

DOI:10.16356/j.1005-2615.2023.03.014

基于时频域转换及雨流法的电子设备随机振动概率 疲劳损伤预测

魏盛兴¹, 钱 诚¹, 任 羿¹, 李 军², 张 宁²

(1. 北京航空航天大学可靠性与系统工程学院, 北京 100191, 中国; 2. 北京控制工程研究所, 北京 100190, 中国)

摘要: 针对电子设备随机振动疲劳损伤存在高度的不确定性问题, 提出了一种基于频域转换及雨流法的概率疲劳损伤预测方法, 用于预测某航空电子设备在特定随机振动载荷条件下的疲劳损伤分布。通过采用“等效单元谱”近似计算, 本文提出的方法能够在短时间内给出电子设备的损伤概率分布, 且计算得到的疲劳寿命均值与试验结果吻合较好。因此在开展复杂功率谱密度 (Power spectral density, PSD) 载荷谱作用下的随机振动疲劳损伤计算时, 具有计算效率高、工程适应性强等优势。

关键词: 疲劳损伤预测; 频域转换; 雨流法; 随机振动; 电子设备

中图分类号: V415.5 文献标志码: A 文章编号: 1005-2615(2023)03-0489-08

Probabilistic Fatigue Damage Prediction of Electronic Devices Under Random Vibration Based on Frequency-Time Domain Transformation and Rainflow Counting Techniques

WEI Shengxing¹, QIAN Cheng¹, REN Yi¹, LI Jun², ZHANG Ning²

(1. School of Reliability and System Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China)

Abstract: Aiming at the problem that the fatigue damage in electronic devices exhibits high uncertainty under random vibration loads, this paper proposes a probabilistic fatigue model based on frequency-time transformation and rainflow counting techniques to predict the fatigue damage distribution of an avionics device under specific random vibration loading conditions. The proposed method is capable of quickly providing the fatigue damage probability distribution, as well as the mean fatigue life which agrees well with the experimental observations. It has the advantages of high efficiency and strong engineering adaptability for random vibration fatigue damage predictions, especially under the circumstances of complicated power spectral density (PSD) loading conditions.

Key words: fatigue damage prediction; frequency-time domain transformation; rainflow counting; random vibration; electronic devices

在航空航天装备、交通工具、家用电器和智能仪表中应用的电子设备处于服役状态时, 随机振动是引发其失效的主要载荷之一。根据统计显示, 随

机振动载荷下高达 20% 的电子元件会发生焊点、引脚失效^[1-2], 进而直接或间接地导致电子设备性能下降或异常运行, 在特定情况下甚至会造成重大

基金项目: 国家重点研发计划 (2020YFB2009401)。

收稿日期: 2022-08-01; **修订日期:** 2022-11-30

通信作者: 钱诚, 男, 副研究员, 博士生导师, E-mail: cqian@buaa.edu.cn。

引用格式: 魏盛兴, 钱诚, 任羿, 等. 基于时频域转换及雨流法的电子设备随机振动概率疲劳损伤预测[J]. 南京航空航天大学学报, 2023, 55(3): 489-496. WEI Shengxing, QIAN Cheng, REN Yi, et al. Probabilistic fatigue damage prediction of electronic devices under random vibration based on frequency-time domain transformation and rainflow counting techniques[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(3): 489-496.

经济损失与人员伤亡。因此,在针对电子设备开展可靠性设计时,必须对随机振动载荷下设备的疲劳损伤进行准确预测。

由于随机振动载荷既在时域内拥有无限随机的特征,又在频域内具有一定的统计特性,因此可以分别用时域谱和功率谱密度曲线对其进行描述。时域谱能够直观展现传感器捕捉到的应力、位移和加速度等载荷的大小以及随时间的变化趋势。利用这一特性,可以采用雨流法与累积损伤理论构建疲劳损伤预测框架^[3-4]。例如,Sun等^[5]利用雨流法与Miner准则估算了海上风力涡轮机在真实风浪条件下的疲劳损伤,并提出了安装三维摆调谐质量阻尼器以减少振动损伤的设计建议。Chen等^[6]通过考虑载荷顺序的影响,对基于雨流法的损伤预测框架进行了改进,获得了7075-T6铝合金试样更准确的损伤预测结果,并用试验进行了验证。根据调研,在面对车体结构、齿轮系统和风扇等结构较为简单的产品时,由于传感器易安装,应力、位移等时域响应谱易测量,基于雨流法的疲劳损伤预测框架得到了广泛运用^[7-9]。但在精密仪器、电子器件等领域,雨流法的直接运用较为困难。同时,随着各类产品在设计阶段对预测精度要求的不断提高,长周期、多类型的时域响应信号需要利用敏感且可靠的传感器进行捕捉,这大大提高了直接运用雨流法损伤预测框架的成本。

与时域信号不同,功率谱密度(Power spectral density, PSD)谱关注于振动信号能量随频率的变化趋势,同一曲线能够描述能量分布相同、但在时域内完全随机的振动信号。因此,PSD谱是一种更具一般性的随机振动描述方法。目前,针对窄带与宽带两类PSD谱,学者们提出了不同的疲劳损伤预测频域模型。对于窄带曲线,Bendat等^[10]提出了一种使用瑞利分布去拟合信号幅值概率密度函数(Probability density function, PDF)的损伤预测模型。该模型利用PDF曲线和谱参数(即峰值频率),估算响应在不同应力水平下的等效循环次数,为使用S-N(Stress-Number)曲线和累积损伤理论提供了基础。但在面对宽带PSD谱时,Bendat模型的预测结果非常保守^[11]。1980年,Wirsching等^[12]通过引入经验系数修正了Bendat的模型,使其适用于估算宽带曲线的PDF。1986年,Chaudhury等^[13]同样利用引入经验系数的方法对Bendat的模型进行了进一步的改进。Dirlik等和Zhao等^[14-15]在单独使用瑞利分布拟合信号幅值PDF曲线的基础上,结合其他已知的PDF,提出了新的损伤预测方法。对于由双峰响应组成的特殊宽带PSD谱,Sakai等^[16]和Fu等^[17]将双峰信号的

PDF视为高频与低频窄带信号的叠加,进而继续利用S-N曲线与累积损伤理论估算损伤。上述所有模型都旨在准确估计窄带或宽带PSD应力幅值的PDF,进而结合累积损伤理论进行疲劳损伤计算。与时域模型相比,频域模型因避免了时域谱的记录和等效应力周期的计数^[18],其输入谱简单、对计算资源的要求较低。但由于对PDF和谱参数的估计会不可避免地产生误差,预测精度通常低于时域模型。

综上所述,对于电子设备的随机振动疲劳损伤预测来说,时域模型的预测精度高,但模型的输入信号难以高效获取;频域模型在精度上缺乏优势,但由于输入频谱获取方便、模型计算量小,其工程适应性更强。此外,无论利用时域模型还是频域模型,现有方法预测出的产品的疲劳损伤都是单一值,而非统计意义上的预测结果。然而,实际情况下,电子设备的疲劳损伤及疲劳寿命受材料、结构和载荷等参数分散性的影响通常具有极大的不确定性,因此采用确定性的疲劳损伤预测值用于开展产品可靠性设计分析易产生较大的误差。为解决上述问题,本文在综合频域与时域模型各自优点的基础上,提出了一种新的基于时频域转换及雨流法的概率疲劳损伤预测方法。该模型采用逆傅里叶变换(Inverse Fourier transform, IFT)将输入的PSD谱转化为时域谱,经过雨流法分解后,利用S-N曲线、Miner准则及蒙特卡洛方法,在保证预测结果精度合理可控的同时,快速给出了具有统计意义的疲劳损伤预测。同时,采用某航空电子设备随机振动试验数据验证了模型的正确性,并研究了采样精度对模型准确性的影响。此外,基于所提出的模型,本文进一步提出了一种“等效单元谱”近似预测方法。该方法可进一步提高大数据量输入场景下电子设备疲劳损伤预测的效率。

1 随机振动疲劳损伤预测方法

1.1 总体流程

图1给出了本文提出的疲劳损伤预测方法的流程,共分为以下6个步骤。

(1)获取设备的随机振动响应PSD谱,具体的方式有传感器测量、有限元仿真等。

(2)采用1.2节所示的频时域转换法将PSD谱转换为时域谱(即时间-应力载荷谱)。

(3)运用雨流法将生成的时域谱划分为若干具有不同均值的恒幅应力循环,并记录每个循环的循环次数。

(4)利用Goodman方程将各循环等效为均值

为 0 的恒幅循环。

(5) 根据新循环的应力幅值,在 S-N 曲线上确定该水平下设备发生疲劳失效的理论循环次数。根据 Miner 准则,计算累积疲劳损伤值。

(6) 利用蒙特卡洛方法,重复步骤(2~5),拟合得到疲劳损伤分布。

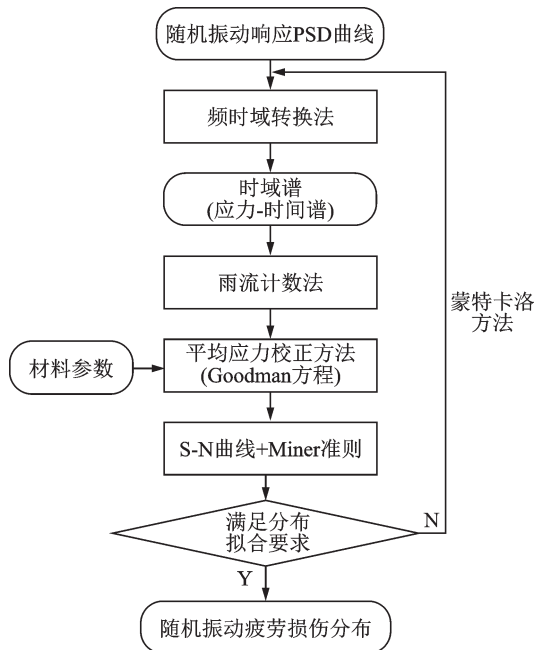


图 1 随机振动疲劳损伤预测方法流程图

Fig.1 Flow chart of the proposed probabilistic fatigue model

1.2 频时域转换

时域谱和频域谱本质上都是对振动信号分别在时域空间和频域空间下的描述,因此之间存在着相互转换关系。PSD 谱可以通过对时域谱的自相关函数的傅里叶变换获得。时域谱可以通过 IFT 从 PSD 谱中转换而来,如式(1,2)所示^[19]。

$$x(n) = \sum_{k=1}^N X(k) \exp\left(\frac{i2\pi kn}{M}\right) \quad n = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

$$X(k) = \exp(i\Phi_n) \sqrt{G(f_k)\Delta f} \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

式中: M 为时域信号的数据点数量; N 为频域信号的数据点数量; Φ_n 服从 $0 \sim 2\pi$ 的均匀分布,用于生成转换后的时域不确定性。

以式(3)所示的采样精度 P 对时域谱中单位时间内的数据点数量进行描述,即

$$P = \frac{M}{t} \quad (3)$$

式中 t 为随机振动信号的时长。一般地,当采样精度越高时,生成的时域信号越详细、准确。根据奈奎斯特采样定理,当采样精度大于被采样信号中最高频率的 2 倍时,采样之后的数字信号较为完整地保留了原始信号中的信息。为保障采样结果的准确性,在实际应用中应保证采样精度为信号最高频

率的 2~8 倍。

1.3 疲劳损伤预测

采用雨流法将生成的时域谱重组成一系列不同均值的恒幅应力循环^[20],并记录各循环的循环次数 n_i 。再利用如式(4)所示的 Goodman 方程将各循环等效为均值为 0 的横幅应力循环

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{eq}} + \frac{|\sigma_m|}{\sigma_{ult,ten}} = 1 \quad (4)$$

式中: σ_a 为各循环的应力幅值; σ_m 为各循环的应力均值; $\sigma_{ult,ten}$ 为材料的极限抗拉强度; σ_{eq} 为等效后循环的应力幅值。

进一步,通过如式(5)所示的 S-N 曲线确定各应力循环的理论疲劳寿命,即

$$N_i = \frac{C}{S_i^m} \quad (5)$$

根据 Miner 线性累积损伤准则,每个应力循环的实际循环次数 n_i 与理论疲劳寿命 N_i 之比即为该循环对设备造成的疲劳损伤。由于每个循环相互独立,一个完整的应力-时间谱对设备造成的损伤相当于被划分出所有循环造成的损伤的线性累加,如式(6)所示。当累积损伤值大于 1 时,可认为设备已发生了疲劳失效。

$$D = \sum D_i = \sum \frac{n_i}{N_i} \quad (6)$$

式中: D 为设备的累积损伤值; D_i 为各循环造成的疲劳损伤。

2 随机振动试验

为验证本文提出的随机振动概率疲劳损伤预测方法,对某航空电子设备样机开展了 X、Y、Z 三轴的随机振动试验。试验共加载 9 min,加载顺序如表 1 所示,每次更换载荷时对样机进行检查并记录数据。每个方向加载的随机振动载荷如图 2 所示,其中 PSD 谱的频率范围为 $0 \sim 2\,000$ Hz,均方根(Root mean square, RMS)加速度值为 $6.68g$ 。

受试电子设备样机包含 10 块 PCB 板通过背板互连。在试验进行到第 8 min 时,未发现故障。第

表 1 随机振动试验加载顺序

序号	加载时长/min	加载方向
1	2	X
2	2	Y
3	2	Z
4	1	X
5	1	Y
6	1	Z

Table 1 Loading sequence of the random vibration test

9 min时,在某块PCB板角落处的一个CQFP256封装的芯片上观察到了明显的故障,其256号引脚在靠近芯片一端的圆弧处发生了断裂,如图3所示。

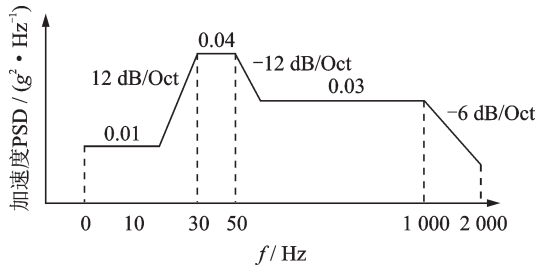


图2 随机振动试验载荷谱

Fig.2 Loading spectrum of the random vibration test

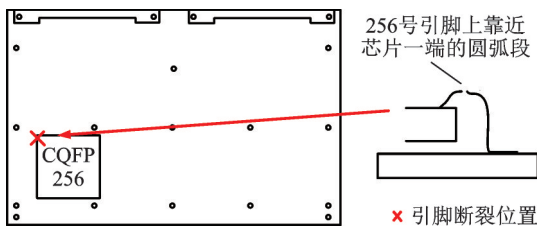


图3 试验结果示意图

Fig.3 Random vibration test result

3 基于故障物理的电子设备疲劳仿真

采用基于故障物理的有限元疲劳仿真方法获取模型所需的设备引脚处PSD曲线,并进一步开展频域时域转换,用于为引脚的疲劳损伤预测提供疲劳载荷条件。由于设备整机结构复杂、难以一体化建模,本文依次建立了设备整机、电路板和元器件等模型,采用“局部-整体”技术将作用于整备整机的随机振动载荷依次向电路板、元器件进行传递。为降低仿真计算量,对机箱与电路板模型进行了适度简化,并减少了网格数量。对板上元器件建立了包含足量网格的精细化模型。

元器件的包装材料主要是陶瓷和塑料,引脚材料为可伐合金(4J29),焊接材料为Sn63Pn37。表2

表2 有限元仿真中各材料参数

Table 2 Material parameters in finite element simulation

材料	杨氏模量/ GPa	密度/ (kg·m ⁻³)	泊松比ν
陶瓷	370	2 300	0.23
ABS塑料	2.2	1 050	0.39
可伐合金4J29	142.0	8 170	0.35
Sn63Pn37	34.4	8 400	0.35
环氧玻璃板(FR-4)	22	1 800	0.39
环氧树脂胶	3	2 000	0.30
密封胶(硅胶)	1.2	1 100	0.48

给出了各材料必要的参数。使用ANSYS 18 workbench软件依次开展模态分析和谱分析。得到电子设备整机及内部电路板、元器件上不同位置的应力与PSD响应。根据最弱环理论,电子设备的寿命由其内部最先失效的元器件寿命决定。如图4所示,设备整机的最大应力点出现在某关键电路板左下角的集成电路芯片上,并位于256号引脚上靠近芯片一端的圆弧段。可以认为,该点在设备中最先发生失效的概率最大,且该点与设备样机在随机振动试验中发现的故障位置一致。因此,提取该点3个方向的响应PSD谱,用于后续的频域时域转换及疲劳损伤分布计算。图5展示了设备在2 min时Y方向加载后的响应PSD谱。

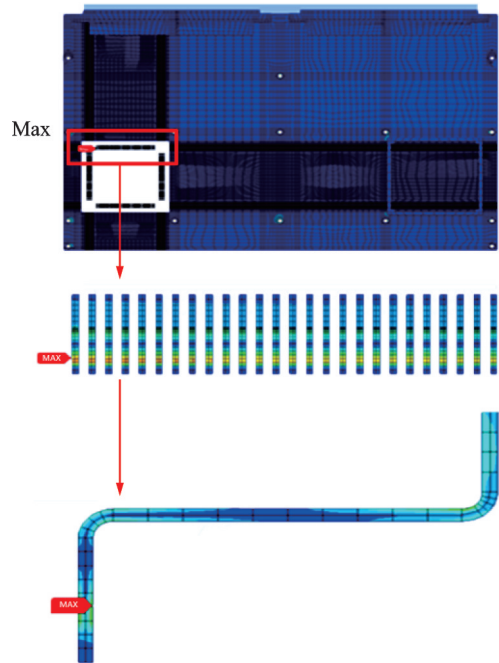


图4 电子设备关键电路板Von Mises应力示意图

Fig.4 Von Mises stress on the key circuit board

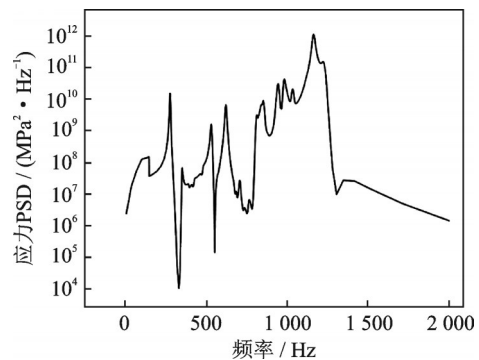


图5 设备在2 min时Y方向加载后的响应PSD谱

Fig.5 PSD response spectrum of the device after 2 min of loading in the Y-direction

4 分析与讨论

在对仿真提取出的PSD谱开展频域时域转换

之前,需要确定采样精度 P 。由式(1,3)可知,当采样精度不足时,PSD 谱中包含的振动信息无法被完全映射至时域谱中,会产生很大的损伤预测误差。而当采样精度过高时,频时域转换的计算量大且耗时长。因此,选择一个能够满足预测准确度要求且能最大限度减少计算量的采样精度 P 十分必要。

以设备在 2 min 时 Y 方向加载后的响应 PSD 谱为输入,利用步骤(1~5),计算不同采样精度 P 下模型的疲劳损伤单一预测值 D ,如表 3 所示。可以看出,随着采样精度 P 的增加,预测值不断提高。当采样精度高于 6 000 时,预测值趋于稳定。因此,本研究设定采样精度 $P=6\ 000$ 开展后续研究。

表 3 疲劳损伤预测值随采样精度的变化

Table 3 Variation of fatigue damage prediction values with sampling accuracy

P	D
1 000	0.248
2 000	0.512
3 000	0.689
4 000	0.767
5 000	0.814
6 000	0.825
7 000	0.831
8 000	0.829

对任一方向的载荷,通过仿真均可提取出 X 、 Y 、 Z 三方向的随机振动响应。由于 Y 方向响应远大于 X 、 Z 方向响应,取 Y 方向响应 PSD 谱作为损伤预测方法的输入,利用步骤(1~5),计算该设备在各阶段加载后的疲劳损伤单一预测值,如表 4 所示。引脚材料(可伐合金 4J29)S-N 曲线的斜率为 6.4,曲线常数为 $2.31E21^{[21]}$ 。结果表明,在 8 min 的随机振动加载后,设备的累积疲劳损伤值为 0.825,未达到失效状态。然而在 9 min 的加载后,损伤值达到了 1.152,可判断设备发生了疲劳失效。这与试验观察到的结果吻合,验证了算法的准确性。在此基础上,通过 200 次蒙特卡洛拟

合得到设备在 9 min 加载后的累积疲劳损伤分布的 PDF,如图 6 所示。在按试验条件进行加载后,设备有 72% 的概率发生疲劳失效 ($D \geq 1$),有 28% 的概率处于即将发生失效的状态 ($0.625 \leq D < 1$)。

表 4 各阶段疲劳损伤值

Table 4 Fatigue damage values in each stage

加载阶段	D_i	总计
X 轴向加载(2 min) D_1	2.34E-8	
Y 轴向加载(2 min) D_2	3.62E-6	3.62E-6
Z 轴向加载(2 min) D_3	8.25E-1	0.825
X 轴向加载(1 min) D_4	9.33E-9	0.825
Y 轴向加载(1 min) D_5	1.46E-6	0.825
Z 轴向加载(1 min) D_6	3.27E-1	1.152

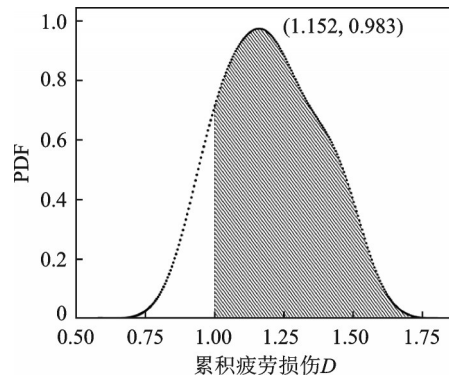


图 6 疲劳损伤预测分布结果

Fig.6 Fatigue damage prediction distribution

以相同的响应 PSD 谱为输入,利用传统的频域方法(Dirlik 模型及 Bendat 模型)计算设备的疲劳损伤值,并将预测结果与上述结果进行对比,如表 5 所示。可以看出,在第 3 次加载时,Dirlik 模型便给出了超出损伤判定阈值 1 的损伤值 D_3 ,预测结果较为激进。此时,通过 Bendat 模型计算出的损伤值虽小于 1,但在第 6 次加载时,其累积损伤值仍小于 1。Bendat 模型给出了较为保守的预测结果,与实际试验结果不符。相较于 Dirlik 模型与 Bendat 模型,本文所提出的模型能够更准确地预测设备在试验各阶段的疲劳损伤值,具有较高的预测精度。

表 5 疲劳损伤预测值随采样精度的变化

Table 5 Variation of fatigue damage prediction values with sampling accuracy

加载阶段	本文模型	总计	Dirlik 模型	总计	Bendat 模型	总计
D_1	2.34E-8		2.48E-6		4.84E-5	
D_2	3.62E-6	3.62E-6	6.21E-7	2.48E-6	3.96E-5	8.80E-5
D_3	8.25E-1	0.825	1.239	1.239	0.584	0.584
D_4	9.33E-9	0.825	1.26E-6	1.239	2.11E-5	0.584
D_5	1.46E-6	0.825	2.98E-7	1.239	1.57E-5	0.584
D_6	3.27E-1	1.152	0.845	2.084	0.312	0.896

当电子设备 PSD 谱采样精度较高时,振动载荷谱的频时域转换及后续的雨流计数的计算量会随随机振动载荷时间的增长急剧增加,这将严重地影响疲劳寿命预测的计算效率。根据式(1),转换得到的应力-时间谱中的每个点都包含了 PSD 谱的所有振幅信息。这为长持续时间作用下的频时域转换计算简化提供了思路:在一次预测计算中,无需通过 PSD 谱生成具有完整加载时长的时域谱(可以称之为“完整谱”),只需生成具有相同分散特征信息的时域谱片段(可以称之为“等效单元谱”)。为方便计算,“等效单元谱”的时长可以取“完整谱”时长 t 的 $1/z$,“完整谱”所对应的疲劳损伤则是“局部谱”的 z 重卷积^[22]。

为探究上述方法的可行性,利用设备在 2 min Y 轴向加载后的 PSD 谱生成了时长为 1、5、10、15、20、25、30、35 s 的 8 类“等效单元谱”,输入至模型分别计算对应的疲劳损伤分布,并与“完整谱”的预测结果对比,部分结果如图 7 所示。本文采用 KL (Kullback-Leibler) 散度定量描述上述分布之间的差异^[23]。表 6 显示了“等效单元谱”与“完整谱”预测分布之间的 KL 散度值,以及各谱预测分布的均值、标准差和计算时间的比较。所有计算均在同一台计算机上完成,CPU 型号为 Intel i5-8600,内存 8 GB。

从图 7 可以直观地看出,各 PDF 曲线随着“等效单元谱”时长的增加而逐渐变窄,预测范围逐渐缩小。当“等效单元谱”的时长等于实际的振动时长时,理论上预测范围达到最小。同时,表 6 也表明,随着“等效单元谱”时长的增加,损伤分布的均值和标准差越来越接近“完整谱”的结果。当选择时长较短的“等效单元谱”时,近似结果与 120 s

“完整谱”的结果差距很大。当选择 30 s 的“等效单元谱”时,近似结果与标准结果之间的平均值误差为 1.79%,KL 散度为 1.251。这些参数表明,由 30 s 的“等效单元谱”计算出的疲劳损伤分布与“完整谱”的结果非常接近,达到了工程中可接受的预测精度要求。当选择时长更长的“等效单元谱”时,平均误差与 KL 散度没有显著降低,但计算时间大幅增加。因此,综合考虑预测精度和时间成本,对于该 PSD 谱,时长约 30 s 的“等效单元谱”是开展近似计算的最佳选择。采用该时长的“等效单元谱”能够在可接受的误差范围内获得较为准确的疲劳损伤估计,并将计算量降至最低。此外,对 2 min 时 X、Z 方向加载后的 PSD 谱开展相同的分析,结果与该 2 min 时 Y 方向加载后获得的 PSD 谱的结果一致,即时长约 30 s 的“等效单元谱”是近似计算的最佳选择。这种简化的估算方法为大数据量下的疲劳损伤分布预测提供了新的思路。对于不同幅值、时长的随机振动响应频域谱,可以通过有效的优化算法确定“等效单元谱”的最佳时长,再利用上述近似方法开展快速的、相对准确的损伤分布预测。

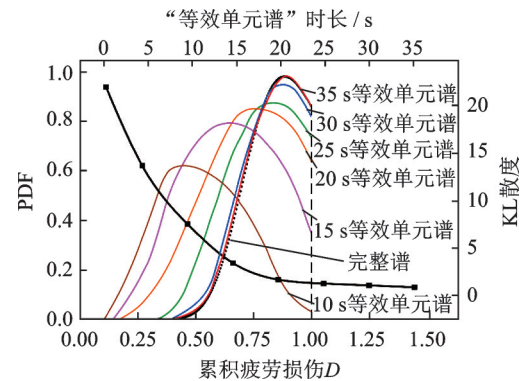


图 7 不同时长谱的疲劳损伤分布

Fig.7 Fatigue damage distributions for “equivalent spectra” of different durations

表 6 各谱预测结果对比

Table 6 Comparison of the prediction results of each equivalent spectrum

PSD 谱时长/s	均值	均值偏差/%	标准差	KL 散度	运算耗时/h
1	0.216	74.19	0.536	21.732	42.6
5	0.392	53.17	0.411	13.654	231.7
10	0.486	41.94	0.327	7.611	463.4
15	0.702	16.13	0.241	3.598	693.6
20	0.769	8.12	0.198	1.914	915.4
25	0.801	4.30	0.152	1.552	1 167.3
30	0.822	1.79	0.146	1.251	1 367.5
35	0.826	1.31	0.139	1.124	1 648.7
120	0.837		0.121		5 549.2

5 结 论

本文提出了一种基于频时域转换及雨流法的电子设备随机振动概率疲劳损伤预测方法。将该模型应用于某航空电子设备,预测其在给定随机振动载荷下的疲劳损伤,并通过了试验验证。在此基础上,提出了一种基于“等效单元谱”的近似预测方法,该方法在面对大数据量的PSD谱输入时,可以有效提高计算效率。本文的结论如下:

(1)本文提出的随机振动概率疲劳损伤预测方法综合时域损伤预测模型精度高、频域损伤预测模型计算速度快的优点,在保证预测结果精度合理可控的同时,能够快速给出具有统计意义的疲劳损伤预测。

(2)采样精度是模型使用时值得关注的重要参数。对于本文中的案例对象,当采样精度值为6 000时,基本已满足预测准确度要求。当模型应用于其他设备时,需要根据其响应谱优化采样精度。

(3)针对本文开展的某航空电子设备的随机振动试验,研究发现利用时长为30 s的“等效单元谱”,即可计算得到相对准确的对应2 min载荷谱作用下的损伤估计。在工程实践中,可以通过有效的优化算法来确定“等效单元谱”的时长,以缩短计算时间。

参考文献:

- [1] PANG J H L, WONG F L, HENG K T, et al. Combined vibration and thermal cycling fatigue analysis for SAC305 lead free solder assemblies[C]//Proceedings of the 63rd Electronic Components and Technology Conference.[S.l.]: IEEE, 2013: 1300-1307.
- [2] 陈垚君, 景博, 胡家兴, 等. 芯片互联结构断裂失效的试验研究与统计分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(2): 381-387.
CHEN Yaojun, JING Bo, HU Jiaying, et al. Experimental study and statistical analysis on fracture failure of chip interconnection structure[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(2): 381-387.
- [3] FORREST P G. Fatigue of metals[M]. Amsterdam: Elsevier, 2013.
- [4] NAJEM CLARKE S, GOODPASTURE D W, BENNETT R M, et al. Effect of cycle-counting methods on effective stress range and number of stress cycles for fatigue-prone details[J]. Transportation Research Record, 2000, 1740(1): 49-60.
- [5] SUN C, JAHANGIRI V. Fatigue damage mitigation of offshore wind turbines under real wind and wave conditions[J]. Engineering Structures, 2019, 178: 472-483.
- [6] CHEN J, IMANIAN A, WEI H, et al. Piecewise stochastic rainflow counting for probabilistic linear and nonlinear damage accumulation considering loading and material uncertainties[J]. International Journal of Fatigue, 2020, 140: 105842.
- [7] 赵晓鹏, 姜丁, 张强, 等. 雨流计数法在整车载荷谱分析中的应用[J]. 科技导报, 2009, 27(3): 67-73.
ZHAO Xiaopeng, JIANG Ding, ZHANG Qiang, et al. Application of rain flow counting method in vehicle load spectrum analysis[J]. Science & Technology Review, 2009, 27(3): 67-73.
- [8] 金丹, 陈旭. 多轴随机载荷下的疲劳寿命估算方法[J]. 力学进展, 2006, 36(1): 65-74.
JIN Dan, CHEN Xu. Fatigue life estimation method under multiaxial random load[J]. Advances in Mechanics, 2006, 36(1): 65-74.
- [9] 俞必强, 李威, 薛建华, 等. 基于动载荷谱的齿轮弯曲疲劳寿命预测[J]. 北京科技大学学报, 2013, 35(6): 813-817.
YU Biqiang, LI Wei, XUE Jianhua, et al. Prediction of gear bending fatigue life based on dynamic load spectrum[J]. Chinese Journal of Engineering, 2013, 35(6): 813-817.
- [10] BENDAT J S, PIERSOL A G. Random data: Analysis and measurement procedures[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011.
- [11] JOO Y S, LEE J C. Vibration fatigue analysis for structural durability evaluation under vibratory loads[J]. International Journal of Aeronautical and Space Sciences, 2021, 22(3): 578-589.
- [12] WIRSCHING P H, LIGHT M C. Fatigue under wide band random stresses[J]. Journal of the Structural Division, 1980, 106(7): 1593-1607.
- [13] CHAUDHURY G. Spectral fatigue of broad-band stress spectrum with one or more peaks[C]//Proceedings of Offshore Technology Conference. Houston: OnePetro, 1986.
- [14] DIRLIK T. Application of computers in fatigue analysis[D]. Coventry: University of Warwick, 1985.
- [15] ZHAO W, BAKER M J. A new stress-range distribution model for fatigue analysis under wave loading[C]//Proceedings of Environmental Forces on Offshore Structures and Their Predictions. Houston: OnePetro, 1990.
- [16] SAKAI S, OKAMURA H. On the distribution of rainflow range for Gaussian random processes with bi-

- modal PSD[J]. JSME International Journal Ser A, Mechanics and Material Engineering, 1995, 38(4): 440-445.
- [17] FU T T, CEBON D. Predicting fatigue lives for bi-modal stress spectral densities[J]. International Journal of Fatigue, 2000, 22(1): 11-21.
- [18] GAO D Y, YAO W X, WEN W D, et al. Equivalent spectral method to estimate the fatigue life of composite laminates under random vibration loadings[J]. Mechanics of Composite Materials, 2021, 57(1): 101-114.
- [19] 刘献栋, 邓志党, 高峰. 基于逆变换的路面不平度仿真研究[J]. 中国公路学报, 2005, 18(1): 126-130.
LIU Xiandong, DENG Zhidang, GAO Feng. Simulation of road roughness based on inverse transform[J]. Chinese Journal of Highway and Transport, 2005, 18(1): 126-130.
- [20] 徐敏敏, 杨春兰, 段月星, 等. 基于雨流计数法的疲劳寿命预测[J]. 机械设计与研究, 2016, 32(5): 184-187.
- XU Minmin, YANG Chunlan, DUAN Yuexing, et al. Fatigue life prediction based on rain flow counting method[J]. Machine Design & Research, 2016, 32(5): 184-187.
- [21] 代锋, 唐德效, 石敏. 星载电子设备元器件随机振动疲劳分析[J]. 空间电子技术, 2011, 8(1): 76-80.
DAI Feng, TANG Dexiao, SHI Min. Random vibration fatigue analysis of on-board electronic equipment components[J]. Space Electronic Technology, 2011, 8(1): 76-80.
- [22] 毛惠良. 多重卷积公式及其应用[J]. 工科数学, 1995, 11(3): 173-176.
MAO Huiliang. Multiple convolution formula and its application [J]. Engineering Mathematics, 1995, 11(3): 173-176.
- [23] LECUN Y, BENGIO Y, HINTON G. Deep learning [J]. Nature, 2015, 521(7553): 436-444.

(编辑:陈珺)