^n}{r_f} \left(\frac{l_{df_1}^n + l_{df_2}^n + l_{df_3}^n}{2} \right) + \\ & \left. \frac{\tau_{int_f}(n-1)}{r_f} \left((l_{df_2}^n)^2 + 2l_{df_2}^n l_{df_3}^n - (l_{df_3}^n)^2 \right) \right\} \frac{2}{E_{f11}L} \quad (4) \end{aligned}$$

$$(2) \text{ 第二阶段: } \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} > \frac{E_{f11}\bar{\sigma}_c}{E_{c11}^{ud}} + \frac{2\tau_{int_f}(n-1)}{r_f} l_{min_{df_1}}^{n-1}$$

图3为第 n 次加载第二阶段纤维轴向应力分布图,基体破坏面纤维应力高于反向滑移区域与旧正向滑移区域交界处纤维应力。界面脱粘区域被划分为新正向滑移区域($x \in [0, l_{df_1}^n]$)、反向滑移区域($x \in [l_{df_1}^n, l_{df_1}^n + l_{df_2}^n]$)和旧正向滑移区域($x \in [l_{df_1}^n + l_{df_2}^n, l_{df_1}^n + l_{df_2}^n + l_{df_3}^n]$)。

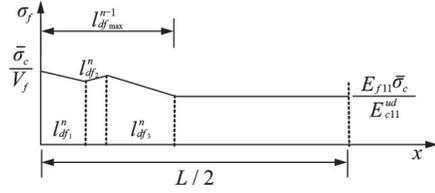


图 3 第 n 次加载第二阶段纤维轴向应力分布

Fig.3 Fibre axial stress distribution in the second stage of the n th loading

纤维轴向应力分布

$$\sigma_f(x) = \begin{cases} \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} - \frac{2\tau_{\text{intf}}(n)}{r_f} x & 0 < x < l_{df_1}^n \\ \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} - \frac{2\tau_{\text{intf}}(n)}{r_f} l_{df_1}^n + \frac{2\tau_{\text{intf}}(n-1)}{r_f} (x - l_{df_1}^n) & l_{df_1}^n < x < l_{df_1}^n + l_{df_2}^n \\ \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} - \frac{2\tau_{\text{intf}}(n)}{r_f} l_{df_1}^2 + \frac{2\tau_{\text{intf}}(n-1)}{r_f} (2l_{df_2}^n + l_{df_1}^n - x) & l_{df_1}^n + l_{df_2}^n < x < l_{df_{\text{max}}}^{n-1} \\ \bar{\sigma}_c \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} & l_{df_{\text{max}}}^{n-1} < x < \frac{L}{2} \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$\begin{cases} l_{df_2}^n = \left[l_{\text{max}df_2}^{n-1} - \left(\frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} - \frac{E_{f11}\bar{\sigma}_c}{E_{c11}^{ud}} - \frac{2\tau_{\text{intf}}(n-1)}{r_f} l_{\text{min}df_1}^{n-1} \right) \cdot \frac{r_f}{2\tau_{\text{intf}}(n)} \right] \frac{\tau_{\text{intf}}(n)}{\tau_{\text{intf}}(n) + \tau_{\text{intf}}(n-1)} \\ l_{df_1}^n = l_{\text{max}df_2}^{n-1} - l_{df_2}^n \\ l_{df_3}^n = l_{\text{min}df_1}^{n-1} \end{cases}$$

当反向滑移区域被新正向滑移区域完全覆盖时长度为 0, 令 $l_{df_2}^n = 0$, 得

$$l_{df_2}^n = \left[l_{\text{max}df_2}^{n-1} - \left(\frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} - \frac{E_{f11}\bar{\sigma}_c}{E_{c11}^{ud}} - \frac{2\tau_{\text{intf}}(n-1)}{r_f} l_{\text{min}df_1}^{n-1} \right) \cdot \frac{r_f}{2\tau_{\text{intf}}(n)} \right] \frac{\tau_{\text{intf}}(n)}{\tau_{\text{intf}}(n) + \tau_{\text{intf}}(n-1)} = 0 \quad (6)$$

由式(6)得出第三阶段开始时的应力

$$\bar{\sigma}_c^{\text{III}}(n) = \frac{\tau_{\text{intf}}(n) + \tau_{\text{intf}}(n-1)}{2\tau_{\text{intf}}(n-1)} \bar{\sigma}_c^{\text{max}} - \frac{\tau_{\text{intf}}(n) - \tau_{\text{intf}}(n-1)}{2\tau_{\text{intf}}(n-1)} \bar{\sigma}_c^{\text{min}} \quad (7)$$

联立式(3,5)得到第 n 次加载第二阶段复合材料应力应变关系如下

$$\begin{aligned} \epsilon_c(n) = & \left\{ \frac{\bar{\sigma}_c E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} \left(\frac{L}{2} - l_{df_{\text{max}}}^{n-1} \right) + \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} l_{df_{\text{max}}}^{n-1} - \right. \\ & \frac{2\tau_{\text{intf}}(n) l_{df_1}^n}{r_f} \left(\frac{l_{df_1}^n}{2} + l_{df_2}^n + l_{df_3}^n \right) + \\ & \left. \frac{\tau_{\text{intf}}(n-1)}{r_f} \left((l_{df_2}^n)^2 + 2l_{df_2}^n l_{df_3}^n - (l_{df_3}^n)^2 \right) \right\} \frac{2}{E_{f11} L} \end{aligned} \quad (8)$$

(3)第三阶段: $\bar{\sigma}_c > \bar{\sigma}_c^{\text{III}}(n)$

图 4 为第 n 次加载第三阶段纤维轴向应力分布图, 新正向滑移区域完全遮盖了反向滑移区域, 界面脱粘区域被划分为新正向滑移区域 ($x \in [0, l_{df_1}^n]$) 和旧向滑移区域 ($x \in [l_{df_1}^n, l_{df_1}^n + l_{df_3}^n]$)。

此时新正向滑移区域长度为

$$l_{df_1}^n = l_{\text{max}df_1}^{n-1} = \frac{r_f}{4\tau_{\text{intf}}(n-1)} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} \right) (\bar{\sigma}_c^{\text{max}} - \bar{\sigma}_c^{\text{min}}) \quad (9)$$

旧正向滑移区域长度为

$$l_{df_3}^n = l_{\text{min}df_2}^{n-1} = \frac{r_f}{4\tau_{\text{intf}}(n-1)} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} \right) (\bar{\sigma}_c^{\text{max}} + \bar{\sigma}_c^{\text{min}}) \quad (10)$$

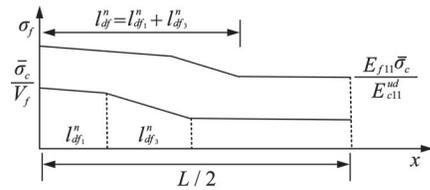


图 4 第 n 次加载第三阶段纤维轴向应力分布

Fig.4 Fibre axial stress distribution in the third stage of the n th loading

假设在第三阶段随着载荷增加旧正向滑移区域长度线性减小, 新正向滑移区域线性增加, 加载到载荷峰值时旧正向滑移区域刚好被新的正向滑移区域覆盖, $l_{df_3}^n = 0$, 新正向滑移区域长度达到最大值 $\max l_{df_1}^n$ 。

$$\max l_{df_1}^n = \frac{r_f}{2\tau_{\text{intf}}(n)} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} \right) \bar{\sigma}_c^{\text{max}} \quad (11)$$

则新正向滑移区域长度与单向陶瓷基复合材料载荷 $\bar{\sigma}_c$ 关系如下:

新正向滑移区域长度为

$$l_{df_1}^n = l_{\text{max}df_1}^{n-1} + \frac{\max l_{df_1}^n - l_{\text{max}df_1}^{n-1}}{\bar{\sigma}_c^{\text{max}} - \bar{\sigma}_c^{\text{III}}} (\bar{\sigma}_c - \bar{\sigma}_c^{\text{III}}) \quad (12)$$

旧正向滑移区域长度为

$$l_{df_3}^n = l_{\text{min}df_2}^{n-1} + \frac{0 - l_{\text{min}df_2}^{n-1}}{\bar{\sigma}_c^{\text{max}} - \bar{\sigma}_c^{\text{III}}} (\bar{\sigma}_c - \bar{\sigma}_c^{\text{III}}) \quad (13)$$

纤维轴向应力分布

$$\sigma_f(x) = \begin{cases} \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} - \frac{2\tau_{\text{int}f}(n)}{r_f}x & 0 < x < l_{df_1}^n \\ \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} - \frac{2\tau_{\text{int}f}(n)}{r_f}l_{df_1}^n - \frac{2\tau_{\text{int}f}(n-1)}{r_f}(x - l_{df_1}^n) & l_{df_1}^n < x < l_{df_1}^n + l_{df_3}^n \\ \bar{\sigma}_c \frac{E_f}{E_{c11}} & l_{df_1}^n + l_{df_3}^n < x < \frac{L}{2} \end{cases} \quad (14)$$

联立式(3,14)得到第 n 次加载第三阶段复合材料应力应变关系如下

$$\varepsilon_c(n) = \left[\frac{E_{f11}\bar{\sigma}_c}{E_{c11}^{ud}} \left(\frac{L}{2} - l_{df_1}^n - l_{df_3}^n \right) + \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} (l_{df_1}^n + l_{df_3}^n) - \frac{2\tau_{\text{int}f}(n)}{r_f} \left(l_{df_1}^n l_{df_3}^n + \frac{(l_{df_1}^n)^2}{2} \right) - \frac{\tau_{\text{int}f}(n-1)}{r_f} (l_{df_3}^n)^2 \right] \frac{2}{E_{f11}L} \quad (15)$$

(4)第四阶段

图5为第 n 次加载第四阶段纤维轴向应力分布图,新正向滑移区域将旧正向滑移区域完全覆盖, $l_{df_3}^n = 0$, 界面脱粘区域都是新正向滑移区域 ($x \in [0, l_{df_1}^n]$)。

纤维轴向应力分布

$$\sigma_f(x) = \begin{cases} \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} - \frac{2\tau_{\text{int}f}(n)}{r_f}x & 0 < x < l_{df_1}^n \\ \bar{\sigma}_c \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} & l_{df_1}^n < x < \frac{L}{2} \end{cases} \quad (16)$$

式中 $l_{df_1}^n = \frac{r_f}{2\tau_{\text{int}f}(n)} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} \right) \bar{\sigma}_c$ 。

联立式(3)和(16)得到第 n 次加载第四阶段复合材料应力应变关系如下

$$\varepsilon_c(n) = \left[\frac{\bar{\sigma}_c}{E_{c11}^{ud}} \left(\frac{L}{2} - l_{df_1}^n \right) + \frac{l_{df_1}^n}{E_{f11}} \left(\frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} - \frac{\tau_{\text{int}f}(n)}{r_f} l_{df_1}^n \right) \right] \frac{2}{L} \quad (17)$$

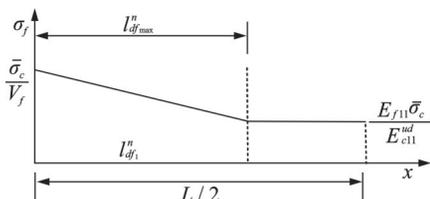


图5 第 n 次加载第四阶段纤维轴向应力分布

Fig.5 Fibre axial stress distribution in the fourth stage of the n th loading

1.2 第 n 次卸载

图6为第 n 次卸载纤维轴向应力分布图。

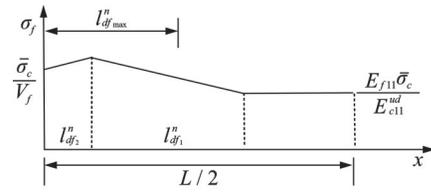


图6 第 n 次卸载纤维轴向应力分布

Fig.6 Fibre axial stress distribution of the n th unloading

$$\sigma_f(x) = \begin{cases} \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} + \frac{2\tau_{\text{int}f}(n)}{r_f}x & 0 < x < l_{df_2}^n \\ \frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} + \frac{2\tau_{\text{int}f}(n)}{r_f}(2l_{df_2}^n - x) & l_{df_2}^n < x < l_{df_{\text{max}}}^n \\ \bar{\sigma}_c \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} & l_{df_{\text{max}}}^n < x < \frac{L}{2} \end{cases} \quad (18)$$

其中

$$\begin{cases} l_{df_{\text{max}}}^n = \frac{r_f}{2\tau_{\text{int}f}(n)} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} \right) \bar{\sigma}_c^{\text{max}} \\ l_{df_2}^n = \frac{l_{df_{\text{max}}}^n}{2} - \left(\frac{1}{V_f} - \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} \right) \frac{r_f \bar{\sigma}_c}{4\tau_{\text{int}f}(n)} \\ l_{df_1}^n = l_{df_{\text{max}}}^n - l_{df_2}^n = \frac{l_{df_{\text{max}}}^n}{2} + \left(\frac{1}{V_f} - \frac{E_{f11}}{E_{c11}^{ud}} \right) \frac{r_f \bar{\sigma}_c}{4\tau_{\text{int}f}(n)} \end{cases}$$

式中 $l_{df_{\text{max}}}^n$ 为第 n 次循环疲劳加载界面滑移区域最大长度。

联立式(3,18)得到第 n 次卸载复合材料应力应变关系如下

$$\varepsilon_c(n) = \left\{ \frac{\bar{\sigma}_c}{E_{c11}^{ud}} \left(\frac{L}{2} - l_{df_{\text{max}}}^n \right) + \frac{1}{E_{f11}} \left[\frac{\bar{\sigma}_c}{V_f} l_{df_{\text{max}}}^n + \frac{\tau_{\text{int}f}(n)}{r_f} \left((l_{df_2}^n)^2 - (l_{df_1}^n)^2 \right) + \frac{2\tau_{\text{int}f}(n)l_{df_1}^n l_{df_2}^n}{r_f} \right] \right\} \frac{2}{L} \quad (19)$$

2 算例分析

2.1 模拟结果

图7给出了单向陶瓷基复合材料等幅加载循环次数为1~6疲劳迟滞回线理论模拟曲线,其中疲劳峰值为290 MPa,应力比 R 为0。图8给出了单向陶瓷基复合材料增幅加载循环次数为1~6疲劳迟滞回线理论模拟曲线,其中初始疲劳峰值为290 MPa,载荷增幅为29 MPa,应力比 R 为0,模拟的材料参数见表1。

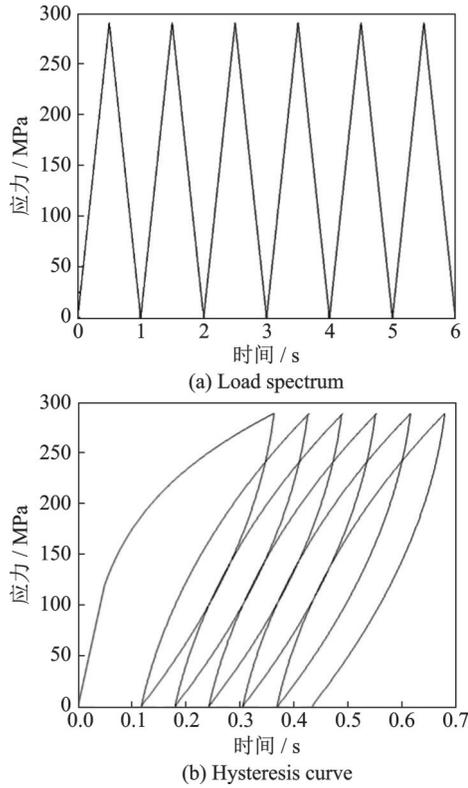


图 7 等幅加载模拟

Fig.7 Simulation of equal amplitude loading

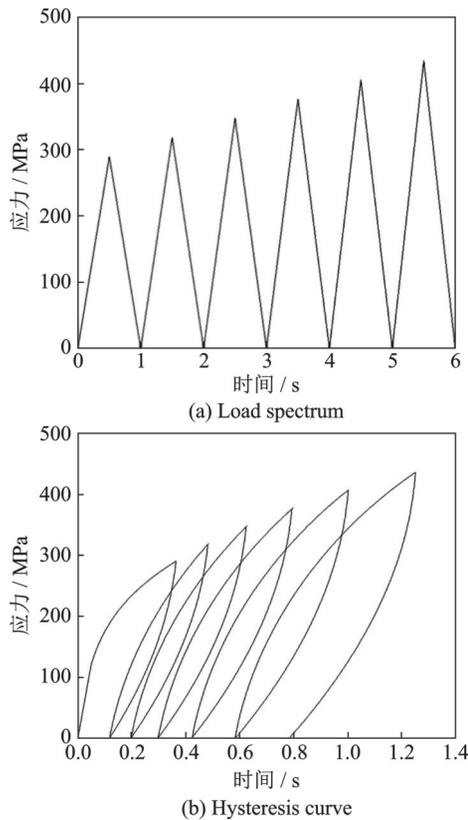


图 8 施加载荷依次递增模拟

Fig.8 Simulation with sequential increase of applied loads

表 1 模拟的材料参数

Table 1 Material parameters of simulation

$E_{f11}/$ GPa	$E_m/$ GPa	$\alpha_m/$ K^{-1}	$\tau_{intf_0}/$ GPa	$\tau_{intf_{min}}/$ GPa	ω	λ	$V_f/$ %	$r_f/$ μm
220	100	3.1×10^{-6}	8	0.3	0.002	1.2	30	6.5

由图可知,理论仿真曲线能很好地反映不同疲劳峰值下单向陶瓷基复合材料的加卸载过程,其应力-应变曲线呈现出显著的迟滞,且残余应变随循环荷载次数的增大而增大。

2.2 实验对比

C/SiC 纤维束基本材料属性^[18]为: $V_f=65\%$, $E_{f11}=230$ GPa, $E_m=120$ GPa, $r_f=3.5 \mu m$, $\tau_{intf_0}=6$ MPa, $\tau_{intf_{min}}=0.3$ MPa, $\omega=0.002$, $\lambda=1.1$ 。

图 9(a)和(b)分别给出了 C/SiC 纤维束在疲劳峰值应力为 350 MPa 和 400 MPa, 疲劳峰值与疲劳谷值之比为 $R=0.1$ 条件下, 第 10 个循环疲劳迟滞回线模型仿真数据与试验数据对比的曲线。由图 9 可知, 该模型很好地模拟了陶瓷基复合材料纤维束加载和卸载迟滞应力-应变曲线。疲劳峰值为 350 MPa 时文献实验和模拟结果的割线模量误差为 1.09%, 疲劳峰值为 400 MPa 时文献实验和模拟结果的割线模量误差为 3.7%。

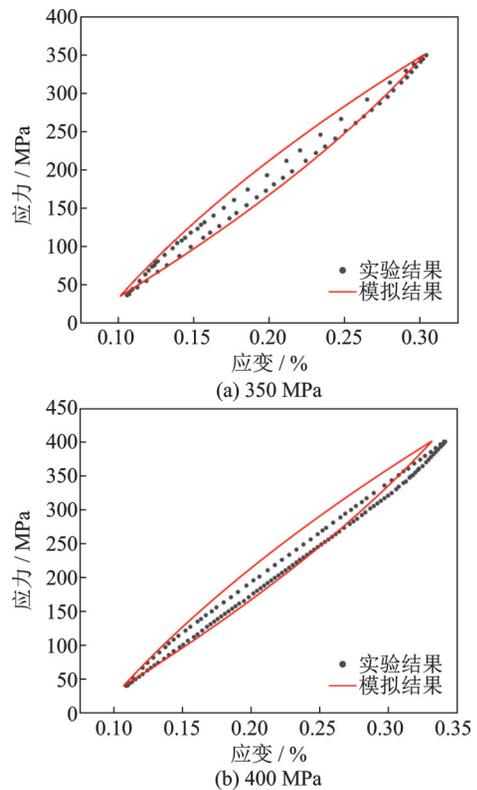


图 9 C/SiC 复合材料疲劳迟滞回线模拟

Fig.9 Simulation of fatigue hysteresis return line of C/SiC composites

单向 SiC/CAS 复合材料基本材料参数^[19]为: $V_f=38\%$, $E_{f11}=210$ GPa, $E_m=95.5$ GPa, $r_f=7.5 \mu m$, $\tau_{intf_0}=27$ MPa, $\tau_{intf_{min}}=0.3$ MPa, $\omega=0.002$, $\lambda=1.2$ 。

图 10 给出了单向 SiC/CAS 复合材料疲劳迟滞在峰值应力为 280 MPa, 谷值应力为 14 MPa 条件下, 在第 1、5、9 个循环下用所建立的疲劳迟滞回

线模型进行了计算,并与实验数据进行了比较。从图中可以看出,该模型很好地预测了单向SiC/CAS复合材料加载和卸载迟滞应力-应变曲线。循环次数为1时文献实验和模拟结果的割线模量误差为6.51%,循环次数为5时文献实验和模拟结果的割线模量误差为6.22%,循环次数为9时文献实验和模拟结果的割线模量误差为3.16%。

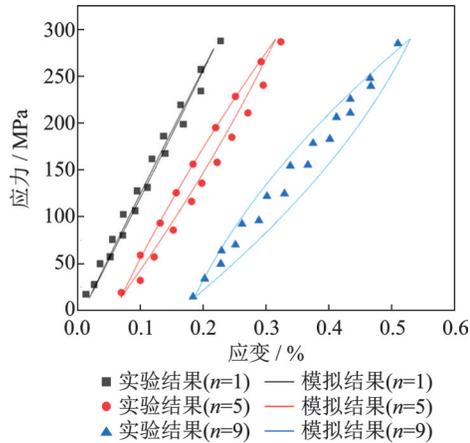


图10 单向SiC/CAS复合材料疲劳迟滞回线模拟

Fig.10 Simulation of fatigue hysteresis return line of unidirectional SiC/CAS composite

3 结 论

(1)在剪滞模型理论的基础上,针对不同循环次数和不同峰值疲劳载荷提出了一种适用于计算单向陶瓷基复合材料疲劳迟滞曲线的细观模型。

(2)模拟不同循环次数和不同峰值疲劳载荷单向陶瓷基复合材料的疲劳迟滞回线,模拟结果与文献实验结果基本吻合,两者的割线模量误差均在10%以内。

(3)本文所提出的单向陶瓷基复合材料迟滞模型只考虑了疲劳加载谷值大于0的情况,并没有考虑单向陶瓷基复合材料轴向受压时的应力-应变关系。

参考文献:

[1] 张立同, 成来飞. 连续纤维增韧陶瓷基复合材料可持续发展战略探讨[J]. 复合材料学报, 2007, 24(2): 1-6.
ZHANG Litong, CHENG Laifei. Discussion on strategies of sustainable development of continuous fiber reinforced ceramic matrix composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2007, 24(2): 1-6.

[2] 李龙彪, 宋迎东, 孙志刚. 单向陶瓷基复合材料单轴拉伸行为[J]. 复合材料学报, 2008, 25(4): 154-160.
LI Longbiao, SONG Yingdong, SUN Zhigang. Uniaxial tensile behavior of unidirectional fiber reinforced

ceramic matrix composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2008, 25(4): 154-160.

- [3] 李龙彪, 宋迎东, 孙志刚. 正交铺设陶瓷基复合材料单轴拉伸行为[J]. 复合材料学报, 2011, 28(1): 178-185.
LI Longbiao, SONG Yingdong, SUN Zhigang. Uniaxial tensile behavior of cross-ply ceramic matrix composites[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2011, 28(1): 178-185.
- [4] 常岩军, 矫桂琼, 张克实. 3D C/SiC 复合材料拉伸性能的声发射研究[J]. 复合材料学报, 2010, 27(6): 82-87.
CHANG Yanjun, JIAO Guiqiong, ZHANG Keshi. Investigation on tensile properties for 3D C/SiC composites by acoustic emission[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2010, 27(6): 82-87.
- [5] MARSHALL D B, EVANS A G. Failure mechanisms in ceramic-fiber/ceramic-matrix composites[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1985, 68(5): 225-231.
- [6] MARSHALL D B, OLIVER W C. Measurement of interfacial mechanical properties in fiber-reinforced ceramic composites[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1987, 70(8): 542-548.
- [7] MINFORD E, PREWO K M. Fatigue of silicon carbide reinforced lithium aluminosilicate glass-ceramics [C]//Proceedings of Tailoring Multiphase and Composite Ceramics. Boston, MA: Springer, 1986: 561-570.
- [8] PRYCE A W, SMITH P A. Matrix cracking in unidirectional ceramic matrix composites under quasistatic and cyclic loading[J]. Acta Metallurgica Materialia, 1993, 41: 1269-1281.
- [9] KEITH W P, KEDWARD K T. The stress-strain behavior of a porous unidirectional ceramic matrix composites[J]. Composites, 1995, 26: 163-174.
- [10] EVANS A G, ZOK F W, MCMEEKING R M. Fatigue of ceramic matrix composites[J]. Acta Metallurgica et Materialia, 1995, 43(3): 859-875.
- [11] LI Longbiao. A thermomechanical fatigue hysteresis-based damage evolution model for fiber-reinforced ceramic-matrix composites[J]. International Journal of Damage Mechanics, 2019. DOI: 10.1177/1056789518772162.
- [12] LI Longbiao. Interface wear effects in ceramic composite crack opening[J]. Journal of Composite Materials, 2022. DOI: 10.1177/00219983221114307.
- [13] LI Longbiao. Relationship between hysteresis loops and cracking evolution/closure in ceramic-matrix composites under tension-tension fatigue loading[J]. Journal of the Australian Ceramic Society, 2022, 58(5):

- 1519-1531.
- [14] LI Longbiao. An approach to estimate crack opening displacement in two-dimensional plain-woven silicon carbide fiber-reinforced silicon carbide composite considering different matrix cracking modes[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications, 2022. DOI:10.1177/14644207221092868.
- [15] SU Kang, CHEN Zhaoke, LI Longbiao, et al. Effects of single-phase and co-deposited interphases on mechanical hysteresis behavior in T700TM mini-C_v/SiC composites[J]. International Journal of Fatigue, 2023, 168: 107473.
- [16] LI Longbiao. Stochastic fatigue life prediction in C/SiC composites at elevated temperature by micromechanics-based damage model[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications, 2022. DOI: 10.1177/14644207221081307.
- [17] 方光武. 复杂预制体陶瓷基复合材料疲劳失效机理及多尺度模拟[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016. FANG Guangwu. Fatigue failure mechanism and multiscale simulation of complex prefabricated body ceramic matrix composites[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016.
- [18] 杨福树. 2.5维编织陶瓷基复合材料疲劳行为研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012. YANG Fushu. Fatigue behaviour of 2.5-dimensional woven ceramic matrix composites[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012.
- [19] 李龙彪. 长纤维增强陶瓷基复合材料疲劳损伤模型与寿命预测[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010. LI Longbiao. Fatigue damage model and life prediction of long fiber reinforced ceramic matrix composites [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010.

(编辑: 胥橙庭)