

DOI:10.16356/j.1005-2615.2023.06.009

## 考虑跑道复杂依赖关系的多目标飞机排序模型

陈可嘉<sup>1</sup>, 司徒腾宽<sup>1</sup>, 林鸿熙<sup>2</sup>

(1. 福州大学经济与管理学院, 福州 350116; 2. 莆田学院商学院, 莆田 351100)

**摘要:** 考虑跑道间复杂依赖关系和依赖跑道上动态间隔约束, 研究了同时存在依赖、独立跑道的多目标进离场飞机排序问题。以降低航空公司延误总成本和降低旅客总延误时间为目标, 建立了跑道复杂依赖关系下的多目标规划模型。通过重庆江北机场的 3 个实际算例, 使用  $\epsilon$  约束法求解多目标模型的 Pareto 最优解集。与未增加本文两处约束的传统模型进行对比显示, 额外考虑复杂依赖关系后航空公司延误总成本减少了 68.5%~80.3%, 旅客延误总时间减少了 68.8%~77.7%, 额外考虑依赖跑道上动态最小间隔时间后航空公司延误总成本减少了 20.4%~43.4%, 旅客总延误时间减少了 29.2%~42.5%。

**关键词:** 飞机排序; 多跑道; 多目标; 复杂依赖跑道;  $\epsilon$  约束法

中图分类号: V351.11

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2023)06-1025-08

## Multi-objective Aircraft Sequencing Model Considering Complex Interdependent Runways

CHEN Kejia<sup>1</sup>, SITU Tengkuang<sup>1</sup>, LIN Hongxi<sup>2</sup>

(1. School of Economics and Management, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China;

2. School of Business, Putian University, Putian 351100, China)

**Abstract:** The multi-objective approach and departure aircraft sequencing problem with both interdependent and independent runways is studied. The complex dependence between runways and the dynamic separation constraint on dependent runways are considered. Aiming to reduce the total delay cost and passenger delay time, a multi-objective programming model under the complex interdependence relationship of runways is established. By using three examples of Jiangbei Airport in Chongqing, the Pareto optimal solution set of multi-objective model is obtained by using  $\epsilon$ -constraint method. Compared with the traditional model without adding the two constraints, the total delay cost is reduced by 68.5% to 80.3% and the total delay time of passengers is reduced by 68.8% to 77.7% when the complex interdependence relationship is taken into account. When additional consideration is given to the dynamic minimum time interval on the interdependent runway, the total delay cost is reduced by 20.4% to 43.4% and the total passenger delay time is reduced by 29.2% to 42.5%.

**Key words:** aircraft sequencing; multiple runways; multi-objective; complex interdependent runways;  $\epsilon$ -constraint method

**基金项目:** 国家社会科学基金(18BGL003)。

**收稿日期:** 2023-04-11; **修订日期:** 2023-07-16

**作者简介:** 陈可嘉, 男, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 航空运输系统工程等。2010 年入选首批“福建省高校杰出青年科研人才培育计划”; 2011 年入选“教育部新世纪优秀人才支持计划”。主持完成国家自然科学基金项目、国家社会科学基金项目、福建省社科基金重点项目等 30 余项。出版专著 1 部、教材 2 部, 在国内外重要学术刊物和国际学术会议上发表学术论文 100 余篇(其中被 SCI、EI 检索 50 余篇)。获得省部级优秀成果奖 2 项、国际会议优秀论文奖 5 项。

**通信作者:** 林鸿熙, 男, 教授, E-mail: ptulhx@163.com。

**引用格式:** 陈可嘉, 司徒腾宽, 林鸿熙. 考虑跑道复杂依赖关系的多目标飞机排序模型[J]. 南京航空航天大学学报, 2023, 55(6): 1025-1032. CHEN Kejia, SITU Tengkuang, LIN Hongxi. Multi-objective aircraft sequencing model considering complex interdependent runways[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(6): 1025-1032.

根据中国民用航空局发布的《2021年民航行业发展统计公报》<sup>[1]</sup>, 2021年全国民航运输机场起降架次近977.74万次, 同比增长8%, 其中平均航班不正常率为12.0%。国内航空流量需求巨大, 然而航班延误问题依然严重, 为了有效减少航班延误带来的经济、非经济影响, 考虑航班的起降情况、机型大小对最小间隔时间的影响, 研究飞机排序问题(Aircraft sequencing problem, ASP)非常有必要。

ASP是一类NP-hard问题, 在ASP的相关研究中, 经常以最小化航空公司延误总成本为研究目标; Shi等<sup>[2]</sup>研究了动态环境下的进场航班排问题, 以最小化航空公司延误总成本为目标建立了混合整数线性模型; Faye<sup>[3]</sup>考虑了进场航班提前或延误进场的不同成本函数, 研究了进场航班固定序列条件下的单跑道进场飞机排序问题; Khassiba等<sup>[4-5]</sup>考虑了不同初始飞行状态和基于飞行种类、飞行阶段的延误成本函数, 研究了更早开始航班排序操作的航班降落排序问题; Riahi等<sup>[6]</sup>考虑了受机型大小和优先级影响的延误成本, 建立了ASP的混合整数模型。

此外, 过长的延误时间会影响旅客的出行体验, 进而影响航空公司的长远发展<sup>[7]</sup>。因此, 许多有关ASP的研究会考虑最小化旅客总延误时间; Chen等<sup>[8]</sup>以最小化总延误时间和最大化吞吐量为目标, 考虑了航班到达/起飞时间和滑行时间的不确定性, 建立了单跑道感知不确定性的飞机排序模型; Rodriguez-Sanz等<sup>[9]</sup>研究了跑道上飞机可用性不确定情况下, 以最小化延误时间为目标的进离场飞机排序问题; Cecen等<sup>[10]</sup>考虑了跑道风向的不确定性, 以最小化总延误时间为目标, 提出了一种风向不确定下的飞机排序模型; Desai等<sup>[11]</sup>研究了飞机排序问题, 在目标到达时间不确定的情况下, 比较了不同的减速模式, 并成功实现了最小化总延误时间的目标。

目前, 不少研究只考虑了航空公司延误总成本或旅客总延误时间中的其一, 并未综合考虑这两个因素。为了更符合现实情况的复杂性, 建立多目标模型, 综合考虑航空公司延误总成本和旅客总延误时间是有必要的。

以上文献仅考虑了单跑道情景, 然而, 在多跑道环境下, ASP通常需要考虑更大的航班流量与更复杂的跑道分配, 问题变得更加复杂。因此, 不少学者研究了多跑道情况下的ASP<sup>[12]</sup>; Ng等<sup>[13]</sup>研究了进场和离场率不平衡情况下的多跑道动态配置问题; Salehipour<sup>[14]</sup>建立了多跑道情况下的航班降落排序模型, 并讨论了几种常见的约束在模型中实现的方法; Ben等<sup>[15]</sup>建立了多跑道降落飞机的排

序、分配跑道和控制模型, 并考虑了航班进入终端区后, 不能启动进场、着陆程序的情况; Yang等<sup>[16]</sup>考虑了受对流天气和航班到达时间变化影响的终端系统不确定性, 建立了随机终端的航班进场排序模型; Ma等<sup>[17]</sup>考虑了跑道排队容量约束, 建立了多跑道离场飞机排序模型; Riahi等<sup>[18]</sup>考虑了航班在跑道上作业的相对均匀性, 构建了考虑跑道容量的多跑道混合航班调度模型。

若一条跑道上的航班会影响另一条跑道的航班, 则这两条跑道的关系为依赖跑道, 反之则为独立跑道<sup>[19]</sup>。然而, 目前考虑依赖跑道的ASP研究通常将多条跑道视为单一的全依赖关系<sup>[20-23]</sup>, 或是认为依赖跑道上的航班最小间隔时间为固定值<sup>[24]</sup>, 现实情况则更为复杂, 一个机场的多条跑道中, 可能同时存在依赖跑道和独立跑道, 且依赖跑道的最小间隔时间要求会随着跑道上运行航班的起落情况、机型种类不同而不同。

综上, 对于ASP问题的研究存在以下不足: 研究重点针对单跑道, 对于多跑道情况考虑较少; 将跑道间关系视为单一的依赖或非依赖, 忽略实际中更为复杂的跑道间依赖关系; 认为依赖跑道上航班间隔为固定值, 忽略了前后机起落情况、机型种类对其影响。

因此, 本文在考虑依赖跑道的飞机排序问题中, 额外考虑了以下条件: 机场同时存在依赖跑道和独立跑道; 依赖跑道上航班间的最小间隔时间受前后机起落情况、航班机型等因素影响, 研究了一个新的ASP扩展问题——跑道复杂依赖关系下的飞机排序问题(Aircraft sequencing problem with complex interdependent runway, ASP-CIR), 以降低航空公司延误总成本和降低旅客延误总时间为目标, 建立混合整数线性模型。最后以重庆江北机场的实际航班数据, 通过CPLEX数学求解器计算分析, 验证了本模型新增约束的必要性, 并且所得方案可适用于存在跑道复杂依赖关系的机场。

## 1 ASP-CIR问题描述与模型建立

### 1.1 问题描述及模型假设

ASP-CIR考虑一个具有 $M$ 条跑道的机场, 其中, 存在 $N$ 对依赖跑道。每条跑道均为混合运行模式, 同一跑道或依赖跑道上, 任意两个航班使用跑道的间隔时间需要大于等于“最小间隔时间”, “最小间隔时间”为尾流间隔、正常进场间隔与管制规定间隔的最大值<sup>[25]</sup>, 主要受前后机的起降情况、机型大小影响。同一跑道的“最小间隔时间”与依赖跑道不一定相同。

在充分考虑以上约束的情况下,需要尽快完成飞机排序,决定每个航班使用的时隙以及其使用的跑道,并使得最终方案兼顾最小化航空公司延误总成本和最小化旅客延误总时间。

为了方便模型建立,进一步提出如下假设:

(1) 航班实际使用跑道时间不会早于计划时间;

(2) 航班的计划使用跑道时间,起落情况,载客数,机型等信息均已知;

(3) 航班进离场排序不受航班滑行排队影响;

(4) 机场运行容量适中满足进场与离场需求。

## 1.2 符号定义

(1) 集合定义

$R$  表示跑道集合,  $r \in R$ ;

$Arr$  表示进场航班集合,  $f_a \in Arr$ ;

$Dep$  表示离场航班集合,  $f_d \in Dep$ ;

$F$  表示航班集合,  $f \in F, F = Arr \cup Dep$ 。

(2) 参数定义

$O_i$  表示航班  $f_i$  计划使用跑道时间,  $f_i \in F$ ;

$L_i$  表示航班  $f_i$  最晚使用跑道时间,  $f_i \in F$ ;

$type_i$  表示航班  $f_i$  的型号与起落情况种类;

$N_{k1}, N_{k2}$  表示第  $k$  对依赖跑道;

$s_{(type_i, type_j)}^1$  表示同一跑道上航班  $f_i$  和  $f_j$  之间的最小间隔时间;

$s_{(type_i, type_j)}^2$  表示依赖跑道上的航班  $f_i$  和  $f_j$  之间的最小间隔时间;

$d_i$  表示航班  $f_i$  的延误时间;

$d^{\max}$  表示航班最大延误时间;

$MA$  表示一个足够大的数。

(3) 变量定义

$t_i$  表示航班  $f_i$  实际使用跑道的的时间;  $x_{ij}, y_{ij}, w_{ij}^k, z_{ir}$  分别为

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{航班 } f_i \text{ 在 } f_j \text{ 之前使用跑道} \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad \forall f_i, f_j \in F (i \neq j)$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{航班 } f_i \text{ 和 } f_j \text{ 使用同一条跑道} \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad \forall f_i, f_j \in F (i \neq j)$$

$$w_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{航班 } f_i \text{ 和 } f_j \text{ 使用第 } k \text{ 对依赖跑道} \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad \forall f_i, f_j \in F (i \neq j)$$

$$z_{ir} = \begin{cases} 1 & \text{航班 } f_i \text{ 使用跑道 } r \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad \forall f_i \in F, r \in R$$

## 1.3 目标函数

(1) 航空公司延误总成本最低

航空公司延误总成本主要分为地面延误成本

和空中延误成本<sup>[25]</sup>。进场和离场航班使用时隙的延后会产生地面延误和空中延误成本,因此定义  $d_i$  为航班  $f_i$  的延误时间为

$$d_i = t_i - O_i \quad \forall f_i \in F \quad (1)$$

通常来说,对于每个航班  $f_i, d_i$  的值不宜过大。若  $d_i$  过大,则表示延误过大,并且会增加管制人员的工作负担。因此,通常会限定  $d_i$  的上限,以实现限制航班的变化幅度。

对于地面延误成本,根据文献[25]的研究,定义  $C_j^d$  为离场航班  $f_j$  产生的地面延误成本为

$$C_j^d = \omega_j \times (d_i)^{1+\epsilon} \quad f_j \in Dep \quad (2)$$

式中参数  $\epsilon$  表示航班延误成本的缓慢超线性增长,  $0 \leq \epsilon < 1$ ;  $\omega_j$  表示离场航班  $f_j$  单位时间的延误成本。 $\omega_j$  可以进一步表示为

$$\omega_j = a_j^{yy} + a_j^{yl} + a_j^{lk} = a_j^{yy} + \frac{p_j \times n_j \times v_j}{h_j} + l_j \times n_j \quad (3)$$

式中:  $a_j^{yy}, a_j^{yl}, a_j^{lk}$  分别表示离场航班  $f_j$  单位时间的运营成本、盈利损失和旅客经济损失;  $p_j, n_j, v_j, h_j, l_j$  分别表示离场航班  $f_j$  的平均票价、载客数、平均净利润、平均飞行时长和航班旅客单位时间的平均延误成本。

对于空中延误成本,可以分为额外燃油成本和旅客延误成本,定义  $C_i^a$  为进场航班  $f_i$  的空中延误成本。 $C_i^a$  表示为

$$C_i^a = (\alpha_i^{fr} + l_i \times n_i) \times (d_i)^{1+\epsilon} \quad f_i \in Arr \quad (4)$$

式中:  $\alpha_i^{fr}$  表示单位时间飞行成本,  $l_i, n_i$  分别表示进场航班  $f_i$  每名旅客单位时间的平均延误成本、载客数。

综上,总延误成本最低的目标函数为

$$\min f_1 = \sum_{f_i \in Arr} C_i^a + \sum_{f_j \in Dep} C_j^d \quad (5)$$

(2) 旅客总延误时间最小

一般认为旅客延误总时间与旅客的满意程度相关,若旅客的满意程度过低,会对航空公司的形象及盈利产生较大影响。最小化旅客总延误时间的目标为

$$\min f_2 = \sum_{f_i \in F} d_i \times n_i \quad (6)$$

## 1.4 约束条件

(1) 任意航班实际使用跑道时间不早于其计划时间

$$t_i \geq O_i \quad \forall f_i \in F \quad (7)$$

(2) 任意航班实际使用跑道时间不晚于其最晚时间

$$t_i \leq L_i \quad \forall f_i \in F \quad (8)$$

(3) 任意航班延误时间小于等于最大延误时间

$$d_i \leq d^{\max} \quad \forall f_i \in F \quad (9)$$

(4) 任意航班只能且必须使用一条跑道

$$\sum_{r=1}^R z_{ir} = 1 \quad \forall f_i \in F \quad (10)$$

(5) 对于任意两架不相同的航班,有且仅有一架航班为前机,另一架航班为后机

$$x_{ij} + x_{ji} = 1 \quad \forall f_i, f_j \in F (i \neq j) \quad (11)$$

(6) 两架航班是否在第  $k$  对依赖跑道上的矩阵对称

$$\omega_{ij}^k = \omega_{ji}^k \quad \forall f_i, f_j \in F (i \neq j), 1 \leq k \leq N \quad (12)$$

(7) 两架航班是否在同一条跑道上的矩阵对称

$$y_{ij} = y_{ji} \quad \forall f_i, f_j \in F (i \neq j), r \in R \quad (13)$$

(8) 任意两架航班  $f_i$  和航班  $f_j$  分别使用第  $k$  对相干扰跑道时,对应变量  $\omega_{ij}^k$  取值为1

$$z_{ik_1} + z_{ik_2} + z_{jk_1} + z_{jk_2} - y_{ij} - 1 \leq \omega_{ij}^k \\ \forall f_i, f_j \in F (i < j), 1 \leq k \leq N \quad (14)$$

(9) 任意两架航班  $f_i$  和航班  $f_j$  使用同一条跑道时,对应变量  $y_{ij}$  取值为1

$$z_{ir} + z_{jr} - 1 \leq y_{ij} \quad \forall f_i, f_j \in F (i < j), r \in R \quad (15)$$

(10) 任意两架航班  $f_i$  和航班  $f_j$  使用跑道的间隔时间,不能小于受跑道关系、起落情况、机型情况影响的最小间隔时间

$$t_i + s_{(\text{type}_i, \text{type}_j)}^1 y_{ij} + s_{(\text{type}_i, \text{type}_j)}^2 \sum_{k=1}^N \omega_{ij}^k - \\ \text{MA}(1 - x_{ij}) \leq t_j \quad \forall f_i, f_j \in F (i \neq j) \quad (16)$$

(11) 符号限制条件

$$x_{ij}, y_{ij}, \omega_{ij}^k, z_{ir} \in \{0, 1\} \\ \forall f_i, f_j \in F (i \neq j), r \in R, 1 \leq k \leq N \quad (17)$$

## 2 实例分析

### 2.1 数据来源与参数取值

为了验证模型可行性,以重庆江北机场为实例分析对象。重庆江北机场拥有3条跑道,其跑道关系见表1。表1中,跑道02L与02R为依赖关系,即一条跑道上的航班会影响另一条跑道。而03跑道与02L、02R跑道为独立关系,跑道上的航班不会互相影响。

表1 重庆江北机场跑道关系

跑道	02L/20R	02R/20L	03/21
02L/20R		依赖	独立
02R/20L	依赖		独立
03/21	独立	独立	

收集重庆江北机场某3日高峰期航班数据作为实例分析数据。本文采用由中南地区空管局提出的RE-CAT-CN尾流间隔实验运行标准,将航空器按照最大起飞重量和翼展分为超级重型机(J)、重型机(B)、一般重型机(C)、中型机(M)和轻型机(L)。又因为收集数据中,航班类型仅包含B、M两类飞机,因此只统计B、M之间的间隔关系。

航班最小间隔时间分为同一跑道最小间隔时间与依赖跑道最小间隔时间。对于同一跑道上的航班,当前后机为一起一落时,不存在尾流间隔要求,前机完全脱离跑道后,后机即可发布起飞或落地许可<sup>[26]</sup>,此时两机间最小间隔时间取管制规定间隔,文献[20]中的间隔,前起后落、前落后起航班间的最小间隔时间分别取60、75 s。

当前后机同为进场或离场航班时,需要考虑尾流间隔。由于RE-CAT-CN尾流间隔给出的是雷达尾流间隔标准,需要转换为基于时间的尾流间隔标准,转换方式为

$$T_{ij} = \frac{D_{ij}}{V_x} \quad (18)$$

式中:  $T_{ij}$  表示当前机为航班  $f_i$ , 后机为  $f_j$  时的最小间隔时间;  $D_{ij}$  表示前机为航班  $f_i$ , 后机为  $f_j$  时的雷达尾流间隔标准;  $V_x$  表示航班速度,具体取值方式为

$$V_x = \begin{cases} V_j & \text{当前后机同为着陆航班时} \\ V_i & \text{当前后机同为起飞航班时} \end{cases} \quad (19)$$

当前后机同为着陆航班时,  $V_x$  取后机平均进近速度  $V_j$ ; 当前后机同为起飞航班时,  $V_x$  取前机平均起飞速度  $V_i$ 。根据文献[27], B、M型飞机的平均进近速度取300、260 km/h, 平均起飞速度取290、270 km/h, 最终得到同一跑道最小间隔时间标准,见表2。

表2 同一跑道航班最小间隔时间

Table 2 Minimum time between flights on the same runway s

前机	后机				
	离场		进场		
	B	M	B	M	
离场	B	75	115	75	75
	M	80	80	75	75
进场	B	60	60	67	128
	M	60	60	72	83

对于依赖跑道最小间隔时间,参考文献[20],与同一跑道间隔时间相关,见表3。

所收集算例中,包含小型、中型、大型计算规模,航班数量分别为52、92、142个,分别编号为Ea1、Ea2、Ea3。由于原始数据量较大,因此仅展示算例Ea1中部分航班数据,如表4所示。

表 3 依赖跑道航班最小间隔时间

Table 3 Minimum time between flights on the interdependent runways

状态	起飞→起飞	起飞→着陆	着陆→起飞	着陆→着陆
间隔情况	与同一跑道相同	与同一跑道相同	独立	与同一跑道相同

表 4 算例 Ea1 部分航班数据

Table 4 Partial flight data of Example Ea1

航班号	等级	机型	状态	载客量	计划时间	航班号	等级	机型	状态	载客量	计划时间
$f_1$	国内	M	离场	165	17:00	$f_{16}$	国内	M	进场	137	17:13
$f_2$	国内	B	离场	127	17:00	$f_{17}$	国内	M	离场	124	17:15
$f_3$	国内	M	进场	142	17:00	$f_{18}$	国内	M	离场	124	17:15
$f_4$	国内	B	进场	254	17:00	$f_{19}$	国内	M	离场	137	17:15
$f_5$	国内	M	进场	67	17:03	$f_{20}$	国内	M	离场	151	17:15
$f_6$	国内	B	进场	249	17:04	$f_{21}$	国内	M	进场	68	17:16
$f_7$	国内	M	离场	110	17:05	$f_{22}$	国内	M	离场	133	17:20
$f_8$	国内	M	离场	131	17:05	$f_{23}$	国内	M	进场	134	17:20
$f_9$	国内	M	离场	100	17:05	$f_{24}$	国内	M	进场	132	17:20
$f_{10}$	国内	M	进场	124	17:05	$f_{25}$	国内	M	进场	136	17:20
$f_{11}$	国内	M	离场	131	17:10	$f_{26}$	国内	M	离场	136	17:25
$f_{12}$	国内	M	进场	98	17:10	$f_{27}$	国内	M	离场	119	17:25
$f_{13}$	国内	M	进场	125	17:10	$f_{28}$	国内	M	离场	97	17:25
$f_{14}$	国内	M	进场	141	17:10	$f_{29}$	国内	M	进场	127	17:25
$f_{15}$	国内	M	进场	136	17:10	$f_{30}$	国内	M	进场	93	17:28

参数方面,采用文献[26]案例中对地面延误成本、空中延误成本的分析,国内航班中每名旅客的平均延误成本为 50 元/h,国际、要客航班中的每名旅客平均延误成本为 100 元/h。B、M 航班的空中延误成本分别为 25、16 元/s,单位时间运营成本分别为 4 167、2 916 元/h。航班平均票价、平均净利润、平均飞行时间假设为 750 元、2.2%、2 h。

借助数学规划求解器 CPLEX12.9,在 Intel core i7 2.69 GHz 处理器、64 GB 内存、Windows 11 系统的电脑上运行求解。

2.2 多目标模型求解

本模型为双目标模型,为了同时优化航空公司延误总成本和旅客延误总时间,选择  $\epsilon$  约束法对模型进行求解。 $\epsilon$  约束法将其他目标函数转换为值约束,只保留一个目标函数。以旅客延误总时间为主要目标,将航空公司延误总成本作为约束条件进行  $\epsilon$  约束法求解,具体步骤如下:

**步骤 1** 在原约束条件下分别求出模型最小航空公司延误总成本、最小旅客延误总时间的单目标最优方案,分别记方案中航空公司延误总成本为  $f_1^{\max}$ 、 $f_1^{\min}$ 。

**步骤 2** 规定  $\epsilon$  范围为  $f_1^{\min} \sim f_1^{\max}$ ,以  $f_2$  为模型目标,增加约束  $f_1 \leq \epsilon$ ,通过改变  $\epsilon$  值获取 Pareto 最优解集。

以算例 Ea1 为例,  $f_1^{\min}$ 、 $f_1^{\max}$  分别为 15 543、17 252。设置初始  $\epsilon = f_1^{\max} = 17 252$ ,规定  $f_1 \leq \epsilon$ ,以  $f_2$  为目标,不断减小  $\epsilon$  值,每次的  $\epsilon$  值为前一次计算得到的  $f_1 - 1$ ,计算不同  $\epsilon$  值下的  $f_1$ 、 $f_2$  值,当  $\epsilon = f_1^{\min} = 15 543$  时,已到达最优临界,继续减小  $\epsilon$  值不会获得更优  $f_2$  值,停止计算,最终得到的一组 Pareto 最优解集,具体数据见表 5。决策者可以根据实际情况,在总延误成本和旅客总延误时间之间权衡,选择合适的飞机排序方案。

表 5 算例 Ea1 在不同  $\epsilon$  值下计算结果

Table 5 Results of Example Ea1 with different  $\epsilon$  values

$\epsilon$	$f_1$	$f_2$
17 252	17 252	220 186
17 251	16 396	221 896
16 395	15 560	233 408
15 559	15 544	234 032
15 543	15 543	235 328

2.3 复杂依赖关系和依赖跑道动态间隔约束对模型影响

ASP-CIR 在考虑依赖跑道的飞机排序问题 (Aircraft sequencing problem with interdependent runway, ASP-IR) 基础上,增加了跑道间复杂依赖关系约束,和依赖跑道上航班间受航班型号和起落状态影响的动态最小安全间隔时间约束。为了验证增加约束后的优化程度,分别删除 ASP-CIR 中

复杂依赖跑道关系约束与依赖跑道上动态最小安全间隔约束,建立ASP-IR1、ASP-IR2模型。其中,ASP-IR1模型默认全跑道为依赖关系,ASP-IR2模型的依赖跑道上航班最小间隔时间固定,其他条件不变。为了保证模型所得方案满足最小间隔时间要求,ASP-IR2模型依赖跑道上航班的固定最小

间隔时间取可能发生的最大最小间隔时间,即128 s。计算ASP-CIR、ASP-IR1、ASP-IR2模型在不同算例情况下采用 $\epsilon$ 约束法的Pareto最优解集,具体见图1。从每个Pareto最优解集中随机选择一个作为该算法在对应算例下的多目标优化模型最终方案,结果见表6。

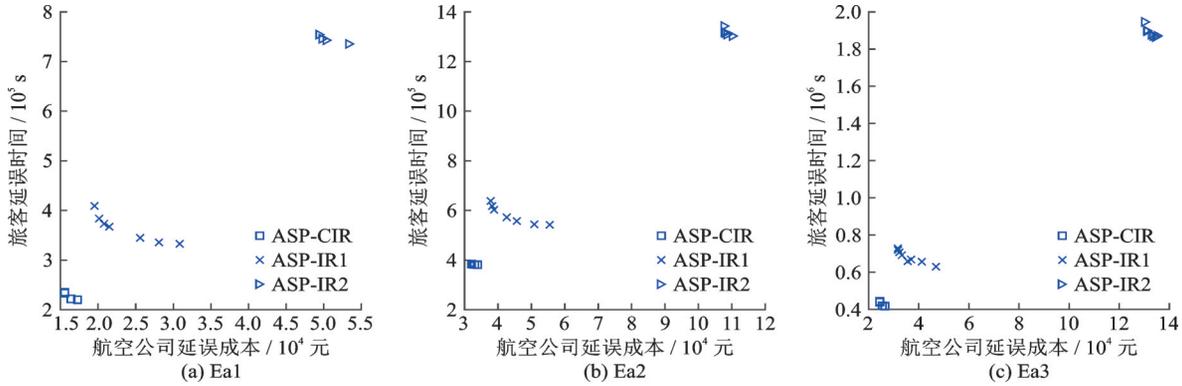


图1 算例Ea1、Ea2、Ea3不同模型Pareto最优解集

Fig.1 Pareto optimal solution set for different models of Examples Ea1, Ea2 and Ea3

表6 去除约束前后不同算例目标值与跑道空闲时间计算结果

Table 6 Target values and runway idle time of different examples before and after removing constraints

模型	Ea1		Ea2		Ea3	
	航空公司 延误总成本/元	旅客延误 总时间/s	航空公司 延误总成本/元	旅客延误 总时间/s	航空公司 延误总成本/元	旅客延误 总时间/s
ASP-CIR	15 543	235 328	32 102	384 035	26 563	417 045
ASP-IR1	19 521	409 171	55 494	542 049	46 906	629 306
ASP-IR2	49 369	754 297	107 618	1 343 104	135 150	1 871 591

由图1与表6可知,在考虑多跑道的ASP问题中,对比本文的ASP-CIR模型,原ASP-IR1模型与ASP-IR2模型在采取本文提出的“复杂依赖跑道关系”约束与“依赖跑道动态最小间隔时间”约束后,航空公司延误总成本与旅客延误总时间均有很大的减小。其中,额外考虑跑道的复杂依赖关系可以使航空公司延误总成本降低68.5%~80.3%,旅客延误总时间降低68.8%~77.7%;额外考虑依赖跑道的动态最小间隔时间可以使航空公司延误总成本降低20.4%~43.4%,旅客延误总时间降低29.2%~42.5%。

添加本文的约束后,可以减小不必要的间隔时间,例如考虑更复杂的跑道依赖关系后,不需要再考虑独立跑道间的航班间隔,这样既使得模型更符合现实情况,同时能得到更好的优化方案。

2.4 CPLEX求解器对于ASP-CIR计算效率分析

为了实验CPLEX求解器对于ASP-CIR的计算效率,记录CPLEX每次求解Ea1、Ea2、Ea3的平均计算时间,结果见表7。从表7中可以发现,由于ASP-CIR属于NP-Hard问题,当CPLEX求解器求解较大规模的问题时,所需的求解时间指数级上

表7 CPLEX求解算例Ea1、Ea2、Ea3平均时间

Table 7 Average time for CPLEX to solve the Examples Ea1, Ea2 and Ea3

算例	Ea1	Ea2	Ea3
航班数	52	92	142
时间跨度/h	1.5	2	3
平均计算时间/s	10.075	39.75	7 782.3

升,当求解算例Ea3时,平均需要7 782.3 s。然而求解中小规模的ASP-CIR实例时,可以在短时间内得到单目标下的精确解。虽然CPLEX无法求解多目标模型,但是通过 $\epsilon$ 约束法等方法,仍能在短时间内得到一组最优的Pareto解集。

为了探究不同算例规模下CPLEX求解器的求解效率,以算例Ea3为对象,逐步减小Ea3中的航班数量,记录不同航班数量下CPLEX平均求解时间,结果见表8。从表8中可以发现,随着航班数量的逐步减小,计算时间下降明显,尤其是当142

表8 不同航班数下算例Ea3平均计算时间

Table 8 Average calculation time of Example Ea3 under different number of flights

航班数	106	112	118	124	130	136	142
平均计算时间/s	1.0	1.9	5.4	8.7	89.6	247.8	7 782.3

个航班下降到136个航班时,平均计算时间下降了96.8%。

除此之外,在实验中还发现,当计算大规模算例时,虽然CPLEX求解器需要花费较长时间确定最后的最优解,但是该最优解通常在短时间内已经得到,后续较长时间内并不会得到更优的解,若限制CPLEX求解器的求解时间,可以实现短时间内获得大型ASP-CIR算例下的高质量解。因此,以算例Ea3为对象,使用 $\epsilon$ 约束法,将CPLEX求解器的每次计算时间限定在300s内,获得一组可行Pareto解集。将该组解与算例Ea3的最优Pareto解集作对比,结果见图2。

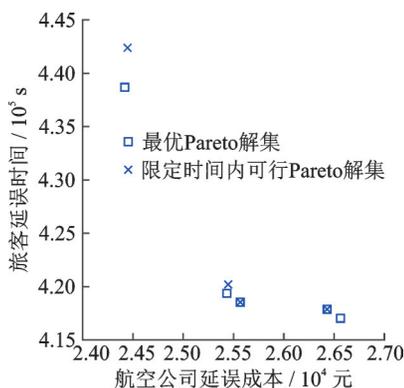


图2 限定时间内大规模算例Ea3求解结果

Fig.2 Results of the large scale numerical Example Ea3 in limited time

从图2中可以发现,限定时间内获得Pareto解集与最优Pareto解集差距较小,且有个别前沿解与最优前沿重合,这说明在使用CPLEX求解大规模ASP-CIR时,限定求解时间是一个有效的策略。

综上,使用CPLEX求解中小规模ASP-CIR模型时,可以在短时间获得最优Pareto解集;当求解大规模ASP-CIR时,可以通过限定CPLEX的计算时间,在短时间内获得高质量的Pareto解。

### 3 结 论

(1)针对实际中存在复杂依赖关系的机场,考虑了多跑道情况下不同跑道间的依赖、独立关系,以及依赖跑道上航班最小间隔时间随航班型号、起落状态的动态变化,以航空公司延误总成本最小化和旅客延误总时间最小化作为优化目标,构建了ASP-CIR模型。

(2)通过国内机场的实际数据,构建多目标模型求解,并通过与删除新增约束的模型对比,验证了本模型的有效性和新增约束的必要性。同时也通过统计了CPLEX求解器求解不同规模算例的平均计算时间,发现CPLEX对于中小规模算例有

较好的求解效果,对于大规模算例可以采用限定计算时间的策略,在短时间内获得高质量的Pareto。

(3)对于不同机场,跑道间的依赖、独立关系可能是多样且复杂的,在研究多跑道飞机排序问题时,考虑跑道间的复杂依赖关系既符合现实情况,也能很大程度减少航空公司延误总成本与旅客延误总时间,是有必要的。

(4)由于ASP-CIR是个NP-Hard问题,问题复杂度会随着问题规模的增大大幅度提升,因此对于较大规模的该类问题,难以利用精确算法快速求解。在未来的研究工作中,笔者将设计基于启发式算法的高效问题解决方案,使其能在可接受的时间内得到较好的近似解。

### 参考文献:

- [1] 中国民航局. 2021年民航行业发展统计公报[M]. 北京:中国民用航空局,2022: 5-18.  
Civil Aviation Administration of China. Statistical bulletin of civil aviation industry development in 2021 [M]. Beijing: Civil Aviation Administration of China, 2022: 5-18.
- [2] SHI W, JIANG S, LIANG X, et al. A heuristic algorithm for solving the aircraft landing scheduling problem with a landing sequence division[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences, 2019, 102(8): 966-973.
- [3] FAYE A. A quadratic time algorithm for computing the optimal landing times of a fixed sequence of planes [J]. European Journal of Operational Research, 2018, 270(3): 1148-1157.
- [4] KHASSIBA A, BASTIN F, CAFIERI S, et al. Two-stage stochastic mixed-integer programming with chance constraints for extended aircraft arrival management[J]. Transportation Science, 2020, 54(4): 897-919.
- [5] KHASSIBA A, CAFIERI S, BASTIN F, et al. Two-stage stochastic programming models for the extended aircraft arrival management problem with multiple pre-scheduling points[J]. Transportation Research Part C, 2022, 142: 103769.
- [6] RIAHI V, NEWTON M A H, SATTAR A. Constraint-guided local search for single mixed-operation runway[C]//Proceedings of the Australasian Joint Conference on Artificial Intelligence. Wellington: IIS, 2018.
- [7] PICARD P M, TAMPIERI A, WAN X. Airport capacity and inefficiency in slot allocation[J]. International Journal of Industrial Organization, 2019, 62: 330-357.
- [8] CHEN X D, YU H, CAO K, et al. Uncertainty-aware flight scheduling for airport throughput and

- flight delay optimization[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 56(2): 853-862.
- [9] RODRIGUEZ-SANZ A, ARNALDO VALDES R M M, PEREZ-CASTAN J A, et al. Tactical runway scheduling for demand and delay management[J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2022, 94(1): 2-13.
- [10] CECEN R K, CETEK C, KAYA O. Aircraft sequencing and scheduling in TMAs under wind direction uncertainties[J]. *Aeronautical Journal*, 2020, 124(1282): 1-17.
- [11] DESAI J, BHANDARI A S. A 0-1 mixed-integer program approach towards solving the stochastic aircraft sequencing problem with constant deceleration rate[C]//*Proceedings of the 2020 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*. Singapore: IEEE, 2020.
- [12] LKLI S, MANCEL C, MONGEAU M, et al. The aircraft runway scheduling problem: A survey[J]. *Computers and Operations Research*, 2021, 132: 105336.
- [13] NG K K H, LEE C K M, ZHANG S Z, et al. The impact of heterogeneous arrival and departure rates of flights on runway configuration optimization[J]. *Transportation Letters—The International Journal of Transportation Research*, 2020, 14(3): 215-226.
- [14] SALEHIPOUR A. Algorithm for single- and multiple-runway aircraft landing problem[J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2019, 175: 179-191.
- [15] BEN MESSAOUND M, GHEDIRA K, KEFI M. Detailed mathematical programming formulations for the aircraft landing problem on a single and multiple runway configurations[C]//*Proceedings of the 22nd International Conference on Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems*. Belgrade: KES, 2018.
- [16] YANG Y C, GAO Z C, HE C. Stochastic terminal flight arrival and departure scheduling problem under performance-based navigation environment[J]. *Transportation Research Part C*, 2020, 119: 102735.
- [17] MA J, SBIHI M, DELAHAYE D. Optimization of departure runway scheduling incorporating arrival crossings[J]. *International Transactions in Operational Research*, 2019, 28(2): 615-637.
- [18] RIAHI V, NEWTON M A H, POLASH M M A, et al. Constraint guided search for aircraft sequencing [J]. *Expert Systems with Applications*, 2019, 118: 440-458.
- [19] LIEDER A, STOLLETZ R. Scheduling aircraft take-offs and landings on interdependent and heterogeneous runways[J]. *Transportation Research Part E*, 2016, 88: 167-188.
- [20] BEASLEY J E, KRISHNAMOORTHY M, SHARAIHA Y M, et al. Scheduling aircraft landings—the static case[J]. *Transportation Science*, 2000, 34(2): 180-197.
- [21] BENCHEIKH G, BOUKACHOUR J, ALAOUI A E H. Improved ant colony algorithm to solve the aircraft landing problem[J]. *International Journal of Computer Theory and Engineering*, 2011, 3(2): 224-233.
- [22] SALEHIPOUR A, MODARRES M, NAENI L M. An efficient hybrid meta-heuristic for aircraft landing problem[J]. *Computers and Operations Research*, 2012, 40(1): 207-213.
- [23] FAYE A. Solving the aircraft landing problem with time discretization approach[J]. *European Journal of Operational Research*, 2015, 242(3): 1028-1038.
- [24] WEI M, SUN B, WU W, et al. A multiple objective optimization model for aircraft arrival and departure scheduling on multiple runways[J]. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 2020, 17(5): 5545-5560.
- [25] 张启钱, 胡明华, 张洪海. 基于RHC-GA的多跑道进离场航班多目标动态优化模型[J]. *交通运输工程学报*, 2015, 15(2): 70-99.
- ZHANG Qiqian, HU Minghua, ZHANG Honghai. Dynamic multi-objective optimization model of arrival and departure flights on multiple runways based on RHC-GA[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2015, 15(2): 70-99.
- [26] 魏明, 孙博, 吴维. 考虑多跑道运行模式的进离场航班排序优化模型[J]. *工业工程与管理*, 2021, 26(5): 68-73.
- WEI Ming, SUN Bo, WU Wei. An optimization model for inbound and outbound flight scheduling with consideration of multi-runway operation mode[J]. *Industrial Engineering and Management*, 2021, 26(5): 68-73.
- [27] 余江, 王大海, 蒲云. 跑道容量的概率模型及容量曲线[J]. *交通运输工程学报*, 2002, 2(4): 99-102.
- YU Jiang, WANG Dahai, PU Yun. Runway capacity probability model and capacity curve[J]. *Journal of Traffic and Transportation Engineering*, 2002, 2(4): 99-102.