

DOI:10.16356/j.1005-2615.2023.05.019

## 考虑滑移的螺栓连接动力学建模方法

杨浩然, 安鲁陵, 邹礼洋, 梁中汉, 刘智通

(南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

**摘要:** 螺栓连接结构受载时经常会出现滑移, 这种滑移会影响结构的动力学性能, 继而对结构的性能和寿命造成影响。本文以双螺栓连接结构为对象, 通过实验和数值仿真手段研究滑移对结构模态特性的影响。实验结果表明, 预紧力的增大会导致共振频率上升, 而随着激励幅值增大, 共振频率下降且每个周期能量耗散量对模态力的梯度增大。基于实验结果, 结合考虑滑移的 Iwan 模型理论, 建立非线性动力学模型, 应用四阶龙格库塔法进行求解。根据计算结果对宏观滑移情况下的结构模态进行分析, 发现此时二阶弹性模态中的共振频率下降量增大, 能量耗散量对模态力的梯度降低。该数值计算模型可以很好地表征螺栓连接结构的模态特性, 且计算效率高。

**关键词:** 螺栓连接; 连接结构动力学特性; Iwan 模型; 能量耗散

中图分类号: V216.2; V229

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2023)05-0924-09

### Dynamics Modeling Method of Bolted Connection Considering Slip

YANG Haoran, AN Luling, ZOU Liyang, LIANG Zhonghan, LIU Zhitong

(College of Mechanical & Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** Slip often occurs when the bolted connection structure is loaded, and this slip will affect the dynamics performance of the structure, and then affect the performance and life of the structure. In this paper, taking the double-bolt connection structure as the object, the influence of slip on the structural modal characteristics is studied by experiments and numerical simulations. The experimental results show that the increase of the preload will lead to the increase of the resonant frequency, and with the increase of the excitation amplitude, the resonant frequency decreases and the gradient of the energy dissipation per cycle to the modal force increases. Based on the experimental results, combined with the Iwan model theory considering slip, a nonlinear dynamics model is established, and the fourth-order Runge-Kutta method is used to solve it. According to the calculation results, the structural mode under the condition of macro-slip is analyzed, and it is found that the resonance frequency drop in the second-order elastic mode increases, and the gradient of the energy dissipation to the modal force decreases. The numerical calculation model can well characterize the modal characteristics of the bolted connection structure, and the calculation efficiency is high.

**Key words:** bolted joint; dynamics characteristics of connected structures; Iwan model; energy dissipation

在飞机技术状态检查鉴定中发现飞机结构中紧固件失效占机体结构失效的比例约为 20%<sup>[1-2]</sup>。振动是导致机械连接失效的重要因素, 连接结构的阻尼具有负载相关性<sup>[3]</sup>。文献[4]对飞行器径向连接螺栓振动断裂进行分析, 认为螺栓断裂的原因是

低频共振疲劳。上述问题频繁发生且机制复杂, 本文从连接结构动力学特性的角度, 研究考虑滑移的螺栓连接结构动力学仿真方法。

与机床, 汽车等结构中螺栓主要通过螺栓预紧力提供的摩擦力承载不同, 飞机由于其对质量的敏

**基金项目:** 国家自然科学基金(51975280); 教育部工程研究中心基本科研业务费(NJ2022006)。

**收稿日期:** 2023-02-27; **修订日期:** 2023-05-16

**通信作者:** 安鲁陵, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: anlme@nuaa.edu.cn。

**引用格式:** 杨浩然, 安鲁陵, 邹礼洋, 等. 考虑滑移的螺栓连接动力学建模方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2023, 55(5): 924-932. YANG Haoran, AN Luling, ZOU Liyang, et al. Dynamics modeling method of bolted connection considering slip [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(5): 924-932.

感性,往往需要螺栓自身承载<sup>[5-6]</sup>,不可避免的是承载过程中螺栓连接结构中出现滑移,当滑移发生时螺栓连接是飞机结构的重要阻尼源,且滑移导致阻尼具有一定的非线性<sup>[7]</sup>。然而,阻尼在螺栓连接中的振幅依赖性难以预测。对于许多系统,线性黏性阻尼模型似乎捕捉了接近低振幅下的结构响应,但随着响应级别的增加,阻尼会显著变化<sup>[8]</sup>。为了建立考虑滑移的非线性动力学模型,Iwan<sup>[9-10]</sup>最先提出了描述连接结构滞回行为的数学模型,其核心思想是将连接系统视为由一系列黏着或滑移状态的带有弹簧的滑块组成,这些弹簧刚度系数相同、滑块阈值不同的单元被用来描述因被连接件表面粗糙度和塑性变形导致的非线性行为,但这种模型系统每个接头是离散的,每个离散的接头需要特定参数,这些参数缺乏实际意义难以确定。在此基础上,Segalman<sup>[11]</sup>为了便于确定相关参数,开发了更有实际意义的四参数Iwan模型,该模型捕捉到了螺栓受载后的滑移效应,并已被证明重现了在广泛的测试和建模活动中观察到的真实搭接接头的行为,包括在微滑移阶段观测到的幂律能量耗散。Segalman等<sup>[12]</sup>从不同的过零点开始的脉冲测试中获取速度时间响应数据。通过这种方式对数据进行后处理,他观察到400~600 Hz范围的高振幅在几个周期后显著下降,认为大部分的能量耗散发生在瞬态的早期。Li等<sup>[13]</sup>在此基础上提出了新的计算方法,使用六参数Iwan模型,更准确地捕捉螺栓受剪切载荷下的滑移行为。在过去的十年中,四参数Iwan模型已经被用于预测具有少量连接结构的振动,但该模型在处理存在大量接头的结构时使用效果不好。这是由于当对单个关节建模时,每个关节可能需要一组独特的参数,这意味着必须推导出过多的参数来描述感兴趣的系统。另一方面,当响应中有少量模态活跃时,最近的测量表明,一个更简单的模型可能就足够了,Segalman等<sup>[14-15]</sup>在模态框架中应用了四参数Iwan模型来描述来自螺栓连接结构的实验数据。Brake<sup>[16]</sup>为了提高计算效率,使用了缩减固定Iwan模型,在计算Iwan模型中滑块的滑移情况时,不采用具体的滑块,而是用一个概率分布来描述滑块的滑移状态。Fantetti等<sup>[17]</sup>研究了微动磨损对结构动力学的影响,Li等<sup>[18]</sup>在考虑了磨损的基础上,分析了磨损对高预紧力螺栓的切向滑移性能的影响,发现宏观滑移会导致明显磨损,导致宏观滑移力减小,并提出了新的本构模型。Lacayo等<sup>[19]</sup>使用有限元仿真与集中质量法仿真对脉冲激励下的模态Iwan模型局限性进行了研究,发现阻尼在微观滑移阶段可以增长两个数量级,且模态Iwan模型的准确性与该模态是否占据主导性有关,解耦后的

有效阻尼可能存在几十个百分点的误差。Jewell等<sup>[20]</sup>使用准静态模态分析方法对螺栓连接结构进行有限元试验,仿真记录了螺栓节点的接触压力和形变,一定程度上反映了试验中与载荷相关的共振频率与阻尼比的变化。近年来中国相关研究人员也对接头的动力学建模方法进行了研究,但研究内容主要集中在螺栓结合面的建模方法上,例如文献[21]对机床螺栓结合面力学特性机理研究与应用。

本文旨在针对飞机方向舵中使用的被连接件是复材与钢的单搭接螺栓连接结构开发一个模型,该模型可以捕捉模态特征的变化,同时保持线性模型主体的简单性。由于模型的非线性与连接中的滑移相关,当发生微滑移时,结构的整体响应通常近似为线性;当发生宏观滑移时,紧固件中出现塑性变形同时螺栓夹紧力发生变化,影响结构刚度和能量耗散系数,导致整体响应出现非线性。本文针对本实验对象建立了并联黏性阻尼的Iwan模型,并结合试验验证了模型的有效性。

## 1 考虑滑移的连接结构动力学模型

建立滑移的连接结构动力学模型的基本思路是使用Iwan模型来描述因螺栓连接黏滑效应导致的动力学非线性问题。为了提高模型在线性段的阻尼和共振频率的准确性,本文将Iwan模型与黏性阻尼与弹簧并联使用。

### 1.1 Iwan模型

离散的Iwan模型中单个接头单元的载荷位移关系 $F_N(u)$ 如图1所示。螺栓连接中的滑移是逐步出现的且与载荷幅值相关,Iwan模型由Jenkins单元并联而成,单个Jenkins单元由滑块和带有阈值的弹簧串联而成。 $\phi_i$ 为第*i*个弹簧伸长量阈值, $x(t, \phi_i)$ 为*t*时刻第*i*个滑块位移, $k$ 为与该滑块串联的弹簧刚度系数,单个滑块受力小于 $k\phi_i$ 时不出现滑动,或者说当宏观滑动量超过单个弹簧伸长量阈值时该滑块发生局部滑移,当宏观滑动量超过所有弹簧伸长率阈值时该滑块发生宏观滑移,即有

$$\begin{cases} u(t) > \phi_i, x(t, \phi_i) > 0, u(t) - x(t, \phi_i) = \phi_i \\ u(t) \leq \phi_i, x(t, \phi_i) = 0, u(t) - x(t, \phi_i) = u(t) \end{cases} \quad (1)$$

满足螺栓黏滑行为的Iwan模型中Jenkins单元的概率密度满足图2(a)所示分布,并且如图2(b)所示,在局部滑移情况下外部激励幅值与能量耗散的对数之间存在线性关系<sup>[11]</sup>。图2中 $R$ 和 $x$ 为弹簧伸长量阈值的截断幂律分布相关系数; $\phi_{\max}$ 为幂律分布截断处弹簧伸长量阈值; $S$ 为狄拉克函数强度值; $F_c$ 为载荷幅值; $D$ 为能量耗散。

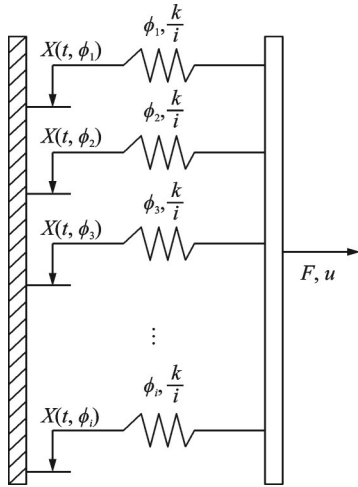
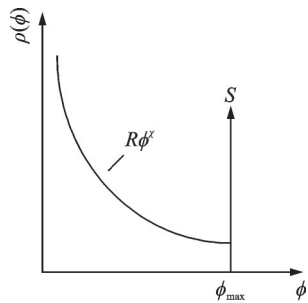
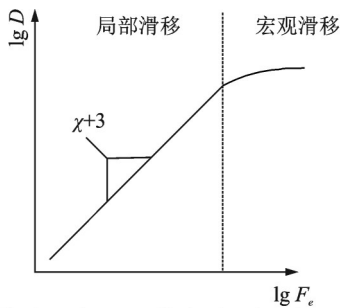


图1 Iwan模型  
Fig.1 Iwan model



(a) Probability density function



(b) Load amplitude and energy dissipation function of single cycle

图2 使用4个参数R,S,phi\_max和chi描述的Iwan模型

Fig.2 Four parameters parallel Iwan model using R,S,phi\_max and chi

Jenkins 单元的密度  $\rho(\cdot)$  定义为一个截断的幂律分布,在宏观滑移的阈值  $\phi_{max}$  处以强度为  $S$  的狄拉克函数终止。式(2)中  $H(\cdot)$  为单位阶跃函数。根据胡克定律将符合式(2)分布的 Iwan 模型的载荷位移关系写成积分形式如式(3)所示,将式(1)代入式(3)得到式(4),即有

$$\rho(\phi) = R\phi^\chi [H(\phi) - H(\phi - \phi_{max})] + S\delta(\phi - \phi_{max}) \quad (2)$$

$$F_N(u(t)) = \int_0^\infty \rho(\phi) [u(t) - x(t, \phi)] d\phi = \int_0^{\phi_{max}} R\phi^\chi [u(t) - x(t, \phi)] d\phi + S[u(t) - x(t, \phi_{max})] \quad (3)$$

$$F_N(u(t)) = \begin{cases} \frac{R}{\chi+2} \phi_{max}^{\chi+2} + \frac{R}{(\chi+1)(\chi+2)} u(t)^{\chi+2} + Su(t) & u(t) \in (0, \phi_{max}] \\ \frac{R}{\chi+2} \phi_{max}^{\chi+2} + S\phi_{max} & u(t) \in (\phi_{max}, +\infty) \end{cases} \quad (4)$$

Segalman<sup>[14]</sup>认为4个参数  $R, S, \phi_{max}$  和  $\chi$  可以转换为更有物理意义的参数  $F_s, K_T, \chi$  和  $\beta$ 。这里,  $F_s$  指启动宏观滑移所需的力,  $K_T$  是刚发生局部滑移的切线刚度,  $\chi$  和  $\beta$  为能量耗散相关系数,有

$$S = \frac{K_T \beta}{\beta + 1} \quad (5)$$

$$\phi_{max} = \frac{F_s(\chi+2)}{(\chi+1)(K_T - S) + S(\chi+2)} \quad (6)$$

$$R = \frac{(\chi+2)(F_s - S\phi_{max})}{\phi_{max}^{\chi+2}} \quad (7)$$

对于多个螺栓的连接结构动力学建模问题,考虑接头滑移问题,  $F_J(u)$  为由单个节点力  $F_N(u)$  组成的矩阵,使用矩阵  $F_J(u)$  引入离散接头单元中的节点力,该结构的机械运动动力学方程可以写成

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + K_\infty u + F_J(u) = F_{ext} \quad (8)$$

式中:  $M, C$  和  $K_\infty$  分别为质量、阻尼和宏观滑移时的结构刚度矩阵,  $u, \dot{u}$  和  $\ddot{u}$  分别为位移、速度和加速度向量。矢量  $F_{ext}$  表示随时间变化的外部载荷。由于 Iwan 模型在不出现滑移和出现宏观滑移时整体响应近似线性,当出现宏观滑移时, Iwan 模型中所有弹簧的伸长量均达到阈值,转化为线性动力学模型,此时连接结构的共振频率和振型可通过求解线性刚度矩阵式(9)的特征值和特征向量得到

$$(K_\infty - \omega_{\infty}^2 M) \varphi_{\infty r} = 0 \quad (9)$$

使用模态变换(式(10~12))对动力学方程组进行解耦,式(8)可写成式(13)的形式,有

$$u = \varphi_\infty q, u_r = \varphi_{\infty r} q_r \quad (10)$$

$$\omega_\infty = \sqrt{\frac{K_\infty}{M}} \quad (11)$$

$$C_c = 2M\omega_\infty, \zeta_\infty = \frac{C}{C_c} \quad (12)$$

$$\ddot{q}_r + 2\zeta_{\infty r} \omega_{\infty r} \dot{q}_r + \omega_{\infty r}^2 q_r + \varphi_{\infty r}^T F_J(\varphi_\infty q_r) = \varphi_{\infty r}^T F_{ext} \quad (13)$$

式(10)中:  $\varphi_\infty$  为出现宏观滑移时的振型;  $q$  为模态转移;  $\varphi_{\infty r}$  为宏观滑移时  $r$  阶模态振型;  $q_r$  为  $r$  阶模态位移;  $\omega_\infty$  为出现宏观滑移时连接结构共振频率;  $C_c$  为出现宏观滑移时连接结构阻尼系数;  $\zeta_\infty$  为出现宏观滑移时连接结构阻尼比。

基于模态耦合作用可以忽略的基本假设,  $F_{ext}$



为  $r$  阶非线性接头力, 接头单元中的节点力是可以写成模态坐标下的函数, 写成模态形式为  $\hat{F}_N(q_r)$ , 外部激励可以写成模态力形式  $\varphi_{\infty r}^T F_{\text{ext}} = \hat{F}_e$ 。

$$\ddot{q}_r + 2\zeta_{\infty r} \omega_{\infty r} \dot{q}_r + \omega_{\infty r}^2 q_r + \hat{F}_N(q_r) = \hat{F}_e \quad (14)$$

式(13)可写成式(14), 其中  $\omega_{\infty, r}$  为模型中所有接头出现宏观滑移时的各阶共振频率。这时 Iwan 模型被转化为模态 Iwan 模型, 其中  $\hat{F}_N(q_r)$  可以用模态坐标下的 4 个参数  $\hat{F}_s, \hat{K}_T, \hat{\chi}, \hat{\beta}$  表示。图 3 中,  $\hat{F}_s$  指模态坐标下启动宏观滑移所需的力,  $\hat{K}_T$  为模态坐标下刚发生局部滑移的切线刚度,  $\hat{\chi}$  和  $\hat{\beta}$  为模态坐标系下能量耗散相关系数, 用模态坐标下的 Iwan 模型可以只针对感兴趣的模态进行分析, 根据结构模态试验结果确认  $\hat{F}_s, \hat{K}_T, \hat{\chi}, \hat{\beta}$ , 避免多个螺栓连接情况下难以确定每个螺栓连接处节点力的困难。

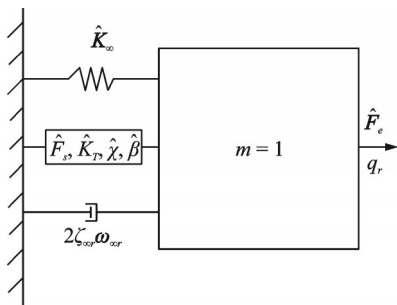


图 3 模态坐标下使用并联黏性阻尼的 Iwan 模型

Fig.3 Iwan model with parallel viscous damping in modal coordinates

### 1.2 模态坐标下 Iwan 模型中待定参数计算方法

为了确定模态 Iwan 模型中模态四元数  $\{\hat{K}_T, \hat{F}_s, \hat{\chi}, \hat{\beta}\}$ , 需要对连接结构进行实验, 并根据实验结果进行拟合。实验需要使用锤击法测量自由振动下低阶模态频率变化以及能量耗散系数。

自由振动下加速度响应信号近似为

$$a(t) = e^{P(t)} \cos(\omega(t)t) \quad (15)$$

式中:  $e^{P(t)}$  为响应包络线;  $\omega(t)$  为瞬时频率, 通过计算过零点的时间差得到;  $P(t)$  通过识别加速度峰值和一阶线性拟合峰值的对数来确定; 通过对动能的变化峰值  $E_k$  求导, 计算动能峰值后乘以周期, 以估算单个周期能量耗散系数  $D$ , 有

$$E_k = M a_p = M \omega e^{P(t)} \quad (16)$$

$$D \approx \frac{dE_k}{dt} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega} \frac{dP(t)}{dt} E_k \quad (17)$$

式中:  $a_p$  为单个周期内加速度信号幅值。

$\hat{\chi}$  通过与低外载荷水平 (Low force levels) 下的能量耗散  $D$  对数和模态力  $\hat{F}_{e,r}$  对数的数据拟合

得到

$$\hat{\chi} = \lg D / \lg \hat{F}_{e,r} - 3 \quad (18)$$

当所有接头未出现滑移时, Iwan 模型整体响应近似线性, 模态 Iwan 模型中所有弹簧刚度系数之和为  $\hat{K}_{0,r} = \hat{K}_{T,r} + \hat{K}_{\infty,r}$ , 此时连接结构的共振频率和振型可通过求解刚度矩阵得到  $(K_0 - \omega_{0r}^2 M) \varphi_{0r} = 0$ , 由于模态归一化后模态质量为单位矩阵, 如图 4 所示, 每个模态的模态关节刚度可使用式(19)近似求得

$$\hat{K}_{T,r} = \hat{K}_{0,r} - \hat{K}_{\infty,r} = \omega_{0,r}^2 - \omega_{\infty,r}^2 \quad (19)$$

而  $\hat{F}_s$  选取拟合曲线斜率绝对值最大的点处对应的模态力。

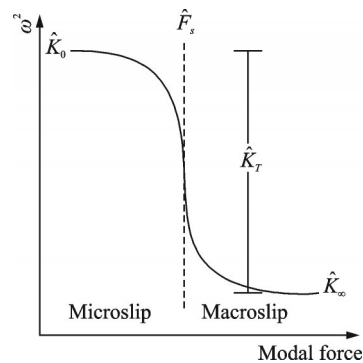


图 4 模态 Iwan 模型中  $\hat{F}_s, \hat{K}_T$  的估算方法

Fig.4 Estimation method of  $\hat{F}_s, \hat{K}_T$  in modal Iwan model

在确定  $\hat{K}_T, \hat{F}_s, \hat{\chi}$  后,  $\hat{\beta}_r$  可以参考式(20)进行确定。式(20)的推导过程详见参考文献[16]。但实际拟合过程中发现使用该公式确定的  $\hat{\beta}$  往往偏大, 因此确定该参数时需要根据实际情况进行调整。

$$\hat{F}_{s,r} = \left[ \frac{4(\hat{\chi}_r + 1) \hat{K}_{\hat{F}_s, \hat{K}_T}^{\hat{\chi}_r + 2} \left( \hat{\beta}_r + \frac{\hat{\chi}_r + 1}{\hat{\chi}_r + 2} \right)^{\hat{\chi}_r + 1}}{\hat{C}_r K_{\infty,r}^{3 + \hat{\chi}_r} (2 + \hat{\chi}_r)(3 + \hat{\chi}_r)(1 + \hat{\beta}_r)^{\hat{\chi}_r + 2}} \right]^{\frac{1}{\hat{\chi}_r + 1}} \quad (20)$$

## 2 双螺栓连接结构动力学实验

该实验是为了验证上述理论的有效性, 参考模型垂尾结构中的几何尺寸与材料属性, 使用两个螺栓将结构连接起来, 在自由边界条件下完成测试, 从而分析螺栓预紧力和外载荷幅值对连接结构动力学响应的影响。

### 2.1 实验设计

本实验结构由钢制被连接件, 复材被连接件, 两个螺栓和螺母构成, 各零件的尺寸如图 5 所示。实验中, 两个 M6 螺栓会被使用不同扭矩 5、10、

13 N·m 拧紧,并用力锤施加不同冲击载荷,实验中使用的拧紧扭矩和力锤测量的冲击力如表 1 所示。本实验使用的力锤灵敏度 3.73 mV/N,加速度传感器灵敏度 48.41 mV/G,采样率 10 240 Hz,分析频宽 4 000 Hz,采样点数 32 768,  $\Delta f = 0.313$  Hz,采样时长 3.2 s,冲击力平均类型为 3 次激励的线性平均(标准差小于 10 N)。实验结构与边界条件的照片如图 6 所示。

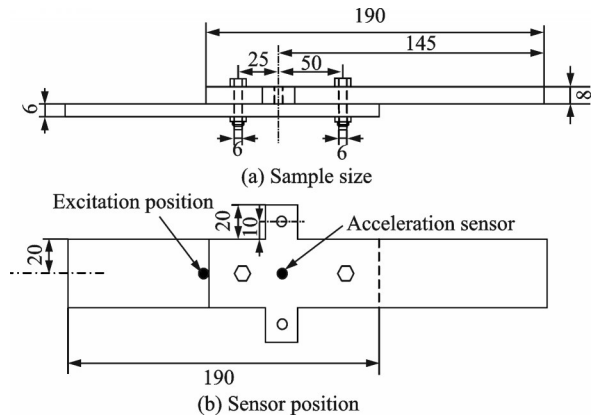


图 5 试样尺寸和传感器位置  
Fig. 5 Sample size and sensor position

表 1 实验组编号和冲击力平均值

Table 1 Experimental group number and average impact force

编号	冲击力/N	编号	冲击力/N	编号	冲击力/N
T13-1	76	T10-1	720	T5-1	560
T13-2	92	T10-2	1 010	T5-2	
T13-3	152	T10-3	1 680	T5-3	1 630
T13-4	211	T10-4	2 160	T5-4	2 580
T13-5	269	T10-5	3 160	T5-5	3 060
T13-6	324	T10-6	3 940	T5-6	3 760
T13-7	543	T10-7	4 550	T5-7	4 560
T13-8	658	T10-8	5 320	T5-8	5 900
T13-9	661	T10-9	6 370	T5-9	6 420
T13-10	770	T10-10	7 450	T5-10	7 580

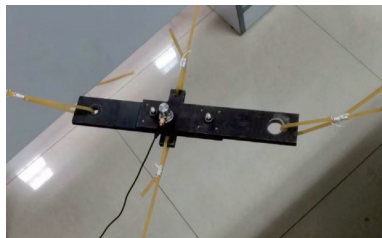


图 6 实验结构与边界条件的照片  
Fig. 6 Photographs of experimental structures and boundary conditions

2.2 实验步骤

(1)对试样建立自由边界条件,使用橡皮绳将

被测试样固定起来,保证用于支承系统的弹性频率远低于试件结构的最低分析频率。

(2)使用力锤对试样施加外载荷,使用加速度传感器测量时域响应,改变冲击力的大小得到 10 组不同冲击力下全部测点的时域响应。

(3)拆下螺栓,通过改变拧紧力矩的方法改变预紧力,由于使用的是自锁螺母,自锁扭矩约为 2 N·m,3 种不同拧紧扭矩分别为 5、10 和 13 N·m,针对不同预紧力重复步骤 2。

(4)对时域信号进行快速傅利叶变换,得到前 3 阶共振频率,进行滤波后计算能量耗散系数,结合前文的方法计算低阶模态的模态 Iwan 模型参数,以及不同预紧力下的模态 Iwan 模型参数。

2.3 实验结果分析

首先为了验证螺栓连接动力学特性具有负载相关性,对拧紧扭矩为 13 N·m 的 T13 组加速度时域信号进行快速傅利叶变换,得到前 3 阶共振频率。T13 组中 1 阶与 3 阶共振频率随冲击力的增大呈下降趋势,冲击力从 76 N 增加到 770 N 的过程中,2 阶共振频率由 1 077 Hz 逐渐降低为 1 073.2 Hz,下降速率平稳,说明连接结构在较大冲击力下不能视为连续体,螺栓与被连接件间出现微观滑移,并反映在共振频率上,共振频率有负载相关性。为了进一步研究拧紧扭矩对共振频率的影响,对 T10 组和 T5 组数据进行快速傅里叶变换,得到的频谱与 T13 组进行对比,选取负载水平一致的 T13-9, T10-9, T5-9 组的频谱进行对比,结果如图 7 所示。实验结果表明螺栓连接共振频率与扭矩有关,共振频率随扭矩增大而增大,扭矩从 7 N·m 增大到 13 N·m 时,1 阶共振频率从 479.3 Hz 增大到 507.5 Hz,2 阶共振频率由 1 033.4 Hz 增大到 1 073.8 Hz,3 阶共振频率由 2 527.1 Hz 增大到 2 572.3 Hz,说明拧紧扭矩对共振频率影响较大。

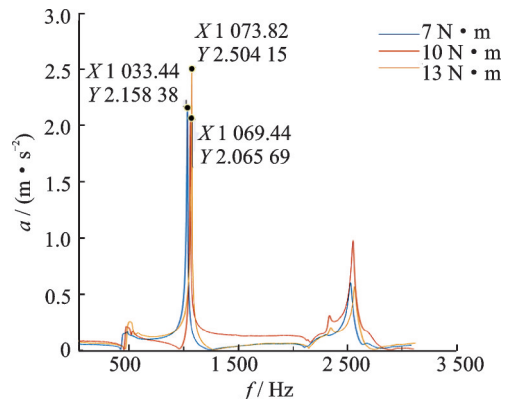


图 7 不同拧紧扭矩下结构共振频率实验结果  
Fig. 7 Experimental results of structural resonance frequencies under different tightening torques

对 T13 组进行模态分析发现,2 阶共振频率随着冲击力的增大单调递减,1 阶和 3 阶共振频率总体趋势下降但存在突变,导致突变的机理还有待分析,本文为了描述实验中观测 2 阶模态共振频率变化的现象,基于前文理论,使用式(15~20)对模态 Iwan 模型参数进行估算,计算结果如表 2 所示,但由于未观察到宏观滑移阶段,  $\hat{K}_\infty$  仅为一个估测值,根据大冲击力下的共振频率进行估算。

表 2 不同拧紧扭矩下的 2 阶模态 Iwan 参数

Table 2 Iwan parameters of second-order mode on different tightening torque

拧紧扭矩/(N·m)	7	10	13
$\hat{K}_\infty$	1.01e6	1.08e6	1.12e6
$\hat{F}_s$	1345	1612	2321
$\hat{K}_T$	6.1e4	6.3e4	4.2e4
$\hat{\chi}$	-0.32	-0.26	-0.22
$\hat{\beta}$	2.2	2.4	4

对比不同扭矩下的模态 Iwan 参数发现,  $\hat{K}_\infty$  随预紧力增大有增大的趋势,其代表的物理意义是随着预紧力增大,结构整体的刚度也有所增大;  $\hat{K}_T$  随着预紧力增大有所下降趋势,其代表的物理意义是预紧力增大会降低因锤击力幅引起共振频率的偏移;滑移力相关的参数  $\hat{F}_s$  随着拧紧扭矩的增大有所增大,其代表的物理意义是预紧力越大时需要更大的外力才能使接头产生滑移;随着预紧力增大,  $\hat{\chi}$  和  $\hat{\beta}$  呈上升趋势,说明随着预紧力增大,相同外载条件下局部滑移阶段的能量耗散速度增大,模态伊万模型的阻尼非线性增强。

### 3 数值仿真模型

前文已经介绍了如何根据考虑滑移的动力学模型推导出模态 Iwan 模型的阻尼和共振频率的表达式,并设计实验验证了复材与金属螺栓连接结构中存在动力学非线性问题,发现螺栓预紧力和激励幅值会改变共振频率和阻尼。根据模态 Iwan 模型理论,计算了实验结构对应的模态 Iwan 模型参数。本节主要介绍如何建立基于 Iwan 模型的连接结构数值仿真模型,并使用该模型描述实验中观测到的动力学特性的变化。

本文建立了一个并联黏性阻尼的三质量螺栓连接动力学模型,如图 8 所示,模型由 3 个不同质量的滑块、黏性阻尼单元、相同刚度的线性弹簧和离散 Iwan 单元组成,使用式(8)描述该模型,模型中使用的矩阵如式(21~24)所示,将式(4)代入式(24),

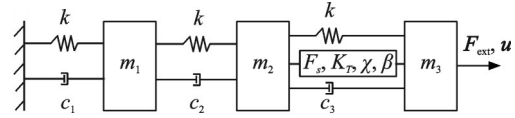


图 8 三质量螺栓连接动力学模型

Fig.8 Dynamics model of three-mass bolted joint

用于描述由螺栓滑移引发的非线性,其中离散 Iwan 模型参数由表 2 中模态伊万参数转化得到,有

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$K_\infty = \begin{bmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & k \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$C = M\phi_\infty \text{diag} [2\omega_{\infty r} \zeta_{\infty r}] \phi_\infty^T M \quad (23)$$

$$F_j(u) = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_N(u_2 - u_3) \\ -F_N(u_2 - u_3) \end{Bmatrix} \quad (24)$$

该问题的数学模型是 2 阶常微分方程组,为计算其数值解,本文使用 4 阶龙格库塔法对该非线性动力学方程进行求解,若要获得 4 阶龙格库塔格式,需要对 13 个待定系数进行求解,此处取其中一个简单解从而得到适用于本方程组的 4 阶龙格-库塔公式<sup>[22]</sup>,如式(25)所示,其中  $\frac{du}{dt} = v, h$  为步长。

$$\begin{cases} L_1 = f(t_i, u_i, v_i) \\ L_2 = f(t_i + 1/2h, u_i + 1/2v_i h, v_i + 1/2L_1 h) \\ L_3 = f(t_i + 1/2h, u_i + 1/2v_i h + 1/2L_1 h, v_i + 1/2L_2 h) \\ L_4 = f(t_i + h, u_i + v_i h + L_2 h, v_i + L_3 h) \\ v_{i+1} = v_i + 1/6h(L_1 + 2L_2 + 2L_3 + L_4) \\ u_{i+1} = u_i + v_i h + 1/3h(L_1 + L_2 + L_3) \end{cases} \quad (25)$$

结构初始状态为静止状态,  $u_0 = 0, v_0 = 0$ , 频率分辨率 0.1 Hz 以上,步长  $h = 1e - 5$  时仿真精度可以满足要求。选取实验中 T13-1 组中测试得出的共振频率作为未出现滑移时的共振频率,对  $M, K_\infty$  进行调整以满足数值仿真结果与实验结果具有相同的前 3 阶共振频率,对实验 T13-1 组响应信号进行带通滤波,通频带为 1000~1100 Hz 得出响应信号的衰减速率,对仿真中  $\zeta_{\infty,2}$  进行调整,使仿真中加速度响应信号衰减速率与实验中保持一致。仿真中使用的参数为  $m_1 = 2, m_2 = 0.43, m_3 = 1.1, \zeta_{\infty,2} = [1, 1, 1]^T \cdot e - 2, k = 1.12e6$ 。



### 4 仿真与实验对比分析

通过对比实验与仿真结果发现前3阶模态共振频率随着模态力增大出现下降,由于前3阶模态的模态特性变化规律具有很高的相似性,本文主要介绍2阶模态变化情况。如图9、10所示,2阶共振频率的实验与仿真结果一致性较好,模态阻尼比在锤击力较小时与实验结果一致性最好,当锤击力较大时仿真中的阻尼比相较实验结果偏小。对比T13-1与T13-10组2阶共振频率,发现冲击力从76 N增大到770 N时共振频率下降了3.8 Hz,如图9所示。仿真分析的共振频率在局部滑移阶段与实验结果吻合度达到99%以上,可以反映出外载荷变化对共振频率的影响,证明了仿真方法在共振频率方面的有效性。虽然2阶共振频率出现了下降,却并未达到理论分析中的平稳段,可能是由于本实验结构受到的锤击力有限,共振频率并没有下降到极值,即并没有完全达到宏观滑移。作者使用局部滑移阶段与实验结果一致性很好的模型对达到宏观滑移后的共振频率进行预测,发现达到完全宏观滑移时2阶共振频率下降约20 Hz。图11中给出了实验与仿真模型在不同外部激励下得到的

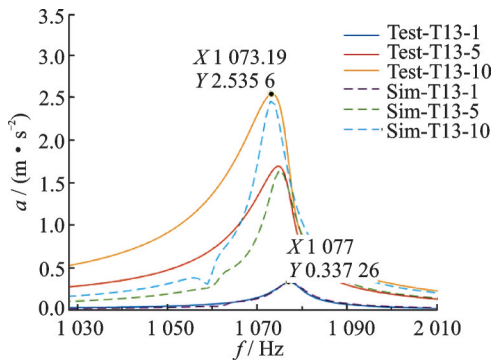


图9 拧紧扭矩为13 N·m的螺栓连接结构在不同冲击力下共振频率实验与仿真结果

Fig.9 Experimental and simulation results of resonance frequency of bolt-connected structure with a torque of 13 N·M under different impact forces

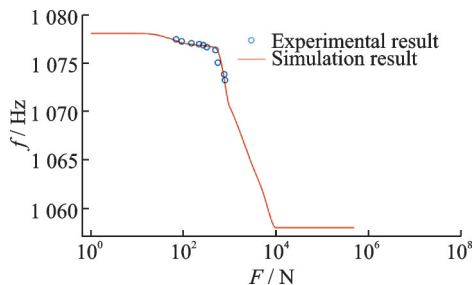


图10 2阶共振频率与模态力关系的实验与仿真结果  
Fig.10 Experimental and simulation results of the relationship between the second-order resonance frequency and the modal force

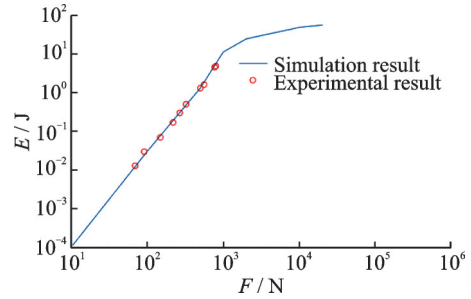


图11 2阶模态能量耗散与模态力关系的实验与仿真结果  
Fig.11 Experimental and simulation results of the relationship between second-order modal energy dissipation and modal force

模态能量耗散与模态力之间的关系。实验结果表明在局部滑移阶段能量耗散系数的对数与模态力的对数线性相关,仿真分析与实验结果一致性很好,仿真分析中斜率约为2.71,略小于Iwan模型理论中的斜率为 $\hat{\gamma} + 3$ ,说明仿真中加入并联的黏性阻尼可以更准确地与实验结果相对应。仿真分析的能量耗散在局部滑移阶段与实验结果吻合度达到98%以上。根据仿真分析和实验结果可以看出,随着外部激励的增大,能量耗散量相较于对数线性模型有所增大,但仿真分析结果发现当模态力达到 $10^3$ 后函数梯度短暂增大后下降,达到稳定后能量耗散系数的对数与模态力的对数线性相关,且斜率小于局部滑移阶段。本算例计算耗时6.56 s,在保证精度的同时具有很高的计算效率。

总体来说并联黏性阻尼与Iwan模型的三质量螺栓连接动力学模型可以准确地模拟实验观测到的共振频率以及能量耗散系数的变化,证明了相关理论的有效性。

### 5 结 论

(1)本文对异质材料螺栓连接结构的动力学非线性进行实验研究,测试了螺栓预紧力及锤击力幅对结构动力学特性的影响。研究表明:一方面螺栓预紧力的增大会导致结构共振频率增大。另一方面模态力存在阈值,达到阈值时滑移对模态特性的影响不可忽略,当低于阈值时共振频率不变,能量耗散量的对数与模态力的对数线性相关,当模态力高于阈值时,锤击力的增大会导致共振频率减小,关节阻尼出现非线性,每个周期能量耗散量对模态力的梯度增大。

(2)本文针对实验中观测到的非线性现象进行数值仿真方法研究,结合带有黏性阻尼的Iwan模型理论对测试对象进行了基于集中质量法的动

力学建模。结合理论对异质材料螺栓连接的模态 Iwan 模型参数进行确定,使用常系数 2 阶微分方程的 4 阶龙格库塔求解方法对数学模型进行求解。在局部滑移段,仿真结果中结构共振频率特性可以达到 99% 以上的准确率,能量耗散特性可以在对数尺度达到 98% 以上的准确性。根据该仿真模型对宏观滑移阶段结构模态特性进行预测,发现 2 阶共振频率下降约 20 Hz,模态力达到  $10^3$  后,模态力对能量耗散量的函数梯度短暂增大后下降,达到稳定后能量耗散系数的对数与模态力的对数线性相关,且梯度小于局部滑移的线性段。此外仿真分析在保证精度的前提下,具有很高的计算效率。综上所述,为了减少飞机中螺栓连接失效频次,需要在设计阶段考虑滑移和预紧力变化对连接结构频响特性的影响,认识到复杂螺栓连接结构中特征频率不足以描述其实际的共振频率,实际的共振频率用特征频段描述更为准确,此外滑移发生时与阻尼相关的结构能量耗散系数需要根据试验结果进行修正,模态力与能量耗散系数的关系是非线性的,需要针对装配后的螺栓连接结构进行动力学特性测试,才能根据载荷谱更准确地对连接结构寿命进行测算。本文提供了一种考虑滑移的螺栓连接动力学建模方法,可用于对考虑滑移问题的螺栓连接模态特性进行数值分析。

本文采用的 Iwan 模型具有计算量小、分析结果准确的特点,可以对其动力学特性进行表征。但其仍有一些问题,如实验中触发宏观滑移的锤击力阈值较高,但力锤提供的能量输入较低,持续时间较短,实验结果只体现出了局部滑移阶段模态的变化,并没有反应宏观滑移后的模态变化;模型中的参数确定较为困难,部分参数需要在理论分析的基础上结合经验进行调节;该模型基于模态是不耦合的假设,模态之间的耦合作用被忽略。在后续的研究中作者将重新设计测试结构,增大能量输入,使其发生宏观滑移,进一步研究模型中参数的确定方法,不断总结经验得出更恰当的参数确定方法,同时对模态之间的耦合作用进行研究。

#### 参考文献:

- [1] 陈群志,康献海,周志强,等.典型飞机薄壁结构紧固件失效模式与疲劳寿命研究[C]//全国MTS断裂测试学术研讨会.成都:中国力学学会,2013:307-314.  
CHEN Qunzhi, KANG Xianhai, ZHOU Zhiqiang,
- et al. Study on failure modes and fatigue life of typical aircraft thin-walled fasteners[C]// Proceedings of National Symposium on MTS Fracture Testing. Chengdu: Chinese Mechanical Society, 2013: 307-314.
- [2] 姜招喜,许宗凡,张挺,等.紧固件制备与典型失效案例[M].北京:国防工业出版社,2015:5-6.  
JIANG Zhaoxi, XU Zongfan, ZHANG Ting, et al. Fastener preparation and typical failure cases[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015: 5-6.
- [3] 施荣明.飞机结构振动设计与试验[M].北京:航空工业出版社,2014:169-184.  
SHI Rongming. Vibration design and testing of aircraft structures[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2014: 169-184.
- [4] 瞿绍奇,孙英超,邬亨贵,等.飞行器径向连接螺栓振动断裂分析[J].航空学报,2021,42(5):524431.  
QU Shaoqi, SUN Yingchao, WU Henggui, et al. Analysis of vibration fracture of radial connection bolt of aircraft[J]. Acta Aeronautica et Astronautica ca Scientica, 2021, 42(5): 524431.
- [5] 酒井智次.螺纹紧固件联接工程[M].柴之龙,译.北京:机械工业出版社,2016:132-134.
- [6] 谢鸣九.复合材料连接[M].上海:上海交通大学出版社,2011:290-295.  
XIE Mingjiu. Composite material connection [M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 2011: 290-295.
- [7] BOGRAD S, REUSS P, SCHMIDT A, et al. Modeling the dynamics of mechanical joints[J]. Mechanical systems and signal processing, 2011, 25(8): 2801-2826.
- [8] DEANER B J, ALLEN M S, STARR M J, et al. Application of viscous and Iwan modal damping models to experimental measurements from bolted structures [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2015, 137(2): 021012.
- [9] IWAN W D. A distributed-element model for hysteresis and its steady state dynamic response [J]. Journal of Applied Mechanics. 1966, 33(4): 893-900.
- [10] IWAN W D. On a class of models for the yielding behavior of continuous composite systems [J]. Journal of Applied Mechanics, 1967, 34(3): 612-617.
- [11] SEGALMAN D J. An initial overview of Iwan modeling for mechanical joints: SAND2001-0811[R]. Albuquerque, New Mexico, United States: Sandia National Lab, 2001.
- [12] SEGALMAN D J, HOLZMANN W A. Nonlinear response of a lap-type joint using a whole-interface model: SAND2004-5542C[R]. Albuquerque, New Mexico, United States: Sandia National Lab, 2004.



- [13] LI Y, HAO Z. A six-parameter Iwan model and its application[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, 68: 354-365.
- [14] SEGALMAN D J. A modal approach to modeling spatially distributed vibration energy dissipation: SAND2010-4763[R]. Albuquerque, New Mexico, United States: Sandia National Lab, 2010.
- [15] DEANER B J, MATTHEW S A, MICHAEL J S, et al. Investigation of modal Iwan models for structures with bolted joints[C]// *Proceedings of Topics in Experimental Dynamic Substructuring*. New York: Springer, 2013: 9-25.
- [16] BRAKE M R W. A reduced Iwan model that includes pinning for bolted joint mechanics[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 87: 1335-1349.
- [17] FANTETTI A, TAMATAM L R R, VOLVERT M, et al. The impact of fretting wear on structural dynamics: Experiment and Simulation[J]. *Tribology International*, 2019, 138: 111-124.
- [18] LI Y, HAO Z M. Experimental and constitutive investigation on tangential sliding behavior of bolted joints with high preload [J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2021, 64: 889-897.
- [19] LACAYO R, DEANER B, ALLEN M S. A numerical study on the limitations of modal Iwan models for impulsive excitations[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 390: 118-140.
- [20] JEWELL E, ALLEN M S, ZARE I, et al. Application of quasi-static modal analysis to a finite element model and experimental correlation [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 479: 115376.
- [21] 廖昕. 机床螺栓结合面力学特性机理研究与应用[D]. 南京:东南大学,2017: 32-45.
- LIAO Xin. Study and application of mechanical characteristics of machine tool bolt joint surface [D]. Nanjing: Southeast University, 2017: 32-45.
- [22] 华冬英, 李祥贵. 微分方程的数值解法与程序实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2016: 20-30.
- HUA Dongying, LI Xiangui. Numerical solution and program realization of differential equations [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2016: 20-30.

(编辑:刘彦东)