

DOI:10.16356/j.1005-2615.2023.05.018

## 基于 PINN 的复合材料自动铺放轨迹整体规划

林静明, 许可

(南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

**摘要:** 自动纤维铺放能有效地提高复材构件的制造效率和质量。为满足复材构件的力学性能要求及铺放质量要求,在给定曲面目标域内生成铺放轨迹时需要同时考虑转弯半径、纤维角偏差以及轨迹间距等工艺指标。现有铺放轨迹规划方法大多在对基准轨迹进行优化后,通过路径密化生成铺放轨迹。这仅能保证所生成的轨迹满足单一要求,难以整体满足多个优化目标。为实现多优化目标下的复合材料自动铺放轨迹整体规划,本文将轨迹规划问题转换成为目标域内的泛函优化问题,利用内嵌物理知识神经网络(Physics-informed neural network, PINN)实现目标函数的求解,并提取目标函数的等值线作为轨迹规划的结果。相较于现有策略,本文提出的方法能整体兼顾轨迹的方向性、可铺性以及间隙质量,为实现先进复合材料自动铺放轨迹整体规划提供新思路。

**关键词:** 复合材料自动铺放; 轨迹规划; 全局度量; 内嵌物理知识神经网络; 曲面参数化

**中图分类号:** TP391.7; TB33 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2023)05-0914-10

## Automated Fiber Placement Path Planning for Complex Surfaces via Physics-Informed Neural Network

LIN Jingming, XU Ke

(College of Mechanical & Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** Automated fiber placement (AFP) can effectively improve the manufacturing efficiency and quality of composite components. To meet the mechanical and placement requirements, the tow paths need to be optimized in terms of turn radius, fiber angle deviations and fiber coverage in the target domain. Most of the existing planning methods are generally divided into two steps: Initial path generation and path offset, which can hardly to compromise the contradictive requirements and to satisfy multiple optimization objectives as a whole. To solve this trade-off issue, this paper defines the global metric of paths for each requirement, converts the path planning problem into a generalized function problem in the parameter domain, uses physics-informed neural network (PINN) to solve the objective function, and finally extracts the objective function contour as the result of path planning. Compared with exiting path planning strategy, the proposed method finds global optimal tow paths with greatly improved alignment while maintaining small ply thickness variation and large turning radius, providing new paradigm for AFP path planning on complex part.

**Key words:** automatic fiber placement; path planning; global metrics; physics-informed neural network (PINN); surface parameterization

复合材料轻质、高强,已成为航空航天高端装备减重增效的优选材料。在波音 787 和空客 A350XWB 中,超过 50% 的部件是由先进复合材

料制造的<sup>[1]</sup>。航空航天复材构件制造工艺流程分为铺放、固化和加工 3 步,而自动纤维铺放(Automated fiber placement, AFP)彻底改变了复合材料

**基金项目:** 国家自然科学基金面上基金(52175466)。

**收稿日期:** 2023-01-23; **修订日期:** 2023-02-17

**通信作者:** 林静明,女,硕士, E-mail: epiphyllium@nuaa.edu.cn。

**引用格式:** 林静明,许可. 基于 PINN 的复合材料自动铺放轨迹整体规划[J]. 南京航空航天大学学报, 2023, 55(5): 914-923. LIN Jingming, XU Ke. Automated fiber placement path planning for complex surfaces via physics-informed neural network[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(5): 914-923.

部件的铺放过程。

自动纤维铺放技术是将数根预浸纱按所给定的铺层方向铺放在模具表面,整个过程由计算机测控协调完成。在铺放过程中,每根预浸纱都按照自己的速率铺放到模具表面,柔性压辊使每根预浸纱单独与部件表面相适应<sup>[2]</sup>。自动纤维铺放提高了复合材料铺放的自由度,让变角度铺放成为可能,为实现复合材料结构的“低成本,高性能”制造奠定技术基础<sup>[3]</sup>。为保证铺放成品质量,所规划的铺放轨迹必须满足以下要求<sup>[4]</sup>:(1)方向性要求,纤维铺放方向满足复合材料结构铺层设计方向,丝束路径与铺层方向间的偏差通常以 $10^\circ$ 为界限<sup>[5]</sup>;(2)可铺性要求,纤维铺放路径须满足转弯半径限制(依据铺放材料本身性质而定<sup>[3]</sup>),保证预浸料不发生褶皱与撕裂;(3)间隙质量要求,单层铺放时轨迹间距满足间隙容差设计要求,即两预浸丝间的间距变化量通常不应超过其宽度的 $10\%$ <sup>[6]</sup>。上述3个要求相互耦合,牵一发而动全身,某一项指标提高的同时就会有另外一项指标下降,其性能影响范围为 $5\% \sim 13\%$ <sup>[7]</sup>。因此,本文主要研究多目标下的轨迹规划,即:在目标曲面内寻求一个转弯半径尽量大、纤维角偏差尽量小、轨迹间距尽可能相等的全局最优解。

近些年来,国内外众多学者通过多种不同的方法对铺放轨迹规划进行了深入的研究,所提出的方法大多存在以下两个步骤:基准轨迹规划及路径密化。其中,基准轨迹的性能直接决定了后续所有路径的性能以及最终构件的力学性能。目前主流的初始路径生成方法有:定角度法、测地线法和变刚度法<sup>[3,8]</sup>。其中,定角度方法适用于对预浸纱角度要求较高的零件,但没有考虑预浸纱可铺放特性;而测地线法则依据测地线生成铺丝轨迹,虽保证了纤维铺放路径的转弯半径,但却没有控制轨迹偏差角。变刚度法兼顾上述两者的优势,一定程度上实现了方向性与可铺性的统筹,但这也对轨迹规划工作提出了更高要求,而此也是众多学者研究的重点。Niu等<sup>[9]</sup>用主应力准则,按照主应力方向设计铺放路径,并提出一种快速局部曲率校正算法来控制参考路径的曲率,从而有效地改善构件的力学性能。Brooks等<sup>[10]</sup>提出了一系列无间隙/重叠和无曲率的基准轨迹生成方法,考虑了路径曲率和间隙/重叠的约束,实现了控制复合材料纤维角度的连续变化。Qu等<sup>[11]</sup>提出一种多约束下的自动铺放轨迹规划方法,以缓解复杂曲面上方向偏差与纤维褶皱之间的矛盾。首先提出了一种临界半径指数来表征纤维起皱约束,并建立了描述路径方向偏差和转向半径变化的数学模型。对于每一个关键点,

在考虑转弯半径约束下,给定一铺层角度变化范围,并依据此求得局部铺层信息,进而计算参考路径。当生成基准轨迹后,即需要通过合理的路径密化方法让轨迹能够合理地布满待规划曲面。Rousseau等<sup>[3]</sup>总结了3种常用的密化方法:平行法、平移法和生成法。平行法保证了偏移路径之间处处等距,但各轨迹的形态不受控制,导致各轨迹转弯半径可能不满足限制,且路径的偏差角不可控。平移法就是将初始路径沿垂直方向进行平移,各轨迹形态完全相同,可以有效继承初始路径的优良性能。但在曲面上会导致轨迹间间距不同,进而产生间隙与重叠,因而不适用于复杂曲面。生成法是指所有铺放路径都按照初始路径的生成方法进行生成,算法效率低下,且会导致大量的间隙重叠,因此较少使用。

这类“先基准后密化”方法,其优化目标往往只针对一条或多条基准轨迹,因此轨迹规划的结果非常依赖于基准轨迹,但基准轨迹的生成往往又容易受到局部信息的干扰;而纵使基准轨迹生成得无限好,在经历密化后,那些远离基准轨迹区域的轨迹偏差角亦无法得到保证。

针对上述问题,制造业其他领域的部分学者提出了多优化目标下的轨迹整体规划方法。所谓整体规划,即是通过将目标域内的所有轨迹视作一个整体,通过一定的手段进行统一调控,从而解决前述方法中“局部最优”的问题。2014年,Zou等<sup>[12]</sup>提出了一种隐式的刀轨表征方式:将刀轨表征成为一组标量函数的等值线。这样,刀轨规划问题就转变成为一个标量函数的优化问题,并通过有限元法进行求解。然而,有限元法的求解精度依赖网格大小的划分,且过程烦琐,对复杂、高维的问题,在现有算力基础上很难得到精确的解。Li等<sup>[13]</sup>提出了一种基于主应力场的3D打印轨迹规划方法,通过考虑目标区域内向量场的整体趋势,利用对偶的手段生成一种子点,进而依据种子点直接生成目标域内的所有轨迹。然而这种方式所生成的轨迹理论上都是一个一个的同心圆,其轨迹曲率较大,无法应用于铺放领域。Zou<sup>[14]</sup>提出了一种同时满足最优进给场与等残高要求的刀轨生成方法,将刀轨规划问题转化成为泊松方程的求解问题,在求解目标函数后,提取目标函数的等值线作为轨迹规划的结果。然而,这种方法只能解决简单的能够表征成线性方程的优化问题,对于转弯半径这类与非线性偏微分方程相关的约束条件无能为力;此外,这种方法也不能够依据不同约束目标的重要性分配权重,因此具有一定的局限性。

综上所述,目前的多目标轨迹规划相关研究存

在以下挑战:(1)目前“基准”+“密化”的轨迹规划方法,其生成的轨迹质量十分依赖于基准轨迹,但在远离基准轨迹的区域内,轨迹质量难以得到保证;(2)目前轨迹整体规划方法,对于较高精度的大尺寸零件铺放轨迹规划目标,存在求解困难的问题。此外,现有相关研究所面对的优化目标与铺放轨迹规划不尽相同,其对问题的定义方式也不能直接迁移至铺放领域。

因此,本文提出了一种基于内嵌物理知识神经网络(Physics-informed neural network, PINN)的轨迹整体规划方法。把铺放轨迹规划中的多个优化目标定义于一个目标函数中,将轨迹规划问题转换成为一个泛函优化问题,进而通过PINN实现目标函数的求解,最后提取目标函数的一系列等值线作为轨迹规划的结果。本文在参数域内分别针对复合材料自动铺放轨迹的可铺性、间隙质量及方向性三大要求定义全局度量,并提出了基于PINN的优化目标求解方案,最后,基于仿真实验验证了本文方法的可行性与优势性。

## 1 铺放轨迹质量全局度量方法

### 1.1 铺放曲面参数化

典型的复合材料构件由多层复合材料预浸料构成,每一层通过自动铺放头牵引一组宽度为 $w \in \mathbf{R}^+$ 的丝束加工形成。通常,每一层都会由设计人员给定特定的纤维参考方向,以保证构件性能。正如前文所述,目标曲面内铺放轨迹整体规划的目标为:在目标域内找到一个满足方向性、间隙质量、可铺性3项约束条件的全局最优解。而这个优化问题可以更精确地表征为:给定一个待铺放面 $S \subseteq \mathbf{R}^3$ 和铺层参考方向 $\mathbf{v}_0$ 。参考方向经过投影变换后可以转化为定义为在 $S$ 切平面上的向量场 $\mathbf{d} \subseteq \mathbf{R}^3$ (后称嵌入式铺层向量场)。

根据上述问题表述的一般形式,要实现铺放轨迹整体规划,关键就是如何在一个统一的框架下统一表征上述3项误差。本节基于曲面参数化,提出了铺放轨迹的全局度量方法,并基于此实现铺放轨迹优化问题的数学建模。

考虑到典型飞机部件表面几何结构的复杂性,需要构造一个统一的二维区域,建立从曲面域到参数域的双射。而此正是曲面参数化的思想。

如图1所示,给定一个待铺放曲面 $S \subseteq \mathbf{R}^3$ ,对 $\forall P \in S, P$ 的邻域 $V \subseteq \mathbf{R}^3$ ,假设存在一个开集 $U \subseteq \mathbf{R}^2$ 到 $V \cap S \subseteq \mathbf{R}^3$ 的可逆一一映射 $X: U \rightarrow V \cap S$ ,如式(1)所示,那么 $X$ 可以看作是 $S$ 的参数化, $U$ 表示参数域。

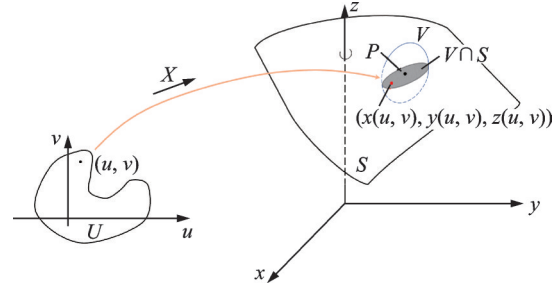


图1 曲面参数化

Fig.1 Surface parameterization

$$X(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v)) \quad (1)$$

式中 $(u, v) \in U$ 。

现如今已经有许多方法得以实现曲面参数化。为了保证映射前后铺层参考方向一致并尽可能地减少映射前后曲面形状的变形量,本文采用自由边界共形映射<sup>[15]</sup>的方式实现目标曲面参数域的构建。参数域一旦建立,即待铺放曲面 $S$ 已参数化为 $U$ ,此时,优化目标函数 $f(x, y, z), (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ 能够被参数化成为 $\phi(u, v), (u, v) \in U$ ,而定义在 $S$ 之上的铺层向量场也参数化成了目标向量场 $\mathbf{v} \subseteq U$ ,如图2所示。至此,铺放轨迹全局规划问题可以转换为一个在参数域内的泛函问题。下面将针对角度偏差、间隙质量及转弯半径3个要求建立合理的度量方式。

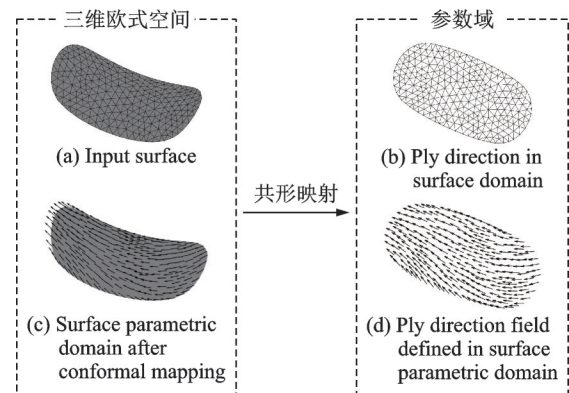


图2 参数域构建示例

Fig.2 Example of parameter field construction

### 1.2 角度偏差度量

如图3所示,要想让标量函数 $\phi(u, v)$ 的等值线与目标向量场 $\mathbf{v}$ 的方向相吻合,那么 $\phi$ 的梯度场 $\nabla\phi$ 应与 $\mathbf{v}$ 垂直。此时,角度偏差度量(式(2))应当尽可能地小。

$$E_{\text{Align}} = \int_U \|\mathbf{v} \cdot \nabla\phi\|^2 dU \quad (2)$$

尽管最小化式(2)保证了 $\mathbf{v}$ 与 $\nabla\phi$ 尽可能垂直,但在给定点处,会有两个方向完全相反的向量与已知向量垂直。这种不唯一的结果将会造成目标函

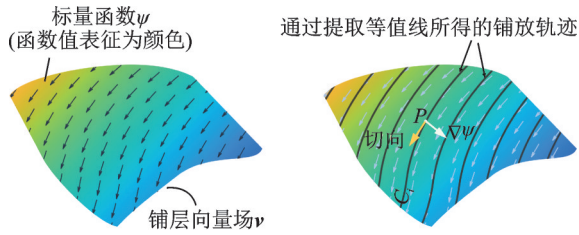


图 3 参数域内铺层向量场与轨迹

Fig.3 Ply orientation field and path on parametric domain

数  $\psi$  的突变与不稳定。在此情况下,本文将式(2)写作式(3)的形式以避免上述不稳定性的发生。

$$E_{Align} = \int_U \left\| \frac{\nabla\psi}{\|\nabla\psi\|} - \boldsymbol{v}^\perp \right\|^2 dU \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{v}^\perp$ 由 $\boldsymbol{v}$ 逆时针旋转 $90^\circ$ 得到, $\frac{\nabla\psi}{\|\nabla\psi\|}$ 保证了角度偏差度量 $E_{Align}$ 仅与 $\psi$ 的梯度场 $\nabla\psi$ 的方向有关。

### 1.3 间隙质量度量

间隙质量是自动铺放轨迹规划的另一项重要要求,其目的在于提高铺放曲面表面覆盖率以提高铺放质量。而间隙质量要求本质上是丝束的间距,可以等价于尽可能使相邻路径的间隔变化最小化,以避免过多的间隙或重叠现象。从几何上说,对于两条相邻的轨迹 $C_1, C_2 (C_1, C_2 \subset S)$ 而言,它们之间的间距可以通过曲线上对应点之间的测地线距离来衡量。

如图4(a)所示 $\forall P_2 \in C_2$ ,其测地线方向垂直于 $P_2$ 处 $C_2$ 的切线方向。假设 $S$ 在该方向的测地线交 $C_1$ 于 $P_1$ ,此时 $P_1$ 与 $P_2$ 间的测地线距离即为 $C_1, C_2$ 在对应点处的间距,设为 $w_s$ 。当 $P_1$ 与 $P_2$ 足够接近时, $w_s = \|P_2 - P_1\|$ 。当 $P_2$ 移动时应该为一个固定值,以保证两轨迹间的距离保持恒定。在参数化空间内, $C_1, C_2$ 分别参数化成为 $C'_1, C'_2$ ,其对应的间距为 $w_v$ (图4(b))。由于 $X$ 不是等距变换,因此映射前后会产生距离测度的变化,即 $w_s \neq w_v$ 。在参数空间内,曲线间的距离与映射时产生的变形量相关,为保证最终轨迹间的距离恒定,目标函数的梯度大小应当满足以下关系

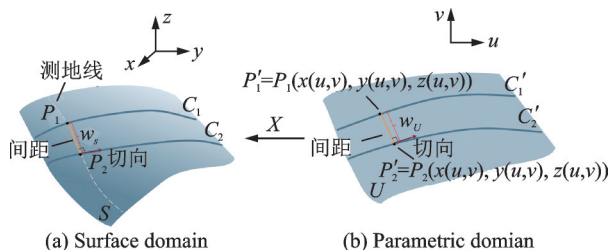


图 4 参数化前后轨迹间距示意图

Fig.4 Interval between two adjacent paths on surface domain and parametric domain

$$\frac{\|\nabla\psi\|}{\|\nabla f\|} = \varphi(u, v) \quad (u, v) \in U \quad (4)$$

式中 $f$ 为定义在待铺放曲面上的目标函数,其等值线决定了铺放轨迹。为了得到恒定的轨迹间距,需要 $\|\nabla f\|$ 保持恒定。不失一般性地,本文不妨设 $\|\nabla f\| = 1$ ,则

$$\|\nabla\psi\| = \varphi(u, v) \quad (u, v) \in U \quad (5)$$

因此,轨迹的间隙质量要求可以转化成为求解一个定义在参数空间内的目标函数 $\psi$ ,使式(6)中 $E_{Cover}$ 最小化。

$$E_{Cover} = \int_U (\|\nabla\psi\| - \varphi)^2 dU \quad (6)$$

曲面的局部变形量是用于度量共形映射前后距离测度变化的量。对于以三角网格表征的曲面而言,其平面参数域由一个个有一定变形但保角的三角形构成。因此,每一个顶点处的变形量 $\varphi$ 可以近似表示为

$$\varphi(V') = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{\sum_{i=1}^n l'_i} \quad (7)$$

如图5所示, $V'$ 代表顶点 $V$ 参数化后的结果, $l_i$ 和 $l'_i$ 分别代表对应点处相邻边参数化前后的长度。得到曲面参数化的变形量后,依据式(6)即可计算间隙偏差度量值。



图 5 参数化前后变形量计算示意

Fig.5 Surface local distortion defined after conformal mapping

### 1.4 转弯半径度量

前文提到,本文利用目标函数的等值线作为轨迹规划的结果。因此,轨迹的曲率就是等值线的曲率。对于 $\psi$ 的任意一条等值线而言,其曲率计算公式<sup>[16]</sup>为

$$\text{cntc}(\psi) = -\frac{q^2 r - 2pq s + p^2 t}{(p^2 + q^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (8)$$

式中: $p = \frac{\partial\psi}{\partial u}, q = \frac{\partial\psi}{\partial v}, r = \frac{\partial^2\psi}{\partial u^2}, t = \frac{\partial^2\psi}{\partial v^2}, s = \frac{\partial^2\psi}{\partial u\partial v}$ 。

在 $R^3$ 空间内,通过轨迹曲线的测地曲率来衡量轨迹的可铺性。测地曲率越趋近于0,轨迹越理想。换句话说,仅考虑“可铺性”一项需求,测地线

为最优。也就是说,若在参数化空间内,某条轨迹映射到三维空间后为测地线,那这条轨迹就一定满足“可铺性”要求。

如图6(a)所示,  $\forall P \in S$ , 向量  $v_p$  是定义在  $P$  处的铺层方向,  $P$  的邻域  $\Omega \in S$ 。  $C$  是过点  $P$  的  $S$  上的一条测地线, 且  $C$  在点  $P$  处的切向为  $v_p$ 。  $Q_1, Q_2$  是  $C$  与  $\Omega$  的两个交点。 本文将曲线  $Q_1PQ_2$  称为局部测地线。  $P, Q_1, Q_2$  在参数化空间内分别对应于  $P', Q'_1, Q'_2$  (图6(b))。 换言之能够认为, 在局部, 曲线  $Q'_1P'Q'_2$  能够通过  $X$  转变成为  $\mathbf{R}^3$  空间的一条测地线。 因此, 在参数域内, 若等值线  $\phi = c$  在  $P'$  处的曲率越接近曲线  $Q'_1P'Q'_2$  在  $P'$  处的曲率, 那么该等值线在  $\mathbf{R}^3$  空间内对应的曲线就越接近  $S$  上的一条测地线, 即测地曲率越接近 0。 为行文方便, 本文称曲线  $Q'_1P'Q'_2$  在  $P'$  点处的曲率为局部参数化测地曲率。 因此, 为满足铺放轨迹的可铺性要求, 目标函数  $\phi(u, v)$  的等值线曲率  $\text{cntc}(\phi)$  应尽可能等于对应位置处的局部参数化测地曲率  $k(u, v)$ 。 基于此, 转弯半径度量定义如下

$$E_{\text{Tum}} = \int_U (\text{cntc}(\phi) - k)^2 dU \quad (9)$$

而针对“可铺性”要求的优化过程, 正是求解使  $E_{\text{Tum}}$  最小化的目标函数  $\phi$  的过程。

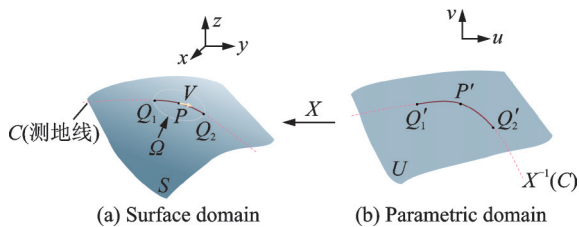


图6 参数化前后曲面测地线

Fig.6 Illustration of geodesic on surface domain and parametric domain

对于曲面上的任意点而言, 存在无数条过该点的测地线, 需要给定一个方向才能确定一条唯一的测地线。 也就是说, 对于满足可铺性要求的轨迹规划问题而言, 最困难的事在于: 在得到规划的轨迹前, 无法判断对应方向的测地线是哪一条。 由于在轨迹规划的过程中, 每一个点处都有一个确定的铺层方向, 并且希望最终的轨迹与该铺层方向尽可能保持一致。 因此, 本文依据铺层向量场获取每个点处的测地线, 并基于此求取局部参数化测地曲率。

如图7所示,  $P$  为三角网格的一个顶点,  $v_p$  为  $P$  处所对应的铺层方向, 定义在  $P$  的切平面上,  $n$  为该切平面的法向量。  $v_p$  与  $n$  可张成一平面。 平面  $K$  与三角面片  $\Delta PP_3P_4$  和  $\Delta PP_1P_6$  相交, 与  $P_3P_4$  和  $P_1P_6$  分别交于  $Q_1, Q_2$  两点。  $P, Q_1, Q_2$  经共形映射

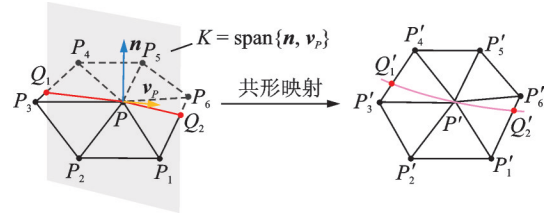


图7 局部参数化测地曲率计算示意

Fig.7 Illustration of local geodesic curvature

后分别得  $P', Q'_1, Q'_2$  三点, 这三点可以确定参数化空间内的一个圆, 圆的曲率即为  $P$  处的局部参数化测地曲率  $k$ 。 依据上述方法, 可以计算目标曲面上所有结点处的局部参数化测地曲率, 进而实现转弯半径度量的构建。

### 1.5 铺放轨迹多目标全局度量方法

在定义了角度偏差度量  $E_{\text{Align}}$ 、间隙质量度量  $E_{\text{Cover}}$  与转弯半径度量  $E_{\text{Tum}}$  后, 就能够得到将多目标下的铺放轨迹整体规划的优化目标

$$\min_{\phi} [\lambda_1 E_{\text{Align}}(\phi) + \lambda_2 E_{\text{Cover}}(\phi) + \lambda_3 E_{\text{Tum}}(\phi)] \quad (10)$$

即找到一个参数域内的目标函数  $\phi(u, v)$ , 使式(10)最小化。 其中,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  为权重系数, 可以依据实际的加工需求设定。 比如, 当铺放丝束宽度较窄时, 转弯半径约束可以适当放宽; 当某个构件为主要承力构件时, 其角度偏差要求自然就会较高。

## 2 基于PINN的铺放轨迹整体规划方法

在第1节中, 本文已经将多目标下的自动铺放轨迹规划问题转化成了在参数域内求解一个目标函数的问题, 其实是参数域内的泛函优化问题(式(10))。 由于优化目标十分复杂, 传统的数值求解方法很难解决这个问题, 本文使用PINN对  $\phi(u, v)$  进行求解。

### 2.1 基于PINN的自动铺放轨迹规划建模

PINN是机器学习在传统数值领域的应用, 它通过在损失函数中考虑微分信息用于求解微分方程<sup>[17]</sup>。 考虑如下微分方程

$$u(x) + N(u) = 0 \quad (11)$$

式中:  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$  为  $n$  维度量;  $N(u)$  为关于  $u(x)$  的偏导数。

为求解式(10)中的微分方程, 搭建如图8所示的网络。 图中蓝色框线部分为神经网络模型, 墨绿色框线部分是对神经网络计算偏导数。 PINN根据偏微分方程, 在损失函数中考虑偏导数信息并使其最小化, 使得神经网络逼近待求解的函数  $u(x)$ 。 损失函数中包含两项, 其中  $\text{MSE}_u$  是根据偏微分方

程的初始条件或边界条件构造的均方误差损失,  $MSE_f$  是根据微分方程构造的考虑偏导数信息的均方误差损失,借助目前深度框架的自动微分技术,神经网络的偏导数便可以快速得到。

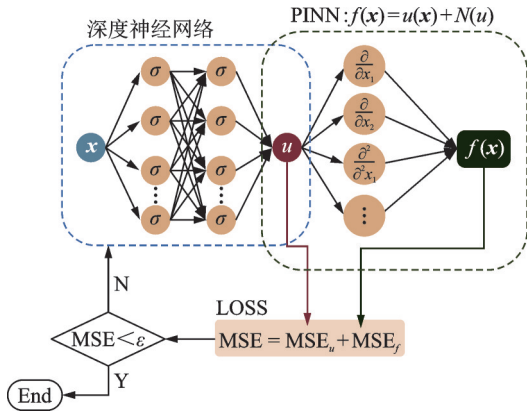


图 8 PINN 示意图

Fig.8 Illustration of structure of PINN

目前主流的求解偏微分方程的手段大多是有限元法,通过将求解区域网格化进行近似计算。但是很多实际问题中(如本文的轨迹规划),区域往往不规则,网格很难生成。此外,传统的求解方法还存在高维问题难以求解等问题。而机器学习等数据驱动的方法被证明在求解微分方程上有不依赖网格质量的优势。

在第一节中,本文的目标就是找到使式(10)成立的  $\psi(u, v)$ 。因为优化目标的求解过程中计算了偏导数,这一特点与 PINN 的求解过程不谋而合。因此,本文可以建立一个合适的神经网络,将参数化后的目标曲面上各采样点坐标  $(u_i, v_i)$  作为输入,将对应点处的函数值  $\psi(u_i, v_i)$  作为输出,根据式(10)构建包含导数信息的损失函数,就可以实现泛函优化问题的求解。在此,损失函数定义为式(12)的形式。由于仅仅通过微分项只能得到  $\psi(u, v)$  的一系列通解中的一个解,此时求解结果具有随机性。因此,本文利用  $LOSS_{\psi_0}$  来为  $\psi(u, v)$  做一个函数值上的约束,旨在求得  $\psi(u, v)$  的一个特解。而这也提高了 PINN 模型的稳定性。

$$L(\psi) = LOSS_{\psi_0} + LOSS_E \quad (12)$$

式中

$$LOSS_{\psi_0} = [\psi(u_0, v_0) - \psi_0]^2 \quad (13)$$

$$LOSS_E = \frac{1}{m} [\lambda_1 E_{Align}(\psi) + \lambda_2 E_{Cover}(\psi) + \lambda_3 E_{Turn}(\psi)] \quad (14)$$

式中:  $m$  表示采样点个数,  $\psi_0$  为任一给定点  $(u_0, v_0)$  处的函数值。其中,  $LOSS_{\psi_0}$  对应于图 8 中的  $MSE_u$ ,  $LOSS_E$  则对应于上图 8 中的  $MSE_f$ 。值得一

提的是,  $\psi_0$  的不同取值仅会决定  $\psi$  的图像在  $Z$  轴方向的上下平移。由于本文是通过提取一系列函数的等值线作为轨迹规划的结果,因此  $\psi_0$  的取值并不会对结果造成影响。为简单起见,本文取  $\psi_0 = 0$ 。算法模型如图 9 所示。

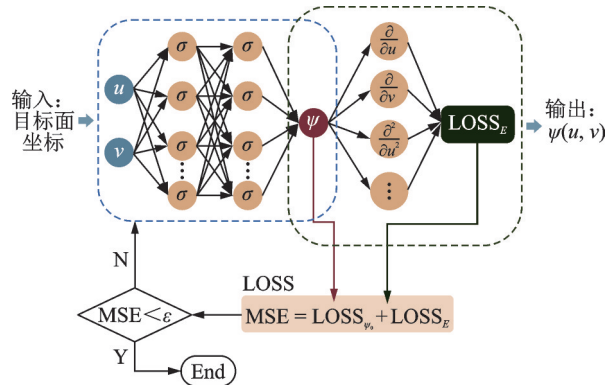


图 9 轨迹规划 PINN 模型

Fig.9 Illustration of framework of PINN for path planning

## 2.2 铺放轨迹整体生成方法

如图 10 所示,一旦目标函数  $\psi(u, v)$  被求得,本文就能够依据铺放时的丝束宽度及同时铺放的丝束量提取一系列的等值线,进而得到参数域上的轨迹。然而,本文所得到的轨迹依旧处于参数域内,需要将其映射回三维欧氏空间才能作为轨迹规划的结果。而几何图像(Geometry image)<sup>[18]</sup>正是一种逆映射的媒介。

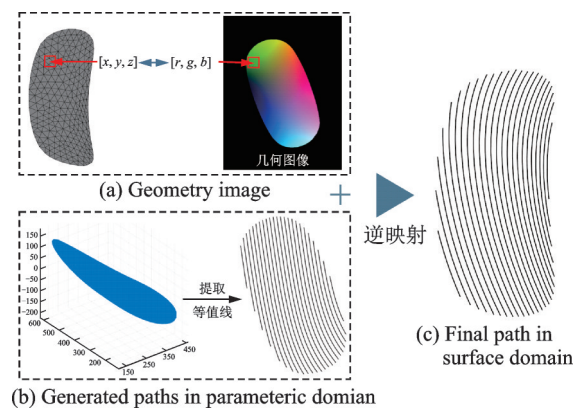


图 10 铺放轨迹生成示意

Fig.10 Placement path generation procedure

在计算机图形学中存在两种主要的数据结构:表示几何的不规则三角网格和表示纹理的规则图像,而几何图像利用图像这一规则的数据结构实现了几何与纹理的统一。如图 10(a)所示,其原理可以表述为以下过程:首先将三角网格参数化,映射到平面区域;然后在平面上重新采样,将几何位置和法向量信息利用  $[r, g, b]$  编码存储在对应位置处。于是,模型的几何信息与图像的像素点就产生

了一一对应的关系。

利用几何图像的优势,通过 $\phi(u, v)$ 生成三维空间内的铺放轨迹就分为以下两步:(1)依据铺放丝束宽度提取 $\phi$ 的一系列等灰度线(图10(b));(2)利用几何图像实现等灰度线的逆映射,从而完成复杂曲面上的自动铺放轨迹规划(图10(c))。

### 3 实例验证

与传统的固定铺层方向的纤维层合板相比,变刚度层合板可以依据其受力情况更好地分配承载能力,从而提高其临界屈曲阻力<sup>[9]</sup>。但是,变刚度的铺层角度设计由于其高灵活度,也给轨迹规划提出了更高的要求。本文通过案例进行定量分析进而证明所提出的方法相对于现有方法的优势性。铺放轨迹的质量是通过3个标准来评价的:轨迹测地曲率、方向偏差、轨迹间隔一致性。通常,依据丝束本身性质及铺放机的设计<sup>[19]</sup>,轨迹转弯半径往往限制于1 m,因此测地曲率应不超过 $1/1\ 000\ \text{mm}^{-1}$ ;而路径最大的方向偏差通常为 $10^\circ$ <sup>[5]</sup>;丝束宽度选用常见的 $6.35\ \text{mm}$ <sup>[20]</sup>,假设采用8丝束铺放头进行铺放,那么压实辊中心线间的路径间隔就被设定为 $50.8\ \text{mm}$ ,重叠间隙面积比以1为最佳。本文所述方法将与在工程场景常用的轨迹生成方法进行对比:分别通过定角度法<sup>[21-22]</sup>及测地线法<sup>[23]</sup>生成基准轨迹(前者主要面向轨迹的方向性需求,后者用于控制轨迹的测地曲率),而后采用平行法<sup>[6]</sup>实现轨迹密化,以保证轨迹间隔一致。

#### 3.1 神经网络结构

前文介绍了铺放轨迹规划的原理,下面介绍本文案例的神经网络结构。网络输入为待铺放曲面上各采样点参数化后坐标,输出为定义在参数域内的优化目标函数 $\phi(u, v)$ 在对应点处的函数值。网络的各层神经元个数与激活函数如表1所示。

表1 神经网络结构

Table 1 Neural network architecture		
神经网络各层	维度(神经元个数)	激活函数
输入层	2	—
隐含层1	40	Softplus
隐含层2	80	Softplus
隐含层3	80	Softplus
隐含层4	10	Softplus
输出层	1	—

本文选用全连接神经网络。在激活函数的选取上,为保证最后提取的等值线平滑,本文选取了Softplus<sup>[24]</sup>函数,其函数表达式如下

$$\sigma(x) = \ln(1 + e^x) \quad (15)$$

激活函数的图像如图11所示,Softplus函数相对于常用的ReLU函数更加平滑,这保证了其输出的等值线的平滑性。并且,Softplus保留了ReLU的优势,相对Sigmoid函数而言没有饱和区,不存在训练过程中梯度消失的问题。

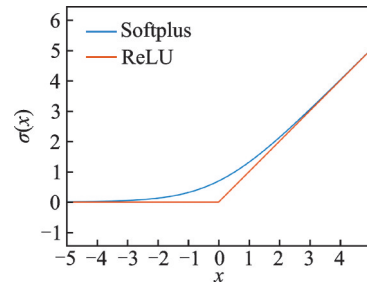


图11 Softplus与ReLU函数

Fig.11 Illustration of Softplus and ReLU

#### 3.2 案例分析

本文第1个案例为飞机发动机进气道上的曲面,其尺寸和高斯曲率如图12(a)所示,对应定义在其上的变刚度向量场如图12(b)所示。本文在目标面上共选取135 790个采样点,学习率设定为0.000 1,权值衰减系数为0.001。设定权重 $\lambda_1 = 10$ , $\lambda_2 = 8$ , $\lambda_3 = 0.000\ 5$ ,对应损失函数曲线如图13所示,花费约5 min收敛。依据本文所述方法在对应铺层向量场下所得铺层轨迹如图12(c)所示。红色点划线表示压实辊中心轨迹,依据此,8条平行丝束铺放于曲面之上。由8条平行预浸纱所构成的预浸带的边界用黑色加粗曲线表示。由此,可以直观地看到铺层上的间隙分布。

图14展现了轨迹的方向偏差评估结果:对比定角度法(右上图),基于PINN法所生成的轨迹(左上图)的吻合度有所提高。图14中左下和右下图展示了铺层轨迹(压实辊中心线)上各处的角度偏差,其中右下图的红色曲线表示由定角度法生成的基准轨迹。由图14中的右下图可以直观地看

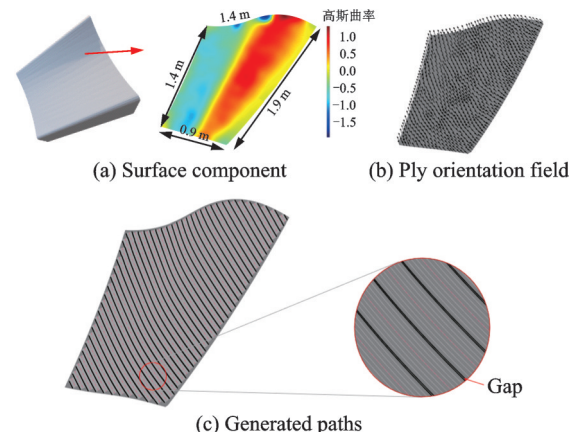


图12 待铺放曲面及其路径规划结果

Fig.12 Target surface and generated paths

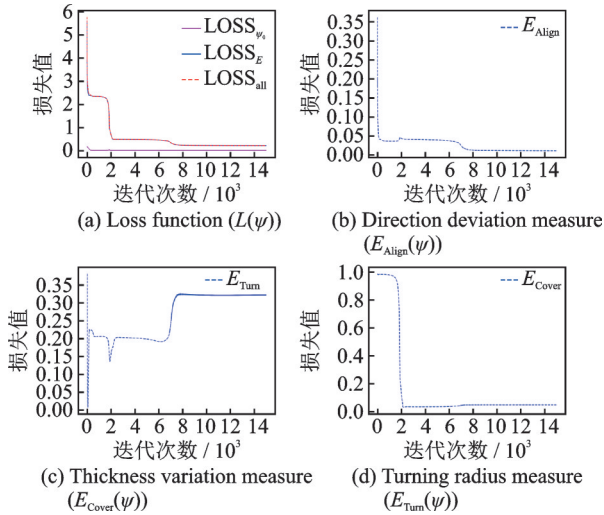


图 13 损失函数变化曲线

Fig.13 Loss function curves

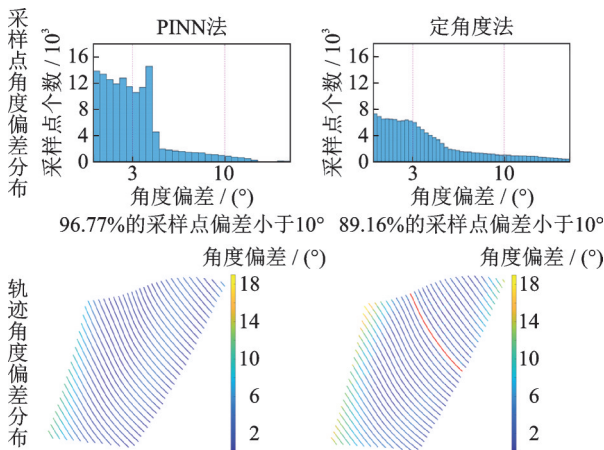


图 14 轨迹方向偏差对比

Fig.14 Path direction deviation comparison

出,在定角度法所生成的轨迹中,轨迹的吻合度与其距离基准轨迹的远近呈负相关关系。而这正是定角度法规划原理中“局部最优”的体现,PINN法(图 14 中的左下图)则在理论上通过全局度量解决了这一问题。

至于轨迹间隔一致性,本文对 PINN 法所生成轨迹进行了间隙质量评估,其结果展示于图 15。单就轨迹间隔控制而言,由于平行法是通过等距偏

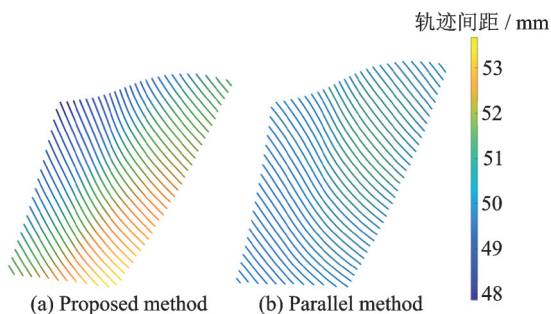


图 15 轨迹间隔一致性对比

Fig.15 Path interval distribution comparison

置实现路径密化,PINN法在原理上就无法得到平行法等到的效果。对比图 15(a)与图 15(b),虽然 PINN 法的轨迹间隙质量不如平行法,但也能保证其轨迹间隙变化范围在  $\pm 2$  mm 以内,重叠间隙面积比为 0.92。此时,铺放成品的厚度均匀性已然得到保证。

图 16(a)展示了 PINN 法所得轨迹的测地曲率,并与测地线法图 16(b)进行了对比。与间隙质量相似,测地线法在原理上就能够保证其基准轨迹的转弯半径最大,因此,仅针对这一指标,测地线法是优于 PINN 法的。但是从图 16(a)也能够看出,只有极少数的位置,PINN 法得到的轨迹的转弯半径会小于 1 m。而对于这小部分区域而言,可以通过轨迹的插值、光顺等后处理工作保证其可铺性。换言之,尽管基于 PINN 法的轨迹测地曲率不如测地线法的优异,但也能够满足加工需求。

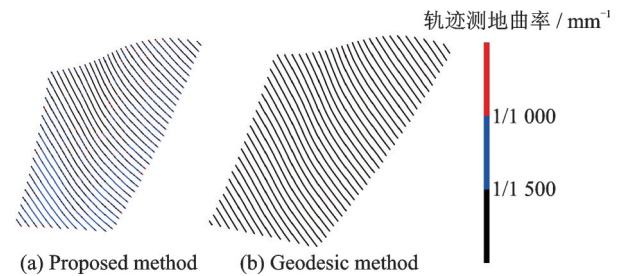


图 16 轨迹测地曲率对比

Fig.16 Path geodesic curvature comparison

通过上述验证,证明了 PINN 法在实现多目标的整体规划这一问题上的有效性,即:所生成的轨迹在满足间隙质量与可铺性要求的前提下,能够更大程度上提高轨迹与铺层向量场的吻合度。PINN 法的目的是找到一个全局最优解,但由于间隙质量、方向性及可铺性 3 个要求的相互耦合,因此在某一两项要求上,其效果可能无法与传统的方法相一致。但正是因为 PINN 法是基于全局度量进行求解,其所生成的轨迹相比于其他方法而言平均质量更高,换言之,就是能够实现 3 项要求的同时满足。而此,正是本方法有效性与可行性的体现。

本文所提出的方法针对平面构件也同样适用。因此,第二个案例为一个矩形平面构件(1 m  $\times$  1 m),定义在其上的铺层向量场如图 17(a)所示。对于平面构件而言,由于其无须经历共形映射,因此变形量  $\varphi(u, v)$  恒为 1,而局部参数化测地曲率  $k$  则可视作 0。针对这个矩形构件,本文等距选取了 1 000 000 个采样点进行训练,并将其坐标作为输入,将定义在目标矩形面上的函数值作为输出,共设定了 4 层隐含层,每层分别设有 40、80、80、



10个神经元。学习率设定为0.000 1,权值衰减系数为0.001。设定权重 $\lambda_1=1, \lambda_2=1, \lambda_3=0.005$ ,损失函数约6 min收敛。依据本文所述方法所生成的压实辊中心线轨迹如图17(b)所示。

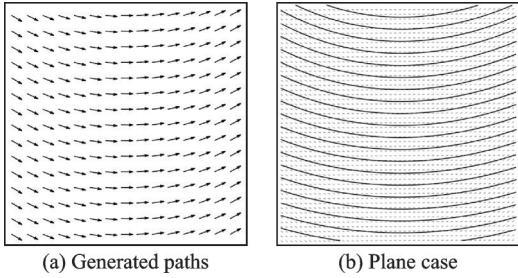


图17 平面上的铺层向量场及轨迹规划结果

Fig.17 Ply direction field and generated paths for plan case

本文针对所生成的轨迹进行方向偏差、轨迹间隔一致性及轨迹测地曲率的评估,并分别与定角度法、平行法和测地线法进行对比,结果展示于图18。对于方向偏差而言,本文所提出的方法相对于定角度法不相上下,但相比轨迹的测地曲率一项, PINN法所得的轨迹却远远优于定角度法。而对于轨迹测地曲率一项,本文所提的方法在数值上虽不及测地线法优异,但也能够保证绝大部分的轨迹转弯半径超过1 m,与此同时,还保证了较高的方向吻合度。而针对轨迹间隔质量而言,本文所提的方法也能保证间隔变化在 $\pm 1.5$  mm以内,重叠间隙面积比为1.04。

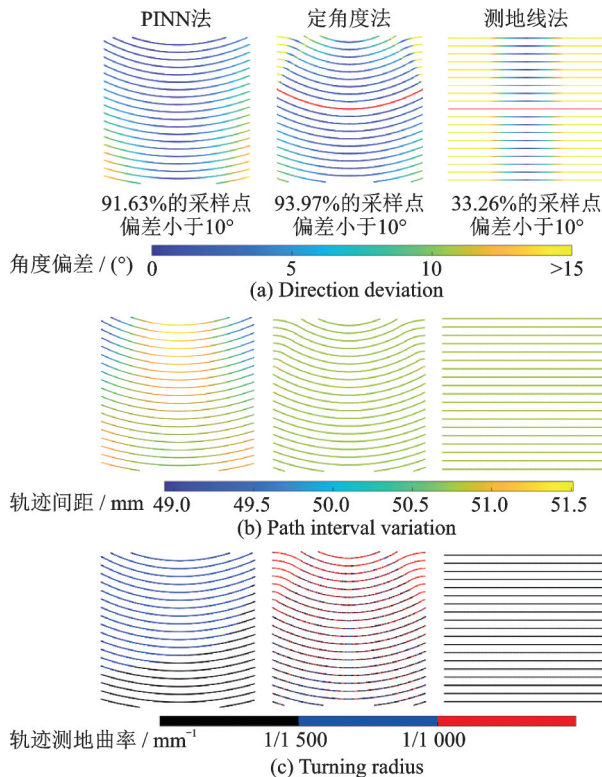


图18 轨迹质量对比

Fig.18 Path quality comparison for plane case

总之, PINN法提供了一种求取全局最优解的思路,可以获得方向偏差、间距一致性及轨迹测地曲率都处于较优水平的一组轨迹。对于变刚度场景而言,无论待铺放面是平面亦或是曲面,轨迹质量均能得到保证。那么在传统的定角度铺放场景下,本文所述方法的优势性便不言而喻。

### 4 结 论

为实现复合材料自动铺放轨迹方向性、间隙质量、可铺性3项要求同时满足,本文将轨迹规划问题转换为整个目标域内的泛函优化问题,在参数化空间内定义优化目标,利用PINN实现优化目标函数的求解,并提取目标函数的等值线即为轨迹规划结果。不同于传统“先基准后密化”的轨迹规划方法,本文所提出的策略不再是针对单条轨迹进行优化或对轨迹的部分区域进行调整,而是对目标域内的所有轨迹进行统一全局调控,从而实现多目标下的铺放轨迹整体规划。仿真实验结果表明,本文提出的铺放轨迹整体规划方法能实现目标域内的所有轨迹的统一调控,相较于常用的定角度法与测地线法所生成的轨迹(通过平行法实现密化),轨迹的测地曲率、轨迹间距一致性与轨迹吻合度均能得到满足。相较于测地线法, PINN法在满足可铺性与间隙质量要求的情况下,轨迹方向吻合度能够提高50%;而相较于定角度法,在轨迹吻合度相当甚至提高近10%的前提下,轨迹的测地曲率亦得到了有效约束。

诚然, PINN法也有一定的局限性:其训练过程存在权重等超参数的调试,而本文尚未得出超参数与轨迹质量之间的定量关系,也没有得出一个较为通用的超参数选取方法,未来可以通过各项度量的损失情况进行参数修正。此外,针对特别复杂的铺放场景,仅仅通过一组轨迹无法处处保证各项铺放要求。但这种场景在自动铺放领域内并不常见,未来也可以通过分区的方法实现轨迹规划。

### 参考文献:

[1] MARSH G. Airbus takes on Boeing with reinforced plastic A350 XWB[J]. Reinforced Plastics, 2007, 51(11): 26-29.

[2] ZHANG Le'en, WANG Xiaoping, PEI Jingyu, et al. Review of automated fibre placement and its prospects for advanced composites[J]. Journal of Materials Science, 2020, 55: 7121-7155.

[3] ROUSSEAU G, WEHBE R, HALBRITTER J, et al. Automated fiber placement path planning: A state-of-the-art review[J]. Computer-Aided and Applications, 2019, 16(2): 172-203.

- [4] 还大军,肖军,李勇. 复合材料自动铺放CAD/CAM软件技术[J]. 航空制造技术, 2010(17): 40-45.  
HUAN Dajun, XIAO Jun, LI Yong. CAD/CAM software technology for composites automated placement[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2010(17): 40-45.
- [5] GAO Jiabin, QU Weiwei, YANG Di, et al. Two-stage sector partition path planning method for automated fiber placement on complex surfaces[J]. Computer-Aided Design, 2021, 132: 102983.
- [6] BRUYNEEL M, ZEIN S. A modified fast marching method for defining fiber placement trajectories over meshes[J]. Computers & Structures, 2013, 125: 45-52.
- [7] 张小辉,朱玉祥,张少秋,等. 先进复合材料自动铺丝技术研究进展[J]. 航空制造技术, 2018, 61(7): 54-61.  
ZHANG Xiaohui, ZHU Yuxiang, ZHANG Shaoqiu, et al. Research progress on automated fiber placement technology[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2018, 61(7): 54-61.
- [8] BRASINGTON A, SACCO C, HALBRITTER J, et al. Automated fiber placement: A review of history, current technologies, and future paths forward[J]. Composites Part C: Open Access, 2021, 6: 100182.
- [9] NIU Xuejuan, LIU Yaxin, WU Jinchao, et al. Curvature-controlled trajectory planning for variable stiffness composite laminates[J]. Composite Structures, 2020, 238: 111986.
- [10] BROOKS T R, MARTINS J R R A. On manufacturing constraints for tow-steered composite design optimization[J]. Composite Structures, 2018, 204: 548-559.
- [11] QU Weiwei, GAO Jiabin, YANG Di, et al. Automated fiber placement path generation method based on prospective analysis of path performance under multiple constraints[J]. Composite Structures, 2021, 255: 112940.
- [12] ZOU Q, ZHANG J, DENG B, et al. Iso-level tool path planning for free-form surfaces[J]. Computer-Aided Design, 2014, 53: 117-125.
- [13] LI Yingguang, XU Ke, LIU Xu, et al. Stress-oriented 3D printing path optimization based on image processing algorithms for reinforced load-bearing parts[J]. CIRP Annals, 2021, 70(1): 195-198.
- [14] ZOU Q. Length-optimal tool path planning for free-form surfaces with preferred feed directions based on Poisson formulation[J]. Computer-Aided Design, 2021, 139: 103072.
- [15] FLOATER M. Parametrization and smooth approximation of surface triangulations[J]. Computer Aided Geometric Design, 1997, 14: 231-250.
- [16] SHARY P A, SHARAYA L S, MITUSOV A V. Fundamental quantitative methods of land surface analysis[J]. Geoderma, 2002, 107(1): 1-32.
- [17] RAISSI M, PERDIKARIS P, KARNIADAKIS G E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations[J]. Journal of Computational Physics, 2019, 378: 686-707.
- [18] STEVEN X G, GORTLER S J. Geometry images [J]. ACM Transactions on Graphics, 2002, 21(3): 355-361.
- [19] HYER M W, CHARETTE R F. Use of curvilinear fiber format in composite structure design[J]. AIAA Journal, 1991, 29: 1011-1015.
- [20] 陈吉平,李岩,刘卫平,等. 连续纤维增强热塑性树脂基复合材料自动铺放原位成型技术的航空发展现状[J]. 复合材料学报, 2019, 36(4): 20-30.  
CHEN Jiping, LI Yan, LIU Weiping, et al. Development of AFP in-situ consolidation technology on continuous fiber reinforced thermoplastic matrix composites in aviation[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2019, 36(4): 20-30.
- [21] PEI Jiazhi, WANG Xiaoping, PEI Jingyu, et al. Path planning based on ply orientation information for automatic fiber placement on mesh surface[J]. Applied Composite Materials, 2018, 25(6): 1477-1490.
- [22] LI Lina, WANG Xingang, XU De, et al. A placement path planning algorithm based on meshed triangles for carbon fiber reinforced composite component with revolved shape[J]. International Journal on Control Systems and Applications, 2014, 1(1): 23-32.
- [23] KIM T. Constant cusp height tool paths as geodesic parallels on an abstract Riemannian manifold[J]. Computer-Aided Design, 2007, 39: 477-489.
- [24] 周志华. 机器学习[M]. 北京: 清华大学出版社, 2016.  
ZHOU Zhihua. Machine learning[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2016.