

DOI:10.16356/j.1005-2615.2023.06.005

## 基于改进回溯法的直升机机载航炮可攻击区研究

张浩迪, 王玉惠, 丁淑琳

(南京航空航天大学自动化学院, 南京 211106)

**摘要:** 针对机载航炮可攻击区求解问题, 提出改进回溯法并应用其进行机载航炮可攻击区的研究。首先, 根据直升机机载航炮攻击区的定义, 综合考虑直升机和机载航炮的数学模型, 基于最小二乘法预测目标轨迹, 并针对空地目标打击问题建立瞄准命中方程。然后, 考虑武装直升机和航炮的约束条件, 将可攻击区求解问题转化为空间树优化问题, 引入剪枝函数和搜索优先级函数, 提出改进回溯法对机载航炮可攻击区边界进行求解, 略去了可攻击区内部冗余节点的搜索, 提高了攻击区搜索效率。最后, 通过仿真验证了所提方法的可行性和有效性。

**关键词:** 直升机; 可攻击区; 轨迹预测; 回溯法; 优先级

中图分类号: V19

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2023)06-0988-09

## Attack Area of Helicopter Airborne Guns Based on an Improved Backtracking Method

ZHANG Haodi, WANG Yuhui, DING Shulin

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of airborne gun attack area, this paper proposes an improved backtracking method and applies it to the study of airborne gun attack area. First, according to the definition of attack area of helicopter airborne guns, the mathematical models of the helicopter and the airborne gun are comprehensively considered. The target trajectory is predicted based on the least square method. And the aiming hit equation is established for the air to ground target attack problem. Second, considering the constraints of armed helicopters and air guns, the problem of solving the attack area is transformed into a space tree optimization problem. The pruning function and the search priority function are introduced. An improved backtracking method is proposed to solve the boundary of the attack area of airborne air guns. The search of redundant nodes inside the attack area is omitted. And the search efficiency of the attack area is improved. Finally, the feasibility and effectiveness of the proposed method are verified by simulation.

**Key words:** helicopter; attack area; trajectory prediction; backtracking method; priority

武装直升机以其机动性灵活、火力强等优势成为超低空作战的重要空中力量。直升机机载无控武器主要包括航炮和火箭弹, 相比火箭弹空地覆盖式打击的低精度问题, 航炮具有高射速、高精度和低成本等优点。在执行打击任务时, 实时计算机载武器的可攻击区将大大提高直升机的打击效

率<sup>[1-2]</sup>。机载武器的可攻击区涉及武器的可发射区域和载机的可攻击区域<sup>[3]</sup>。当直升机携带某型武器打击目标时, 其可攻击区域是直升机的机动可攻击区与武器的可发射区的重合区域。

近年来, 针对机载武器可攻击区问题, 许多学者从下面几个方面进行了研究: (1) 基于定义分析

**基金项目:** 科技部新一代人工智能重大项目(2018AAA0100805); 前瞻布局专项项目(ILA220591A22)。

**收稿日期:** 2022-10-18; **修订日期:** 2023-01-30

**通信作者:** 王玉惠, 女, 教授, 博士生导师, E-mail: wangyh@nuaa.edu.cn。

**引用格式:** 张浩迪, 王玉惠, 丁淑琳. 基于改进回溯法的直升机机载航炮可攻击区研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2023, 55(6): 988-996. ZHANG Haodi, WANG Yuhui, DING Shulin. Attack area of helicopter airborne guns based on an improved backtracking method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(6): 988-996.

武器可发射区<sup>[4]</sup>,为后续研究奠定基础。(2)基于一些传统方法搜索可攻击区边界,如黄金分割法<sup>[5]</sup>、拟合法<sup>[6]</sup>、插值法<sup>[7]</sup>、神经网络法<sup>[8-9]</sup>等。其中黄金分割法计算比较精确,但是计算量大,实时性不高;拟合法高度依赖模型的准确性,无法对非线性的可攻击区进行精确拟合;插值法需要占用较大的存储资源;神经网络算法训练时受到真实空战试验成本的限制,导致训练精度不高。(3)改进传统方法,提高算法性能。包括将拟合法与神经网络法结合<sup>[10]</sup>;对基于理论算法的二分法进行变步长搜索<sup>[11]</sup>;将传统插值法改进为在线插值法<sup>[12]</sup>等。毫无疑问,上述改进方法的研究成果极大推动了可攻击区的发展,但在计算可攻击区时仍存在搜索速度不快、精度不高的问题。

目前的研究主要集中在导弹的可攻击区计算上,然而多数方法并不能直接应用于武装直升机载非控武器的可攻击区求解。对于武装直升机重要的搭载武器——航炮,其相应的可攻击区计算方法尚未有公开报道。在直升机执行空地打击时,如果将目标投影到直升机所在的水平面上,求解可攻击区实际上就是在二维平面内寻找可行解。回溯法作为一种选优搜索算法,可以快速求解二维平面问题的解空间,因此可用回溯法对其求解。但回溯法在搜索直升机载航炮的可攻击区时,存在冗余节点的搜索问题,需要对传统回溯法进行改进。

综上所述,针对可攻击区研究中存在的问题,本文提出改进回溯法并应用其进行直升机可攻击区问题的求解。对于精度要求,通过计算弹道落点,同时对地面目标的轨迹进行预测以保证可攻击区边界的精度;对于搜索速度要求,将直升机所在水平面栅格化,并将可攻击区求解问题转化空间树优化问题,通过搜索树的节点来确定可攻击区,同时在栅格空间中引入剪枝函数和搜索优先级函数,以避免无效搜索和提高搜索效率。

## 1 直升机载航炮对地攻击

### 1.1 直升机对地攻击模型

考虑直升机从我方基地起飞,经过巡航阶段进入战场,开始执行打击任务。在首次打击目标之前,直升机机载航炮对地攻击有3个阶段<sup>[13]</sup>:AB段、BC段和CD段(见图1)。

如图1所示,AB段为雷达探测到目标,直升机进入攻击阵位;在BC段,直升机对目标进行跟踪瞄准,同时计算可攻击区;CD段为机动攻击段,直升机进入可攻击区后,在D点对目标进行机动攻击;DE段为弹道轨迹。

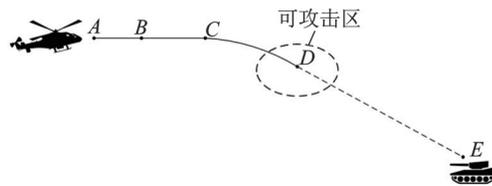


图1 直升机对地攻击过程图

Fig.1 Diagram of helicopter ground attack process

可攻击区是目标周围载机可以对目标进行顺利打击的区域<sup>[3]</sup>,进行可攻击区解算时,须综合考虑直升机飞行动态,结合航炮弹道模型,计算航炮炮弹落点,同时预测出炮弹发射到炮弹落地时刻目标的位置。若炮弹可以命中目标,则我机位于可攻击区内。

在地面坐标系下,直升机的运动方程可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_H = u_H \cos \theta \cos \phi + v_H (\sin \phi \sin \theta \cos \phi - \cos \phi \sin \phi) + w_H (\cos \phi \sin \theta \cos \phi + \sin \phi \sin \phi) \\ \dot{y}_H = u_H \cos \theta \sin \phi + v_H (\sin \phi \sin \theta \sin \phi + \cos \phi \cos \phi) + w_H (\cos \phi \sin \theta \sin \phi - \sin \phi \cos \phi) \\ \dot{z}_H = u_H \sin \theta - v_H \sin \phi \cos \theta - w_H \cos \phi \cos \theta \\ \dot{\phi} = p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta \\ \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\psi} = (q \sin \phi + r \cos \phi) / \cos \theta \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x_H, y_H, z_H$ 表示直升机在地面系下的三轴位置分量; $u_H, v_H, w_H$ 表示直升机在地面系下的三轴速度分量; $\phi, \theta, \psi$ 表示直升机的滚转角、俯仰角、偏航角; $p, q, r$ 表示直升机的滚转角速度、俯仰角速度、偏航角速度。

本文考虑直升机采用机载非控武器——航炮对地攻击,某航炮的标准质点外弹道模型为<sup>[14]</sup>

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -CH(z_g)G(v_g, c_s)v_x \\ \frac{dv_y}{dt} = -CH(z_g)G(v_g, c_s)v_y \\ \frac{dv_z}{dt} = -CH(z_g)G(v_g, c_s)v_z + g \\ \frac{dx_g}{dt} = v_x \\ \frac{dy_g}{dt} = v_y \\ \frac{dz_g}{dt} = v_z \end{cases} \quad (2)$$

式中: $C$ 为弹道系数; $v_x, v_y, v_z$ 为航炮炮弹在地面系下三轴速度分量; $x_g, y_g, z_g$ 为航炮炮弹在地面系下三轴位置分量; $H(z_g)$ 为空气密度函数;

$G(v_g, c_s) = 4.737 \times 10^{-4} c_{x0N}(Ma) v_g$ , 其中  $c_{x0N}(Ma)$  为阻力系数,  $v_g$  为地面系下航炮弹速度。

### 1.2 地面目标的轨迹预测

直升机火控系统可以实时探测目标坐标,但是航炮弹出膛到落地这一段时间内目标轨迹未知。因此,为了提高可攻击区的解算精度,需要对地面目标的短期轨迹进行预测<sup>[15]</sup>。

传统的空对地打击问题通常假设目标静止或以匀速运动,然而直升机对地打击的目标通常是坦克和装甲车等具有较高灵活性的目标。若将目标简单描述为静止或匀速运动,会影响直升机的打击精度。目前,轨迹预测方法常采用卡尔曼滤波或神经网络等算法,前者需要目标模型的先验知识,后者则需要大量数据的支持。考虑到直升机打击目标的实时性以及短时域性,应用最小二乘法可建立目标的位置坐标  $(x_M, y_M)$  与时间的关系,进而得到短时间内目标的运动轨迹<sup>[16]</sup>。采用三次拟合函数,对火控系统测得的第  $i$  次采样参数  $(t_i, x_i, y_i)$  进行拟合,其中  $i = 1, 2, \dots, n$ 。

定义  $S_x$  为拟合函数  $x_M(t_i)$  与测量参数  $x_i$  的均方差;  $S_y$  为拟合函数  $y_M(t_i)$  与测量参数的  $y_i$  均方差;令待定拟合系数为  $(p_0, p_1, p_2, p_3)$ 、 $(q_0, q_1, q_2, q_3)$ 。则  $S_x, S_y$  可表示为

$$\begin{cases} S_x(p_0, p_1, p_2, p_3) = \sum_{i=1}^n [x_M(t_i) - x_i]^2 \\ S_y(q_0, q_1, q_2, q_3) = \sum_{i=1}^n [y_M(t_i) - y_i]^2 \end{cases} \quad (3)$$

以  $S_x(p_0, p_1, p_2, p_3)$  为例,其为  $(p_0, p_1, p_2, p_3)$  四元未知量的多元函数,对其求偏导数法,则当  $\min S_x(p_0, p_1, p_2, p_3)$  时,需满足

$$\begin{cases} \frac{\partial S_x(p_0, p_1, p_2, p_3)}{\partial p_0} = 2 \sum_{i=1}^n (p_0 + p_1 t_i + p_2 t_i^2 + p_3 t_i^3 - x_i) = 0 \\ \frac{\partial S_x(p_0, p_1, p_2, p_3)}{\partial p_1} = 2 \sum_{i=1}^n (p_0 + p_1 t_i + p_2 t_i^2 + p_3 t_i^3 - x_i) \times t_i = 0 \\ \frac{\partial S_x(p_0, p_1, p_2, p_3)}{\partial p_2} = 2 \sum_{i=1}^n (p_0 + p_1 t_i + p_2 t_i^2 + p_3 t_i^3 - x_i) \times t_i^2 = 0 \\ \frac{\partial S_x(p_0, p_1, p_2, p_3)}{\partial p_3} = 2 \sum_{i=1}^n (p_0 + p_1 t_i + p_2 t_i^2 + p_3 t_i^3 - x_i) \times t_i^3 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

同理,当  $\min S_y(q_0, q_1, q_2, q_3)$  时,需满足

$$\begin{cases} \frac{\partial S_y(q_0, q_1, q_2, q_3)}{\partial q_0} = 2 \sum_{i=1}^n (q_0 + q_1 t_i + q_2 t_i^2 + q_3 t_i^3 - y_i) = 0 \\ \frac{\partial S_y(q_0, q_1, q_2, q_3)}{\partial q_1} = 2 \sum_{i=1}^n (q_0 + q_1 t_i + q_2 t_i^2 + q_3 t_i^3 - y_i) \times t_i = 0 \\ \frac{\partial S_y(q_0, q_1, q_2, q_3)}{\partial q_2} = 2 \sum_{i=1}^n (q_0 + q_1 t_i + q_2 t_i^2 + q_3 t_i^3 - y_i) \times t_i^2 = 0 \\ \frac{\partial S_y(q_0, q_1, q_2, q_3)}{\partial q_3} = 2 \sum_{i=1}^n (q_0 + q_1 t_i + q_2 t_i^2 + q_3 t_i^3 - y_i) \times t_i^3 = 0 \end{cases} \quad (5)$$

联立式(3~5),解出  $(p_0, p_1, p_2, p_3)$  和  $(q_0, q_1, q_2, q_3)$  的值,即可获取短时间内目标的运动轨迹。令航炮弹出膛至炮弹落地这一段时间为  $\Delta t$ ,则目标在炮弹落地时的位置为

$$\begin{cases} x_M(t + \Delta t) = p_0 + p_1(t + \Delta t) + p_2(t + \Delta t)^2 + p_3(t + \Delta t)^3 \\ y_M(t + \Delta t) = q_0 + q_1(t + \Delta t) + q_2(t + \Delta t)^2 + q_3(t + \Delta t)^3 \end{cases} \quad (6)$$

## 2 攻击区解算

### 2.1 攻击瞄准解算

当直升机进入攻击阵位后,需对已经发现的目标进行跟踪瞄准,若收到攻击指令,即可对目标进行机动打击,但需要首先确定直升机打击瞄准的特定区域。考虑直升机过载限制对最大最小机动半径的影响

$$\begin{cases} r_{1\max} = \frac{V_H^2}{n_{\min} \cdot g} \\ r_{1\min} = \frac{V_H^2}{n_{\max} \cdot g} \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $r_{1\max}, r_{1\min}$  为直升机最大、最小机动半径;  $V_H$  为直升机速度;  $n_{\max}, n_{\min}$  为直升机最大、最小允许过载,最小允许机动过载用于保证直升机的安全性;  $g$  为重力加速度。

进一步地,考虑直升机在打击瞄准区内可以随时对目标进行机动打击,则可打击圆半径为

$$\begin{cases} r_{2\max} = \sqrt{d^2 + r_{1\max}^2} + r_{1\max} \\ r_{2\min} = \sqrt{d^2 + r_{1\min}^2} + r_{1\min} \end{cases} \quad (8)$$

式中: $r_{2\max}$ 、 $r_{2\min}$ 为直升机最大、最小可打击圆半径; $d$ 为直升机机载航炮射程。

对目标进行打击时,需同时满足式(7)给出的直升机机动性能要求和式(8)给出的直升机可攻击的要求。同时考虑到直升机相对于坦克的速度优势和机动性优势,在不考虑坦克对直升机的威胁时,综合式(7)和式(8),给出直升机打击瞄准区如图 2(a)中的阴影部分所示,其中  $M'$  点为目标在直升机水平面的投影中心<sup>[17]</sup>。

为解算航炮命中目标时的方位角  $\mu$  与射角  $\nu$ ,在东北天坐标系下建立直升机载航炮对地瞄准攻击过程的矢量图<sup>[18]</sup>(见图 2(b))。

由图 2(b)可知,直升机位于  $H$  点; $v_{g0}$  为炮弹初速度; $D_1$  为航炮水平射程; $T$  点为无风时炮弹理想落点; $U$  为风速; $\Delta t$  为炮弹出膛至落地的时间; $M$  点为目标在炮弹出膛时的位置; $v_M$  为目标速度;射角  $\nu$  为炮弹出膛速度矢量与水平面的夹角; $\mu$  为方位角;目标经  $\Delta t$  时间后运动至  $M_1$  点;若在风的影响下,炮弹落点与  $M_1$  的脱靶量符合精度要求,则可认为炮弹命中目标。

在东北天坐标系下:直升机位置  $(x_H, y_H, z_H)$ ;地面坦克目标位置  $(x_M, y_M, 0)$ ;  $M_1$  点处坐标  $(x_{M_1}, y_{M_1}, 0)$ ;  $T$  点处坐标  $(x_T, y_T, 0)$ ;风速  $(U_x, U_y, U_z)$ 。由射角定义  $\nu = \arctan(v_z / \sqrt{v_x^2 + v_y^2})$ ,联立式(2),

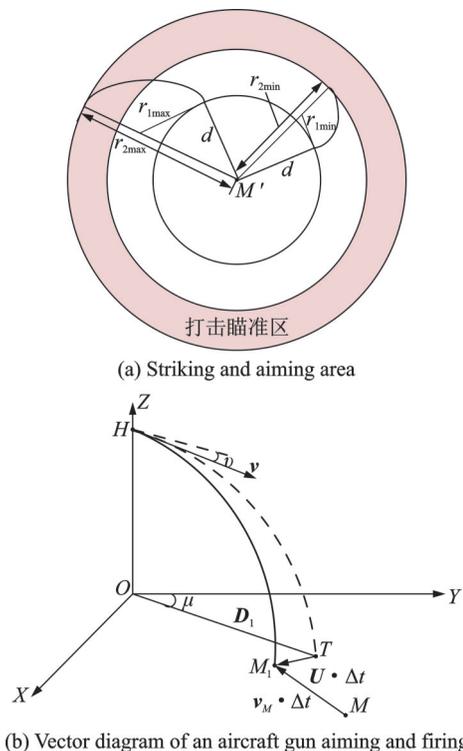


图 2 打击瞄准解算过程图

Fig.2 Diagram of striking and aiming solution process

则射角  $\nu$  直接影响炮弹的水平射程  $D_1$  和下落时间  $\Delta t$ 。

$$D_1(t) = \frac{v_{g0} \cos \nu}{CH(z_g)G(v_g, c_s)} \cdot (1 - e^{-CH(z_g)G(v_g, c_s)t}) \quad (9)$$

$$z_g(t) = \frac{g}{CH(z_g)G(v_g, c_s)} \cdot t + (v_{g0} \sin \nu - \frac{g}{CH(z_g)G(v_g, c_s)}) \cdot \frac{(1 - e^{-CH(z_g)G(v_g, c_s)t})}{CH(z_g)G(v_g, c_s)} \quad (10)$$

将直升机高度  $z_H$  代入式(10)可得炮弹下落时间  $\Delta t$ ;将下落时间  $\Delta t$  代入式(9)可得炮弹水平射程  $D_1$ 。

根据图 2(b),瞄准命中过程在地面坐标系下可表示为

$$\begin{cases} x_T = D_1 \cdot \sin \mu \\ y_T = D_1 \cdot \cos \mu \\ x_{M_1} = p_0 + p_1 \Delta t + p_2 \Delta t^2 + p_3 \Delta t^3 \\ y_{M_1} = q_0 + q_1 \Delta t + q_2 \Delta t^2 + q_3 \Delta t^3 \end{cases} \quad (11)$$

若航炮可以命中目标,则

$$\left| D_1 - \sqrt{(x_{M_1} - U_x \cdot \Delta t)^2 + (y_{M_1} - U_y \cdot \Delta t)^2} \right| \leq \xi \quad (12)$$

式中  $\xi$  为脱靶量精度要求。联立式(2,6,9~12),在精度要求  $\xi$  下可得期望的射角  $\nu_w$  和期望的方位角  $\mu_w$ 。

### 2.2 基于改进回溯法的可攻击区求解

瞄准目标后,直升机进入可攻击区即可发射航炮对目标进行打击。传统算法求解可攻击区时存在效率不高的问题,为此本文提出改进回溯法搜索直升机机载航炮的可攻击区边界包络,提高求解效率。

回溯法按深度优先策略搜索问题的解空间树<sup>[19]</sup>。针对可攻击区求解,即二维平面寻找可行解的问题,回溯法在搜索过程中引入剪枝函数来增加搜索效率,但对于可攻击区而言,存在内部节点的冗余搜索。因此,本文在回溯算法中引入搜索优先级函数<sup>[20]</sup>,只沿可攻击区远边界、近边界和侧边界进行搜索,进一步提高攻击区求解搜索效率。

改进回溯算法的求解过程如下:

#### (1)平面栅格化

将目标投影至直升机高度  $z_H$  所在水平面,以目标投影点为原点进行栅格化,栅格的范围参考航炮的最远射程进行预估,栅格的间隔根据可攻击区精度要求确定,每个栅格点为一个根节点,其相邻的上下左右的栅格点为子节点。以目标投影点为原点,定义正东方向为  $X$  轴,正北方向为  $Y$  轴。

#### (2)确定剪枝函数

在搜索可攻击区时,引入剪枝函数来避免无效

的搜索,这里剪枝函数为限制可攻击区的约束条件。

设某栅格节点坐标为 $(x_{H_i}, y_{H_i})$ ,针对航炮可发射区,约束条件如下:

① 最大射程 $d_{\max}$ 和最小射程 $d_{\min}$ 分别限制可发射区的远、近边界

$$d_{\min} \leq \sqrt{x_{H_i}^2 + y_{H_i}^2} \leq d_{\max} \quad (13)$$

② 射角 $\nu$ 通过影响各轴速度分量影响射程,以限制可发射区的远近边界。由式(9)得最大射角 $\nu_{\max}$ 限制可发射区的近边界,最小射角 $\nu_{\min}$ 限制可发射区的远边界

$$D_1(\nu_{\max}) \leq \sqrt{x_{H_i}^2 + y_{H_i}^2} \leq D_1(\nu_{\min}) \quad (14)$$

③ 方位角 $\mu$ 在栅格空间表示为 $\mu = \arctan(x_{H_i}/y_{H_i})$ ,以限制可发射区的侧边界

$$\tan(\mu_{\min}) \leq \frac{x_{H_i}}{y_{H_i}} \leq \tan(\mu_{\max}) \quad (15)$$

针对直升机的可攻击区,约束条件如下:

① 过载限制,最大允许过载表征了直升机的机动能力。根据式(7~8),直升机过载直接影响可打击圆半径,则直升机所允许的最大最小过载可对可攻击区远近边界进行限制

$$r_{2\min} \leq \sqrt{x_{H_i}^2 + y_{H_i}^2} \leq r_{2\max} \quad (16)$$

② 火控系统性能限制。火控系统最大可发现目标的距离 $D_{\max}$ 可以对可攻击区远边界进行限制

$$x_{H_i}^2 + y_{H_i}^2 \leq D_{\max}^2 - z_H^2 \quad (17)$$

另外,设 $q$ 为目标进入角,在栅格空间可表示为 $q = \pi - \arctan(z_H/\sqrt{x_{H_i}^2 + y_{H_i}^2})$ 。火控系统能构成的极限目标进入角 $q_{\lim}$ 限制可攻击区的远边界

$$x_{H_i}^2 + y_{H_i}^2 \leq \frac{z_H^2}{\tan(\pi - q_{\lim})} \quad (18)$$

③ 最小安全距离 $S_{\min}$ 限制,主要为直升机高度过低时敌方近地火力的威胁以及投放武器弹药后不被破片毁伤的最小安全距离

$$x_{H_i}^2 + y_{H_i}^2 \geq S_{\min}^2 - z_H^2 \quad (19)$$

考虑到机载航炮可攻击区应为直升机可攻击区和航炮可发射区的重叠区域,结合式(13~19),设计整体剪枝函数 $F$ 为

$$F = \left\{ (x, y) \mid \max [d_{\min}^2, D_1^2(\nu_{\max}), r_{2\min}^2, (S_{\min}^2 - z_H^2)] \leq (x_{H_i}^2 + y_{H_i}^2) \leq \min \left[ d_{\max}^2, D_1^2(\nu_{\min}), r_{2\max}^2, (D_{\max}^2 - z_H^2), \frac{z_H^2}{\tan(\pi - q_{\lim})} \right] \cap \tan(\mu_{\min}) \leq \frac{x_{H_i}}{y_{H_i}} \leq \tan(\mu_{\max}) \right\} \quad (20)$$

式(20)中的剪枝函数即为机载航炮可攻击区的约束条件。

(3) 判断命中条件

对某节点 $(x_{H_i}, y_{H_i})$ 进行搜索时,将直升机位置坐标赋值为 $(x_{H_i}, y_{H_i}, z_H)$ ,联立式(2, 6, 9~12)解算出直升机载航炮命中目标时期望射角 $\nu_w$ 和期望方位角 $\mu_w$ ,并将直升机过载 $n_H$ 、火控限制 $D$ 以及目标进入角 $q$ 代入剪枝函数 $F$ 中,若满足,直升机位于该栅格节点可以命中目标,该栅格节点位于可攻击区内;否则,不能命中目标,该栅格节点不在可攻击区内。

可攻击区远边界、近边界以及侧边界所有满足剪枝函数 $F$ 的栅格节点构成目标函数

$$f = \{(x, y) \mid (x_{H_i}, y_{H_i}) \in F\} \quad (21)$$

(4) 搜索栅格平面

以某节点为例,给出改进回溯法的搜索优先级函数为

$$\begin{cases} G_1 = k_1 \cos\left(\frac{m}{2}\pi + m_1\right) \\ G_2 = k_2 \sin\left(\frac{m}{2}\pi + m_2\right) \end{cases} \quad (22)$$

式中: $k_1, k_2, m_1, m_2$ 为优先级系数; $m$ 为搜索至某节点的次数;第 $i$ 次搜索时栅格节点表示为 $(x_{H_i}, y_{H_i})$ ,第 $i+1$ 次搜索时栅格节点表示为 $(x_{H_{i+1}}, y_{H_{i+1}})$ ,取栅格点间距表示为 $\Delta d$ ,栅格点搜索动作函数为

$$\begin{cases} x_{H_{i+1}} = x_{H_i} + \Delta d \cdot \text{sgn}(G_1) \\ y_{H_{i+1}} = y_{H_i} + \Delta d \cdot \text{sgn}(G_2) \end{cases} \quad (23)$$

式中通过对优先级系数赋合适的初值以调整优先级函数 $G_1, G_2$ 的正负,然后利用符号函数 $\text{sgn}$ 来控制改进回溯法搜索栅格点的方向,确保搜索过程中沿攻击区边界进行搜索。另外,设置合理的 $m_{\max}$ 来限制某节点的搜索次数。

同时进行如下说明:

I 回溯过程为不满足剪枝函数 $F$ 的子节点搜索至其根节点的过程(局部极小点除外),如图3(a)所示,黑色箭头为搜索过程,红色箭头为回溯过程。

II 当对某节点的搜索次数超出 $m_{\max}$ 时,须判断该节点为局部极小点或终止节点。攻击区共有4个终止节点,远、近边界右侧终止节点满足如下条件

$$\begin{cases} \{(x, y) \mid (x_{H_i} + n \cdot \Delta d, y_{H_i}) \notin F\} \\ \{(x, y) \mid (x_{H_i}, y_{H_i} - n \cdot \Delta d) \notin F\} \end{cases} \quad n = 1, 2, \dots \quad (24)$$

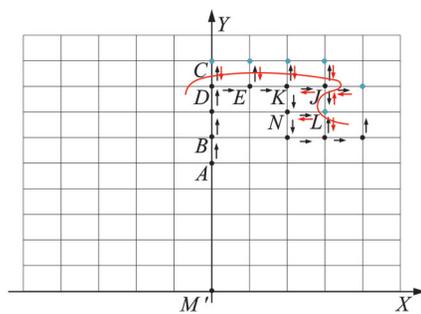
远、近边界左侧终止节点满足如下条件

$$\left\{ \begin{aligned} &\{(x, y) | (x_{H_i} - n \cdot \Delta d, y_{H_i}) \notin F\} \\ &\{(x, y) | (x_{H_i}, y_{H_i} - n \cdot \Delta d) \notin F\} \end{aligned} \right. \quad n = 1, 2, \dots \quad (25)$$

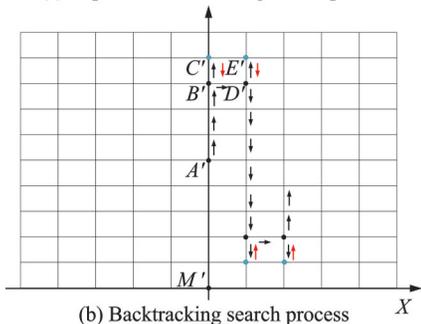
满足式(24,25)则该节点为终止节点,否则为局部极小点。

攻击区边界搜索过程:以右半平面远边界搜索为例,取优先级系数  $k_1 = 1, k_2 = 1, m_1 = -\pi, m_2 = 0, m \leq 3$ ;搜索过程如图 3(a)所示,取起始根节点  $A$  为:栅格空间内,方位角  $\mu = 0$ ,与目标的距离  $d = (d_{\max} + d_{\min})/2$  的节点;设局部真实攻击区为红色曲线,首先对根节点  $A$  进行搜索,由判断命中条件  $A$  点满足剪枝函数  $F$ ,由式(22,23)执行向上搜索至节点  $B$ ;  $B$  点满足剪枝函数  $F$ ,继续向上搜索,当向上搜索至不满足剪枝函数  $F$  的节点  $C$  时,则  $C$  点不在可攻击区内,回溯至其根节点  $D$ ,对节点  $D$  进行二次搜索,由式(22,23)执行向右搜索至节点  $E$ ,  $E$  点满足剪枝函数  $F$ ,向上搜索不满足剪枝函数  $F$ ,回溯至节点  $E$  执行向右搜索;同理,当回溯后第三次搜索至  $J$  点时,由式(22,23)执行向下搜索,向下搜索至  $L$  时不满足剪枝函数  $F$ ,回溯至节点  $J$ ;由于  $m \leq 3$ ,则节点  $J$  为右边平面远边界的终止节点或局部极小点。

由说明 II 判断可知  $J$  点为局部极小点,因此回溯其根节点  $K$ ,根据搜索优先级函数式(22,23)对  $K$  点进行第三次搜索即向下搜索,继续寻找右半平面远边界终止节点,从而避免陷入局部极小问题。同理,可对搜索优先级函数取不同的系数以实现可攻击区近边界和侧边界的搜索。



(a) Improved backtracking search process



(b) Backtracking search process

图 3 搜索过程图

Fig.3 Diagram of search process

传统回溯法搜索栅格平面时,目的是搜索栅格平面所有满足剪枝函数  $F$  的栅格点形成可攻击区。搜索过程如图 3(b)所示,从起始根节点  $A'$  向上深度搜索(也可向其左方向)至不满足剪枝函数的节点  $C'$ ,则  $C'$  点不在可攻击区内,回溯至其根节点  $B'$ ;对  $B'$  向右(也可向左)进行另一个子节点的搜索。搜索终止条件为剪枝后的平面栅格点全部搜索完毕。

从图 3 可以看出,改进回溯法相对于传统回溯法,在剪枝函数  $F$  的基础上,增加了搜索优先级函数  $G$ ,略去了可攻击区内部冗余节点的搜索,进一步增加了搜索效率。

(5) 搜索结果处理

记录搜索过程中所有满足剪枝函数  $F$  的栅格点坐标,得到目标函数  $f$ ,由目标函数  $f$  中的栅格点围成的区域,就是直升机载航炮可以对地面机动目标进行打击的区域,即机载航炮的可攻击区。

改进回溯法整体流程如图 4 所示。

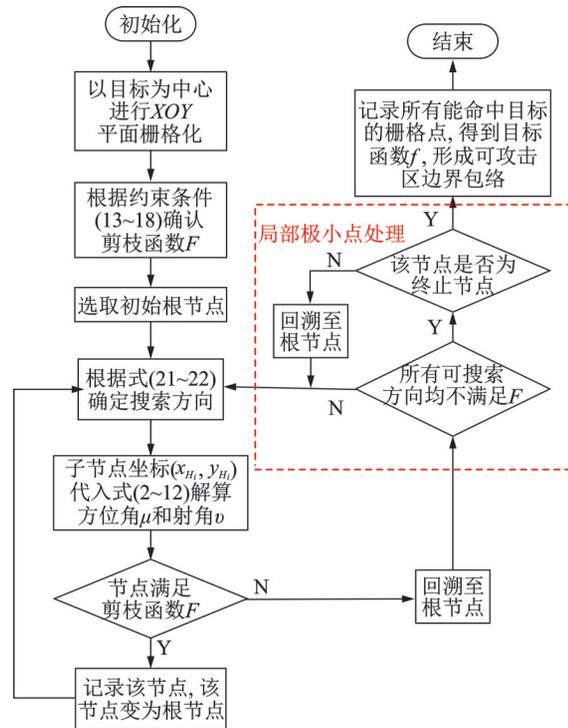


图 4 改进回溯法整体流程图

Fig.4 Diagram of overall process of improved backtracking method

### 3 算例分析

为了验证本文提出的算法,给出如下算例。

武装直升机从正北方向迎头攻击目标,携载某型航炮炮弹参数如下:弹道系数  $C = 1.4$ ,炮弹直径 30 mm,炮弹质量  $m = 0.354$  kg,取炮弹初速度为  $v_{g0} = 800$  m/s,载机高度  $z_H = 500$  m,设火控系统

采样间隔为 1 s, 探测目标坐标  $(x_M, y_M)$  随时间  $t$  的变化序列  $(t_i, x_i, y_i)$  为:  $(-5 \text{ s}, 1010 \text{ m}, 1010 \text{ m}), (-4 \text{ s}, 1020 \text{ m}, 1020 \text{ m}), (-3 \text{ s}, 1028 \text{ m}, 1035 \text{ m}), (-2 \text{ s}, 1032 \text{ m}, 1050 \text{ m}), (-1 \text{ s}, 1032 \text{ m}, 1060 \text{ m}), (0 \text{ s}, 1028 \text{ m}, 1075 \text{ m})$ 。根据式(3~6)对目标轨迹进行预测, 得到目标的运动轨迹为

$$\begin{cases} x_M(t) = 1027.9 - 6.6614t - 2.5159t^2 - 0.0926t^3 \\ y_M(t) = 1074.2 + 11.6856t - 0.9254t^2 - 0.1398t^3 \end{cases}$$

以目标为中心对载机所在水平面栅格化。取栅格精度为 10 m; 射角限制为  $\nu_{\max} = 0^\circ, \nu_{\min} = -15^\circ$ ; 方位角限制为  $\mu_{\max} = 60^\circ, \mu_{\min} = -60^\circ$ ; 目标进入角  $q_{\lim} = 175^\circ$ ; 直升机采用平飞攻击方式, 过载  $n_H = 1$ ; 根据式(2)得最大射程  $d_{\max} = 3735 \text{ m}$ , 最小射程  $d_{\min} = 1678 \text{ m}$ ; 火控系统最大可探测距离  $D_{\max} = 8000 \text{ m}$ ; 最小安全距离  $S_{\min} = 1500 \text{ m}$ 。

基于回溯法求解可攻击区, 得到机载航炮可攻击区栅格点集如图 5(a)所示。对于改进回溯法, 结合式(22, 23)的搜索优先级函数, 采用合适的搜索优先级系数, 搜索可攻击区远边界、近边界以及侧边界, 整合得到机载航炮可攻击区边界如图 5(b)所示, 并与黄金分割算法求解的可攻击区进行了对比。

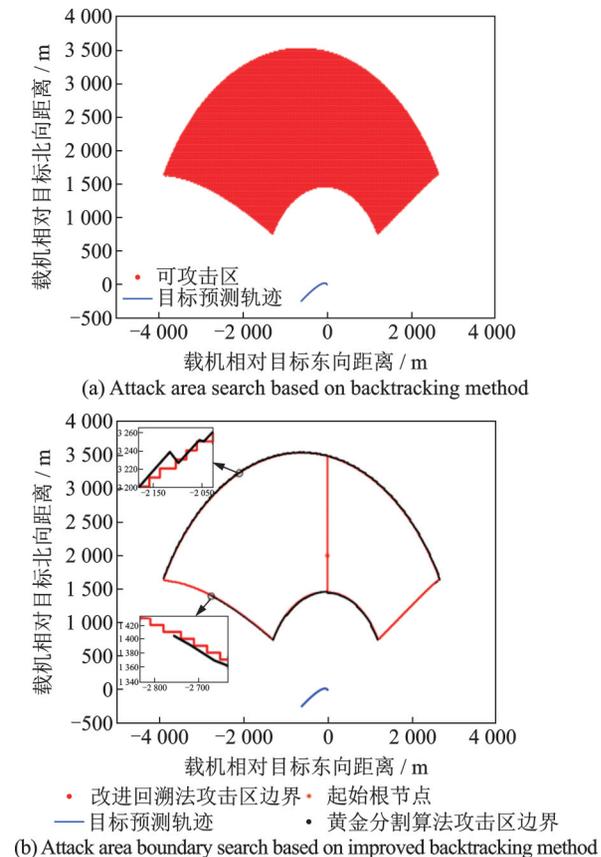


图5 可攻击区搜索结果

Fig.5 Attack area search results

对比图 5(a, b) 可得, 基于改进回溯法求取的可攻击区边界与基于回溯法求取的可攻击区基本吻合, 但改进回溯法没有对可攻击区内部的冗余节点进行搜索, 提高了可攻击区的搜索效率。

将攻击区求解精度要求设定为 10 m, 利用改进回溯法和黄金分割算法求解攻击区, 随机抽取 10 组远近边界求解精度数据如表 1 所示。

表1 攻击区求解精度对比

Table 1 Comparison of calculation accuracy of attack area

攻击区远近边界数据样本	改进回溯法求解远近边界误差/m	黄金分割算法求解远近边界误差/m
1	7.51	2.90
2	6.62	8.77
3	4.83	4.69
4	3.72	1.72
5	1.31	4.69
6	4.79	1.71
7	7.02	6.06
8	3.73	1.06
9	4.27	5.08
10	2.78	0.32

由表 1 可得, 改进回溯法和传统黄金分割算法在求解攻击区远近边界时, 均能符合精度要求。改进回溯法的误差主要来源是当攻击区边界出现在两个栅格点之间时, 其所求攻击区远近边界与真实的远近边界存在最大误差  $\Delta d$ , 在计算时可以设置  $\Delta d$  的大小来控制误差。如图 5(b) 所示, 在求取攻击区的侧边界时, 改进回溯法相比于传统黄金分割算法精度要高很多, 这是由于传统黄金分割算法通过不断改变方位角的大小以实现对攻击区边界的求取, 可能会出现侧边界点搜索缺失的问题。而改进回溯法通过设置搜索优先级函数以实现对攻击区 4 个边界的求取, 可以较好地求出攻击区的侧边界。

基于改进回溯法、回溯法和黄金分割法的可攻击区求解效率在相同精度要求下进行对比, 如表 2 所示。

从表 2 可知, 回溯法求取可攻击区时间受精度影响较大, 主要原因是在平面搜索过程中, 随精度要求提高, 需要搜索的栅格点会大大增多, 因此在精度要求较高时该方法所需的时间会大大增加; 黄金分割算法属于传统理论算法, 耗时较长, 受精度影响不大; 改进回溯法则在回溯法利用剪枝函数提高搜索效率的基础上, 进一步在节点搜索时增加了搜索优先级, 略去了可攻击区内部冗余节点的搜索, 仅仅搜索可攻击区的远边界、近边界和侧边界, 从而大大提高了搜索效率, 可以满足实际作战要求。

表 2 攻击区求取效率对比

Table 2 Comparison of calculation efficiency of attack area

可攻击区边界 精度要求/m	改进回溯法 求取时间/s	回溯法求取 时间/s	黄金分割法 求取时间/s
10	1.245 7	43.355	9.617 2
20	0.910 1	22.504	8.093 2
30	0.693 7	13.184	7.459 9
40	0.411 0	9.345 7	7.344 6
50	0.372 9	6.076 5	7.144 3
60	0.342 4	4.299 6	7.050 5
70	0.306 1	3.286 1	6.954 2
80	0.284 9	2.521 2	6.930 2
90	0.270 4	2.031 9	6.837 2
100	0.268 1	1.689 0	6.859 5

## 4 结 论

针对机载武器可攻击区求解问题,本文提出改进回溯法并应用其进行机载武器可攻击区的研究。针对可攻击区的定义,分别考虑直升机和机载航炮的数学模型,基于最小二乘法预测目标轨迹,建立瞄准命中方程;提出改进回溯法对机载航炮可攻击区边界进行搜索,将可攻击区求解问题转化为空间树优化问题,引入搜索优先级函数和剪枝函数来提高搜索效率,仿真验证了所提方法的可行性和有效性。该方法将改进回溯法应用于武装直升机机载航炮的可攻击区搜索,为后续的机载无控武器的可攻击区研究提供了重要参考。

### 参考文献:

- [1] ARDIL C. Military attack helicopter selection using distance function measures in multiple criteria decision making analysis[J]. International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering, 2022, 16(2): 20-27.
- [2] 任新联,李刚.美国无人机载空地导弹发展现状及趋势[J].飞航导弹,2021(4): 59-62.  
REN Xinlian, LI Gang. Development status and trend of U.S. unmanned air to ground missiles[J]. Aeronautical Missiles, 2021(4): 59-62.
- [3] 周志刚.航空综合火力控制原理[M].北京:国防工业出版社,2008.  
ZHOU Zhigang. Principles of aviation integrated fire control[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.
- [4] JOSEPH W H. Air-to-air missile engagement analysis using the USAF trajectory analysis program (TRAP) [C]//Proceedings of AIAA Flight Simulation Technologies Conference. San Diego, CA: [s.n.], 1996: 148-158.
- [5] 胡东愿,刘会亮.导弹发射包线指数优化搜索仿真分

析[J].宇航学报,2020,41(10): 1350-1360.

- HU Dongyuan, LIU Huiliang. Simulation analysis of missile launch envelope index optimization search[J]. Acta Astronautica Sinica, 2020, 41(10): 1350-1360.
- [6] 胡东愿,杨任农,闫孟达.基于自编码网络的导弹攻击区实时计算方法[J].航空学报,2020,41(4): 231-247.  
HU Dongyuan, YANG Rennong, YAN Mengda. Real time calculation method of missile attack area based on self coding network[J]. Acta Aeronautica Sinica, 2020, 41(4): 231-247.
  - [7] HUI Yaoluo, NAN Ying, CHEN Shaodong. Dynamic attack zone of air-to-air missile after being launched in random wind field[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(5): 1519-1528.
  - [8] 张超然,吕余海.基于置信度神经网络的机载武器攻击区拟合算法[J].弹箭与制导学报,2021,41(4): 120-124.  
ZHANG Chaoran, LYU Yuhai. Fitting algorithm of airborne weapon attack area based on confidence neural network [J]. Journal of Missiles and Guidance, 2021, 41(4): 120-124.
  - [9] MENG Guanglei, PAN Haibing, LIANG Xiao. Allowable missile launch zone calculation for multi-fighter coordination attack under network targeting environment[C]//Proceedings of the 2016 28th Chinese Control and Decision Conference (CCDC). Yinchuan, China: [s.n.], 2016: 2143-2146.
  - [10] 吴胜亮,南英.空空导弹射后动态可攻击区计算[J].弹箭与制导学报,2013,33(5): 49-54.  
WU Shengliang, NAN Ying. Calculation of dynamic attack area of air-to-air missile after launch[J]. Journal of Missiles, Arrows and Guidance, 2013, 33(5): 49-54.
  - [11] 杨梅梅.双机协同攻击区重叠区域显示模型研究[D].西安:西安科技大学,2020.  
YANG Meimei. Bayberry research on display model of overlapping area of dual aircraft cooperative attack area[D]. Xi'an: Xi'an University of Science and Technology, 2020.
  - [12] 方学毅,刘俊贤,周德云.基于背景插值的空空导弹攻击区在线模拟方法[J].系统工程与电子技术,2019,41(6): 1286-1293.  
FANG Xueyi, LIU Junxian, ZHOU Deyun. Online simulation method of air-to-air missile attack area based on background interpolation[J]. Systems Engineering and Electronic Technology, 2019, 41(6): 1286-1293.
  - [13] WANG Zhihong, WEI Xianzhi, ZHENG Xiaofei. Air-to-ground attack decision-making of controlling trajectory based on RHC-PSO[C]//Proceedings of the

- 2017 5th International Conference on Mechatronics, Materials, Chemistry and Computer Engineering (IC-MMCCE 2017). Chongqing, China: Atlantis Press, 2017: 1129-1137.
- [14] 张瑜. 直升机航炮对机动目标射击效力研究[D]. 太原: 中北大学, 2020.  
ZHANG Yu. Research on firing effectiveness of helicopter gun against maneuvering target[D]. Taiyuan: North University of China, 2020.
- [15] 孔德鹏, 常天庆, 郝娜. 地面作战目标威胁评估多属性指标处理方法[J]. 自动化学报, 2021, 47(1): 161-172.  
KONG Depeng, CHANG Tianqing, HAO Na. Multi attribute index processing method for ground combat target threat assessment[J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(1): 161-172.
- [16] HUANG Kang, LI Sheng, ZHANG Jie. Time registration algorithm based on motion model prediction [C]//Proceedings of the 2020 12th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics (IHMSC). Hangzhou, China: [s.n.], 2020: 158-161.
- [17] 徐啟云, 王洁, 罗畅. 无人机对地自主攻击方法仿真与研究[J]. 计算机仿真, 2015, 32(12): 55-59.  
XU Qiyun, WANG Jie, LUO Chang. Simulation and research of unmanned aerial vehicle's autonomous attack on the ground [J]. Computer Simulation, 2015, 32(12): 55-59.
- [18] JOSIAH T, DAVID B, ADAM R. Release point determination and dispersion reduction for ballistic air-drops[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 38(11): 2227-2235.
- [19] HSING-CHIH T. Improving backtracking search algorithm with variable search strategies for continuous optimization[J]. Applied Soft Computing Journal, 2019, 80(7): 567-578.
- [20] ZHU Jiahua, JIANG Xianliang, YU Yan. An efficient priority-driven congestion control algorithm for data center networks[J]. China Communications, 2020, 17(6): 37-50.

(编辑: 胥橙庭)