

DOI:10.16356/j.1005-2615.2024.01.011

压缩载荷下非对称变厚度复合材料层合板性能研究

俞晓楠, 许希武, 郭树祥, 冯浩凌

(南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室, 南京 210016)

摘要: 对非对称结构形式的变厚度复合材料层合板在准静态压缩载荷下的失效机理进行了试验和数值研究。在 ABAQUS / Explicit 中建立全新的三维有限元模型 (Finite element model, FEM), 其中 Hashin 准则用于复合材料层合板渐进失效分析, 内聚力建模用于模拟分层的萌生和扩展。根据试验得到的应变数据分析, 不连续的中性轴使层合板中产生弯矩, 这些弯矩与轴向压缩载荷相互耦合, 共同作用在层合板上。有限元结果表明, 在薄段和变厚度段的交界处存在明显的应力集中, 且薄段的应力大于厚段的应力。在交界处, 发生了分层以及纤维和基体的压缩损伤, 这与试验的结果一致。FEM 预测的极限荷载比试验测得的平均极限荷载小 10.7%, 证明了模型的可行性和合理性。

关键词: 变厚度复合材料; 有限元分析; 界面层; 渐进损伤演化; 压缩失效

中图分类号: TB332 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2024)01-0103-13

Performance Research of Asymmetric Variable Thickness Composite Laminate Under Compressive Load

YU Xiaonan, XU Xiwu, GUO Shuxiang, FENG Haoling

(State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: This study conducts an experimental and numerical investigation of failure mechanisms of variable thickness composite laminates with asymmetric structural forms under quasi-static compressive loading. A new 3-D finite element model (FEM) in ABAQUS/Explicit is established, where the Hashin criterion is used for composite laminate progressive failure analysis, and cohesive interface modeling is employed to simulate delamination initiation and dynamic propagation. According to the strain data from the experiment, the discontinuous neutral axis causes bending moments in the laminate, which are coupled with the axial compression load and interact together on the laminate. The FEM results indicate that there is a significant stress concentration at the junction of the thin section and the variable thickness section, and the stresses in the thin section are greater than those in the thick section. Delamination damage and fiber-matrix damage occurs at the junction, which is consistent with the findings of the experiment. The ultimate load estimated by FEM is 10.7% less than the average ultimate load measured by the experiment, demonstrating the model's viability and rationality.

Key words: variable thickness composites; finite element analysis (FEA); interface layer; progressive damage evolution; compression failure

收稿日期: 2023-06-25; 修订日期: 2023-12-06

通信作者: 许希武, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: xwxu@nuaa.edu.cn.

引用格式: 俞晓楠, 许希武, 郭树祥, 等. 压缩载荷下非对称变厚度复合材料层合板性能研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2024, 56(1): 103-115. YU Xiaonan, XU Xiwu, GUO Shuxiang, et al. Performance research of asymmetric variable thickness composite laminate under compressive load [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(1): 103-115.

碳纤维增强复合材料相比于传统材料表现出更高的比刚度、比强度和耐腐蚀等优点,得到了广泛的应用^[1-2]。通过多层尺寸不一样的预浸料进行堆叠以获得结构形式的非对称变厚度复合材料层合板^[3],这种良好的可设计性使其具有良好的结构剪裁性能、损伤容限和显著减轻质量的特点,被越来越多地应用在工程中。例如在直升机飞行过程中,复合材料的旋翼受到离心载荷的轴向张力以及挠性区域的弯矩,需要在旋翼毂周围增加厚度以提供合适的刚度;再如复合材料涡轮叶片为满足空气动力学以及减轻质量,其壳体在翼展方向上厚度变薄等^[4-5]。变厚度复合材料层合板的压缩强度低于拉伸强度,特别是对于变厚度区域,由于材料与几何的不连续性导致变厚度区域会形成较大的应力集中,造成层合板的树脂富集区过早开裂进而引发层间的分层及最终的失效^[6-7]。因此,有必要预测变厚度层合板的抗压强度。此外,了解变厚度复合材料层合板的失效机制对于帮助设计变厚度层合板非常重要。

轴压载荷下变厚度层合板失效分析研究的核心部分在于如何准确描述层合板变厚度区域的层间及面内应力状态。有限元法是处理几何复杂问题(如变厚度复合材料)的最普遍和最有力的工具^[8]。对此,许多学者对变厚度复合材料层合板进行了试验研究和有限元分析^[3-21],并形成了全面的综述^[5,10]。分层是变厚度层合板压缩失效的影响因素之一,对于层间分层的研究,内聚力模型被越来越多地应用到复合材料层间分层的建模^[22]。Harper等^[4]在变厚度复合材料结构的数值建模中使用内聚力单元模拟层间的分层。尽管试验结果和模型结果总体上呈现出较好的相关性,但他们发现模型中使用的标准试验测量得到的断裂韧性所计算得到的结果比试验的结果偏低。Dashatan等^[15]使用有厚度的内聚力单元模拟层间的分层,他们在试验中利用高速摄像机原位捕捉分层的起始和传播,观察到的试验结果与数值结果具有良好的一致性。Zhang等^[9]通过试验和仿真研究两种不同锥角的变厚度层合板拉伸载荷下的失效机制,发现具有 11.3° 锥角的层合板比具有 8.1° 锥角的层合板更早地出现分层从而导致更低的峰值载荷,文章最后还讨论了单元尺寸和内聚力模型参数对数值预测的影响。

虽然上述研究成功地预测了变厚度复合材料层合板的树脂袋开裂和层间的分层,但对非对称变厚度层合板的压缩强度和失效机制的预测仍然是一项具有挑战性的任务。困难包括压缩载荷下不连续中性轴导致的局部屈曲、网格的依赖性以及由

于微屈曲的扩展和扭结导致纤维和基体的破坏^[11]。在有限元分析方面,文献[6]建立了非线性有限元分析模型,提出了最大应力准则与渐进式失效方法相结合的方法,分析了锥度构型、叠层构型和纤维取向等参数对变厚度层合板单轴压缩性能的影响。Abdulhamid等^[23-24]基于Bouvet等^[25]的工作建立了一个三维有限元模型以模拟非对称变厚度复合材料层合板的冲击和冲击后压缩(Compression after impact, CAI)。其中采用基于能量的Hashin准则用于预测纤维与基体的破坏,层间分层采用基于二次应力准则的内聚力单元实现,但模型中并未对树脂袋区域进行详细建模。试验方面,Steeves等^[11]对轴向压缩的对称变厚度层合板进行了试验,利用扫描电子显微镜观察到在递减铺层附近发生了纤维的微屈曲和树脂袋的开裂,他们指出微屈曲在锥度较小情况下更为明显,而分层在较大锥度下占主导地位。这为非对称变厚度复合材料的建模提供了现实的基础和试验的支撑。

尽管在变厚度复合材料层合板方面的研究取得一定进展,但对于轴压载荷下非对称变厚度复合材料层合板的失效机制研究还非常少。因此,需要建立能准确预测变厚度复合材料层合板的极限压缩载荷并且能够有效捕捉层合板失效机制的模型。

本文从试验和数值两方面研究了轴向压缩载荷下非对称变厚度复合材料层合板的破坏机制。首先制作了相应的夹具以防止层合板发生屈曲。在压缩试验中,应变片测量试样表面的应变,拉伸试验机记录载荷随位移的变化。在ABAQUS/Explicit有限元分析中采用基于双线性牵引-分离定律的零厚度内聚力模型模拟层间的分层,三维Hashin准则与渐进损伤的演化规律相结合用于预测复合材料的破坏。结合试验中的应变和模型面外位移结果,分析了在压缩载荷下不连续的中性轴所产生的弯矩对层合板局部屈曲的影响。提取了模型中 0° 铺层随厚度变化的应力,得到了应力集中的位置及潜在的危险破坏部位。最后,对试验件与模型的极限载荷和破坏形貌进行了比较和分析,表明该模型能够较好地预测非对称复合材料层合板压缩载荷下的破坏。

1 非对称变厚度复合材料层合板压缩试验

1.1 试验件铺层及尺寸

本试验对象为4组相同配置的非对称变厚度复合材料层合板,由碳纤维/双马来酰亚胺复合材料(CCF300/QY9511)制成,其铺层角度与顺序如图1(a)所示,其中厚段与薄段分别为由56层和30

层单向碳纤维预浸料组成,均为对称铺层。由厚段到薄段的递减层数为 26 层,形成的锥角如图 1(b)所示大约为 5.5°。层合板上、下表面均由 7 层不发生沉降的覆盖层组成。变厚度复合材料层合板的尺寸如图 2 所示,单层碳纤维预浸料标称厚度为 0.125 mm。因此,从厚段到薄段,层合板的厚度由 7 mm 递减到 3.75 mm。

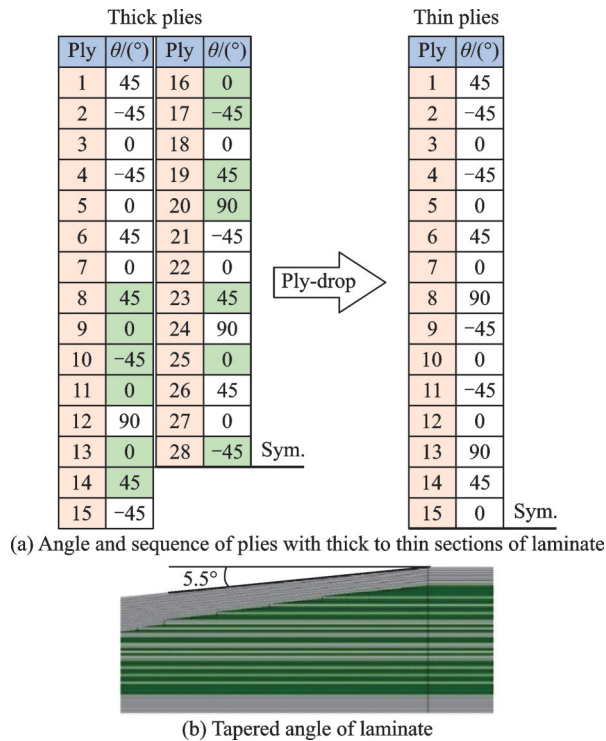


图 1 变厚度复合材料层合板铺层及锥角

Fig.1 Variable thickness composite laminate lay-ups and taper angle

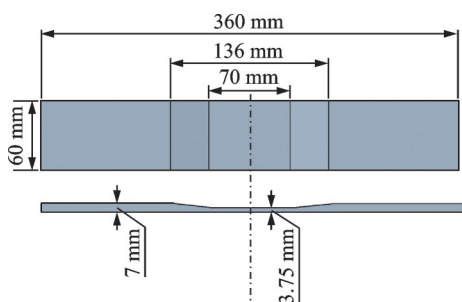


图 2 变厚度复合材料层合板尺寸

Fig.2 Dimensions for variable thickness composite laminates

1.2 压缩试验

在压缩载荷下,杆类或平板类试件因为失稳而发生屈曲,从而使得结构过早发生破坏。为了准确分析非对称变厚度层合板在压缩载荷下的失效行为,参照 ASTM D6484—2004^[26] 标准设计了一种全新的夹具。如图 3(a)所示,夹具由调制 45 钢制成,分别由 2 个长夹头和 2 个短夹头共 4 个部分组成。2 个短夹头完全一致,不同的是长夹头,在变

厚度一侧,为了与层合板的薄段进行贴合,长夹头会比另一侧的稍厚一些。图 3(b)是夹具与试验件装配示意图,利用螺栓和螺母将试验件固定在夹具中,其中灰色区域是试验机夹头所夹持的部分。

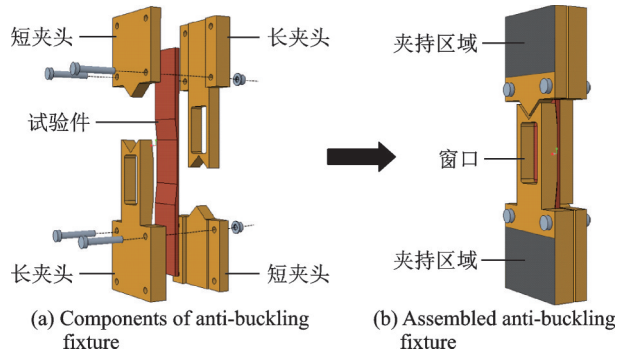


图 3 夹具的装配示意图

Fig.3 Diagram of assemble grips

如图 4 所示,为了防止试验件在压缩过程中发生形变而与夹具发生摩擦,夹具与试验件之间留有了约 0.1 mm 的缝隙。除此之外,变厚度区域在压缩过程中也会发生轴向位移,为了防止其与夹具相撞,留有了较大的空间。2 个长夹头中部均开开了窗口,以便在试验件表面粘贴应变片及导线。如图 5 所示,装配好试验件的夹具装夹到试验机上,为了避免试验过程中试验件与夹具发生滑移,将试验机夹头压力调到 20.7 MPa 以增大摩擦。

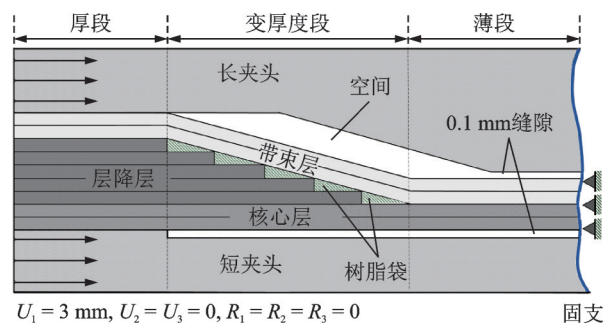


图 4 装配试验件的夹具局部示意图

Fig.4 Local schematic diagram of grips for assembly specimen

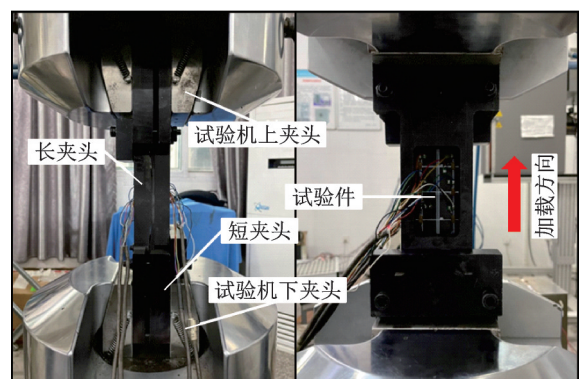


图 5 试验中装配好的试验件夹持在试验机上

Fig.5 Clamping of the assembled specimen on the machine during the experiment

本试验在 MTS370.50 疲劳试验机上进行,该试验机最大载荷为 ±500 kN。对试验件进行位移为 -3 mm 的轴向压缩,加载速率为 -0.5 mm/min。在试验前,在如图 6 所示的位置粘贴应变片, G1~G6 应变片粘贴在层合板递减一侧, G7~G12 应变片粘贴在光滑一侧,通过背靠背的应变片监测层合板在压缩载荷下的应力水平,直到层合板完全失效。

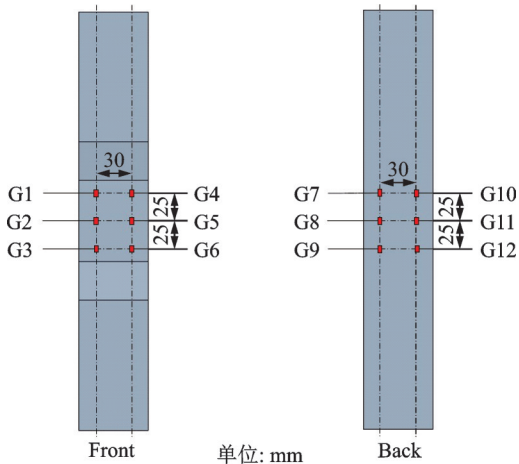


图6 应变片粘贴位置

Fig.6 Position of strain gages

2 数值建模

2.1 有限元模型及边界条件

在之前的研究中,复合材料层合板的有限元模型大多以壳单元为基础建立,壳单元在厚度方向上无需划分网格,能在较少网格数量下得到较为精确的结果。对于变厚度复合材料层合板,壳单元并不能完全反映厚度变化对层合板压缩性能的影响。针对变厚度区域,如图 4 所示,铺层的终止所形成的变厚度区域会富含大量的树脂,造成较大的应力集中,是层间分层及其扩展的危险区域。因此,采用实体单元对层合板的每一层铺层进行分层,单层厚度为 0.125 mm。对于变厚度区域粘聚区的建模,一些学者进行了研究^[4, 9, 15]。图 7 为几种变厚度区域粘聚力模型。图 7(a)为有厚度的 cohesive 单元,利用 Tie-constrain 将 cohesive 单元与层合板连接,该方法能够较好地模拟变厚度区域树脂开裂以及层间分层,但该方法建模较为复杂且由于对树脂富集区进行网格细分使得网格数量增多,提高了计算代价。图 7(b)在树脂富集区没有使用任何单元,这种人造空隙并不代表物理问题,对有限元结果造成不利影响。图 7(c)为本文采用的方法,零厚度的 cohesive 插入相邻单层板之间,该方法能够在较小的网格数量下模拟树脂富集区的开裂及层间的分层。

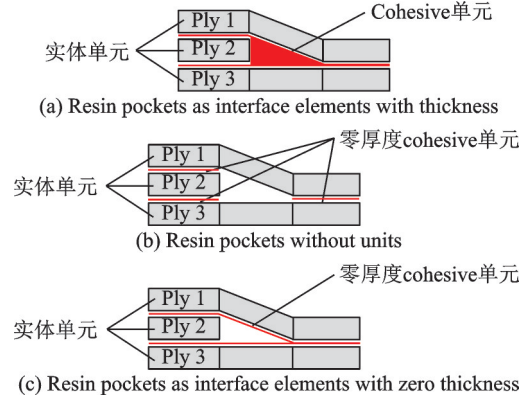


图7 3种树脂袋的建模方法

Fig.7 Three modeling methods of resin pocockets

对于边界条件,如图 8 所示,模型的夹持端的上、下表面分别与 RP1 和 RP2 相耦合,在 RP1 的 x 轴方向上施加 3 mm 的压缩位移,其余 5 个自由度约束,RP2 固支约束。为了模拟实际试验的约束情况,建立了同尺寸的夹具以防止在加载过程中试验件发生面外屈曲。其中位移加载的幅值曲线采用平滑分析步,如图 9 所示,此加载方式避免了在准静态分析过程中由于加载速率过快引起的震荡问题。

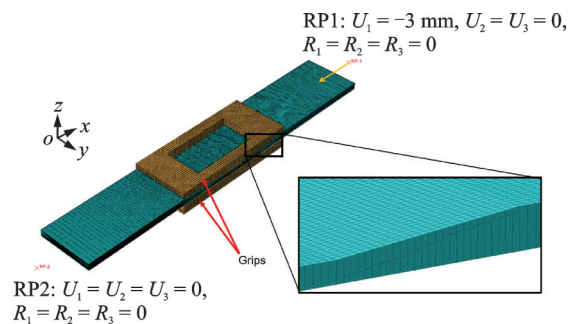


图8 有限元模型及局部示意图

Fig.8 Finite element model and local schematic

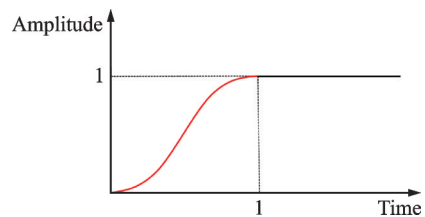


图9 平滑位移加载曲线

Fig.9 Smooth displacement loading curve

2.2 单元类型及单元密度

复合材料层合板采用缩减积分的 8 节点实体单元(C3D8R),沙漏控制为增强。其中变厚度区域采用 6 节点线性楔形单元(C3D6),界面单元为零厚度 8 节点内聚力单元(COH3D8)。准静态分析是需要稳定条件的,当分析步的步长小于某个临界时间步长计算结果才是稳定的,较小的网格尺寸

会造成较小的临界时间,增加分析步数导致计算成本增加。但较粗的网格会影响结果的准确性且模型的特征长度不易控制。因此采用质量缩放技术改变材料波数,从而增加临界时间步长。综上所述,将准静态分析总时间设为 0.1 s,变厚度及薄段区域的单元尺寸划分为 1.2 mm × 1.4 mm × 0.125 mm,其余部分过渡到较粗网格。划分好的模型由 409 500 个 C3D8R 单元、183 000 个 COH3D8 单元和 2 600 个 C3D6 单元组成。

2.3 材料属性及接触属性

碳纤维/双马来酰亚胺复合材料(CCF300/QY9511)的力学性能如表 1、2 所示。其中,内聚力单元应采用合理的刚度以保持结构整体的弹性特性,结合 Turon 等^[27]给出的建议,单元刚度设为 10¹⁵ N/m³。在计算中对内聚力单元引入了额外的能量耗散以提高收敛性,10⁻⁵~10⁻³ Pa·s 的大小对结果的影响是微小的,在裂纹的稳定扩展中可以忽略^[28]。

表 1 层内材料力学性能^[29-31]

Table 1 Mechanical property of intralamination ^[29-31]	
性能	值
密度/(kg·m ⁻³)	1 600
刚度属性	$E_{11} = 135 \text{ GPa}; E_{22} = E_{33} = 9.72 \text{ GPa};$ $\nu_{12} = \nu_{13} = 0.31; \nu_{23} = 0.46;$ $G_{12} = G_{13} = 5.26 \text{ GPa}; G_{23} = 2.63 \text{ GPa}$
强度属性/MPa	$X_T = 1 500; X_C = 1 100;$ $Y_T = Z_T = 55.5; Y_C = Z_C = 202;$ $S_{12} = S_{13} = 92; S_{13} = 121$
断裂能/(N·mm ⁻¹)	$G_{11}^T = 120; G_{11}^C = 40;$ $G_{22}^T = 0.21; G_{22}^C = 1.123$

$C_d =$

$$\frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} d_f E_{11} (1 - d_m \nu_{23} \nu_{32}) & d_f d_m E_{11} (\nu_{21} + \nu_{23} \nu_{31}) & d_f E_{11} (\nu_{31} + d_m \nu_{21} \nu_{32}) \\ & d_m E_{22} (1 - d_f \nu_{13} \nu_{31}) & d_m E_{22} (\nu_{32} + d_f \nu_{12} \nu_{31}) \\ & & E_{33} (1 - d_f d_m \nu_{12} \nu_{21}) \\ & & & \Delta d_f d_m G_{12} \\ & & & & \Delta d_f d_m G_{23} \\ & & & & & \Delta d_f d_m G_{31} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{cases} d_f = (1 - d_{ft})(1 - d_{fc}) \\ d_m = (1 - S_{mt} d_{mt})(1 - S_{mc} d_{mc}) \\ \Delta = 1 - d_f d_m \nu_{12} \nu_{21} - d_m \nu_{23} \nu_{32} - d_f \nu_{13} \nu_{31} - 2 d_f d_m \nu_{12} \nu_{23} \nu_{31} \end{cases} \quad (2)$$

式中: d_f 和 d_m 分别为纤维和基体的损伤变量; d_{ft} 、 d_{mt} 和 d_{fc} 、 d_{mc} 分别为纤维和基体分别在拉伸状态下和压缩状态下的损伤变量; S_{mt} 、 S_{mc} 是由于基体在拉伸或压缩过程中破坏导致的剪切刚度失效而引入的系数,在本研究中, S_{mt} 、 S_{mc} 系数设为 0.96^[32-33]。

3.2 失效起始准则

关于对复合材料层合板损伤失效的预测,国内

表 2 层间材料力学性能

Table 2 Mechanical property of interlamination	
性能	值
密度/(kg·m ⁻³)	1 600
刚度属性/(N·m ⁻³)	$K_{nn} = K_{tt} = K_{ss} = 1 \times 10^{15}$
强度属性/MPa	$t_n^0 = 50; t_t^0 = t_s^0 = 90$
断裂韧性/(N·mm ⁻¹)	$G_{1c} = 0.8; G_{2c} = G_{3c} = 1.2$

变厚度层合板在压缩破坏时会出现大量的分层损伤,从而会出现层与层相互穿透的现象,这与实际不符。不仅如此,夹具与层合板之间也需建立接触行为以防止层合板屈曲。在 ABAQUS/Explicit 的通用接触中建立了复合材料单元的自接触,而层合板与夹具之间采用面面接触。其中硬接触用于法向行为,摩擦因数为 0.3 的罚函数用于切向行为。

3 复合材料层内损伤

本文考虑了复合材料层合板在压缩过程中所产生的纤维与基体损伤。使用 ABAQUS/Explicit 求解器进行求解,复合材料的失效准则及演化定律均由用户子程序 VUMAT 进行编写。

3.1 应力-应变关系

本文所有的分析都局限于弹性变形,忽略应变速率效应。碳纤维复合材料属于正交异性材料,当复合材料面内应力/应变达到破坏标准,通过对刚度矩阵的各个分量添加损伤变量来对其进行软化,软化之后的刚度矩阵 C_d 表示为

外学者提出了许多经典理论,其中 Hashin 提出了基于应力标准的纤维与基体失效准则^[34],被广泛应用于学术和工程领域。4 种不同的失效模式如下:

纤维拉伸失效($\sigma_{11} \geq 0$)

$$F_{ft} = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{13}}{S_{13}} \right)^2 \geq 1 \quad (3)$$

纤维压缩失效($\sigma_{11} \leq 0$)

$$F_{mc} = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_C} \right)^2 \geq 1 \quad (4)$$

基体拉伸失效($\sigma_{22} \geq 0$)

$$F_{mt} = \left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_T} \right)^2 + \frac{1}{S_{23}^2} (\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}) + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{13}}{S_{13}} \right)^2 \geq 1 \quad (5)$$

基体压缩失效($\sigma_{22} \leq 0$)

$$F_{mc} = \left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2S_{23}} \right)^2 + \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_C} \left(\left(\frac{Y_C}{2S_{23}} \right)^2 - 1 \right) + \frac{1}{S_{23}^2} (\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}) + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{13}}{S_{13}} \right)^2 \geq 1 \quad (6)$$

在上述方程中, σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) 为有效应力; X_T 和 X_C 为在纤维方向上的拉伸和压缩强度; Y_T 和 Y_C 为在基体方向上的拉伸和压缩强度; S_{12} 、 S_{13} 和 S_{23} 为剪切强度。

3.3 连续损伤模型

针对复合材料的多模式失效判据,许多学者研究了不同的材料性能退化规则,其中主要分为突然退化方案和连续退化方案。本文采用连续退化方案,其中每个不同模式的损伤变量表示为

$$d_I = \frac{\delta_{I,eq}^f (\delta_{I,eq} - \delta_{I,eq}^0)}{\delta_{I,eq} (\delta_{I,eq}^f - \delta_{I,eq}^0)} \quad (d_I \in [0, 1], I = ft, fc, mt, mc) \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{ft,eq} = l_c \sqrt{\langle \epsilon_{11} \rangle^2 + \epsilon_{12}^2 + \epsilon_{13}^2} \\ \delta_{fc,eq} = l_c \langle -\epsilon_{11} \rangle^2 \\ \delta_{mt,eq} = l_c \sqrt{\langle \epsilon_{22} \rangle^2 + \langle \epsilon_{33} \rangle^2 + \epsilon_{12}^2 + \epsilon_{23}^2 + \epsilon_{13}^2} \\ \delta_{mc,eq} = l_c \sqrt{\langle -\epsilon_{22} \rangle^2 + \langle -\epsilon_{33} \rangle^2 + \epsilon_{12}^2 + \epsilon_{23}^2 + \epsilon_{13}^2} \\ \sigma_{ft,eq} = \frac{l_c (\langle \sigma_{11} \rangle \langle \epsilon_{11} \rangle + \sigma_{12} \epsilon_{12} + \sigma_{13} \epsilon_{13})}{\delta_{ft,eq}} \\ \sigma_{fc,eq} = \frac{l_c (\langle -\sigma_{11} \rangle \langle -\epsilon_{11} \rangle)}{\delta_{fc,eq}} \\ \sigma_{mt,eq} = \frac{l_c (\langle \sigma_{22} \rangle \langle \epsilon_{22} \rangle + \langle \sigma_{33} \rangle \langle \epsilon_{33} \rangle + \sigma_{12} \epsilon_{12} + \sigma_{23} \epsilon_{23} + \sigma_{13} \epsilon_{13})}{\delta_{mt,eq}} \\ \sigma_{mc,eq} = \frac{l_c (\langle -\sigma_{22} \rangle \langle -\epsilon_{22} \rangle + \langle -\sigma_{33} \rangle \langle -\epsilon_{33} \rangle + \sigma_{12} \epsilon_{12} + \sigma_{23} \epsilon_{23} + \sigma_{13} \epsilon_{13})}{\delta_{mc,eq}} \end{array} \right. \quad (11)$$

式中 $\langle \rangle$ 为麦考利运算符,其定义为

$$\langle x \rangle = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases} \quad (13)$$

4 层间损伤

4.1 粘聚力模型的本构关系

采用基于双线性牵引分离关系的内聚力单元来模拟复合材料层合板相邻层间的分层损伤,其本

构关系中: $\delta_{I,eq}^f$ 为材料最终失效时的等效位移, $\delta_{I,eq}^0$ 为材料失效起始时的等效位移,它们可以由以下公式获得。

$$G_I = \frac{1}{2} \delta_{I,eq}^f \sigma_{I,eq}^0 \quad (8)$$

$$F_I = \left(\frac{\delta_{I,eq}}{\delta_{I,eq}^0} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_{I,eq}}{\sigma_{I,eq}^0} \right)^2 \quad (9)$$

式中: $\epsilon_{I,eq}$ 和 $\sigma_{I,eq}$ 分别为失效模式下的等效位移和等效应力; F_I 为损伤起始标准的值; G_I 为模式 I 的断裂能密度,表示为

$$G_I = \frac{1}{2} \epsilon_{I,eq}^f \sigma_{I,eq}^f l_c \quad (10)$$

式中: $\epsilon_{I,eq}^f$ 和 $\sigma_{I,eq}^f$ 分别为等效失效应变和等效峰值应力; l_c 为特征长度,其为单元体积的立方根。该特征长度保持每单位裂纹面积的恒定能量释放率,并使最终结果与有限元网格尺寸无关,本文使用了 Bazant 和 Oh 所开发的方法避免材料损伤表现出局部化的特征^[35]。

之前的研究中^[36-37],在计算基体失效模式的等效位移和等效应力时,忽略了厚度方向的法向应力。然而,三维 Hashin 失效准则在基体方向的拉伸与压缩损伤起始是根据 $\sigma_{22} + \sigma_{33}$ 来判断的,所以计算 $\delta_{I,eq}$ 和 $\sigma_{I,eq}$ 需要考虑厚度方向的应力。参考文献^[32]的修正公式,等效位移与等效应力如下

构关系为

$$\begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & & \\ & K_{ss} & \\ & & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{Bmatrix} \quad (14)$$

式中: K_{nn} 为黏聚力单元的法向界面刚度, K_{ss} 和 K_{tt} 分别为两个切向界面刚度。

4.2 损伤起始准则

黏聚力单元损伤机制通常分为3个部分:损伤

起始准则、损伤演化规律以及达到完全损伤后单元删除。在实际的层间界面通常不会处在单一的载荷模式下,它的分层和扩展行为由混合模式下各个裂纹模式决定。所以,本文采用二次名应力准则作为内聚力单元的起始损伤判据

$$\left(\frac{\langle t_n \rangle}{t_n^0}\right)^2 + \left(\frac{t_s}{t_s^0}\right)^2 + \left(\frac{t_t}{t_t^0}\right)^2 = 1 \quad (15)$$

式中: t_n 、 t_s 和 t_t 分别为法向牵引应力和两个剪切应力, t_n^0 、 t_s^0 和 t_t^0 为界面法向强度和剪切强度。

4.3 损伤演化规律

当内聚力单元满足损伤起始标准时,损伤变量 D 对材料刚度进行退化,对于线性退化过程,其可表示为

$$D = \begin{cases} 0 & \delta_m^{\max} < \delta_m^0 \\ \frac{\delta_m^f (\delta_m^{\max} - \delta_m^0)}{\delta_m^{\max} (\delta_m^f - \delta_m^0)} & \delta_m^0 \leq \delta_m^{\max} \leq \delta_m^f \end{cases} \quad (16)$$

式中: $\delta_m = \sqrt{\langle \delta_n \rangle^2 + (\delta_s)^2 + (\delta_t)^2}$ 为等效位移; δ_m^{\max} 为加载过程中等效位移的最大值; δ_m^0 和 δ_m^f 为内聚力单元损伤起始时对应的等效位移和完全损伤时对应的等效位移。可以从之前的公式轻易推导出 δ_m^0 表达式为

$$\delta_m^0 = \frac{\delta_n^0 \delta_s^0 \delta_t^0 \sqrt{\langle \delta_n \rangle^2 + (\delta_s)^2 + (\delta_t)^2}}{\sqrt{(\langle \delta_n \rangle \delta_s^0 \delta_t^0)^2 + (\delta_n^0 \delta_s^0 \delta_t^0)^2 + (\delta_n^0 \delta_s^0 \delta_t^0)^2}} \quad (17)$$

内聚力单元完全损伤时的等效位移 δ_f 则由基于 Benzeggagh-Kenane(B-K)^[38] 断裂能的准则确定

$$G_C = G_{IC} + (G_{IIc} - G_{IIIc}) \left(\frac{G_{Shear}}{G_T} \right)^\eta \quad (18)$$

式中: $G_{Shear} = G_{II} + G_{III}$, $G_T = G_I + G_{Shear}$; G_I 、 G_{II} 和 G_{III} 分别为 I 型、II 型和 III 型裂纹的断裂韧性。指数 η 是复合材料相关损伤因子,通常将它设置在 1~2 之间,本文根据文献将它设置为 1.45^[39]。由此可得 δ_m^f 的表达式为

$$\delta_m^f = \frac{2G_C}{T_{eff}^0} \quad (19)$$

式中 $T_{eff}^0 = \sqrt{\langle \sigma_n \rangle^2 + (\sigma_s)^2 + (\sigma_t)^2}$ 为损伤起始时的等效应力。

5 结果与讨论

5.1 变厚度层合板的应变及位移场分析

首先对试验件表面的应变片所测得的应变进行分析。如图 10 所示为变厚度层合板的应变-载荷曲线,在加载初期,G1~G12 所测得的应变随载荷的增加而线性增长。当载荷加载到约 140 kN

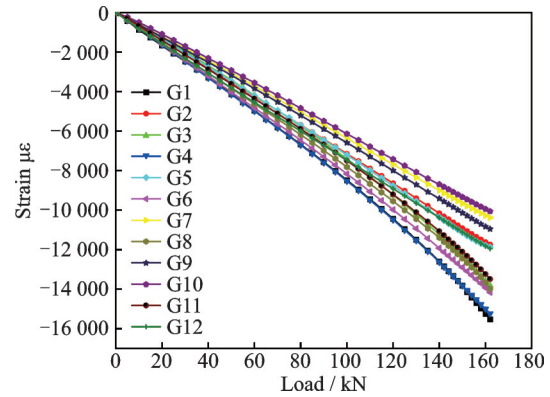


图 10 试验测得的应变-载荷曲线

Fig.10 Experimentally measured strain-load curves

时,应变-载荷曲线开始出现分叉,表明试验件开始出现微小的屈曲。通过分析不同位置的应变发现,在变厚度一侧靠近渐层区域的 G1 和 G4 所测得的应变均高于其他位置的应变,而相同位置另一侧 G7 和 G10 的应变则最小;位于变厚度一侧薄段中间区域的 G2 和 G5 所测得的应变则稍小于另一侧 G8 和 G11 的应变。这说明试验件在压缩载荷下出现了某种局部的微小弯曲,这是因为载荷沿着过渡区由厚段传递到薄段时,由于变厚度层合板的中性轴在过渡区的不连续性使得其产生了局部的弯矩。

图 11 为由不对称中性轴造成的弯矩示意图。面外位移随厚度的变化如图 12 所示,可以看到在

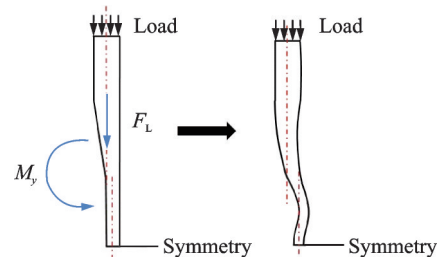


图 11 不对称中性轴导致的局部弯矩

Fig.11 Local bending moment due to asymmetric neutral axis

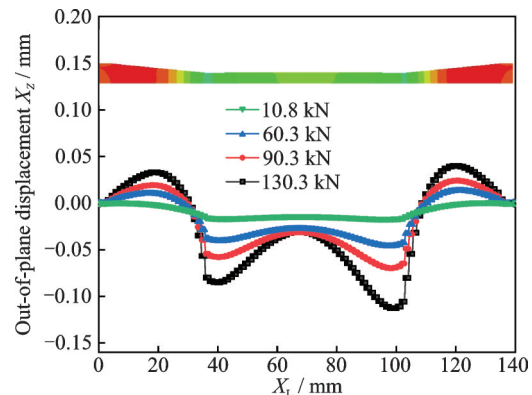


图 12 有限元仿真中不同载荷下的面外位移

Fig.12 Out-of-plane displacements under different loads in the finite element simulation

变厚度段,其面外位移为正。而在薄段面外位移为负且在靠近变厚度区域的两处达到最大,而在中间区域最小,所形成两个向内突出的鼓包如图13所示,随着载荷的增加,这一现象逐渐明显。值得注意的是,由于夹具的作用,这些面外位移是非常微小的,最大值仅为0.11 mm。

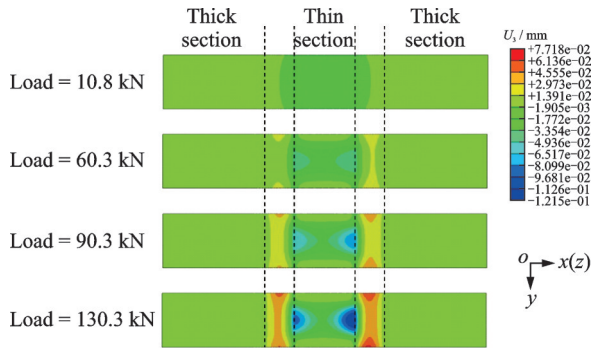


图13 有限元中面外位移的云图

Fig.13 Cloud diagram of out-of-plane displacement in finite element

5.2 模型对变厚度层合板极限载荷的预测

模型对变厚度层合板的极限载荷进行了预测。如图14为试验和模型的载荷-位移曲线,可以看到试验中载荷与位移呈现出较好的线性关系,即使在一定的负载水平下,也未出现明显的非线性行为,这表明层合板在完全破坏前,其内部并未出现明显的损伤。当达到极限载荷时,伴随着爆裂的响声,试件瞬间破坏压溃,载荷骤降。最终得到4组试验的极限载荷分别为161.5、164.89、163.01和160.03 kN,模型得到的极限载荷为144.94 kN,相比4组试验的平均值162.35 kN小了约17.41 kN,模型与试验的误差为10.7%。不仅如此,本文还预测了厚度与变厚度层合板薄段厚度相同的恒定厚度层合板的极限压缩载荷,如图14预测得到的极限载荷为160.12 kN,由于变厚度层合板材料与几

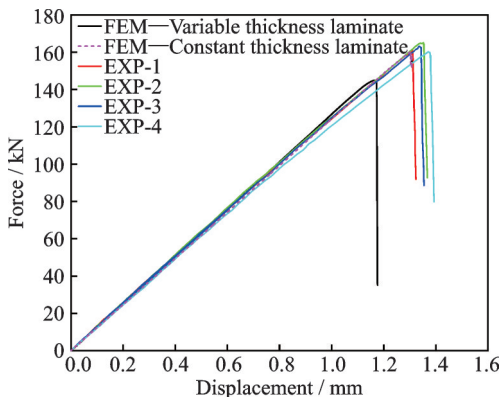


图14 试验及有限元仿真的载荷-位移曲线

Fig.14 Load-displacement curves of specimens and finite element simulation

何的不连续性造成的应力集中导致其极限载荷相比恒定厚度层合板下降了约9.5%。如前所述,准静态分析需要控制动能的大小及克服缩减积分带来的沙漏问题,如图15显示了人工应变能(ALLAE)、动能(ALLKE)和内能(ALLIE)与载荷的关系曲线,结果表明,ALLAE/ALLIE和ALLKE/ALLIE均不到5%,证明了该模型的合理性及有效性。

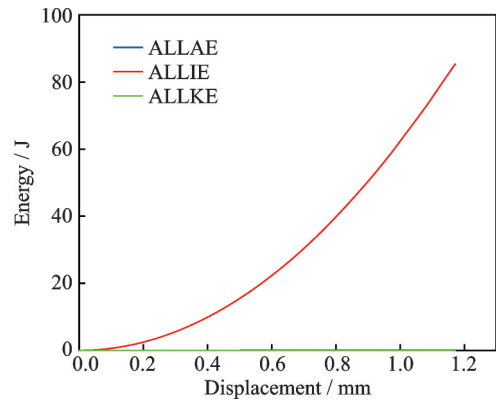


图15 有限元仿真中的内能、动能和人工应变能随位移变化曲线

Fig.15 Internal energy, kinetic energy and artificial strain energy curves with displacement in finite element simulation

5.3 截面应力随厚度的变化

相比恒定厚度的层合板,非对称变厚度层合板的内部应力分布是极其复杂的,尤其是在变厚度区域,不对称的特殊形状使其在轴向压缩下形成了多种载荷状态。为了准确分析变厚度区域的应力分布,图16为载荷在142 kN时对薄段-变厚度-厚段的所有0°铺层进行应力提取。由于应力沿y方向的分布不是本文的研究重点,所以仅对 σ_x 、 σ_z 和 τ_{xz} 3个应力进行了研究。

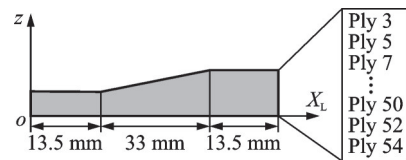


图16 提取层合板中3~54层0°铺层的应力

Fig.16 Extracting the stress of 0° Ply of 3-54 layers in laminate

图17(a)显示了上半部分0°铺层 σ_x 沿x轴的分布,在薄段区域 σ_x 约为-1 200 MPa。随着 X_L 的增加,在薄段和过渡段的交界处有一个较小的波峰,表明此处有沿着x轴方向的应力集中。但是,这种小的波峰并不是所有的0°铺层都出现,仅发生在

覆盖层 Ply 3 和 Ply 5。在变厚度段,随着层合板厚度的增加,可以看到 σ_x 逐渐减小,这表明逐渐增多的递减铺层分担了一些载荷。当接近变厚度段与厚段的交界处时, Ply 3、Ply 5 和 Ply 7 这 3 层覆盖层的应力逐渐增加并在交界处再次达到波峰,这不仅与变厚度所形成的锥角相关,也与夹具摩擦加载的方式相关。首先,锥角易导致应力集中,由于厚度的突然变化,载荷无法在此处继续沿原有的路径继续传递,只能沿着变厚度区域相邻的连续层和层降层传递。不仅如此,由于在厚段的上、下表面通过摩擦施加轴向压缩载荷,从表面的覆盖层到中间的铺层其载荷也逐级递减。如图 17(b) 为下半部分 0° 铺层的 σ_x 沿 X 轴的变化,其应力分布与上半部分基本一致,不同的是,可以更加明显地看到在过渡段从 Ply 30~Ply 54, σ_x 是逐渐增大的。

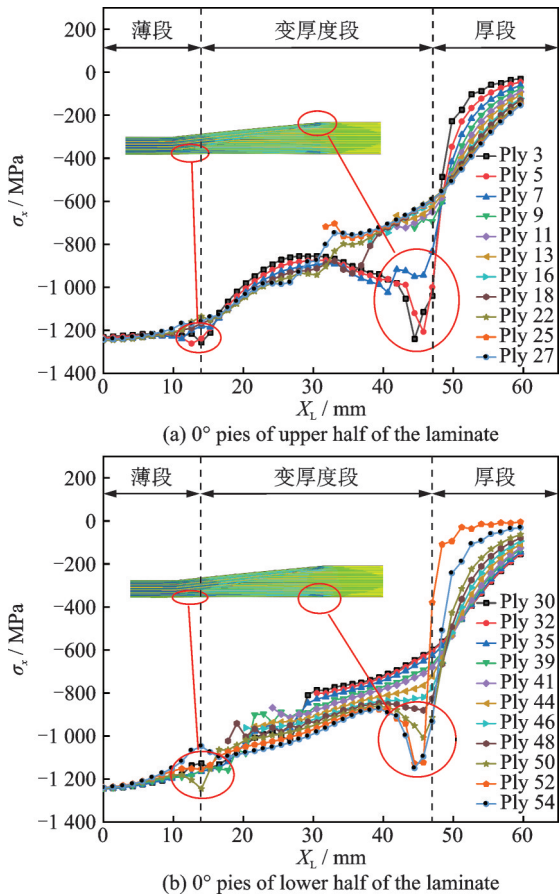


图 17 有限元中 0° 铺层的 σ_x 沿 x 轴的变化

Fig.17 Variation of σ_x of 0° plies along x axis in finite element

如图 18(a) 为上半部分 0° 铺层的 σ_z 沿 x 轴的变化,与 σ_x 相比,层间应力则要小得多。在薄段和变厚度段, Ply 3 和 Ply 5 承受较大的层间拉应力,其 σ_z 在变厚度段的分布表明,这种顶部的覆盖层存在着局部的弯曲。 Ply 18、Ply 22 和 Ply 27 的 σ_z 在变厚

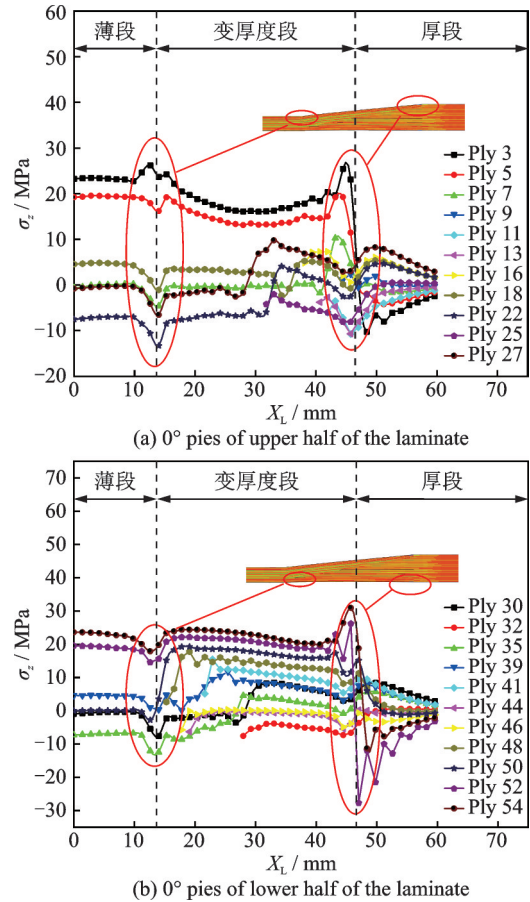


图 18 有限元中 0° 铺层的 σ_z 沿 x 轴的变化

Fig.18 Variation of σ_z of 0° plies along x axis in finite element

度段的不同位置出现了较大的跳跃,这是因为与此相邻的铺层递减造成层间应力的突然变化。值得注意的是,在薄段与变厚度段、变厚度段与厚段的交界处均出现了明显的峰值,这表明在变厚度区域不仅沿 x 方向的会出现应力的集中,沿 z 轴方向也会出现明显的应力集中。图 18(b) 为下半部分 0° 铺层的 σ_z 沿 x 轴的变化,随着层降层长度在变厚度段的增加,可以更加清晰地观察到越靠近表面的铺层,如 Ply 54、Ply 52 和 Ply 50 其层间承受越大的拉应力。越靠近中间铺层,如 Ply 30、Ply 32 和 Ply 35,其层间承受越小的拉应力甚至是压应力。

剪切应力也是导致层合板失效的重要因素之一。图 19(a, b) 为 σ_{xz} 沿 X 轴的变化, σ_{xz} 在 $X_L=13.5$ mm 和 $X_L=46.5$ mm 处均出现了峰值,在薄段和变厚度段,中间位置的铺层 Ply 27 和 Ply 30 承受较大的正剪切应力,而其余铺层基本承受负的剪切应力。对层合板截面应力的分析进一步揭示了非对称层合板在压缩载荷下的破坏起因及对危险破坏位置的预测,对非对称层合板的设计与应用提供了一定的参考。

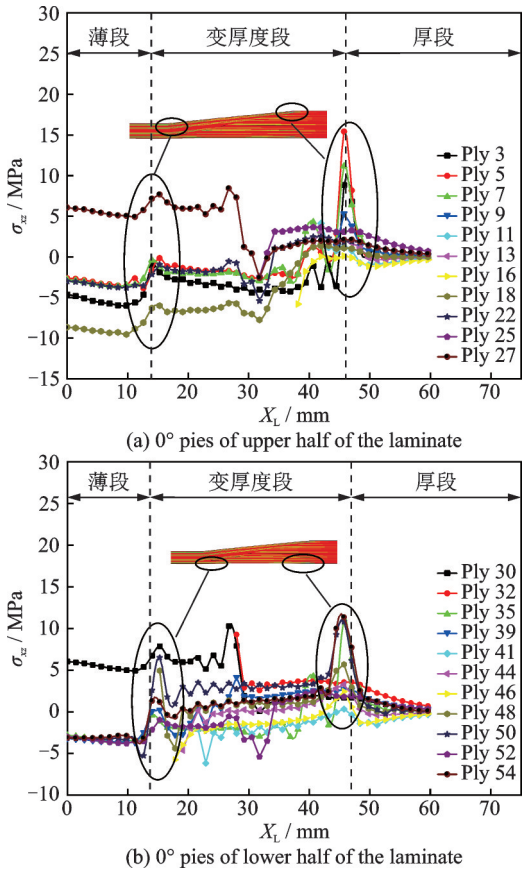


图19 有限元中0°铺层的 σ_{xz} 沿x轴的变化

Fig.19 Variation of σ_{xz} of 0° plies along x axis in finite element

5.4 变厚度层合板破坏失效分析

对于非对称变厚度层合板的压缩,诸多的因素导致了层合板的最终失效。图20(a)为其中1个试验件的破坏形貌,观察到最终的破坏发生在靠近薄段与变厚度段的交界处。由于层合板表面纤维呈

士45°铺层,在轴压载荷下,纤维承受的剪切应力使得纤维之间的树脂基体发生开裂。图20(b)为显微镜下的破坏形貌,可以看到大量的层间分层以及纤维断裂。剪切应力 σ_{xz} 是导致纤维断裂的主要因素,层合板中纤维在压缩载荷下承受大部分的载荷,随着 σ_{xz} 的增大,树脂基体无法对纤维的横向起到支撑作用,纤维发生失稳屈曲对基体施加横向的剪切应力,当剪切应力达到极限时,树脂基体在横向发生剪切形变,形成树脂折曲带,处于折曲带边界处的纤维发生断裂。然而,破坏的发生并不是单一应力作用的结果,由之前对 σ_x 的分析可得,由于铺层的递减,处于薄段和变厚度段的纤维承受着较大的载荷,特别是位于薄段与变厚度段交界处的应力峰值。如图20(c)为有限元内聚力单元的损伤,可以看到由于单层预浸料之间相互挤压与剥离,在层间应力集中处发生了分层。图20(d,e)分别为另一个试验件的破坏形貌和显微镜下的破坏形貌。图20(f)为有限元中纤维处于局部微屈曲的状态下发生断裂。

图21(a,b)分别为层合板变厚度一侧和光滑一侧的有限元与试验的破坏对比,可以看到有限元模拟的结果与试验非常一致,破坏均发生在薄段与变厚度段的交界处。其中纤维的拉伸破坏相比于纤维压缩破坏要少,基体的拉伸与压缩破坏也较为明显。

图22(a)为模型的最终失效的应力图。图22(b)为部分A-A截面的界面层失效图,1'位置处的界面层完全失效,单元删除;2'位置处的界面层刚

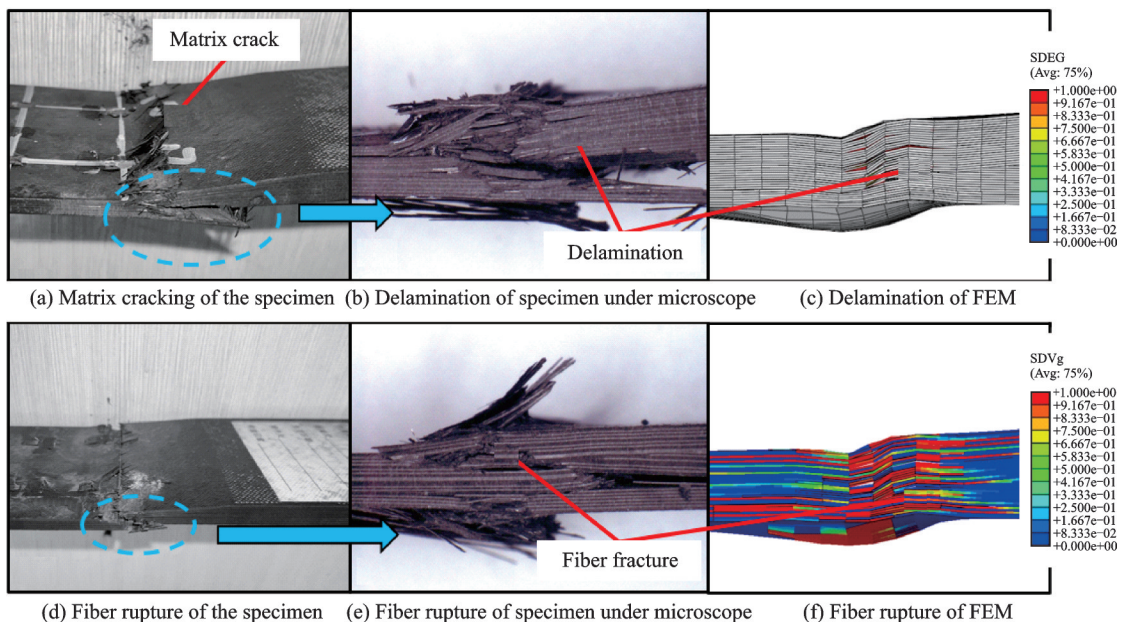


图20 试验和有限元结果中的纤维与基体的破坏及层间分层

Fig.20 Damage of fiber and matrix and delamination between layers in experiment and finite element results

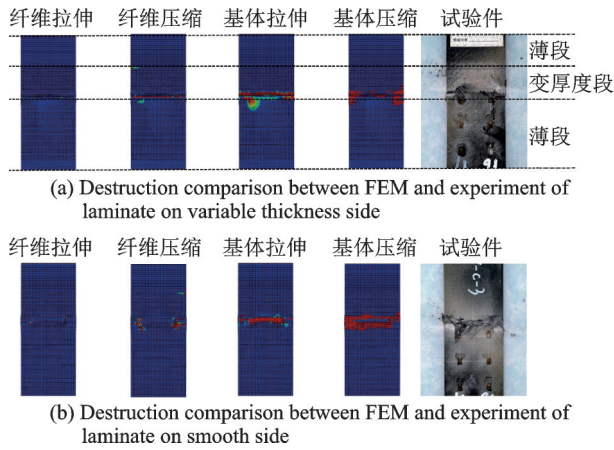


图 21 有限元与试验中复合材料的破坏对比

Fig.21 Comparison of failure of composites in finite element and experiment

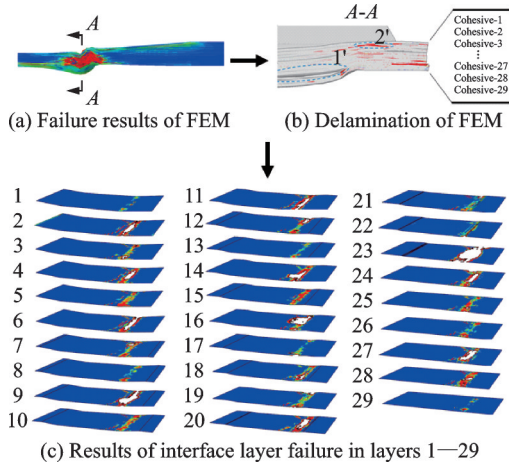


图 22 有限元中层间界面的破坏及其扩展

Fig.22 Interlayer interface damage and extension in finite element

度退化但还未完全失效。图 22(c)对薄段和变厚度段的 29 层界面层进行离散,位于顶部和底部连续铺层的界面并未出现明显的损伤,然而对于递减铺层的相邻界面层如 9 号、16 号和 23 号则出现了较大面积的分层损伤,这表明变厚度区域的递减铺层会出现较大的层间应力,特别是对于树脂富集区,是开裂和损伤扩展的起始部位。层间界面结合的好坏决定了压缩载荷下层间裂纹的产生,继而影响层合板的极限载荷及破坏形式,提高层间界面的力学性能是增加变厚度层合板压缩性能的重要途径之一。

6 结 论

本文提出了一个考虑层间和层内损伤的变厚度复合材料层合板等效模型,用于预测层合板在压缩载荷下的动态力学响应和损伤发展。采用基于修

正的等效位移计算方法的三维 Hashin 准则预测复合材料损伤出现,避免了在损伤演化过程中忽略厚度方向的应力分量。采用基于双线性牵引分离定律和 B-K 准则的零厚度内聚力单元模拟树脂袋开裂及层间分层。成功地模拟了试件的层间及层内应力分布和渐进失效行为。数值模拟结果与试验结果吻合较好,总结出以下结论:

(1) 在压缩载荷下,不连续的中性轴导致变厚度层合板产生了局部的弯矩。该弯矩和轴向压缩载荷相互耦合共同作用于层合板的变厚度区域。夹具抑制了层合板发生明显的屈曲而导致其过早破坏,从而可以准确分析危险区域的破坏情况。

(2) 所提出的方法预测的极限压缩载荷比试验测得的要小,这表明采用零厚度的 Cohesive 和基于 3D Hashin 准则的损伤演化模型预测相对保守,可以为变厚度复合材料层合板的设计和工程应用提供较好的参考和选择。

(3) 由于变厚度层合板本身材料与几何的不连续性和多个载荷的作用,变厚度区域的应力分布复杂。对于变厚度区域进行应力分析,位于薄段的 x 方向的拉应力明显大于变厚度段与厚度段的应力且在两个锥角处均产生了峰值;位于上下表面的 0 度覆盖层受到层间拉应力,位于中间的铺层则受到层间压应力;中心带承受着正剪切应力,其余则受到负剪切应力。这些应力集中是导致层合板发生分层继而最终破坏的因素。

(4) 破坏发生在薄段与变厚度段的交界处,这与应力分析得到的应力集中处一致。在破坏处,由于应力集中导致的纤维微屈曲造成了纤维与基体的压缩破坏,相比恒定厚度层合板其极限载荷下降了约 9.5%。对于界面层,层降层相邻的界面层其损伤区域相比连续铺层的要大,这说明树脂富集区是诱导分层提早发生的因素。

参考文献:

[1] SANTIUSTE C, SANCHEZ-SAEZ S, BARBERO E. Residual flexural strength after low-velocity impact in glass/polyester composite beams[J]. Composite Structures, 2010, 92(1): 25-30.

[2] 杜善义. 先进复合材料与航空航天[J]. 复合材料学报, 2007(1): 1-12.

DU Shanyi. Advanced composite materials and aerospace engineering[J]. Journal of Composites, 2007 (1): 1-12.

[3] 杜晨,彭雄奇. 变厚度连续纤维增强复合材料铺层设

- 计优化方法[J]. 应用数学和力学, 2022, 43(12): 1313-1323.
- DU Chen, PENG Xiongqi. Lamination design optimization for continuous fiber reinforced composites of variable thicknesses[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2022, 43(12): 1313-1323.
- [4] HARPER P W, HALLETT S R. Advanced numerical modelling techniques for the structural design of composite tidal turbine blades[J]. Ocean Engineering, 2015, 96: 272-283.
- [5] HE K, HOA S V, GANESAN R. The study of tapered laminated composite structures: A review[J]. Composites Science and Technology, 2000, 60(14): 2643-2657.
- [6] GANESAN R, DAI Y L. Progressive failure and post-buckling response of tapered composite plates under uni-axial compression[J]. Composite Structures, 2006, 82(2): 159-176.
- [7] HELMY S, VHOA S V. Tensile fatigue behavior of tapered glass fiber reinforced epoxy composites containing nanoclay[J]. Composites Science and Technology, 2014, 102: 10-19.
- [8] ZAPPINO E, VIGLIETTI A, CARRERA E. Analysis of tapered composite structures using a refined beam theory[J]. Composite Structures, 2018, 183: 42-52.
- [9] ZHANG B, KAWASHITA L F, JONES M L, et al. An experimental and numerical investigation into damage mechanisms in tapered laminates under tensile loading[J]. Composites Part A, 2020, 133: 105862.
- [10] VIDYASHANKAR B R, MURTY A V K. Analysis of laminates with ply drops[J]. Composites Science and Technology, 2001, 61(5): 749-758.
- [11] STEEVES C A, FLECK N A. Compressive strength of composite laminates with terminated internal plies [J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2005, 36(6): 798-805.
- [12] ARMANIOS E A, PARNAS L. Delamination analysis of tapered laminated composites under tensile loading[C]//Proceedings of the Third Symposium on Composite Materials. Lake Buena Vista: [s. n.], 1989: 340-358.
- [13] MUKHERJEE A, VARUGHESE B. Development of a specialised finite element for the analysis of composite structures with ply drop-off[J]. Composite Structures, 1999, 46(1): 1-16.
- [14] KAWASHITA L, JONES M I, GIANNIS S H, et al. High fidelity modelling of tapered laminates with internal ply terminations[C]//Proceedings of the 18th International Conference on Composite Materials (IC-CM18). Jeju Island: International Conference on Composite Materials, 2011.
- [15] DASHATAN S H, PARNAS L, COKER D, et al. In-situ observation and numerical study of dynamic delamination in tapered composite laminates[J]. Composite Structures, 2023, 312: 116841.
- [16] OBATA S, TAKAHASHI K, INABA K. Laminate design for a tapered FRP structure with ply drop-off based on yielding of resin pockets[J]. Composite Structures, 2020, 253: 112787.
- [17] HE K, GANESAN R, HOA S V. Modified shear-lag model for analysis of a composite laminate with drop-off plies[J]. Composites Science and Technology, 2003, 63(10): 1453-1462.
- [18] TRETHERWEY B R, GILLESPIE J W. Plate theory model for thickness tapered composite laminates[J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2001, 20(2): 105-128.
- [19] DHURVEY P, MITTAL N D. Review on various studies of composite laminates with ply drop-off[J]. ARPN Journal of Engineering and Applied Science, 2013, 8(8): 595-605.
- [20] HEUNG S K, RHEE S Y, CHO M. Simple and efficient interlaminar stress analysis of composite laminates with internal ply-drop[J]. Composite Structures, 2007, 84(1): 73-86.
- [21] HE K, HOA S V, GANESAN R. Stress analysis of tapered composite laminates using partial hybrid finite elements[J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2004, 23(6): 589-599.
- [22] SU Z C, TAY T E, RIDHA M, et al. Progressive damage modeling of open-hole composite laminates under compression[J]. Composite Structures, 2015, 122: 507-517.
- [23] ABDULHAMID H, BOUVET C, MICHEL L, et al. Experimental study of compression after impact of asymmetrically tapered composite laminate[J]. Composite Structures, 2016, 149: 292-303.
- [24] ABDULHAMID H, BOUVET C, MICHEL L, et al. Numerical simulation of impact and compression after impact of asymmetrically tapered laminated CFRP [J]. International Journal of Impact Engineering, 2016, 95: 154-164.
- [25] BOUVET C, HONGKARNJANAKUL N, RIVAL-LANT S, et al. Discrete impact modeling of inter- and intra-laminar failure in composites[J]. Dynamic Failure of Composite and Sandwich Structures, 2013, 192: 339-389.

- [26] American Society for Testing and Materials. Standard test method for open-hole compressive strength of polymer matrix composite laminates: ASTM-D6484/6484M-04[S]. Philadelphia: ASTM,2004.
- [27] TURON A, GDÁVILA C G, PCAMANHO P P, et al. An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, 74(10): 1665-1682.
- [28] GAO Y F, BOWER A F. A simple technique for avoiding convergence problems in finite element simulations of crack nucleation and growth on cohesive interfaces[J]. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 2004, 12(3): 453-463.
- [29] ZHANG T J, LI S L, CHANG F, et al. An experimental and numerical analysis for stiffened composite panel subjected to shear loading in hygrothermal environment[J]. *Composite Structures*, 2016, 138: 107-115.
- [30] ZHANG J Y, ZHAO L B, LI M, et al. Compressive fatigue behavior of low velocity impacted and quasi-static indented CFRP laminates[J]. *Composite Structures*, 2015, 133: 1009-1015.
- [31] ZHAO L B, GONG Y, ZHANG J Y, et al. Simulation of delamination growth in multidirectional laminates under mode I and mixed mode I/II loadings using cohesive elements[J]. *Composite Structures*, 2014, 116: 509-522.
- [32] LIU P F, LIAO B B, JIA L Y, et al. Finite element analysis of dynamic progressive failure of carbon fiber composite laminates under low velocity impact[J]. *Composite Structures*, 2016, 149: 408-422.
- [33] FANG G D, LIANG J, WANG B L. Progressive damage and nonlinear analysis of 3D four-directional braided composites under unidirectional tension[J]. *Composite Structures*, 2008, 89(1): 126-133.
- [34] HASHIN Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1981, 48(4): 846-852.
- [35] BAŽANT Z P, OH B H. Crack band theory for fracture of concrete[J]. *Matériaux et Constructions*, 1983, 16(3): 155-177.
- [36] SHI Y, SWAIT T, SOUTIS C. Modelling damage evolution in composite laminates subjected to low velocity impact[J]. *Composite Structures*, 2012, 94(9): 2902-2913.
- [37] ZHANG C, LI N, WANG W Z, et al. Progressive damage simulation of triaxially braided composite using a 3D meso-scale finite element model[J]. *Composite Structures*, 2015, 125: 104-116.
- [38] BENZEGGAGH M L, KENANE M. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus[J]. *Composites Science and Technology*, 1996, 56(4): 439-449.
- [39] ZHAO L B, GONG Y, QIN T L, et al. Failure prediction of out-of-plane woven composite joints using cohesive element[J]. *Composite Structures*, 2013, 106: 407-416.

(编辑:陈珺)