

DOI:10.16356/j.1005-2615.2024.01.002

变刚度复合材料层合板研究进展

王显峰, 阳铭广, 刘琛, 高文明, 孙颖, 叶帆

(南京航空航天大学材料科学与技术学院, 南京 211106)

摘要: 变刚度复合材料层合板由纤维曲线铺放而成, 可以实现刚度分布的变化设计, 与传统固定铺层角的复合材料层合板相比, 变刚度复合材料层合板在减少重量和成本的同时, 也提高了结构性能。随着铺放设备的发展, 目前已经能够利用自动铺放技术实现纤维的曲线铺放。同时, 为提高复合材料构件的结构性能和满足不同的工程实际需求, 铺层设计方法也从单一角度的直线铺层逐渐向变角度曲线铺层发展。本文首先介绍了变刚度复合材料层合板设计制造方法与有限元建模, 接着在刚度分布、屈曲特性、失效行为等方面阐述了变刚度复合材料层合板力学性能的研究进展, 然后结合南京航空航天大学复合材料工程自动化技术研究中心在变刚度复合材料层合板振动特性方面的研究, 对变刚度复合材料层合板振动特性进行了分析和概括, 最后对变刚度复合材料层合板未来的研究趋势进行了论述与展望。

关键词: 变刚度复合材料层合板; 纤维曲线铺放; 轨迹设计; 有限元建模; 力学性能; 振动特性

中图分类号: TB332 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2024)01-0017-14

Research Progress of Variable Stiffness Composite Laminates

WANG Xianfeng, YANG Mingguang, LIU Chen, GAO Wenming, SUN Ying, YE Fan

(College of Materials Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: Variable stiffness composite laminates are fabricated by laying fibers in curved patterns, allowing for a tailored design of stiffness distribution. Compared with conventional composite laminates with a fixed bedding angle, variable stiffness composite laminates not only achieve reductions in weight and cost but also exhibit enhanced structural performance. With the advancement of the layup technology, automated layup techniques have enabled the implementation of the curved fiber layup, facilitating the evolution of layup design methodologies from single-angle straight layups to variable-angle curved layups. This paper commences with an exposition of the design and manufacturing methodologies, coupled with the finite element modeling of variable stiffness composite laminates. Subsequently, comprehensive insights are provided into the research advancements pertaining to the mechanical properties of variable stiffness composite laminates, encompassing aspects such as stiffness distribution, buckling characteristics, and failure behavior. Integrating this knowledge with the investigations conducted by the Composite Materials Engineering Automation Technology Research Center at Nanjing University of Aeronautics & Astronautics on the vibration

基金项目: 江苏省重点研发计划(BE2023014-4); 高质量发展项目(2023ZY01058)。

收稿日期: 2023-11-07; **修订日期:** 2024-01-15

作者简介: 王显峰, 男, 教授, 博士生导师, 中国复合材料学会理事、中国复合材料装备制造委员会理事。长期从事缠绕、铺带、铺丝等复合材料自动化成形技术研究, 先后参与研制国内第一台缠绕用摆杆式张力控制器、第一台卧式自动铺带机、第一台龙门式自动铺丝机以及多种结构形式的特种数控复合材料成型装备; 主持完成飞机中后机身、尾椎、翼身融合机身、尾翼以及复杂 S 形进气道等复杂构件的轨迹设计工作, 搭建了国内第一套自动铺带/铺丝软件系统。先后主持国家级项目 7 项、参与国家级和省部级项目 10 余项; 发表论文 20 余篇, 获授权国家发明专利 10 余项; 先后获国防科技进步一等奖 1 项、省科技进步二等奖 1 项。E-mail: wangxf@nuaa.edu.cn。

通信作者: 阳铭广, 男, 硕士研究生, E-mail: 1589331143@qq.com。

引用格式: 王显峰, 阳铭广, 刘琛, 等. 变刚度复合材料层合板研究进展[J]. 南京航空航天大学学报, 2024, 56(1):17-30.
WANG Xianfeng, YANG Mingguang, LIU Chen, et al. Research progress of variable stiffness composite laminates[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(1):17-30.

characteristics of variable stiffness composite laminates, the vibration properties of these laminates are analyzed. In conclusion, the future research trend in the domain of variable stiffness composite laminates is discussed.

Key words: variable stiffness composite laminates; fiber curve placement; track design; finite element modeling; mechanical property; vibration performance

高性能纤维增强复合材料具有轻质、高强度、高模量、耐腐蚀、可设计性和工艺性好等诸多优异性能,已被广泛应用于航空航天、汽车、船舶、风力等相关领域^[1-4]。然而碳纤维复合材料层合板在工程应用中,通常以固定的铺层角进行铺放成型,且目前复合材料的设计原则是在满足受力的前提下,尽量减少铺层方向,以简化设计和施工的工作量。所以目前绝大部分构件选用的铺放角度都是 0° 、 90° 和 $\pm 45^\circ$ ^[5],然后通过叠加多个铺层形成整个层合结构。虽然直线路径设计流程简单且能满足一般的工程要求,但在每个铺层内的角度均相同,按照这4种角度进行铺层设计不能充分利用复合材料的各向异性,大大降低了层合板的设计上限。变刚度复合材料层合板通过使纤维铺放角度发生连续变化,从而可以根据需求设计产生更有利的刚度分布,在不增加重量的情况下层合构件力学性能及振动特性。随着铺放设备的发展,已经能够利用自动铺放技术实现纤维的曲线铺放,为提高复合材料构件的结构性能和满足不同的工程实际需求,铺层设计方法也从已由单一角度的直线铺层逐渐向变角度曲线铺层发展,工程应用也开始从传统的直线铺放层合板逐渐向变刚度复合材料层合板过渡。

随着树脂基复合材料的不断发展,其应用领域也越来越广泛,研究人员的研究对象也不再局限于力学性能,变刚度层合板的振动特性也成为一研究热点。国外对于变刚度复合材料层合板的研究起步较早,且国外的铺放设备也比较先进,能够为研究者提供良好的条件,在变刚度层合板的力学性能、振动特性以及开孔层合板的应用等各方面均有较深入的研究。而国内自动铺放技术起步较晚,没有先进的铺放设备来支持实验,对于变刚度复合材料层合板的研究也大都局限于有限元模拟仿真阶段,直到近几年随着自动铺丝装备的快速发展,才成功制造了纤维曲线铺放成型的变刚度复合材料层合板。变刚度层合板可以用于开孔层合板的设计,能够很好地改善开孔层合板在开孔区域的应力集中^[6-9],提高开孔层合板的承载能力;在筒壳件中应用变刚度的设计也能提高结构的抗屈曲性能^[10-12];此外,变刚度也为轨迹设计提供了新思路,目前已有学者研究基于承载方

向设计轨迹方向,以提高制件的承载能力及减振性能,未来有望将此设计应用于飞机零部件^[13-14]。

1 变刚度复合材料层合板设计、制造与有限元建模

1.1 变刚度复合材料层合板设计

变刚度复合材料层合板的制备方式主要有3种^[15]:减少(增加)层合板层数、改变层合板中纤维的体积分数、改变单层板内的纤维角度。尽管3种方式均能实现刚度随位置变化,但只有改变纤维角度即纤维曲线铺放这一方式既能保证层合板厚度均匀且性能分布较好,所以纤维曲线铺放也被认为是变刚度复合材料层合板最好的制造方法。因而也有学者将变刚度层合板称为变角度层合板。

纤维曲线铺放最早可追溯到1987年,Hyer和Charette^[16]为了提高纤维增强材料的有效性和使用效率,探索了以曲线形式代替传统的直线形式进行纤维铺放的想法,研究了带中心圆孔的方形层合板在受拉作用下的承载能力。研究中纤维在部分或所有层中的取向允许在层合板中缓慢变化,并利用有限元法和迭代法求解纤维取向,选择纤维的方向,使特定层中的纤维与该层中的主应力方向对齐,将几种不同曲线纤维层合板的承载能力与常规的直线纤维设计进行了比较。研究表明,承载能力最好的曲线设计是将一组曲线形式的纤维铺层夹在一对 $\pm 45^\circ$ 的铺层之间,与相同层数的传统直线纤维层合板相比,该设计的承载能力提高了60%。

1993年Gürdal和Olmedo^[17]首次提出了变刚度复合材料层合板的概念,借助数学建模工具,成功推导出了纤维曲线铺放轨迹的椭圆偏微分方程组,并建立了相关的数学几何模型,定义了纤维角度曲线连续变化的轨迹参考路径。研究中利用位移场计算应力、应变以及应力合力的结果,并迭代求解得到数值解,然后分析了纤维取向对位移场、应力以及整体刚度的影响,发现用曲线纤维铺放方式代替传统直线纤维铺放的方式,可改变复合材料层合板的刚度分布并减小层合板应力集中,提升构件的承载能力。

对于变刚度复合材料铺层的轨迹设计,确定参考路径是核心,因为其余轨迹线是由参考路径经过平移或平行来铺满整个铺层。因此,通过对参考路

径角度变化规律的研究,便能知道整个铺层的纤维角度变化规律。

Gürdal和Olmedo^[17]设计的铺放参考轨迹是依据铺设角度沿几何轴线性变化的曲线来设计,并使用铺放设备实际制造了变刚度层合板。1995年,Nagendra等^[18]提出使用NURBS曲线定义变角度曲线参考轨迹的方法,在整个层合板上构建三次NURBS曲线作为变刚度层合板的参考路径,并且利用有限元的方法验证了使用曲线纤维进行层合板铺放可以改善层合板的性能。除此之外,研究者还提出了用其他函数类型定义丝束曲线路径。Honda和Narita^[19]在纤维连续的条件下,采用三次函数设计曲线纤维路径,得到了连续曲线纤维以基频最大化为目标的最佳布置;Marouene等^[20]采用恒曲率圆弧曲线设计纤维路径;Blom等^[21]使用流线形曲线,并且在平板的基础上对曲面结构的纤维路径也进行了讨论;牛雪娟等^[22]用一对互相共轭的标量场函数进行变刚度铺层的轨迹设计,通过离散流场的流函数和势函数分别获取一组流线簇,并分别将其设计为流线簇铺层的铺放轨迹和势线簇铺层的铺放轨迹;富宏亚等^[23]扩展了初始二次Bezier曲线,采用分段二次Bezier曲线定义纤维曲线变角度铺放的参考路径;吴尘瑾等^[24]将纤维方向角沿 x 轴线性变化的曲线进行扩展,得到了上抛物线、下抛物线、三次函数及四次函数4种纤维方向角度非线性变化的基准轨迹。各个曲线均能实现变刚度的目的,不同的是所生成的轨迹线在铺放过程中对工艺的适应性,是否出现间隙或者重叠缺陷以及缺陷的多少。另外就是在角度变化过程中不同曲线的设计的自由度问题。从已发布的文献研究成果来看,各种曲线所铺放的制件相较于传统的固定角度制件均取得了性能提升,但提升的幅度存在区别,笔者认为本质上还是纤维角度不同所引起的。

参考轨迹确定好之后,便可利用参考轨迹规划铺层轨迹。Waldhart等^[25-26]提出了变刚度铺层的轨迹规划方法有平移法和平行法,对比分析了平移法和平行法进行变角度铺层铺放的优缺点,研究结果显示平移法制得的变刚度复合材料层合板的屈曲载荷比平行法更高,从而确立了平移法的优势。此后研究人员的研究中也多采用平移法进行制造。

平行法是指基准参考轨迹上的每一个点沿着其法向做等距离偏移,最终得到铺放的全部轨迹,如图1所示。基准轨迹中每一个点在通过平行法进行移动的时候,其轨迹在 x 和 y 方向上同时发生偏移变化^[27],纤维角度变化在空间位置上存在误差,与实际的铺放轨迹边界不符,且轨迹具有纤维曲率约束,因

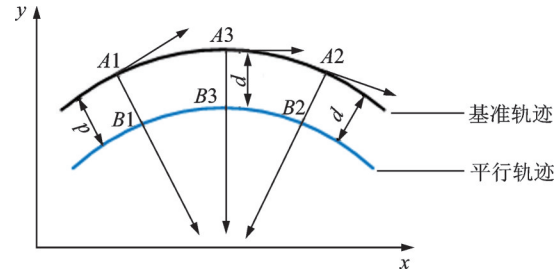


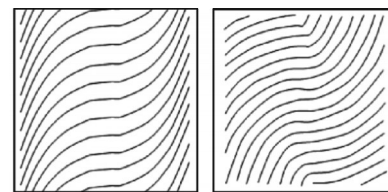
图1 平行法轨迹规划示意图

Fig.1 Schematic diagram of parallel method trajectory planning

此可能会造成丝束的褶皱和扭转等工艺缺陷。

平移法是指将基准参考轨迹路径沿着某一固定的方向偏移一定的距离而获得所有的铺放轨迹,其中平移距离即为预浸料丝束宽度。通过平移法得到的轨迹只会让纤维曲线层合板的刚度在某一偏移方向上发生变化,而通过平行法得到的轨迹会让纤维曲线层合板的刚度在 x 和 y 方向上同时发生变化;同时平移法对于整个铺层的满覆性较好,可以覆盖整个工艺边界,这也降低了在制备纤维曲线层合板时缺陷的产生率。

秦永利等^[28]指出两种规划方法在纤维角度变化较小时,轨迹的几何布置几乎一致;但是当纤维曲线角度变化比较大,即初始角和终止角相差较大时,两种方法的轨迹分布会有比较大的差异,平移法构成的纤维铺放会在平板两边缘形成密集纤维区,如图2所示。



(a) Translation method (b) Parallel method

图2 平移法与平行法轨迹规划对比图

Fig.2 Comparison diagram of trajectory planning by translation method and parallel method

1.2 变刚度复合材料层合板制造

变刚度复合材料层合板制造依靠自动铺丝技术,目前国内的自动铺丝技术在制造常刚度层合板时由于设备或者工艺参数调控等问题可能产生铺放缺陷,而变刚度的设计对其制造工艺及设备提出了更高的要求,制造过程中主要有以下两个方面的难点:

(1) 自动铺丝的丝束有最小曲率半径的限制。预浸料的变形能力有限,当变形量超出变形极限时,会引发预浸料铺贴中的缺陷,例如纤维起皱或翘曲^[29-31],所以预浸料在铺放过程中有一个最小曲率半径。为探究最小曲率半径的值,开展了平板转

弯半径实验,选取江苏恒神公司提供的EM118预浸料进行实验,丝宽6.35 mm,厚度为0.15 mm。利用铺丝机在平板上铺放不同曲率半径的轨迹,设计的轨迹曲率半径范围从800 mm到2 000 mm,铺放效果如图3所示,观察各轨迹的铺放质量(有无褶皱和翘曲),当转弯半径为800~1 300 mm时,纤维的屈曲明显;增加到1 400 mm时,屈曲明显变小;当转弯半径达到1 500 mm时,纤维褶皱完全消失。因此,确定预浸料的临界曲率半径为1 500 mm。

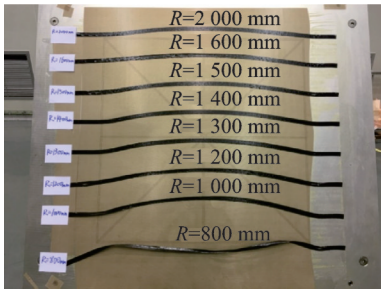


图3 最小转弯半径实验

Fig.3 Minimum turning radius experiment

(2)间隙和重叠铺放缺陷的规避。图4是采用平移法生成的轨迹,红色为参考路径,以参考路径沿y轴进行平移,在平板两边缘形成了纤维密集区,在铺放时会产生重叠缺陷,影响制件质量。

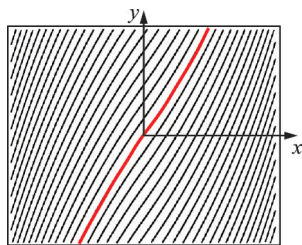


图4 角度变化范围为 $\langle 60|75 \rangle$ 时的铺层轨迹

Fig.4 Laying trajectory when the angle change range is $\langle 60|75 \rangle$

为消除重叠缺陷,则要求铺丝设备具有连续的丝束切断与重送功能,在即将产生重叠时切断单根丝束。在丝束切断后也需要考虑丝束的重叠与间隙,刘茜茜等^[32]引入重叠因子 f ,即切断后的丝束与相邻丝束的重叠范围,图5是不同重叠因子下丝束

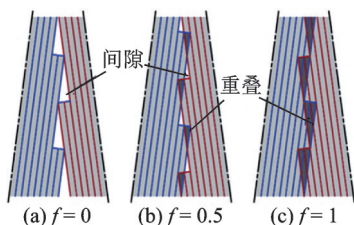


图5 丝束切断后不同重叠因子的预浸料^[32]

Fig.5 Predipping of different overlapping factors after wire bundle cutting^[32]

铺放的示意图。目前国内的铺丝设备虽然能够实现切断重送功能,但对于具体切断位置的精准定位还需要深入研究,尤其是理论计算值与设备实际工作的匹配性。

1.3 变刚度复合材料层合板的有限元建模

数值模拟在许多研究领域都具有重要的作用,与实验验证相辅相成,在变刚度复合材料层合板的研究中也是一个重要的研究方法之一,其核心思想是基于有限元理论,在数值模拟软件中进行仿真计算。对于传统的准静态直线纤维层合板,目前主流的商用有限元软件均可以直接进行有限元建模,比如 ANSYS、ABAQUS、Patran 以及 HyperMesh 等。但是,由于纤维曲线角度连续变化的复杂性,都无法在这些有限元软件中对变刚度复合材料层合板直接完成建模和纤维角度优化。因此,目前进行数值模拟的研究人员和机构大都使用软件脚本编写和软件二次开发的方法来完成变刚度复合材料层合板的有限元建模。不管是编写脚本还是二次开发,其原理都是采用离散网格角度的方法进行角度的赋值,如图6所示,即通过将层合板网格化,赋予每个网格一定的角度值,以网格角度的连续变化替代纤维的曲线角度来完成纤维角度曲线变化层合板的建模。因此网格数量越多,所建立的模型保真度也会越高,同时计算的时间成本也会增加。

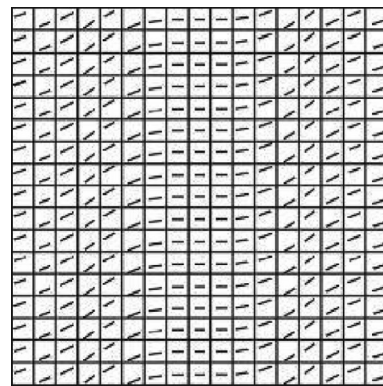


图6 曲线角度离散模型

Fig.6 Curve angle discrete model

Alhajahmad等^[33]利用 ABAQUS 脚本接口,开发了 Python 脚本来完成变刚度层合板的线性和几何非线性有限元分析。杜霖^[34]利用 ABAQUS 软件运行的特点及优势,用 MATLAB 编写了变刚度复合材料层合板前处理模型的程序,该程序可以生成变刚度复合材料层合板的 inp 文件,然后将其导入 ABAQUS 中并进行后处理,完成对变刚度复合材料层合板的分析。李清原^[15]基于 HyperMesh/OptiStruct 平台对变刚度复合材料层合板的建模及优化工具进行了二次开发,得到了变刚度层合板建

模工具“VS Laminate Define Tool”,和变刚度层合板优化工具“VS Laminate Optimization Tool”,建模工具完成模型的单元离散化,赋予单元网格的纤维角度,优化工具则对每个单元网格的纤维角度进行优化,本质上是对纤维参考路径函数进行优化。

目前也有学者将制造过程中的工艺因素考虑进去,建立了包含重叠和间隙缺陷的有限元仿真模型,使仿真结果更接近真实的制造结果。Falcó 等^[35]提出了一种具有结构化网格的变刚度复合材料层合板有限元建模方法,该方法考虑了制造工艺的重叠和间隙缺陷,对有缺陷的地方单独划分了网格,赋予属性后再装配到一起,图 7 是结构化网格和常规网格的对比图。黄艳等^[36]运用代表性体积单元 (Representative volume element, RVE) 理论,提出了含有缺陷材料的简化模型,建含缺陷材料性能的有限元计算方法。首先判断该单元的缺陷类型,然后计算每一个单元的缺陷占比,对不同缺陷占比的单元赋予不同的材料属性,这样就实现了含缺陷的有限元模型的建立。李增聪等^[37]也建立了含缺陷的变刚度复合材料筒壳模型,但文中并没有给出具体的建模方法。卫宇璇等^[12]提出了变刚度圆柱壳筒便算法模型,先确定每条丝束中各位置的纤维方向角,按照铺放顺序对丝束排好序之后,通过丝束宽度判断各单元所处的丝带编号,若同时属于两条丝束则判定为重叠。

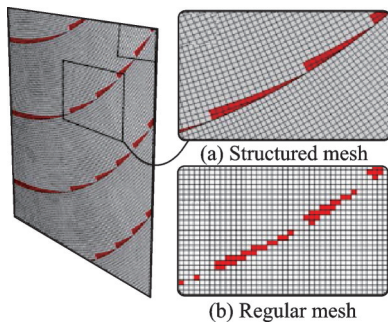


图 7 结构化网格和常规网格的对比图^[35]

Fig.7 Comparison of structured mesh and regular mesh^[35]

2 变刚度复合材料层合板的力学性能

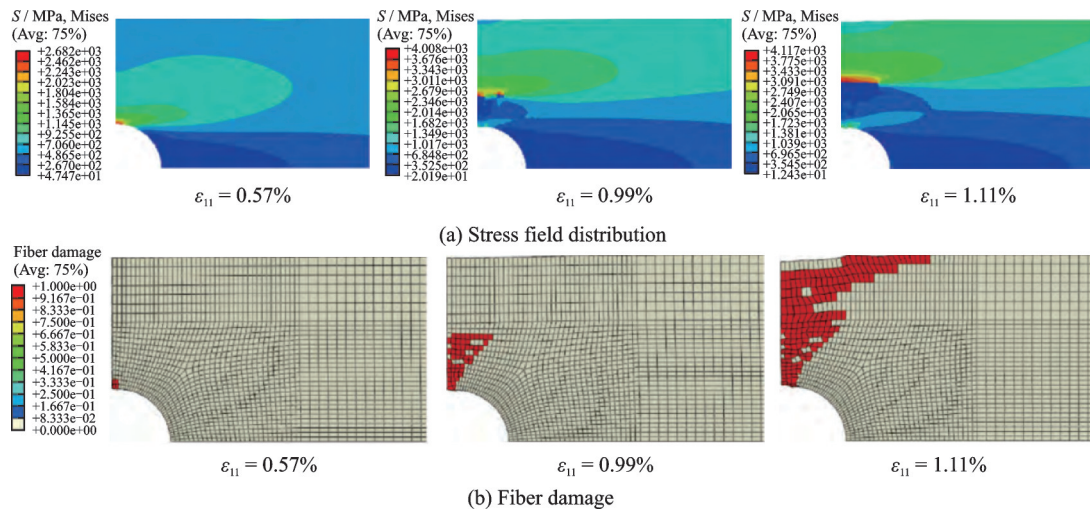
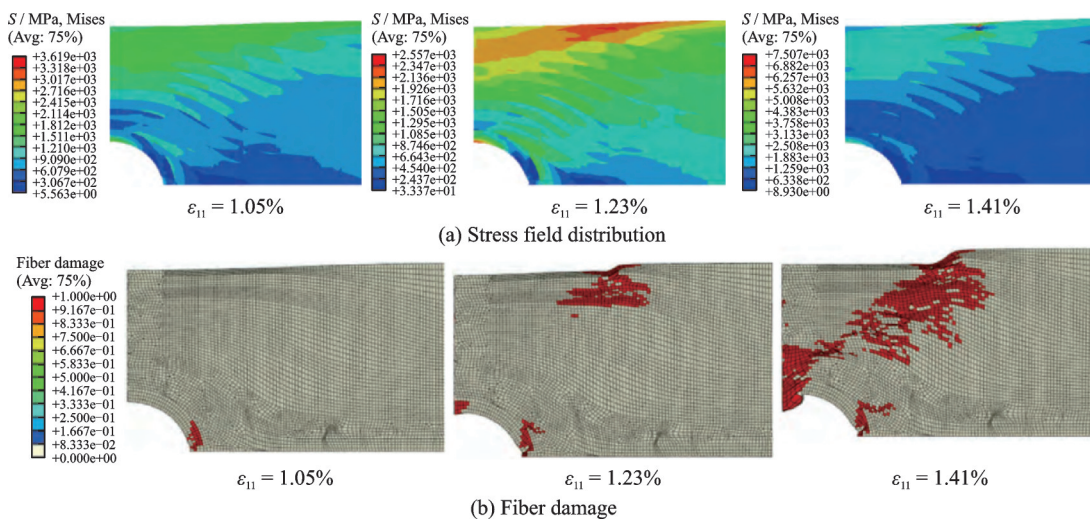
复合材料层合板在实际工程中的应用越来越广泛,传统直线铺层结构已不能满足一些特殊需求,为更好地发挥复合材料的方向特性,早日将变刚度复合材料层合板应用于实际工程,对变刚度复合材料层合板力学性能展开研究必不可少。目前对变刚度复合材料层合板力学性能的研究集中于不同的载荷条件下复合材料纤维曲线铺放层合板的刚度分布与屈曲特性以及失效行为。

变刚度复合材料层合板纤维呈曲线角度铺放,通过合理设计面内刚度,可有效提高层合结构的抗屈曲和抗失效性能;其主要原因是变刚度复合材料层合板的纤维角度是连续变化的,在受到载荷时,其面内的应力进行了重新分布,使载荷分布在刚度较大的区域,避免了应力集中,从而提高结构的承载能力。因此在设计变刚度层合板时,根据使用环境,合理设计曲线纤维的铺放路径能够有效抑制因局部大变形而导致的层合板失效,使变刚度层合板应力分布更加均匀^[38],提高其承载力、刚度、稳定性及失效性能。此外,合理的铺层设计,也可提升变刚度层合板的力学特性。

2.1 刚度分布与屈曲特性

纤维曲线铺放在最开始出现时,便是用来提高开孔层合板的承载能力。已有的研究也证实了利用纤维曲线铺可以改善开孔层合板的开孔周围的应力集中问题。Gürdal 等^[39]发现用曲线纤维铺放方式所制的变刚度层合板,能够改变复合材料层合板的刚度分布并减小层合板应力集中,提升制件的承载能力。Muser 等^[40]数值计算分析了拉伸载荷下开孔复合材料层合板的应力集中问题,发现采用纤维曲线设计绕过孔洞能减少开孔层合板的应力集中。Lopes 等^[41]也对开孔层合板进行了屈曲和失效分析,发现曲线纤维铺放的开孔层合板的结构性能是直线铺层的两倍。朱伟东等^[42]使用 B 样条插值拟合对纤维路径进行处理,得到开孔层合板的最大主应力铺放轨迹,然后对变刚度开孔板进行建模分析,结果显示变刚度开孔板拉伸强度比常刚度开孔板提高了 25.79%;随后又制备了两组常刚度、变刚度开孔板试验件进行了拉伸试验,试验结果与数值模拟基本一致。图 8 和图 9 分别展示了常刚度以及变刚度 T700/DS1202 复合材料开孔板的损伤演化,从中明显能够看出变刚度层合板将孔周围的应力分散到了板的边界,提高了层合板的抗变形能力^[42]。叶辉等^[43]通过有限元分析研究了纤维直线铺放层合板和纤维曲线铺放变刚度层合板在平面静力作用下的应力分布,结果显示变刚度复合材料层合板降低了结构的应力值。

Hyer 等^[27,44]通过有限元法和迭代法设计了纤维曲线的方向,先制备了含曲线铺层的层合板,研究了其拉伸和压缩的屈曲载荷,发现压缩状态下屈曲载荷几乎没有提升,然后又使用曲线纤维来增加开孔层合板的抗屈曲性能,具体研究了开孔板每个区域纤维角度对其屈曲载荷的影响,发现有些区域的屈曲载荷对纤维角度不敏感;并测试验证了用曲线纤维铺放方式代替传统直线纤维铺放的层合板的承载能力比传统准静态层合板高出 60%。牛雪

图8 常刚度T700/DS1202复合材料开孔板损伤演化^[42]Fig.8 Damage evolution of the constant stiffness open-hole T700/DS1202 composite laminate^[42]图9 变刚度T700/DS1202复合材料开孔板损伤演化^[42]Fig.9 Damage evolution of the variable stiffness open-hole T700/DS1202 composite laminate^[42]

娟等^[22]利用有限元软件对传统直线铺放层合板和使用流函数和势函数设计的变刚度复合材料层合板进行了压缩特征值的线性及非线性屈曲分析,结果显示曲线铺放的变刚度层合板的屈曲特性比传统直线铺放层合板提高了23.62%,且y方向上的屈曲变形位移比传统直线铺放层合板减少了大约40%。富宏亚等^[23]对变刚度层合板和直线铺放层合板分别进行了屈曲分析,仿真结果显示变刚度复合材料层合板的屈曲载荷有明显提高。吴尘瑾等^[24]制备了5种不同曲线铺放的层合板,并使用ANSYS软件对其在单轴和双轴载荷下的屈曲载荷进行计算,与直线铺放的层合板对比,发现变刚度复合材料层合板的屈曲载荷有显著提高。陈晓东等^[45]研究了变角度层合板弯曲问题,指出通过调整变角度层合板的铺层方式和纤维方向角(起始角和终止角),能够有效提高层合板的弯曲性能,性能提升可以达到12%。牛雪娟等^[46]利用有限元分析软

件GENESIS对变刚度层合板的拉伸性能做了分析,得到了层合板的弹塑性本构关系,并制备了一块变刚度层合板进行拉伸试验,验证了仿真结果的准确性。年春波等^[47]也通过数值模拟验证了变角度层合板的屈曲载荷较直线铺层层合板有很大提高。卫宇璇等^[48]研究了不同曲线构成的纤维轨迹,发现在压缩工况下,二次Bezier曲线路径所设计的层合板的抗屈曲性能最佳,提高了37.3%。杨竣博等^[49-50]验证了丝束变角度铺放因其变厚度的特性,其屈曲性能优于传统直线铺层层合板。Jing等^[51]提出了一种变刚度层合板有限元优化算法,可以更加准确地计算变更刚度层合板的屈曲性能,且计算效率更高。张雅会等^[52]对变刚度及常刚度复合材料平板与开孔板的屈曲性能进行了实验及仿真分析,结果显示:变刚度平板的屈曲载荷比直线铺层平板提升了53.4%,变刚度开孔板提升了46.6%。

2.2 失效行为

在轻量化背景下,复合材料结构件的强度问题也是非常重要的。线性屈曲分析能够帮助人们了解不同应力条件下的变形性能,而后屈曲分析以及失效分析能帮助人们获取构件的极限性能。Rahman等^[53]使用微扰法计算后屈曲系数,用于快速估计板的后屈曲刚度并建立降阶模型,数值分析结果表明变刚度层合板的后屈曲刚度得到了有效提高。叶辉等^[43]对纤维直线铺放层合板和纤维曲线铺放变刚度层合板在均布载荷作用下的临界失效载荷进行了对比,发现变刚度复合材料层合板的临界载荷提高了12.68%,图10为两种层合板的失效指数云图,变刚度层合板的高失效指数区域面积明显小于直线纤维层合板,表明在相同载荷作用下,变刚度复合材料层合板的抗失效性能更强,且其易失效区域的面积也有很大程度的降低。杜宇等^[54-55]对变刚度复合材料层合板在弯曲和压缩两种不同边界条件下的失效进行了有限元分析,结果显示不管是在弯曲失效条件下还是在压缩失效条件下,变刚度层合板的临界失效载荷均有不同程度

的提升;后续又制备出了变刚度层合板,并对其分别在拉伸和弯曲载荷作用下的破坏过程进行了试验研究,试验结果表明,在拉伸载荷作用下,纤维曲线铺放的复合材料层合板的极限载荷和强度分别提高了49%和42%,在弯曲载荷作用下,极限载荷和强度分别提高了28%和32%。牛雪娟等^[56]对变刚度复合材料层合板在低速冲击载荷下的力学响应特性展开了研究,在常规直线铺层中加入适当的变刚度铺层可以提升层合板的抗弯刚度,并减少层合板在低速冲击载荷下所吸收的能量,提高了层合板的抗分层损伤性能。Pan等^[57]提出了一种多相场方法,用于在介尺度上对变刚度层合板进行失效分析,所提出的相场方法能够准确预测纤维增强层合板的裂纹路径和破坏强度,该方法将变刚度层合板建模为各向异性而非均质的脆性材料,结合实验结果,验证了模型的正确性。分析结果表明,变刚度层合板中裂纹的扩展方向始终与纤维取向一致。Zhang等^[58]进行了单轴压缩试验,结果表明变刚度试件的屈曲荷载和破坏荷载分别提高了至少40%和70%。

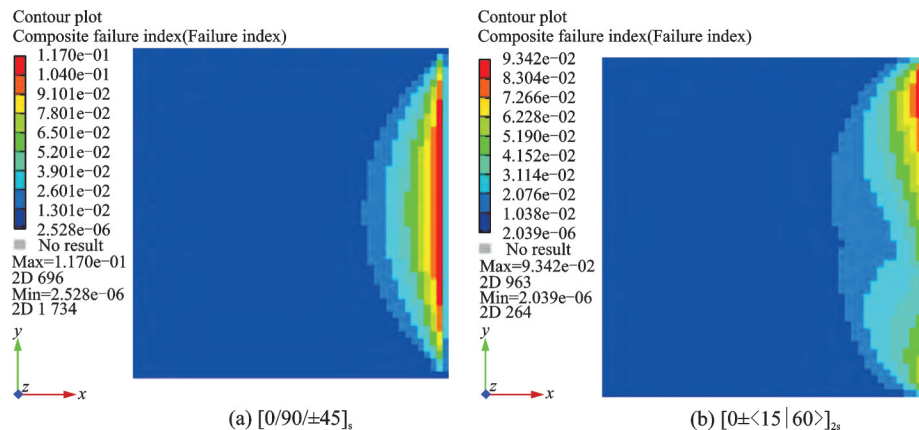


图10 两种层合板失效指数云图^[43]

Fig.10 Failure index contours of two laminates^[43]

3 变刚度复合材料层合板的振动特性

随着复合材料层合板的广泛应用,关于复合材料层合板振动特性的研究也越来越受到国内外相关学者的关注,对树脂基复合材料层合板振动特性的研究内容也越来越丰富。国内外的很多学者对复合材料结构的阻尼性能进行了全面的研究讨论,阻尼是指结构在一个振动系统或者不稳定系统中受到阻滞使能量随时间而耗散的一种物理现象,研究发现纤维增强复合材料的能量耗散主要来源于树脂基体和纤维的黏弹性引起的阻尼。Treviso等^[59]综述了纤维增强复合材料的阻尼特性的理论

知识和实验测试方法,并分析了目前阻尼预测模型所存在的问题。Chandra等^[60]发现纤维增强树脂基复合材料中的阻尼贡献主要有基体或者纤维的黏弹性、纤维基体界面相互作用、微观结构损伤的开始和演化、黏塑性效应(在高应力水平下)以及热弹性现象。近年来自动铺丝设备快速发展,实现了纤维曲线铺放的变刚度复合材料层合板的制备,其优异的抗振性能也备受研究关注。层合板通常为薄壁轻质结构,在外部激励下容易发生振动,呈现几何非线性,引起结构的振动疲劳损坏,造成损失。因此,对复合材料层合板进行非线性动力学特性与振动主动控制进行研究十分必要。从已发布的研究成果看,国内外学者对变刚度复合材料层合

板结构的模态参数及阻尼性能的研究已取得一些进展,南京航空航天大学复合材料工程自动化技术研究中心也对变刚度层合板的振动特性展开了较为深入的研究。

3.1 模态参数

Abdalla等^[61]利用有限元数值模拟对纤维角度曲线变化层合板的固有频率最大化做了研究,发现变刚度层合板的基频较定刚度层合板有明显提高。Honda等^[62-63]提出了一种计算曲线纤维层合板的固有频率和振型的解析方法,并且该方法得到的固有频率与有限元分析结果吻合较好。Ganapathi等^[64]采用解析方法研究了简支各向异性复合材料层合板的自由振动特性,并通过实验证明了纤维曲率、厚度比和铺层数量都对层合板的振动方程存在较大影响。Akhavan和Ribeiro等^[65-68]基于三阶剪切变形理论,使用p型有限元法分析了使用曲线纤维代替直线纤维对层合板振动模态和固有频率的影响规律。研究表明,使用曲线纤维变刚度层合板,可以通过有效改变层合板振动振型,显著影响其固有频率。后续又基于静态凝聚法和模态求和法建立了降阶模型,研究了气动压力下变刚度复合材料层合板的动力学行为,发现变刚度层合板的临界颤振压力会随两个纤维角产生变化,某些情况下可能会降低特定气动压力下的最大振幅,且在非线性颤振中表现更稳定^[69]。Venkatachari^[70]利用一阶和高阶剪切理论,研究了纤维曲线复合材料层合板壳体的振动特性,当壳体厚度较大时,一阶理论的频率计算值比高阶结构理论更高,壳体基频与厚度成正比,与环境温度和湿度成反比;纤维中心角和边缘角对整体响应有显著影响。牛雪娟等^[71]研究了铺层结构对复合材料层合板固有频率的影响,结果显示复合材料层合板的铺层结构对其固有频率有显著影响,纯 0° 铺层的层合板基频远低于 $[0^\circ/90^\circ]_{ss}$ 和 $[0^\circ/90^\circ/\pm 45^\circ]_{s4}$ 的基频, $[0^\circ/90^\circ/\pm 45^\circ]_{s4}$ 铺层结构的抗冲击性最强、最不容易发生共振。Antunes等^[72]对不同边界条件下的变刚度复合层合板进行了模态分析,并将确定的振动固有频率和振型与基于经典层合板理论和一阶剪切变形理论的模型进行比较,发现理论结果与实验结果具有较好的一致性,实验结果可为后续学者在这方面的研究作为对照。陈莘莘等^[73]用插值型无单元Galerkin法对不同的边界条件、厚度跨度比、材料参数的复合材料层合板的振动频率进行了有限元计算,并验证了使用该方法对复合材料层合板进行自由振动分析是可行的。刘禹华等^[74]利用ABAQUS对变刚度夹芯板的模态基频进行仿真,发现纤维曲线铺放能够提升夹芯板的模态基频,最

大可以提升12.33%。Sun等^[75]使用碳纤维和凯夫拉纤维制作了变角度混合层合板用于提高固有频率和阻尼比,研究表明在混合纤维层合板中,纤维角度的变化为 $\langle 60|75 \rangle$ 时固有频率取得最大值,混合纤维层合板的阻尼比纯碳纤维层合板提高了5.45%。Anilkumar等^[76]提出了一种精细的半解析框架,可以用于分析双稳态层合板的固有振动特性,对曲线纤维铺放而成的非对称变刚度层合板分析,发现变刚度层合板可以生成双稳态形状,而不会出现任何扭曲曲率。Gao等^[77]研究了纤维角度、曲线铺层比例、铺层数量对变刚度层合板模态频率及阻尼性能的影响,结果显示层合板的模态频率在角度变化为 $\langle 60|75 \rangle$ 时达到最大值,阻尼比在角度变化为 $\langle 15|30 \rangle$ 时取得最大值,铺层数量增加,层合板的基频也会增大。Elvas等^[78]通过在离散材料优化(Discrete material optimization, DMO)公式的框架中使用了基于梯度的优化方法,实现可定制动态响应的复合材料层合板结构设计,并能有效地用于基于参考模型的谐振器设计。

3.2 阻尼性能

Pereira等^[79]将半解析瑞利-里兹方法、经典层合板理论和应变能方法相结合,建立了动力学模型,用于估计传统直线纤维和曲线纤维复合材料层合板的固有频率、模态比阻尼能力和振型,实验结果和数值结果之间的对比表明,该模型具有较好的精度;该研究也证明了采用曲线纤维轨迹来提高层合板阻尼水平的可能性,并推测由高阶多项式来建立初始轨迹,其在提升层合板阻尼性能方面可能会更加显著。Yan等^[80]提出了基于改进的分层勒让德展开(Improved hierarchical Legendre expansion, IHLE)和微分正交有限元法(Differential quadrature finite element method, DQFEM)的Carrera联合公式(Carrera unified formulation, CUF)模型,可以用于变刚度复合材料层合板的自由振动分析。武海鹏^[81]探究了纤维角度及激振频率对复合材料层合板阻尼性能的影响,发现变刚度层合板的阻尼损耗因子在纤维角度为 35° 附近时取得最大值。李亮^[82]研究了纤维角度的变化对变刚度层合板前三阶模态频率及阻尼比的影响,实验结果表明纤维曲线角度对模态频率及阻尼比均有影响,且两者不能同时取得最大值,角度变化为 $\pm \langle 45|60 \rangle$ 时获得了良好的振动特性。Zu等^[83]对垂直稳定器蒙皮结构的频率和阻尼进行了多目标优化,发现通过曲线纤维轨迹可以在很大程度上增强复合垂直稳定器蒙皮结构的振动特性,包括基频和阻尼,且增强百分比受实际结构边界条件的影响。欧阳小穗等^[84]研究了曲线纤维变刚度层合复合材料壁板在高速流

场中的非线性颤振响应,研究结果表明合理规划曲线纤维路径可以改变复合材料壁板的颤振特性,主要结论有:边界约束越强,壁板的稳定性越好,颤振临界动压越大;随着起始角 T_0 或终止角 T_1 的增大,颤振临界动压减小,极限环振幅增大。随后杨舒婷等^[85]分析了变刚度复合材料矩形机翼的固有模态、颤振等气动弹性性能,发现纤维曲线铺放的矩形机翼层合板的颤振速度提高了 13.6%,并指出不是所有的曲线纤维铺层都可以有效提高颤振速度,需要对其进行合理的设计与优化才能在保证其他性能的前提下提高颤振速度。胡寒等^[86]对纤维曲线铺放的复合材料层合板进行了颤振研究,进一步确认了欧阳小穗及杨舒婷的结论。

南京航空航天大学复合材料工程自动化技术研究中心先后研究了变刚度层合板的振动特性、纤维角度对变角度层合板减振性能的影响以及不同铺层数量下的纤维角度曲线变化复合材料层合板振动特性^[87-91];制备了一系列变更刚度层合板,对其开展了自由振动实验、模态试验、简谐实验,获取了变刚度层合板的阻尼比、固有频率以及层合板在简谐激振力作用下的加速度幅值。一系列实验均表明变刚度层合板能够有效改善层合板的阻尼性能,且层合板的纤维曲线角度为 $\pm\langle 30|45\rangle$ 或者 $\pm\langle 45|60\rangle$ 时,减振性能最好。与传统直线层合板相比,纤维曲线铺放的变角度层合板面内纤维长度更大,纤维内摩擦更大,这对层合板的振动能量耗散起较大作用。当纤维曲线角为 $\pm\langle 30|45\rangle$ 或者 $\pm\langle 45|60\rangle$ 时,层合板的纤维长度最长,因此其阻尼性能最好。

众多研究表明,纤维曲线铺放能够有效提升复合材料层合板的基频,合理的变角度设计可以改善层合板的阻尼性能,抑制复合材料层合板颤振的发生;其原因是变刚度复合材料层合板的面内纤维角度曲线变化导致层合板的面内刚度位置分布不同,使得不同位置和方向上能量耗散也不同,变角度层合板振动衰减率发生变化。对于结构设计而言,不仅要考虑铺层的堆叠顺序,还要考虑结构的整体重量,因此在传统直线层合板中引入纤维曲线铺层,既能改善层合板的固有频率,又对阻尼减振起了重要的作用,这对扩大复合材料的应用范围提供了重要基础。

4 发展趋势及展望

高性能纤维增强复合材料具有轻质、高强度、高模量、抗疲劳、耐腐蚀、可设计性和工艺性好等诸多优异性能,适用于大型结构及整体结构,被广泛

应用于航空航天、汽车制造等相关领域。目前已经成功应用于大飞机中的许多部件,如舱门、整流罩、安定面、机翼、机身等。为充分利用碳纤维复合材料的各向异性,采用纤维曲线铺放代替传统直线纤维铺放能有效提升复合材料层合板的力学性能及振动特性,使其适应更为复杂的力学环境。同时变刚度复合材料层合板的刚度在空间上非均匀分布也为其提供了很强的可设计性,能进一步拓展复合材料在航天航空领域的应用,并有望将纤维曲线铺放的变刚度复合材料层合板应用于高速列车蒙皮、裙板等结构,推进高铁列车的高速化与轻量化,具有极大的潜力。

同时,变刚度这一新概念也增加了设计、制造的难度,目前研究人员所做的工作大多还处于研究阶段,还不足以实现变刚度结构的工程化应用。国外的自动铺放技术已经较为成熟,能够实现精确位置的自动切断与重送,而国内的自动铺放技术还不够完善,在这方面的算法及软件还有欠缺。目前国内公开报道的关于变刚度复合材料投入工程实际应用的只有航天发射器的筒形件^[10],研究者还需要深入研究以早日实现其大范围的工程化应用。

变刚度复合材料层合板可在以下几个方面继续研究:

(1) 曲线纤维铺放轨迹设计与制造工艺相结合。目前曲线纤维平移法生成的轨迹有重叠缺陷,所设计的轨迹并不能直接应用,须在制造工艺方面进行配合,开发具有精确自动切断重送功能的算法及软件,以提高变刚度层合板的制造质量。后续也需要与工程构件相结合,开发面向实际应用的曲线纤维铺放轨迹设计方法。

(2) 变刚度复合材料层合板的试验研究。已有的研究成果大多是基于有限元仿真,缺少试验支撑,接下来应重点关注变刚度复合材料层合板的试验研究。试验数据能验证数值模拟的有效性,且大量的试验数据也是推进变刚度复合材料层合板工程应用的基础。

(3) 变刚度复合材料层合板的多目标优化。目前变角度层合板优化大多只针对单个性能,如抗屈曲性能、抗失效性能、基频、阻尼比等,然而工程实际结构须同时满足诸多设计指标,所以变刚度复合材料层合板的多目标优化也是推进其工程化应用的关键。

参考文献:

- [1] 廖文和,戴宁. 航空航天结构轻量化设计制造技术发展现状与挑战[J]. 南京航空航天大学学报, 2023, 55

- (3): 347-360.
- LIAO Wenhe, DAI Ning. Development and challenge of lightweight design and manufacturing technology for aerospace structures[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2023, 55(3): 347-360.
- [2] 林静明, 许可. 基于PINN的复合材料自动铺放轨迹整体规划[J]. *南京航空航天大学学报*, 2023, 55(5): 914-923.
- LIN Jingming, XU Ke. Automated fiber placement path planning for complex surfaces via physics-informed neural network[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2023, 55(5): 914-923.
- [3] 强锋, 陈普会, 阳奥. 复合材料平尾接头力学性能研究[J]. *南京航空航天大学学报*, 2022, 54(1): 114-120.
- QIANG Feng, CHEN Puhui, YANG Ao. Mechanical properties of composite horizontal tail joints[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2022, 54(1): 114-120.
- [4] 李国丽, 彭公秋, 钟翔屿. 国产高性能碳纤维表征分析及复合材料力学性能研究[J]. *材料工程*, 2020, 48(10): 74-81.
- LI Guoli, PENG Gongqiu, ZHONG Xiangyu. Characterization of domestic high performance carbon fibers and mechanical properties of carbon fibers reinforced matrix composites[J]. *Journal of Materials Engineering*, 2020, 48(10): 74-81.
- [5] 沃丁柱. 复合材料大全[M]. 北京: 化学工业出版社, 2000.
- WO Dingzhu. *Encyclopedia of composites*[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2000.
- [6] WU Zhenbo, ZHAO Tian, HE Chunwang, et al. Experimental and numerical optimization of variable stiffness tensile with a hole for maximum stiffness[J]. *Composite Structures*, 2024, 327: 117643.
- [7] SAMGALETTI S, MITROU A, GARCÍA I G, et al. Effect of tailored fiber deposition in 3D printed composites: Application of an anisotropic phase field model[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2023, 127: 104030.
- [8] IRAGI M, PASCUAL-GONZÁLEZ C, ESNAOLA A, et al. Design, manufacturing and testing of 3D printed variable-stiffness laminates for improved open-hole tensile behaviour[J]. *Additive Manufacturing*, 2023, 63: 103418.
- [9] CAO Zhongliang, LIN Guojun, SHI Qinghe, et al. Optimization analysis of NURBS curved variable stiffness laminates with a hole[J]. *Materials Today Communications*, 2022, 31: 103364.
- [10] WHITE S C, WEAVER P M, WU K C. Post-buckling analyses of variable-stiffness composite cylinders in axial compression[J]. *Composite Structures*, 2015, 123: 190-203.
- [11] WU K, TATTING B K, SMITH B H, et al. Design and manufacturing of tow-steered composite shells using fiber placement[C]//*Proceedings of the 50th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. California: [s.n.], 2009: 1-18.
- [12] 卫宇璇, 张明, 刘佳, 等. 基于模态缺陷的变刚度复合材料圆柱壳屈曲特性[J]. *吉林大学学报(工学版)*, 2022, 52(1): 91-100.
- WEI Yuxuan, ZHANG Ming, LIU Jia, et al. Buckling performance of variable stiffness composite cylindrical shells based on mode imperfections[J]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*, 2022, 52(1): 91-100.
- [13] SQUIBB C, PHILEN M. Sizing optimization and experimental characterization of a variable stiffness shape memory polymer filled honeycomb composite[J]. *Smart Materials and Structures*, 2023, 32(4): 5007.
- [14] 刘付国. 基于应力信息和开孔曲面的铺丝路径规划方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2020.
- LIU Fuguo. *Research on stress information and wire-laying path planning method of opening*[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2020.
- [15] 李清原. 变刚度层合板力学性能研究及纤维角度优化[D]. 长春: 吉林大学, 2019.
- LI Qingyuan. *Study on mechanical behavior and fiber angle optimization of variable stiffness laminates*[D]. Changchun: Jilin University, 2019.
- [16] HYER M W, CHARETTE R F. Innovative design of composite structures: Use of curvilinear fiber format to improve structural efficiency[R]. [S.l.]: [s.n.], 1987.
- [17] GÜRDAL Z, OLMEDO R. In-plane response of laminates with spatially varying fiber orientations variable stiffness concept[J]. *AIAA Journal*, 1993, 31(4): 751-758.
- [18] NAGENDRA S, KODIYALAM S, DAVIS J E, et al. Optimization of tow fiber paths for composite design [C]//*Proceedings of the 36th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*. New Orleans, LA, USA: [s.n.], 1995.
- [19] HONDA S, NARITA Y. Vibration design of laminated fibrous composite plates with local anisotropy induced by short fibers and curvilinear fibers[J]. *Composite Structures*, 2011, 93(2): 902-910.
- [20] MAROUENE A, BOUKHILI R, CHEN J, et al. Effects of gaps and overlaps on the buckling behavior of an optimally designed variable-stiffness composite lam-

- inates—A numerical and experimental study[J]. *Composite Structure*, 2016, 140: 556-566.
- [21] BLOM A W, ABDALLA M M, GURDAL Z. Optimization of course locations in fiber-placed panels for general fiber angle distributions[J]. *Composites Science and Technology*, 2010, 70(4): 564-570.
- [22] 牛雪娟, 杨涛, 杜宇. 基于流场函数的变刚度层合板铺放设计[J]. *固体火箭技术*, 2014, 37(6): 848-855. NIU Xuejuan, YANG Tao, DU Yu. Path planning of variable stiffness laminates based on the flow field function[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2014, 37(6): 848-855.
- [23] 富宏亚, 曹忠亮, 杜霖, 等. Bezier曲线变角度层合板设计及屈曲特性分析[J]. *复合材料学报*, 2017, 34(8): 1729-1735. FU Hongya, CAO Zhongliang, DU Lin, et al. Design of Bezier curve variable angle laminates and analysis on buckling property[J]. *Acta Materialiae Compositae Sinica*, 2017, 34(8): 1729-1735.
- [24] 吴尘瑾, 祖磊, 李书欣, 等. 变刚度复合材料层合板的纤维铺放路径设计及屈曲分析[J]. *玻璃钢/复合材料*, 2018, 291(4): 5-10. WU Chenjin, ZU Lei, LI Shuxin, et al. Design of fiber placement path and buckling analysis of variable-stiffness composite laminates[J]. *Composites Science and Engineering*, 2018, 291(4): 5-10.
- [25] WALDHART C, GURDAL Z, RIBBENS C. Analysis of tow placed, parallel fiber, variable stiffness laminates[C]//*Proceedings of the 37th Structure, Structural Dynamics and Materials Conference*. Salt Lake City, UT: [s.n.], 1996.
- [26] WALDHART C. Analysis of tow-placed, variable-stiffness laminates[D]. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, 1996.
- [27] HYER M W, CHARETTE R F. Use of curvilinear fiber format in composite structure design[J]. *AIAA Journal*, 1991, 29(6): 1011-1015.
- [28] 秦永利, 祝颖丹, 范欣愉, 等. 纤维曲线铺放制备变刚度复合材料层合板的研究进展[J]. *玻璃钢/复合材料*, 2012(1): 61-66. QIN Yongli, ZHU Yingdan, FAN Xinyu, et al. Research and development on variable-stiffness composite laminates manufactured by variable angle tow placement[J]. *Fiber Reinforced Plastics/Composites*, 2012(1): 61-66.
- [29] YANG Y P, COLTON J. Characterization and computational modeling of continuous-fiber prepreg ply-ply interaction behavior[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2024, 176: 107840.
- [30] 张国利, 王伟伟, 马欢, 等. 局部非连续预浸料的铺覆悬垂性及其复合材料力学性能[J]. *天津工业大学学报*, 2019, 38(5): 25-32. ZHANG Guoli, WANG Weiwei, MA Huan, et al. Overlay drapability of partial discontinuous prepreg and mechanical properties of composites[J]. *Journal of Tiangong University*, 2019, 38(5): 25-32.
- [31] 李妍, 原崇新, 李永行, 等. 预浸料变形性能参数的测量方法研究[J]. *玻璃钢/复合材料*, 2018(9): 98-101, 29. LI Yan, YUAN Chongxin, LI Yonghang, et al. A measurement method research on deformation property of prepreg[J]. *Fiber Reinforced Plastics/Composites*, 2018(9): 98-101, 29.
- [32] 刘茜茜, 彭运松, 刘琛, 等. 船用封闭曲面铺放成型过程中的断纱控制轨迹规划算法[J]. *材料开发与应用*, 2023, 38(4): 27-35, 42. LIU Qianqian, PENG Yunsong, LIU Chen, et al. Fiber breaking control trajectory planning algorithm in laying process of marine closed surface[J]. *Development and Application of Materials*, 2023, 38(4): 27-35, 42.
- [33] ALHAJAHMAD A, ABDALLA M M, ZAFER G. Optimal design of tow-placed fuselage panels for maximum strength with buckling considerations[J]. *Journal of Aircraft*, 2010, 47(3): 775-782.
- [34] 杜霖. 变刚度层合板力学性能分析及铺放成型技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016. DU Lin. Study on mechanical behavior of variable stiffness laminates and its manufacturing technology with fiber placement[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016.
- [35] FALCÓ O, MAYUGO J A, LOPES C S, et al. Variablestiffness composite panels: As-manufactured modeling and itsinfluence on the failure behavior[J]. *Composites Part B*, 2014, 56(1): 660-669.
- [36] 黄艳, 王喆, 陈普会. 含缺陷变刚度层合板屈曲性能的数值分析方法[J]. *航空学报*, 2023, 44(24): 200-211. HUANG Yan, WANG Zhe, CHEN Puhui. Numerical analysis method for buckling behavior of variable stiffness laminates with defects[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2023, 44(24): 200-211.
- [37] 李增聪, 田阔, 黄蕾, 等. 面向变刚度复合材料筒壳高效屈曲分析的变保真度迁移学习模型[J]. *复合材料学报*, 2022, 39(5): 2430-2440. LI Zengcong, TIAN Kuo, HUANG Lei, et al. Variable-fidelity transfer learning model for efficient buckling analysis of variable stiffness composite cylindrical shells[J]. *Acta Materialiae Compositae Sinica*, 2022, 39(5): 2430-2440.
- [38] 李辉, 赵春江, 梁建国, 等. 变刚度复合材料层合板力学特性及失效机理分析[J]. *复合材料科学与工*

- 程, 2022, 342(7): 5-10, 24.
- LI Hui, ZHAO Chunjiang, LIANG Jianguo, et al. Analysis of mechanical properties and failure mechanism of variable stiffness composite laminates[J]. Composites Science and Engineering, 2022, 342(7): 5-10, 24.
- [39] GÜRDAL Z, TATting B F, WU C K. Variable stiffness composite panels: Effects of stiffness variation on the in-plane and buckling response[J]. Composites Part A—Applied Science And Manufacturing, 2008, 39(5): 911-922.
- [40] MUSER C, HOFF N J. Stress concentrations in cylindrically orthotropic plates with radial variation of the compliances[J]. Progress in Science and Engineering of Composites, 1982, 1: 389-396.
- [41] LOPES C S, GURDAL Z, CAMANHO P P. Tailoring for strength of composite steered-fibre panels with cut-outs[J]. Composites Part A, 2010, 41(12): 1760-1767.
- [42] 朱伟东, 张笑, 齐德胜, 等. 变刚度复合材料开孔板拉伸行为数值模拟及试验验证[J]. 复合材料学报, 2018, 35(3): 599-606.
- ZHU Weidong, ZHANG Xiao, QI Desheng, et al. Numerical simulation and experiment validation of variable stiffness composite laminates with open holes under unidirectional tension[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2018, 35(3): 599-606.
- [43] 叶辉, 李清原, 闫康康. 变刚度复合材料层合板的力学性能[J]. 吉林大学学报(工学版), 2020, 50(3): 920-928.
- YE Hui, LI Qingyuan, YAN Kangkang. Mechanical properties of variable-stiffness carbon fiber composite laminates[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2020, 50(3): 920-928.
- [44] HYER M W, LEE H H. The use of curvilinear fiber format to improve buckling resistance of composite plates with central circular holes[J]. Composite Structures, 1991, 18(3): 239-261.
- [45] 陈晓东, 聂国隽. 变角度纤维层合板的弯曲问题研究[J]. 工程力学, 2017, 34(9): 248-256.
- CHEN Xiaodong, NIE Guojun. Bending analysis of laminates with variable angle tows[J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(9): 248-256.
- [46] 牛雪娟, 杨涛, 杜宇, 等. 变刚度纤维曲线铺放复合材料层合板的有限元建模和拉伸特性分析[J]. 宇航材料工艺, 2014, 44(4): 19-24.
- NIU Xuejuan, YANG Tao, DU Yu, et al. Finite element modeling and tensile properties analysis of curvilinear fiber-placed variable-stiffness composite laminates[J]. Aerospace Materials & Technology, 2014, 44(4): 19-24.
- [47] 年春波, 王小平, 代文猛, 等. 基于ABAQUS二次开发变角度层合板屈曲特性分析[J]. 宇航材料工艺, 2019, 49(4): 17-22.
- NIAN Chunbo, WANG Xiaoping, DAI Wenmeng, et al. Analysis of buckling properties of variable angle laminated plates based on secondary development of ABAQUS[J]. Aerospace Materials & Technology, 2019, 49(4): 17-22.
- [48] 卫宇璇, 张明, 刘佳, 等. 基于自动铺放技术的高精度变刚度复合材料层合板屈曲性能[J]. 复合材料学报, 2020, 37(11): 2807-2815.
- WEI Yuxuan, ZHANG Ming, LIU Jia, et al. Buckling performance of high-precision variable stiffness composites laminate based on automatic placement technology[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2020, 37(11): 2807-2815.
- [49] 杨竣博, 宋笔锋, 钟小平. 丝束变角度层合板屈曲性能的有限元分析[J]. 复合材料学报, 2014, 31(4): 991-997.
- YANG Junbo, SONG Bifeng, ZHONG Xiaoping. Finite element analysis on the buckling property of variable angle tow laminates[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2014, 31(4): 991-997.
- [50] 杨竣博, 宋笔锋, 钟小平. 丝束变角度层合板屈曲性能的参数化研究[J]. 复合材料学报, 2015, 32(4): 1145-1152.
- YANG Junbo, SONG Bifeng, ZHONG Xiaoping. Parametric study on buckling property of variable angle tow laminates[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2015, 32(4): 1145-1152.
- [51] JING Zhao, DUAN Lei, WANG Siqi, et al. Buckling optimization of variable-stiffness composite plates via variable stiffness optimization algorithm[J]. Composite Structures, 2024, 327: 117657.
- [52] 张雅会, 陈普会, 孔斌. 变刚度复合材料平板与开孔板屈曲性能试验验证与数值仿真[J]. 复合材料学报, 2023, 40(4): 2377-2389.
- ZHANG Yahui, CHEN Puhui, KONG Bin. Experimental verification and numerical simulation of buckling behavior of variable stiffness composite plates and open-hole plates[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2023, 40(4): 2377-2389.
- [53] RAHMAN T, IJSSELMUIDEN S T, ABDALLA M M, et al. Postbuckling analysis of variable stiffness composite plates using a finite element-based perturbation method[J]. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2011, 11(4): 735-753.
- [54] 杜宇, 杨涛, 李志猛, 等. 纤维曲线铺放的变刚度复合材料层合板的失效分析[J]. 宇航材料工艺, 2013, 43(5): 22-25.
- DU Yu, YANG Tao, LI Zhimeng, et al. Failure analysis of variable-stiffness composite laminates with cur-

- vilinear fiber placement[J]. *Aerospace Materials & Technology*, 2013, 43(5): 22-25.
- [55] 杜宇, 杨涛, 戴维蓉, 等. 纤维曲线铺放的变刚度复合材料损伤失效试验研究[J]. *固体火箭技术*, 2013, 36(6): 826-830.
- DU Yu, YANG Tao, DAI Weirong, et al. Experimental research of damaging failure of variable-stiffness composite[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2013, 36(6): 826-830.
- [56] 牛雪娟, 李辰阳, 刘江雨. 变刚度 CFRP 层合板在低速冲击下的分层失效分析[J]. *固体火箭技术*, 2022, 45(3): 431-437.
- NIU Xuejuan, LI Chenyang, LIU Jiangyu. Delamination failure analysis of variable stiffness CFRP laminates under low-velocity impact[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2022, 45(3): 431-437.
- [57] PAN Z Z, ZHANG L W, LIEW K M. A phase-field framework for failure modeling of variable stiffness composite laminae[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2022, 388: 114192.
- [58] ZHANG Yahui, KONG Bin, GU Jiefei, et al. Experimental investigation on the buckling and post-buckling behavior of variable stiffness laminates[J]. *Thin-Walled Structures*, 2023, 184: 110450.
- [59] TREVISIO A, VAN G B, MUNDO D, et al. Damping in composite materials: Properties and models[J]. *Composite Part B: Engineering*, 2015, 78: 144-152.
- [60] CHANDRA R, SINGH S, GUPTA K. Damping studies in fiber-reinforced composites areview[J]. *Composite Structure*, 1999, 46(1): 41-51.
- [61] ABDALLA M M, SETOODEH S, GUERDAL Z. Design of variable stiffness composite panels for maximum fundamental frequency using lamination parameters[J]. *Composite Structures*, 2007, 81(2): 283-291.
- [62] HONDA S, OONISHI Y, NARITA Y, et al. Vibration analysis of composite rectangular plates reinforced along curved lines[J]. *Journal of System Design and Dynamics*, 2008, 2(1): 76-86.
- [63] HONDA S, NARITA Y. Natural frequencies and vibration modes of laminated composite plates reinforced with arbitrary curvilinear fiber shape paths[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331(1): 180-191.
- [64] GANAPATHI M, KALYANI A, MONDAL B, et al. Free vibration analysis of simply supported composite laminated panels[J]. *Composite Structures*, 2009, 90(1): 100-103.
- [65] AKHAVAN H, RIBEIRO P. Natural modes of vibration of variable stiffness composite laminates with curvilinear fibers[J]. *Composite Structures*, 2011, 93(11): 3040-3047.
- [66] RIBEIRO P. Nonlinear free periodic vibrations of variable stiffness composite laminated plates[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 70(2): 1535-1548.
- [67] RIBEIRO P, AKHAVAN H. Nonlinear vibrations of variable stiffness composite laminated plates[J]. *Composite Structures*, 2012, 94(8): 2424-2432.
- [68] AKHAVAN H, RIBEIRO P, MOURA M F. Composite laminates with linearly varying fiber angles under static and dynamic loads[C]//*Proceedings of AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. Boston, Massachusetts: AIAA, 2013.
- [69] AKHAVAN H, RIBEIRO P. Stability and bifurcations in oscillations of composite laminates with curvilinear fibres under a supersonic airflow[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 103: 3037-3058.
- [70] VENKATACHARI A, NATARAJAN S, GANAPATHID M. Variable stiffness laminated composite shells-free vibration characteristics based on higher-order structural theory[J]. *Composite Structures*, 2018, 188: 407-414.
- [71] 牛雪娟, 张准, 杨涛. 铺层结构对复合材料层合板固有频率的影响[J]. *固体火箭技术*, 2019, 42(6): 686-691.
- NIU Xuejuan, ZHANG Zhun, YANG Tao. Analysis on the effect of laminated structure on the natural frequency of composite laminates[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2019, 42(6): 686-691.
- [72] ANTUNES A M, RIBEIRO P, RODRIGUES J D, et al. Modal analysis of a variable stiffness composite laminated plate with diverse boundary conditions: Experiments and modelling[J]. *Composite Structures*, 2020, 239: 111974.
- [73] 陈莘莘, 周文博, 胡常福. 基于插值型无单元 Galerkin 法的复合材料层合板自由振动分析[J]. *应用力学学报*, 2021, 38(3): 1280-1285.
- CHEN Shenshen, ZHOU Wenbo, HU Changfu. Free vibration analysis of laminated composite plates based on the interpolating element-free Galerkin method[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2021, 38(3): 1280-1285.
- [74] 刘禹华, 高峰, 盛聪, 等. 变刚度复合材料夹芯板设计及模态分析[J]. *宇航材料工艺*, 2021, 51(2): 26-30.
- LIU Yuhua, GAO Feng, SHENG Cong, et al. Design and modal analysis of sandwich plates with variable stiffness[J]. *Aerospace Materials & Technology*, 2021, 51(2): 26-30.
- [75] SUN Ying, YU Xiao, REN Jiajun, et al. Analysis of vibration characteristics based on variable-angle hybrid laminates[J]. *Polymer Composites*, 2023, 44(5): 2988-2996.
- [76] ANILKUMAR P M, RAO B N, SCHEFFLER S,

- et al. Refined semi-analytical framework to predict the natural vibration characteristics of bistable laminates [J]. *AIAA Journal*, 2023, 61(7): 3158-3171.
- [77] GAO Tiancheng, WANG Xianfeng, LIU Chen, et al. Experimental study on the influence of lamination parameters on the vibration characteristics of variable stiffness composite laminates[J]. *Composite Structures*, 2023, 312: 116882.
- [78] ELVAS A, SOHOULI A, SULEMAN A. Simultaneous topology and fiber path optimization of composite structures with MAC constraints[J]. *Composite Structures*, 2022, 294: 115645.
- [79] PEREIRA D A, GUIMARAESB T A M, RESENDEC H B, et al. Numerical and experimental analyses of modal frequency and damping in tow-steered CFRP laminates[J]. *Composite Structures*, 2020, 244: 112190.
- [80] YAN Yang, LIU Bo, XING Yufeng, et al. Free vibration analysis of variable stiffness composite laminated beams and plates by novel hierarchical differential quadrature finite elements[J]. *Composite Structures*, 2021, 274: 114364.
- [81] 武海鹏. 复合材料层合板阻尼性能的预测与分析[J]. *材料导报*, 2021, 35(S1): 617-620, 627.
WU Haipeng. Anticipation and analysis of the damping performance of composite laminate[J]. *Materials Reports*, 2021, 35(S1): 617-620, 627.
- [82] 李亮. 复合材料变角度层合板振动特性及减振研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2021.
LI Liang. Research of vibration characteristics and vibration reduction of composite variable angle laminated panels[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2021.
- [83] ZU Lei, XIA Xianzhao, ZHANG Qian, et al. Multi-objective optimization of frequency and damping of vertical stabilizer skin structure placed with variable angle tows[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2023, 36(1): 444-455.
- [84] 欧阳小穗, 刘毅. 高速流场中变刚度复合材料层合板颤振分析[J]. *航空学报*, 2018, 39(3): 116-126.
OUYANG Xiaosui, LIU Yi. Pane flutter of variable stiffness composite laminates in supersonic flow[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2018, 39(3): 116-126.
- [85] 杨舒婷, 王泽溪, 万志强. 曲线纤维复合材料矩形机翼的颤振分析[J]. *纤维复合材料*, 2019, 36(4): 33-39.
YANG Shuting, WANG Zexi, WAN Zhiqiang. Flutter analysis of curved fiber composite rectangular wing [J]. *Fiber Composites*, 2019, 36(4): 33-39.
- [86] 胡寒, 聂国隽. 变角度纤维复合材料层合斜板的颤振分析[J]. *力学季刊*, 2020, 41(1): 69-79.
HU Han, NIE Guojun. Flutter analysis of laminated skew plates with variable angle tows[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2020, 41(1): 69-79.
- [87] WANG X F, WANG H Q, MA C, et al. Analysis of vibration reduction characteristics of composite fiber curved laminated panels[J]. *Composite Structures*, 2019, 233: 111396.
- [88] 叶帆, 王显峰, 王东立, 等. 不同铺层数量下的纤维角度曲线变化复合材料层合板振动特性研究[J]. *复合材料科学与工程*, 2023(1): 44-54.
YE Fan, WANG Xianfeng, WANG Dongli, et al. Research on vibration characteristics of composite material laminated panel with fiber angle curve variation under different laying numbers[J]. *Composites Science and Engineering*, 2023(1): 44-54.
- [89] WANG Haoyu, YANG Mingguang, CHEN Haoran, et al. Study on the effect of curved fiber laying angle on the vibration free attenuation of composite laminates[J]. *Materials Research Express*, 2023, 10(3): 035601.
- [90] 李亮, 王显峰, 赵聪, 等. 纤维角度对变角度层合板减振性能的影响[J]. *复合材料学报*, 2021, 38(11): 3693-3703.
LI Liang, WANG Xianfeng, ZHAO Cong, et al. Influences of fiber angle on the vibration damping performance of variable angle laminates[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2021, 38(11): 3693-3703.
- [91] 马成. 复合材料纤维曲线铺放层合板减振性能分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2019.
MA Cheng. Analysis of vibration reduction performance of composite fiber curved laminated panels[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2019.

(编辑: 胥橙庭)