

基于几何设计法的航空发动机内外机匣减振控制 新方法

安然¹, 陈佳杰¹, 杜潇¹, 张海波¹, 王继强²

(1. 南京航空航天大学能源与动力学院, 南京 210016; 2. 中国科学院宁波材料技术与工程研究所, 宁波 315201)

摘要: 航空发动机在运行过程中, 由于其结构的复杂性和外部气流的不稳定性, 不可避免地会产生大量的振动问题。针对航空发动机整机振动问题, 首先根据航空发动机的实际结构并结合经验总结, 建立了一种通用的转子-支承-机匣振动传递动力学模型, 并从航空发动机内外机匣减振控制问题出发, 利用一种新型的控制算法(几何设计法), 在有限频域内来设计减振控制器, 在传感器和执行机构受限的情况下, 尝试对多个输出量(即航空发动机的内机匣和外机匣)进行减振控制, 并与经典控制理论法比例、微分、积分(Proportional integral derivative, PID)设计的减振控制器进行减振效果对比, 最后通过 Matlab/Simulink 搭建仿真模型并进行仿真验证。结果表明, 几何设计法在有限频域内可以直观地获得最优控制器的存在性、唯一性、最优性, 对于主控对象的减振控制最优可高达 25 dB, 相较于传统控制方法形成明显优势。

关键词: 航空发动机内外机匣; 主动振动控制; 有限频域; 受限控制; 几何设计法

中图分类号: V233.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2023)04-0622-12

A Novel Method of Vibration Control for Internal and External Cases of Aero-engines Based on Geometric Design Method

AN Ran¹, CHEN Jiajie¹, DU Xiao¹, ZHANG Haibo¹, WANG Jiqiang²

(1. College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Ningbo Institute of Materials Technology & Engineering, Chinese Academy of Sciences, Ningbo 315201, China)

Abstract: Due to the complexity of the structure and the instability of the external air flow, considerable problems inevitably occur during the operation of aero-engines. Aiming at the vibration problem of the whole aero-engine, a general dynamic model of rotor-support-casing vibration transmission is established according to the actual structure of the aero-engine and the summary of experience. Moreover, starting from the vibration control problem of the internal and external cases of the aero-engine, a novel control algorithm (geometric design method) is used to design the vibration reduction controller in the limited frequency domain. In the case of limited sensors and actuator, the controller is used to try to control the vibration of multiple outputs (i.e., the inner and outer cases of the aero-engine), and compare the vibration reduction effect with the vibration reduction controller designed by proportional integral derivative (PID). Finally, the simulation model is built and verified by Matlab/Simulink. The results show that the geometric design method can intuitively obtain the existence, uniqueness and optimality of the optimal controller in the limited frequency domain, and the optimal vibration reduction control for the main control object can be as high as 25 dB. Compared with traditional control methods, the geometric design method has obvious advantages.

收稿日期: 2022-10-12; **修订日期:** 2023-03-24

通信作者: 王继强, 男, 研究员, 博士生导师, E-mail: wangjiqiang@nimte.ac.cn。

引用格式: 安然, 陈佳杰, 杜潇, 等. 基于几何设计法的航空发动机内外机匣减振控制新方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2023, 55(4): 622-633. AN Ran, CHEN Jiajie, DU Xiao, et al. A novel method of vibration control for internal and external cases of aero-engines based on geometric design method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(4): 622-633.

Key words: internal and external cases of aero-engine; active vibration control; limited frequency domain; limited control; geometric design method

航空发动机是一个复杂的流体机械,因此,在飞机航行中,自然环境的变化以及气流的影响都有可能给发动机部件结构带来振动隐患,这将会危及飞行安全,降低发动机的使用寿命。引起发动机振动原因有很多,内部因素有发动机本身结构的复杂性,零件装配的困难性,外部因素有天气环境的多变性,气流的不稳定性等。航空发动机振动问题最突出的表象是引起乘客不适,严重时将导致发动机损坏,造成不可逆转的飞行事故。根据中国航空史上飞机机械故障事故的数据调查,发动机故障事故在事故总数中占比高达40%,其中,70%以上的飞机发动机故障是由振动问题引起的^[1]。

对于引起航空发动机机匣振动的各类外界干扰^[2-4],其能量一般只集中分布在某一个或某些有限的频率范围内,这就要求理想的减振控制器的设计方法应具有以下特征:(1)能够在有限频带范围内表征控制器的减振性能指标;(2)能够用最少的反馈信号传感器对尽可能多的输出性能量进行优化;(3)能够在控制器设计阶段基于理论进行减振控制器的定量优化。然而长期以来工业界广泛采用被动方法来抑制振动,例如串联子系统的隔振法,附加子系统的吸振法,附加阻尼器或者阻尼元件的阻振法。美国宾州州立大学针对直升机主减速器引起的舱内高频噪声问题^[5],通过探索金属/橡胶周期层合隔振器用于主减振的可行性以及引入液体惯性装置,设计了一种新型液弹周期层合隔振器,有望实现宽频减振10~40 dB。南京航空航天大学陆洋团队利用支承结构的设计空间^[6],进一步提出了一种串/并联复合周期撑杆方案,证明了周期撑杆对直升机舱内主减速器噪声的宽频控制效果最大超过30 dB。然而这些被动控制方法在实际工程应用中存在质量代价大,环境要求高,控制效果容易受安装位置和装配刚度的影响,且宽频控制难以实现^[7-13]。因此,对于航空航天工程中的大型柔性结构,被动控制已无法满足诸多振动控制的要求。在过去的30年中,研究者们已经提出了许多主动控制方法^[14-16],美国航空航天局采用结构模态的主动控制方法对B52、H型飞机上实现低频段有限隔振^[17]。Karnopp^[18]采用主动隔振装置对汽车悬挂系统进行了更深入的探究。同济大学郑晓园等^[19]针对4~8 Hz范围内的汽车主动悬架系统有限频域控制问题,设计了有限频域 H_∞ 控制器,并基于1/4汽车主动悬架系统验证了该控制器的有效性。由Iwasaki等在经典KYP引理基础上发

展的另一种处理有限频域分析与设计问题的直接方法是广义KYP引理^[20-22],它从根本上克服了标准KYP(Kalman-Yakubovic-Popov)引理只能考察系统在全频域的整体性能的缺点,是近年来系统控制领域的研究热点。上述国内外学者所使用的主动振动控制方法大致可以概括为:(1)经典控制理论法,(2)频域加权法,(3)广义性能指标法。其中以传递函数为基础的经典控制理论法^[23-24],主要包括比例、微分、积分(Proportional integral derivative, PID),该方法下控制器设计的核心目标是引入附加的零极点,使系统达到期望的响应,然而经典控制理论主要针对单输入单输出系统,难以对多个变量进行控制,未能针对有限频域进行控制器的设计且参数的调节多依赖经验法和试凑法,难以处理高阶的被控对象;以引入频域加权函数为辅助的 H_2/H_∞ 控制理论^[25-26]可以用于处理多输入多输出系统,但加权函数的选取依赖工程师的研究经验,且未能给出系统的有限频域特性,因此难以做到定量优化和寻求性能极限。广义KYP引理^[27]对于有限频域性能分析方面的结果非常完善,但其求解过程中需要引入额外的松弛矩阵,尽管已经有多种分析法来选取尽量合理的松弛矩阵,可是松弛矩阵的引入必然导致所求问题解空间的减小,从而导致系统的控制效果具有很大的保守性,也难以进行最优性分析。

基于上述讨论,可以将目前主动控制方法的局限性归结为以下几点:(1)传感器和执行器数量和参数受限;(2)不面向有限频域带;(3)无法定量优化;(4)无法同时优化多个性能输出量;(5)容易丢失最优解,忽略性能极限的存在。这就要求探索新的控制器设计思路来解决以上问题。

几何设计法是基于有限频域振动控制问题提出的一种新兴的控制概念^[28],已在振动控制领域^[29-30]和能量收集领域^[31-32]取得了一些初步的理论研究成果和应用,文献[29]是几何设计法利用单个传感器和单个执行器来实现在有限频域内对多个性能变量的减振控制,并基于旋翼桨叶系统来进行效果验证。文献[30]是几何设计法在多位置振动抑制问题中的应用,通过在两个位置的车辆悬架振动抑制中的应用,验证了该方法在多位置性能控制问题中的有效性。文献[32]介绍了几何设计法在能量收集领域的有效性,考虑了一种通用的两自由度悬架结构,揭示了能量收集和振动抑制性能之间的密切关系,为能量收集问题提供了一种可视

化的方法。几何设计法为减振控制器的设计提供了新的思路,目前已在航空航天运载、航海深潜^[28]等领域得到应用。本文基于几何设计法解决航空发动机内外机匣振动^[29,32]控制问题,通过定义一个灵敏度函数,将复杂的控制器求取问题转化为复平面上相关性圆交集的选取问题,通过几何图形,直观地展现控制问题的存在性、最优性和性能极限等一系列基本问题,为减振控制器的设计提供了新的思路。

1 几何设计法

本文采用的新型控制器设计方法——几何设计法,对标理想的减振控制器设计方法的特征,几何设计法控制理论的创新点可归纳为以下3个方面:(1)针对系统的有限频域进行减振控制器的设计。几何设计法通过挖掘系统减振控制的本质意义,定义了一种灵敏度函数,不需要引用依赖经验法的加权函数,建立了灵敏度函数与对应频率的定量关系,因此便可聚焦系统的特定频率或者有限频域进行控制器的设计。(2)使用单一传感器和作动器实现对多个输出量进行减振控制。几何设计法将不同输出量通过灵敏度函数转化成复平面上的圆(即S圆和R圆),通过选取两圆或者多圆交集上的点来设计控制器,实现使用单一控制器完成对多个性能输出量的控制。(3)实现对于系统减振性能的定量优化。几何设计法最重要的创新点便是在整个控制器的设计过程中都能直观地在复平面上展示出各个性能输出量的减振量,以及在受限控制情况下系统的最优控制点和性能极限,利用图解的形式来解决控制器的求取问题。

几何设计法的具体理论研究路线如下,为了描述方便简洁,本文假定受控对象为二阶系统,在传感器和执行机构受限的情况下,能够满足对性能输出量 y 和 z 同时做到振动控制。几何设计法理论基于的反馈控制结构如图1所示。

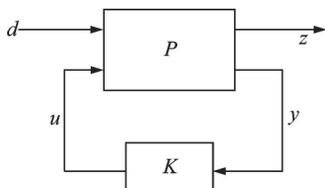


图1 反馈控制结构图

Fig.1 Feedback control structure diagram

假定被控对象 P 为任意一个二阶系统,其传递函数的一般模型如下

$$\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{00} & g_{01} \\ g_{10} & g_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: y 为传感器监测点处的输出值, z 为相对于监测点较远位置的输出值, d 为干扰输入, u 为控制器作用下的控制力,假设控制器为 K ,则同时减少 y 和 z 的控制规律可表示为

$$u = Ky \quad (2)$$

输入 d 到输出反馈信号 y 以及可控性能变量 z 闭环传递函数分别用 $T_{yd,c}$ 和 $T_{zd,c}$ 表示,其结果为

$$\begin{cases} T_{yd,c} = (1 - g_{00}K)^{-1}g_{01} \\ T_{zd,c} = \left[1 + \frac{g_{10}Kg_{01}}{g_{11}(1 - g_{00}K)} \right] \times g_{11} \end{cases} \quad (3)$$

输入 d 到输出反馈信号 y 以及可控性能变量 z 开环传递函数分别用 $T_{yd,o}$ 和 $T_{zd,o}$ 表示,其结果为

$$\begin{cases} T_{yd,o} = g_{01} \\ T_{zd,o} = g_{11} \end{cases} \quad (4)$$

为表征控制器的减振效果,定义性能指标函数 η 为输出量闭环幅值和开环幅值之比

$$\begin{cases} \eta_{yd} = (1 - g_{00}K)^{-1} \\ \eta_{zd} = 1 + \frac{g_{10}Kg_{01}}{g_{11}(1 - g_{00}K)^{-1}} \end{cases} \quad (5)$$

因此,所要研究的对于性能输出量 y 和 z 同时减振的控制问题便可转换为,在离散频率点或者有限频域内,寻找控制器 K ,使得如下所示的不等式成立。

$$\begin{cases} \eta_{yd} = (1 - g_{00}K)^{-1} \leq 1 \\ \eta_{zd} = 1 + \frac{g_{10}g_{01}K}{g_{11}(1 - g_{00}K)} \leq 1 \end{cases} \quad (6)$$

这个问题包括存在性、最优性和控制综合3个子问题:

(1) 存在性问题:存在控制器 K ,使得 y 和 z 同时减少;

(2) 最优性问题:该控制器 K 可以使 y 和 z 达到最优性能;

(3) 控制综合问题:针对给定的性能指标,可以设计实现强稳定控制器 K 。

为使后续表述方便,定义灵敏度函数 S 和 R ,则

$$\begin{cases} \eta_{yd} = S = (1 - g_{00}K)^{-1} \\ \eta_{zd} = R = 1 + \frac{S-1}{G_i} \end{cases} \quad (7)$$

式中 $G_i = \frac{g_{00} \times g_{11}}{g_{01} \times g_{10}}$,根据式(7),对于性能输出量 y

和 z 的减振控制要求,要做到

$$\begin{cases} |S| = (1 - g_{00}K)^{-1} \leq 1 \\ |R| = 1 + \frac{S-1}{G_i} \leq 1 \end{cases} \quad (8)$$

从几何分析的角度看出,式 $|S| \leq 1$ 可以在复

平面表示为以 $(0, 0)$ 为圆心, 1 为半径的圆, 而 $|R| \leq 1$ 可以通过 $R = S + (G_i - 1) \leq G_i$ 变换映射到圆 S 所在的复平面上, 即可表示为恒过 $(1, 0)$ 点, 圆心为 $(1 - \text{Re}(G_i), -\text{Im}(G_i))$, 半径为 $|G_i|$ 的圆。

接下来讨论几何设计法下的控制器设计所面临的 3 个问题。

命题 1(存在性问题) 首先定义控制器的性能指标

$$\begin{cases} \eta_{yd} = \left| \frac{T_{yd,c}}{T_{yd,o}} \right| = S \leq \delta_1 \leq 1 \\ \eta_{zd} = \left| \frac{T_{zd,c}}{T_{zd,o}} \right| = R \leq \delta_i \leq 1 \quad i \in [2, 3, \dots, n] \end{cases} \quad (9)$$

式中: δ_1, δ_i 为性能指标的需求极限, 对于减振需求, 均应小于等于 1。则控制器存在性问题便可表述为当且仅当所有的性能圆(S圆与R圆), 以及所有的性能指标圆(γ 圆: 即边界条件为 δ_1, δ_i 的圆)存在公共交集时, 存在几何设计法下 $u = Ky$ 的控制器, 在离散频率 $\omega = \omega_0$ 和有限频域 $\forall \omega \in [\omega_1 \ \omega_2]$ 能够满足同时减少输出量 y 和 z 。

如图 2 所示, 展示了离散频率 $\omega = \omega_0$ 下满足条件的控制器的存在区域。

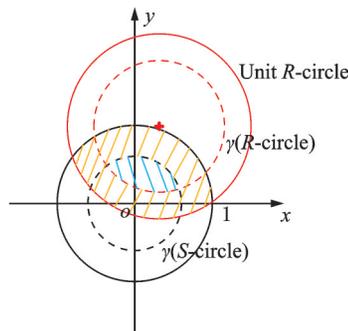


图 2 离散频率主动控制圆
Fig.2 Discrete frequency active control circle

根据式(8)以及变化规律 $R = S + (G_i - 1) \leq G_i$ 可知, 对于每一个离散频率 ω_0 , 则会有一个 R-circle 与之对应, 图 2 中黄色阴影区域表示在该处设计的控制器可以做到对性能输出 y 和 z 同时衰减。图 2 中虚线圆代表它们的 6 dB 限制圆, 因此蓝色阴影部分区域表示在性能指标为 6 dB 限制的条件下, 在该区域设计的控制器可以同时满足对于性能输出量 y 和 z 的减振要求。

对于有限频域 $\forall \omega \in [\omega_1 \ \omega_2]$ 的控制器求解法则如图 3 所示。

在有限频域 $[\omega_1 \ \omega_2]$ 内, 根据变化规律, 会形成一系列的 R-circle, 这些 R-circle 在频域段内会沿着某一趋势在复平面上延伸, 如图 3 所示, 那么它们

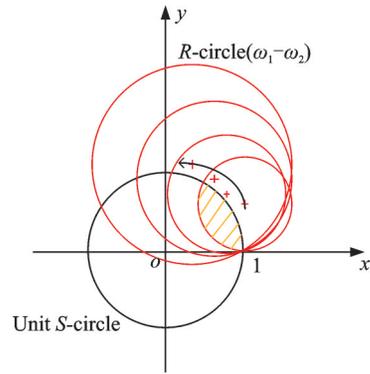


图 3 有限频域内的主动限制圆
Fig.3 Active limiting circle in finite frequency domain

与单位 S-circle 的公共交集, 即图 3 中黄色阴影区域则表示在该处设计的控制器可以满足在有限频域 $\forall \omega \in [\omega_1 \ \omega_2]$ 内同时减少性能输出 y 和 z 的振动。由于在此区域内的多个 ω 同时满足设计条件, 因此, 在实际应用中, 选择控制效果最好的控制器。

以上便是几何设计法下关于控制器存在性问题的讨论。

命题 2(最优性问题) 若存在一组 δ_1 和 δ_i , 使得两性能限制圆 $\gamma(S\text{-circle})$ 和 $\gamma(R\text{-circle})$ 相切, 则位于两圆心连线上的相切点处设计的控制器对于整个系统具有最优减振性能, 如图 4 所示。

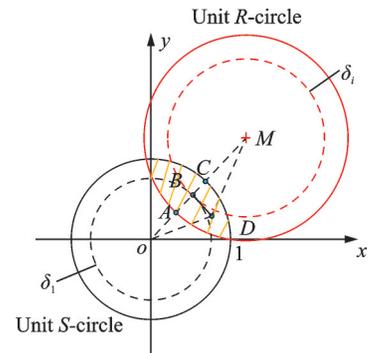


图 4 最优抗扰性能
Fig.4 Optimum immunity performance

图 4 中, 黄色阴影部分表示在该区域设计的控制器可以同时满足对性能输出 y 和 z 的振动控制, 而当性能指标 δ_1 和 δ_i 所代表的性能限制圆 $\gamma(S\text{-circle})$ 和 $\gamma(R\text{-circle})$ 相切时, 图 4 中 B 为最优设计点, 因为根据三角形边长的几何关系可得

$$L_{oM} < L_{oD} + L_{MD} \quad (10)$$

因此, 对于全局的减振控制性能, 一定有如下的约束关系

$$20\lg\eta_{yd,B} + 20\lg\eta_{zd,B} < 20\lg\eta_{yd,D} + 20\lg\eta_{zd,D} \quad (11)$$

即性能输出 y 和 z 在 B 点的控制指标之和一定小于在 D 点的控制指标之和, 故 B 点为控制器最优设计点。对于点 A 和点 C, 由图 4 可以得出下述结论:

点A表示,在该处设计控制器,对于R-circle所代表的性能输出z来说无任何衰减作用,而对S-circle所代表的性能输出y来说衰减量可以达到6 dB即衰减振动量的50%左右;点C表示,在该处设计的控制器,对S-circle所代表的性能输出y来说无任何衰减作用,而对R-circle所代表的性能输出z来说,其衰减量可以达到5 dB即衰减振动量的40%左右。

以上便是几何设计法下关于控制器最优性问题的讨论。

命题3(控制综合问题) 由于被控对象和干扰的不确定性,这就需要设计一个强稳定的控制器来增大容错,满足不同工况下的减振需求,于是,由式(8)可得稳定的控制器可以由下式求出

$$K(j\omega) = \frac{S-1}{Sg_{00}} \quad (12)$$

式(12)求控制器K的过程中,S是复平面上的点,假设复数 $S(j\omega) = a + jb$,其中a和b具有相同的符号,下面的算法可用于构造强稳定的控制器。

(1) 正数a和b的算法:首先定义 $S(j\omega) = a + jb = j\omega b/\omega + a$;然后用s替换jω,即 $S(s) = bs/\omega + a$;将S(s)乘以 $\frac{s+A}{(\frac{b}{\omega}s+c)(s+d)}$,其中

$$K(s) = \frac{(s+\sigma)^2 \left(\frac{-b}{\omega^3}s + \frac{-a}{\omega^2} \right) (s+A) - \left(\frac{-b}{\omega^3}s + c \right) (s+d)^3}{(s+\sigma)^2 \left(\frac{-b}{\omega^3}s + \frac{-a}{\omega^2} \right) (s+A) g_{00}(s)} \quad (14)$$

式中σ为一个小的正数,将控制器的极值移到左半平面。研究表明稳定裕度的退化会导致瞬态响应的迟缓,故σ越小,K(s)就越近似于谐波频率ω处的最佳控制器K(jω)。因此,需要对任何特定的设计进行折衷。

基于上述推理和讨论,几何设计法设计流程可归纳为:(1) 辨识系统的状态空间函数;(2) 求取灵敏度函数S和R,并画出Unit S-circle和Unit R-circle;(3) 利用性能指标画出限制圆γ(S-circle)和γ(R-circle);(4) 选取限制圆交集上合适的点进行控制器的设计。

2 几何设计法在航空发动机内外机匣减振问题上的应用

几何设计法流程一般如图5所示。对于振动问题的分析一般从建立研究对象的模型开始,根据经验,如果直接研究航空发动机的整机振动问题,

$$A = cd - b\omega, c + \frac{bd}{\omega} = 1, A > 0, c > 0, d > 0。$$

此构造保证了乘数部分等于1并且所得到的控制器至少具有单极点下降,还保证了控制器对速度和加速度反馈的正定性。最后,稳定的控制器为

$$K(s) = \frac{\left(b \frac{A-d}{\omega} + a - c \right) s + (Aa - cd)}{\left(\frac{b}{\omega} s + a \right) (s+A) g_{00}(s)} \quad (13)$$

(2) 负数a和b的算法:首先定义 $S(j\omega) = \frac{-a}{\omega^2}(j\omega)^2 + \frac{-b}{\omega^3}(j\omega)^3$;然后用s替换jω,即 $S(s) = \frac{-a}{\omega^2}s^2 + \frac{-b}{\omega^3}s^3$,

将S(s)乘以 $\frac{s+A}{\left(\frac{-b}{\omega^3}s+c \right) (s+d)^3}$,其中 $A = c(d^3 - 3d\omega^2) + \frac{b}{\omega}(3d^2 - \omega^2)$, $\frac{-b}{\omega^3}(d^3 - 3d\omega^2) + c(3d^2 - \omega^2) = 1, A > 0, c > 0, d > 0。$

此构造保证了乘数部分等于1,并且所得到的控制器至少具有单极点下降,还保证了控制器对速度和加速度反馈的正定性。最后,稳定的控制器为

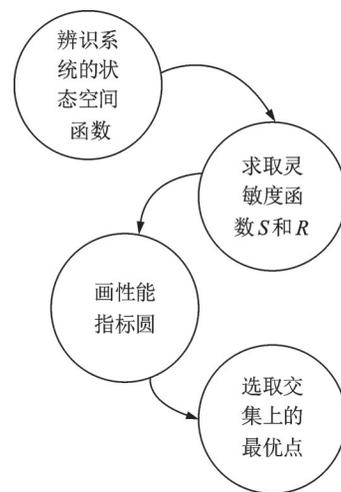


图5 几何设计法流程图

Fig.5 Geometric design method flowchart

则存在:(1)结构过于复杂,(2)干扰因素和限制因素太多等问题,这些都会影响振动力的传递路径,因此,为了便于研究减振问题,需要将研究对象抽

象化为力学系统^[33],本文根据航空发动机实际结构,结合经验总结,建立一个适当的航空发动机简化振动传递动力学模型,如图 6 所示,是某航空发动机的转子到机匣的动力学模型。

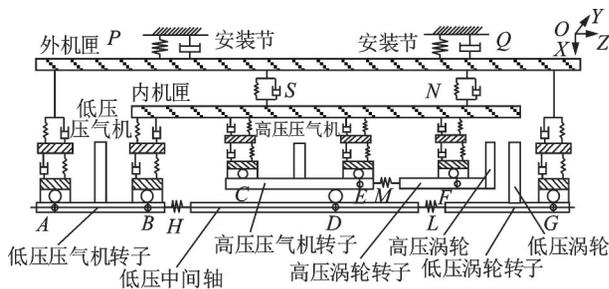


图 6 航空发动机动力学模型
Fig.6 Aero-engine dynamic model

根据图 6 的航空发动机动力学模型可知:发动机内部转子通过轴承支承在定子机匣上,在转子激振引起碰撞时,该激振力会通过连接在内外机匣上的支承传递,直至传递到机匣表面,从而引起发动机的整机振动。图 7 通过简化过程示意图,直观地展示了传感器和执行机构在航空发动机上的安装方式。

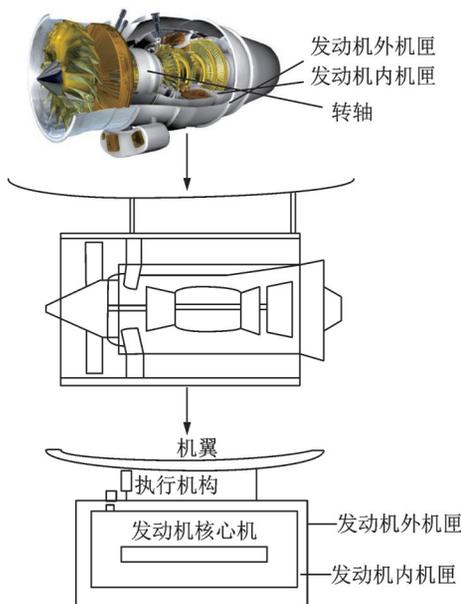


图 7 执行机构在发动机上的安装方式
Fig.7 Installation method of actuator on the engine

图 7 中,作动器安装于航空发动机外机匣上;传感器 1 安装于发动机的外机匣上,用于监测和采集外机匣的振动信息,将采集的振动信息传递至控制器处,经控制器里相应的控制规律处理后,传递至作动器执行相应的力的输出,从而完成对内外机匣的振动控制。本文所采用的控制规律——几何

设计法,便可实现利用单个传感器和作动器完成对多个输出量的减振控制。传感器 2 安装于发动机内机匣上,主要用来监测内机匣的振动状态,不参与反馈回路。

根据物理原理,将上述航空发动机振动传递路径简化成如图 8 所示的二自由度振动模型^[34]。

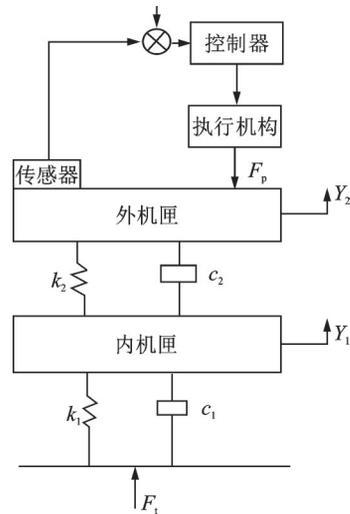


图 8 简化振动模型
Fig.8 Simplified vibration model

在该模型中, F_1 表示航空发动机由于转子不平衡而产生的激振力, m_1 表示航空发动机内机匣的质量, m_2 表示航空发动机外机匣的质量, Y_1 表示航空发动机在激振力作用下内机匣的位移, Y_2 表示航空发动机在振动作用下外机匣的位移, k_1 、 c_1 表示航空发动机内机匣到转子之间的刚度和阻尼, k_2 、 c_2 表示航空发动机外机匣到内机匣的刚度和阻尼, F_p 表示由控制器控制执行机构产生的主动力,采用的压电式加速度传感器置于代表航空发动机外机匣的质量块上。至此,由航空发动机转子不平衡引起的机匣振动可以简化为如图 8 所示的振动传递路径,即振动信号通过转子与内机匣的弹性连接传递到内机匣,再经由弹簧传递至外机匣,通过加速度传感器来感知外机匣的振动情况,同时将振动信号传递至控制器,使得控制器产生控制信号传输至执行机构,执行机构产生主动力作用于外机匣,以此来达到对内外机匣振动的消减,从而使得整机的振动水平下降,得到理想的控制效果。

根据牛顿第二定律,对该二自由度振动系统进行动力学分析,可以得到如下的模型运动微分方程

$$\begin{cases} -m_2 \ddot{y}_2 + k_2(y_1 - y_2) + c_2(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) = F_p \\ m_1 \ddot{y}_1 + k_1 y_1 + c_1 \dot{y}_1 + k_2(y_1 - y_2) + c_2(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) = F_1 \end{cases} \quad (15)$$

为使后续推导过程简洁明了,将式(15)按照矩阵的形式表示,结果为

$$\begin{bmatrix} -m_2 & 0 \\ 0 & m_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -c_2 & c_2 \\ -c_2 & c_1 + c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_2 \\ \dot{y}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -k_2 & k_2 \\ -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_2 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_p \\ F_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

式(16)经过拉氏变换,得到

$$\left\{ s^2 \begin{bmatrix} -m_2 & 0 \\ 0 & m_1 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} -c_2 & c_2 \\ -c_2 & c_1 + c_2 \end{bmatrix} + \right.$$

$$\left. Y(s) = \begin{bmatrix} \frac{-[m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + (k_1 + k_2)]}{G} & \frac{c_2 s + k_2}{G} \\ \frac{-(c_2 s + k_2)}{G} & \frac{m_2 s^2 + c_2 s + k_2}{G} \end{bmatrix} F(s) \quad (19)$$

式中: $G = m_1 m_2 s^4 + (c_1 m_2 + c_2 m_1 + c_2 m_1) s^3 + (k_1 m_2 + k_2 m_1 + k_2 m_2 + c_1 c_2) s^2 + (c_1 k_2 + c_2 k_1) s + k_1 k_2$

至此,内外机匣的位移与激振力的传递关系便可以由式(19)表示,而本文采用的是加速度传感器,故加速度与激振力的传递关系可以表示为

$$Z(s) = \begin{bmatrix} \frac{-[m_1 s^4 + (c_1 + c_2) s^3 + (k_1 + k_2) s^2]}{G} & \frac{c_2 s^3 + k_2 s^2}{G} \\ \frac{-(c_2 s^3 + k_2 s^2)}{G} & \frac{m_2 s^4 + c_2 s^3 + k_2 s^2}{G} \end{bmatrix} F(s) \quad (20)$$

表1所示是该动力学模型相关参数的取值表。

$$Z(s) = \begin{bmatrix} \frac{-[546s^4 + 5000s^3 + 6 \times 10^4 s^2]}{G} & \frac{1000s^3 + 10000s^2}{G} \\ \frac{-[1000s^3 + 10000s^2]}{G} & \frac{546s^4 + 1000s^3 + 10000s^2}{G} \end{bmatrix} F(s) \quad (21)$$

式中 $G = 298116s^4 + 3.276 \times 10^6 s^3 + 4.222 \times 10^7 s^2 + 9 \times 10^7 s + 5 \times 10^8$ 。

本文的控制目的是利用有限的传感器和执行机构,通过反馈控制回路在减少外机匣振动的同时减少内机匣的振动,图9展示了该传递模型中外机匣 y 和内机匣 z 的振动对于干扰 d 的幅频特性曲

$$\begin{bmatrix} -k_2 & k_2 \\ -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \left. \right\} Y(s) = F(s) \quad (17)$$

式中: $Y(s) = \begin{bmatrix} Y_2(s) \\ Y_1(s) \end{bmatrix}, F(s) = \begin{bmatrix} F_p \\ F_1 \end{bmatrix}$ 。

$$\begin{bmatrix} -m_2 s^2 - c_2 s - k_2 & c_2 s + k_2 \\ -c_2 s - k_2 & m_1 s^2 + (c_1 + c_2) s + (k_1 + k_2) \end{bmatrix} \times Y(s) = F(s) \quad (18)$$

对式(18)进行线性代数的相关计算,可以得到

表1 二自由度动力学模型相关参数的取值表

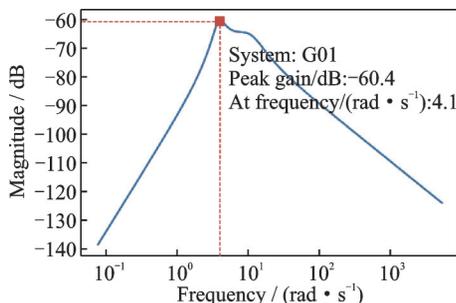
Table 1 Values of relevant parameters of the two-degree-of-freedom dynamic model

| 模型参数 | 符号 | 数值 |
|---|-------|--------|
| 外机匣质量/kg | m_2 | 546 |
| 内机匣质量/kg | m_1 | 546 |
| 转子连接内机匣的刚度/($N \cdot m^{-1}$) | k_1 | 50 000 |
| 内机匣连接外机匣的刚度/($N \cdot m^{-1}$) | k_2 | 10 000 |
| 转子内机匣连接阻尼/($N \cdot s \cdot m^{-1}$) | c_1 | 4 000 |
| 内机匣外机匣连接阻尼/($N \cdot s \cdot m^{-1}$) | c_2 | 1 000 |

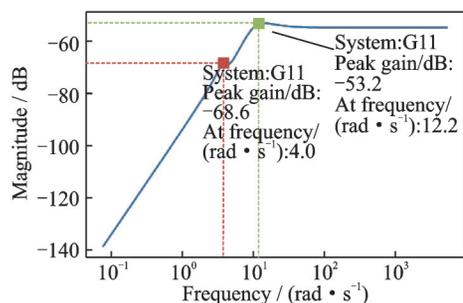
将表1中各参数的取值代入式(20),可得

$$Z(s) = \begin{bmatrix} \frac{-[546s^4 + 5000s^3 + 6 \times 10^4 s^2]}{G} & \frac{1000s^3 + 10000s^2}{G} \\ \frac{-[1000s^3 + 10000s^2]}{G} & \frac{546s^4 + 1000s^3 + 10000s^2}{G} \end{bmatrix} F(s) \quad (21)$$

线,可以看出干扰信号在 $\omega = 4 \text{ rad/s}$ 时对外机匣的振动影响达到峰值,故本文的减振控制问题可进一步定义为在单频点 $\omega = 4 \text{ rad/s}$ 来用几何设计法设计单频控制器,选择有限频域 $\omega = 2 \sim 4 \text{ rad/s}$ 来设计几何设计法下的宽频控制器,以此来抑制内外机匣的振动,验证控制器的性能。



(a) Open-loop amplitude-frequency characteristic diagram of the outer case



(b) Open-loop amplitude-frequency characteristic diagram of the inner case

图9 内外机匣幅频特性图

Fig.9 Amplitude-frequency characteristic diagram of inner and outer cases

3 基于几何设计法的航空发动机内外机匣减振控制仿真验证

引发航空发动机振动的干扰信号复杂多样,本节将通过耦合过的振动信号简化为正弦信号作为输入信号,通过前面建立的二自由度振动传递模型,将输入信号传递至外机匣表面,加速度传感器负责将发动机机匣振动引起的加速度信号送到控制器中,在控制器中设定所需的控制算法并输出响应,从而达到减振的目的,综上所述,控制系统的结构框图如图 10 所示。

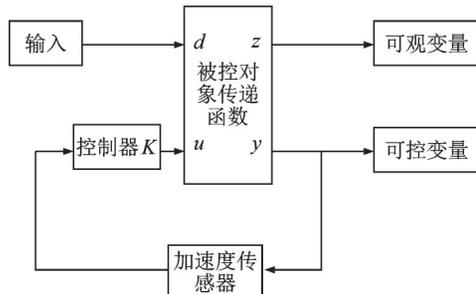


图 10 控制系统结构框图

Fig.10 Block diagram of the control system structure

依据如图 10 所示的结构框图,在 Matlab/Simulink 中搭建主动振动控制系统模型,输入环节通过一个开关来选择单频正弦信号输入或者噪声输入,控制系统环节设置了开环回路和几何设计法下的闭环回路来进行仿真对比。

接下来对 $\omega = 4 \text{ rad/s}$ 的正弦信号进行单频仿真研究。首先进行控制器的设计。

如图 11 所示,阴影部分表示设计控制器的可取范围,即在该范围内设计的控制器,可以同时使内外机匣降低振动,选取图 11 中有代表性的 3 个点来进行仿真验证。按照前面所述的几何设计法理论:在 A 点设计的控制器,S 圆代表的外机匣将达到最优状态,振动量下降约 25 dB,而 R 圆代表的内机匣振动减少量约 2.2 dB;在 B 点设计的控制器,对于外机匣的减震控制将弱化,其振动减少量约 5.9 dB,对内机匣的减震控制将加强,其振动减少量约为 5.6 dB;在 C 点设计的控制器,对于外机匣的减震控制将几乎不会产生任何影响,而将会大幅降低内机匣的振动,使内机匣振动量减小约 10.5 dB,图 12 是它们的仿真对比图。

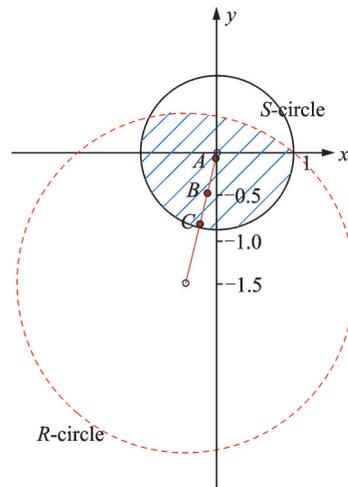


图 11 $\omega = 4 \text{ rad/s}$ 时的主动控制限制圆

Fig.11 Active control limit circle when $\omega = 4 \text{ rad/s}$

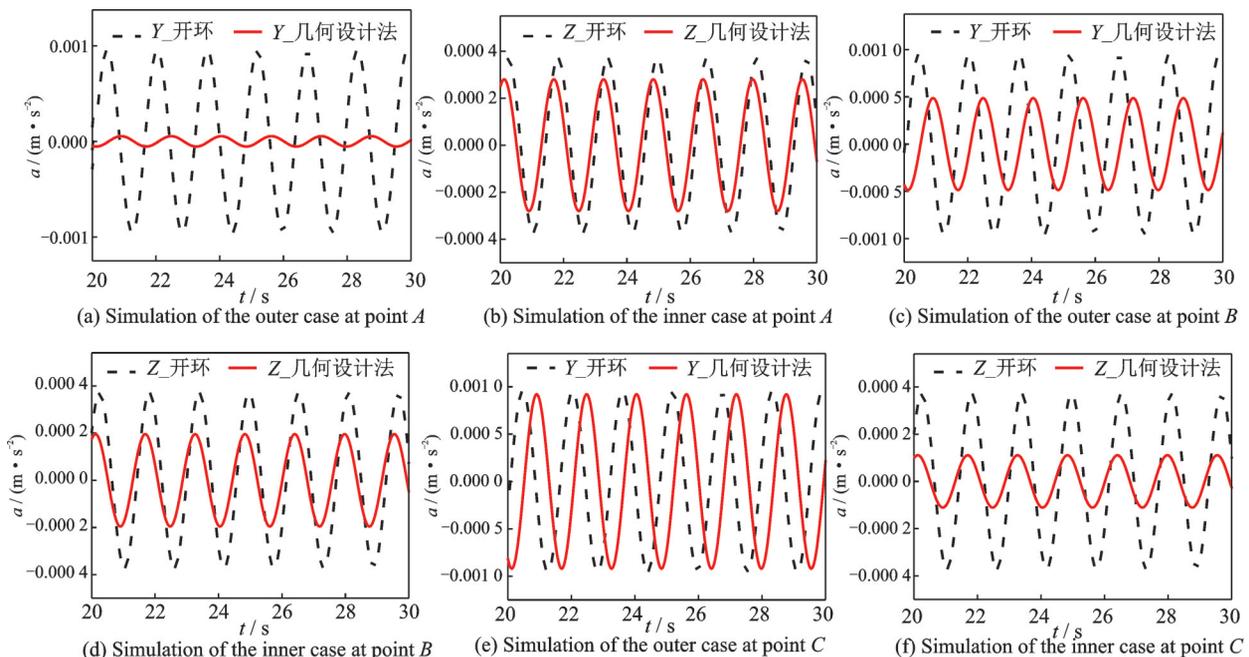


图 12 内外机匣仿真对比图

Fig.12 Simulation comparison diagram of inner and outer cases

根据上面的仿真对比图,依据关系式

$$\text{衰减幅值} = 20\lg|A_{op}| - 20\lg|A_{cl}| = 20\lg \frac{|A_{op}|}{|A_{cl}|} \quad (22)$$

可以得到图13所示的内外机匣在A、B、C三点处的振动衰减量。

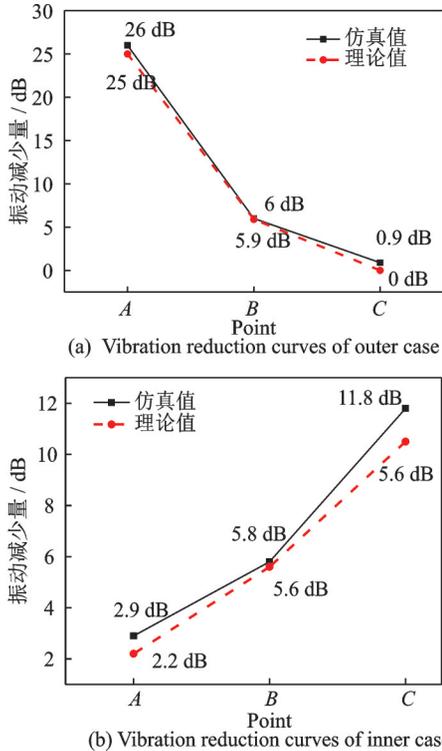


图13 内外机匣振动减少量曲线图

Fig.13 Vibration reduction curves of inner and outer cases

通过上述的仿真结果可以清楚地发现,在单频信号输入作用的情况下,几何设计法能有效降低由转子不平衡而引发的发动机内外机匣的振动,且理论计算结果和仿真值一一对应,并且可以寻找到主控对象的减振性能极限,以此可以设计出更加合适的控制器。然而,在实际中,振动信号往往是较为复杂的多频叠加信号,因此,接下来针对有限频域 $\omega = 2\sim 4$ rad/s 设计减振控制器来进行多频叠加干扰信号的仿真研究。

由于实际的振动信号往往是复杂且无规律的多频信号叠加,因此,本次仿真的输入信号采用 Simulink 中的 White Noise 模块来产生无规律的多频叠加信号,利用 Butterworth 滤波器将白噪声中 $\omega = 2\sim 4$ rad/s 的信号选取并且传递至回路中,输入信号的仿真图如图14所示。Butterworth 滤波器选取的信号如图15所示。

接下来进行控制器的设计,在噪声输入信号的作用下,若想满足对该频段的每个信号都有控制效果,则需选择所有频率下的 S-circle 和 R-circle 的公共交集来设计控制器,其结果如图16所示,图16中

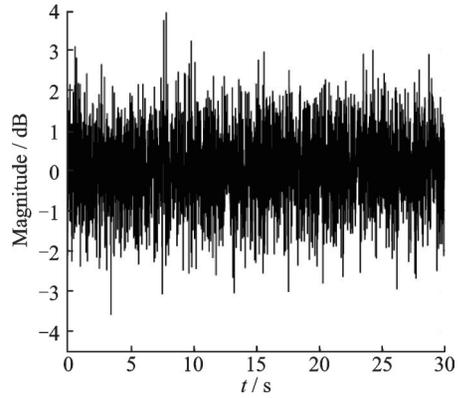


图14 White Noise 产生的无规律噪声信号

Fig.14 Irregular noise signal generated by White Noise

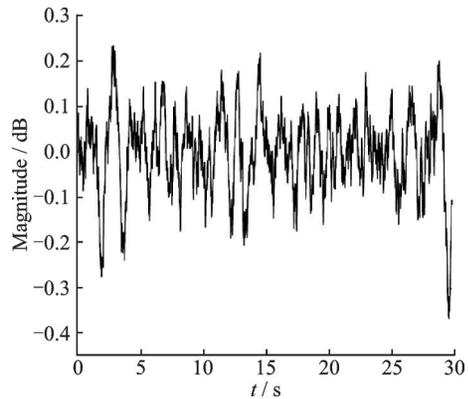


图15 Butterworth 滤波器选取的 $\omega = 2\sim 4$ rad/s 的信号

Fig.15 Signal of $\omega = 2\sim 4$ rad/s selected by Butterworth filter

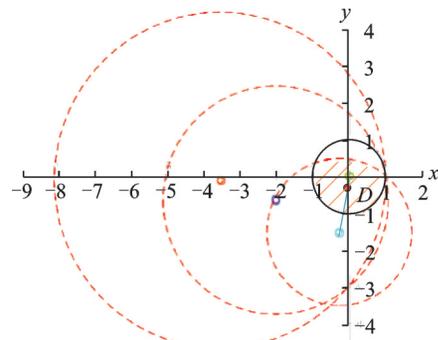


图16 $\omega = 2\sim 4$ rad/s 主动控制限制圆

Fig.16 Active control limit circle for $\omega = 2\sim 4$ rad/s

阴影部分是控制器的可选范围。

选取图16所示的D点处用几何设计法来设计控制器,其控制效果仿真图如图17所示。由于白噪声模块产生的干扰信号存在多处频率突变,且间隔时间较短,而控制器进行控制需要先接收信号,经过计算再反馈至执行机构进行控制调节,故在信号突变处的减振控制效果往往不是很理想,这就导致如图17所示的在几何设计法下 R-circle 的边缘处取点所设计的减振控制器对内机匣的仿真整体控制效果不是很明显,通过图18,19幅频特性曲线可以直观地展示在 $\omega = 2\sim 4$ rad/s 时控制器对内外

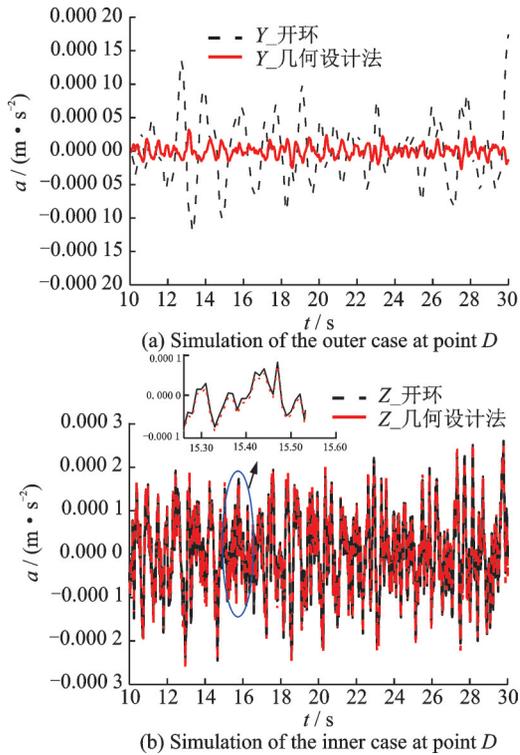


图 17 D点处内外机匣的仿真对比图

Fig.17 Simulation comparison of the inner and outer cases at point D

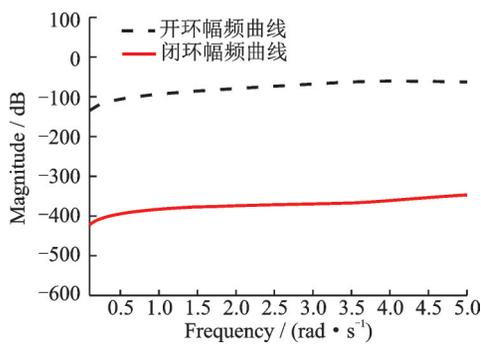


图 18 外机匣幅频特性曲线

Fig.18 Amplitude-frequency characteristic curves of outer case

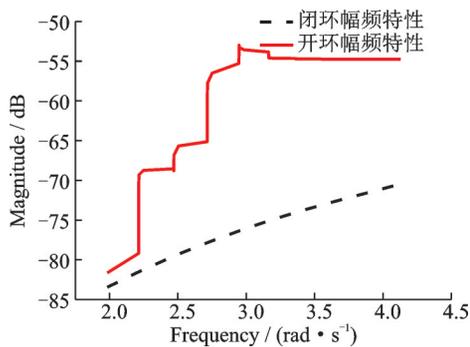


图 19 内机匣幅频特性曲线

Fig.19 Amplitude-frequency characteristic curves of inner case

机匣的减振控制效果。

由于噪声干扰信号随机性强,波动密集,而工

程中的激励信号通常是个复杂的周期信号,因此有必要对多频叠加干扰信号进行反馈控制研究。可以取谐波输入信号为

$$d = \sum_{i=1}^n \sin x_i = \sin 2t + \sin 3t + \sin 4t \quad (23)$$

在多频叠加的干扰信号作用下,依然选取图 16 所示的 D 点处设计减振控制器,同时采用经典控制理论 PID 设计减振控制器进行对比,其仿真结果如图 20 所示。多频叠加干扰信号作用下内外机匣仿真对比如图 21 所示。

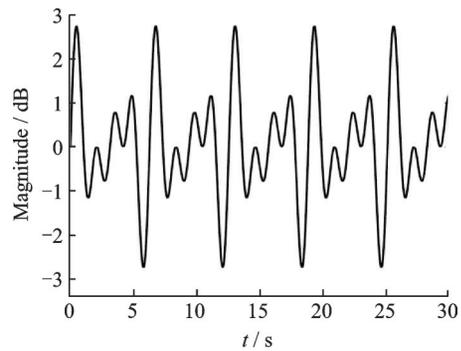


图 20 多频叠加干扰信号

Fig.20 Multi-frequency superimposed interference signal

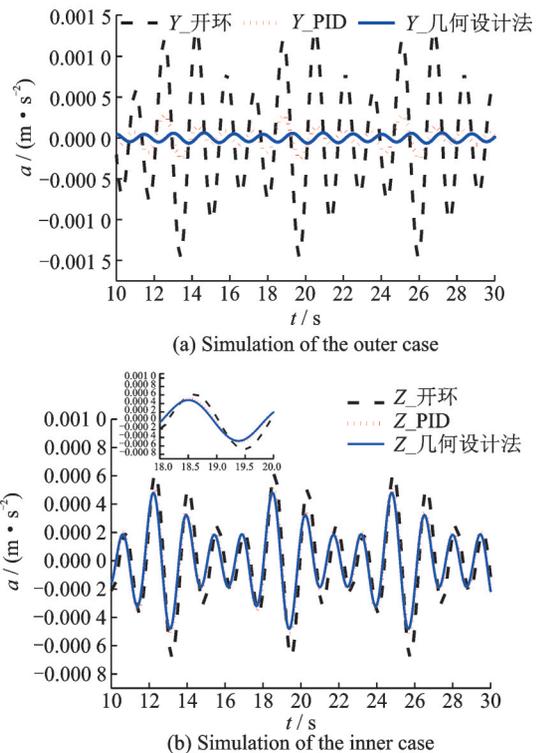


图 21 多频叠加干扰信号作用下内外机匣仿真对比图

Fig.21 Simulation comparison of inner and outer cases under the action of multi-frequency superimposed interference signals

在多频叠加干扰信号作用下,几何设计法设计的控制器对外机匣有很好的振动控制效果,且根据式(22)可得对于主控对象外机匣的减振量

为 25 dB, 减振效果高达 95%, 但由于 D 点位于 $\omega = 4 \text{ rad/s}$ 的 R -circle 的边缘, 故对内机匣的控制将不会很明显, 经过计算, 对内机匣的减振量为 2.5 dB, 减振效果为 25%。图 22 展示了在多频叠加干扰信号的作用下 D 点处内机匣幅频特性曲线图, 通过内机匣在不同控制器下的幅频曲线对比图可以直观地观测到几何设计法在有限频域 $\omega = 2 \sim 4 \text{ rad/s}$ 的控制效果明显优于 PID 法, 证明了几何设计法的优越性和有效性。

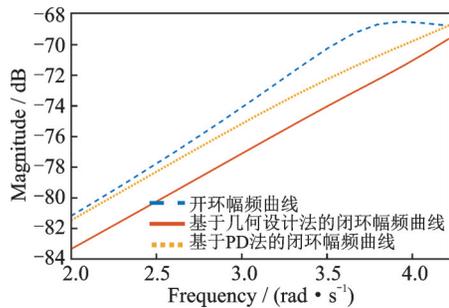


图 22 多频叠加干扰信号作用下内机匣幅频特性曲线图
Fig.22 Amplitude-frequency characteristic diagram of the inner case under the action of multi-frequency superimposed interference signals

4 结 论

本文从航空发动机内外机匣振动控制问题出发, 针对现有主动控制方法的一些局限性, 提出了一种新的减振控制器设计思路——几何设计法, 利用几何设计法设计减振控制器, 并在离散频率 ω_0 和有限频域 $[\omega_1, \omega_2]$ 内进行分析和仿真验证, 结果表明:

(1) 通常航空发动机工作环境较为复杂, 传感器和执行机构受限, 相较于传统的主动控制方法, 几何设计法依赖较少的传感器和作动器而完成对多个性能输出量的控制。

(2) 对于航空发动机内外机匣减振控制指标, 几何设计法可以直接地从理论上定义控制性能指标, 通过复平面上圆的交集来选取最优控制器的设计位置, 形成了离散频率和有限频域控制器设计的新思路, 能够更好地挖掘控制器的性能极限。

(3) 航空发动机的振动存在着明显的有限频域特性, 几何设计法可以根据有限频域进行系统分析和控制器的设计, 能够更好地减少能量输出和改善控制效果。

(4) 最后, 几何设计法具有普遍性和通用性, 可为其他工程应用领域提供有效的技术支持。

参考文献:

[1] 蒋玲莉, 黄杰, 韩清凯, 等. 某型航空发动机双转子系

统动态特性分析[J]. 航空计算技术, 2016, 46(1): 19-22.

JIANG Lingli, HUANG Jie, HAN Qingkai, et al. Dynamic characteristics analysis of certain type of aero-engine double rotor system[J]. Aeronautical Computing Technique, 2016, 46(1): 19-22.

[2] DU C, XIE L, GUO G, et al. A generalized KYP lemma based approach for disturbance rejection in data storage systems[J]. Automatica, 2007, 43 (12): 2112-2118.

[3] YANG C, ZHANG W, GAO H. Finite frequency H_∞ control for building under earthquake excitation[J]. Mechatronics, 2010, 20(1): 128-142.

[4] LIM J S, RYOO J R, LEE Y I, et al. Design of a fixed-order controller for the track-following control of optical disc drives[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 20(1): 205-213.

[5] SZEFI J, SMITH E, LESIEUTRE G. Design and analysis of high-frequency periodically layered isolators for helicopter gearbox isolation[C]//Proceedings of the 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Norfolk, USA: [s.n.], 2003.

[6] 王凤娇, 陆洋. 用于直升机舱内降噪的主减周期撑杆研究[J]. 航空学报, 2016, 37(11): 3370-3384.
WANG Fengjiao, LU Yang. Research on gearbox periodic strut for helicopter cabin noise reduction[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(11): 3370-3384.

[7] INMAN D J. Vibration: With control, measurement, and stability[M]. USA: Prentice Hall, 1989.

[8] MEIROVITCH L. Dynamics and control of structures [M]. Hoboken, USA: Wiley, 1990.

[9] FULLER C R, ELLIOTT S J, NELSON P A, et al. Active control of vibration[J]. Physics Today, 1997. DOI: 10.1063/1.881838.

[10] PREUMONT A. Vibration control of active structures: An introduction [M]. Dordrecht, Netherlands: Springer Dordrecht, 2002.

[11] BENAROYA H, NAGURKA M L. Mechanical vibration: Analysis, uncertainties and control, second edition[J]. International Journal of Acoustics & Vibration, 1998, 1: 899-904.

[12] AGLIETTI G, STOUSTRUP J, LANGLEY R S, et al. Active sound and vibration control: Theory & applications[M]. New York, USA: Institution of Electrical Engineers, 2002.

[13] HANSEN C H, SNYDER S D. Active control of noise and vibration[M]. London, UK: CRC Press, 2012.

[14] ALAN P. Vibration theory and applications with finite elements and active vibration control[M]. Hoboken, USA: Wiley, 2016.

- [15] PIPELEERS G, DEMEULENAERE B, SWEVERS J. Optimal linear controller design for periodic inputs[M]. London, UK: Springer, 2009.
- [16] DU C, XIE L. Modeling and control of vibration in mechanical systems[M]. Boca Raton: Crc Press, 2010.
- [17] 顾仲权. 飞机的主动颤振抑制[J]. 南京航空航天大学学报, 1980, 12(2): 12-27.
GU Zhongquan. Active flutter suppression of aircraft[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 1980, 12(2): 12-27.
- [18] KARNOPP D. Active and semi-active vibration isolation[J]. Current Advances in Mechanical Design & Production VI, 1995, 117(B): 409-423.
- [19] 郑晓园, 张皓, 王祝萍, 等. 具有执行器容错的汽车主动悬架系统有限频率 H_∞ 控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(9): 1136-1142.
ZHENG Xiaoyuan, ZHANG Hao, WANG Zhuping, et al. Finite frequency H-infinity control for active vehicle suspension systems subject to actuator faults[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(9): 1136-1142.
- [20] IWASAKI T, KARA S. Generalized KYP lemma: Unified frequency domain inequalities with design applications[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50(1): 41-59.
- [21] IWASAKI T, MEINSMA G, FU M, et al. Generalized S-procedure and finite frequency KYP lemma[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2000, 6(1): 305-320.
- [22] IWASAKI T, HARA S. Generalization of Kalman-Yakubovic-Popov lemma for restricted frequency inequalities[C]//Proceedings of American Control Conference. [S.l.]: IEEE, 2003: 3828-3833.
- [23] ZHOU K, DOYLE J C, GLOVER K. Robust and optimal control[M]. London, UK: Springer, 1995.
- [24] 裴润, 宋申民. 自动控制原理(上册)[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006.
PEI Run, SONG Shenmin. Principle of automatic control[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2006.
- [25] 付荣, 曾建平. 稳定化的有限频段 H_∞ 控制及有限频段跟踪问题[J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(6): 240-244.
FU Rong, ZENG Jianping. Stabilizing H_∞ control in finite frequency ranges and finite frequency tracking problem[J]. Computer Engineering and Applications, 2013, 49(6): 240-244.
- [26] MIGUEL C A, WOLFGANG B, GEORGE N. A survey on control configuration selection and new challenges in relation to wireless sensor and actuator networks[J]. Ifac Papersonline, 2017, 50(1): 8810-8825.
- [27] 李贤伟, 高会军. 有限频域分析与设计的广义 KYP 引理方法综述[J]. 自动化学报, 2016, 42(11): 1605-1619.
LI Xianwei, GAO Huijun. An overview of generalized KYP lemma based methods for finite frequency analysis and design[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(11): 1605-1619.
- [28] DALEY S, WANG J. A geometric approach to the design of remotely located vibration control systems[J]. Journal of Sound & Vibration, 2008, 318(4/5): 702-714.
- [29] WANG J Q. A single sensor and single actuator approach to performance tailoring over a prescribed frequency band[J]. Isa Transactions, 2016, 61(2): 329-336.
- [30] WANG J Q. Topology optimization for vibration suppression at multiple locations: A non-iterative approach[J]. Applied Mathematics & Computation, 2021, 398: 125990.
- [31] WANG J Q. Simultaneous vibration suppression and energy harvesting: Damping optimization for performance limit[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 132: 609-621.
- [32] WANG J Q. Optimal design for energy harvesting vibration absorbers[J]. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 2020, 143(5): 051008.
- [33] 胡海岩. 机械振动基础[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005.
HU Haiyan. Mechanical vibration fundamentals[M]. Beijing: Beihang University Press, 2005.
- [34] 陈果. 航空发动机整机振动耦合动力学模型及其验证[J]. 航空动力学报, 2012, 27(2): 241-254.
CHEN Guo. A coupling dynamic model for whole aero-engine vibration and its verification[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(2): 241-254.

(编辑: 陈琚)