

DOI:10.16356/j.1005-2615.2023.03.003

面向空间折展机构的刚性折纸研究现状与展望

田大可¹, 杨希华¹, 金路², 刘荣强³, 张珺威¹

(1. 沈阳建筑大学机械工程学院, 沈阳 110168; 2. 沈阳建筑大学土木工程学院, 沈阳 110168; 3. 哈尔滨工业大学机器人技术与系统国家重点实验室, 哈尔滨 150001)

摘要: 刚性折纸是折纸领域中一个非常活跃的分支, 在折展时可以实现二维与三维的连续变换且折痕以外的面板内部无应变, 适用于多种刚性折展机构。基于刚性折纸构型衍生的空间折展机构具有形面精度高、折展比大和自由度数量少等特点, 可以满足航天工程对空间折展机构大尺度、轻量化以及高精度的需求。针对未来发展趋势, 概述了刚性折纸几何设计及运动学基础, 阐述了目前与空间折展机构相关的刚性折纸的典型构型, 重点介绍了各种构型的特点及相关研究进展。根据折痕的复杂程度, 从不同刚性折纸构型出发, 综述了面向空间折展机构的刚性折纸的应用及研究现状; 从构型创新设计方法、厚板化设计方法、动力学特性分析方法、机构智能化设计方法和微重力卸载方法 5 个方面展望了基于刚性折纸的空间折展机构未来的发展方向及研究重点, 旨在为大型空间折展机构的基础研究和工程应用提供借鉴与参考。

关键词: 空间折展机构; 刚性折纸; 固面天线; 构型设计; 动力学特性

中图分类号: V423 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2023)03-0379-22

Research Status and Prospect of Rigid Origami for Space Deployable and Foldable Mechanism

TIAN Dake¹, YANG Xihua¹, JIN Lu², LIU Rongqiang³, ZHANG Junwei¹

(1. School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China; 2. School of Civil Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China; 3. State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Rigid origami is a very active branch in the field of origami, which can achieve continuous transformation between two-dimensional and three-dimensional during folding, and there is no strain inside the panel beyond the crease. So it is suitable for a variety of rigid deployable and foldable mechanism. The space deployable and foldable mechanism derived from the rigid origami pattern is characterized by high surface accuracy, large folding ratio, and few degrees of freedom, which can meet the requirements of space engineering for large scale, lightweight and high-precision space folding and unfolding mechanisms. Aiming at the future development tendency, an overview of rigid origami geometry and kinematic fundamentals is provided. The rigid origami typical patterns related to the space folding mechanism are expounded, and the characteristics of various configurations and related research progress are mainly introduced. According to the complexity of the crease, the application and research status of rigid origami for space deployable mechanism is reviewed from different rigid origami patterns. The future development direction and research focus of the space deployable and foldable mechanism based on rigid origami patterns are foreseen from five aspects,

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51835002); 中国博士后科学基金面上项目(2019M661126); 辽宁省自然科学基金面上项目(2022-MS-278); 辽宁省教育厅科学研究面上项目(LJKZ0563)。

收稿日期: 2022-09-20; **修订日期:** 2023-03-02

通信作者: 金路, 女, 博士, 教授, E-mail: jinlu@sjzu.edu.cn。

引用格式: 田大可, 杨希华, 金路, 等. 面向空间折展机构的刚性折纸研究现状与展望[J]. 南京航空航天大学学报, 2023, 55(3): 379-400. TIAN Dake, YANG Xihua, JIN Lu, et al. Research status and prospect of rigid origami for space deployable and foldable mechanism[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(3): 379-400.

including innovative design of configuration, thickness-accommodation design method, dynamic characteristic analysis method, intelligent design method of mechanism, and microgravity unloading method. This research provides a reference for the research and application of large space folding mechanism.

Key words: space deployable and foldable mechanism; rigid origami; solid surface antenna; configuration design; dynamic characteristics

空间折展机构是指一类为满足航天器大型化发展需求而产生的具有较大幅度折叠与展开功能的新型航天装备,是机器人学与机构学的一个新兴分支和发展方向^[1]。空间折展机构具有体积变化大、质量轻、展开精度高和便于装载等诸多优点,广泛应用于深空探测、移动通信、导航遥感和军事侦察等航天与国防领域。根据机构展开后空间维度的不同,空间折展机构通常可分为一维折展机构、二维折展机构和三维折展机构^[2]。一维折展机构为线性展开,其代表为伸展臂^[3],是折展机构中产生最早、应用最为广泛的结构形式,主要用作航天器的支撑、定位和承载结构。二维折展机构展开后为平面形状,其代表为太阳翼^[4],是一种光电转换装置,主要作用是空间站、卫星等航天器提供电能。三维折展机构展开后为空间曲面形状,其主要代表为可展开天线^[5],是一种能够进行信号接收和发射的航天装备,是空间折展机构构型中最为复杂、研究难度最大的一种结构形式。近年来,随着空间技术的快速发展,空间科学活动日趋频繁,由于空间折展机构具有独具魅力的构型变化以及重要的工程应用,使其具有很高的学术价值、工程需求和应用前景。目前,空间折展机构已经成为诸多航天大国与学术界研究的前沿和热点之一^[6-7]。

折纸起源于中国,发展于日本,是一种历史悠久的民间手工艺艺术。折纸可以实现从平面状态转换成数千种乃至更多种不同的形状,在很早之前折纸被当成一种装饰品使用^[8-9],直到从大约50年前开始,人们才发现折纸在工程应用中的巨大潜力,并开展了深入的研究,同时取得了研究成果^[10-14],让折纸的每一个折叠过程都有了理论依据。随着交叉学科的兴起,折纸优良的折展比、简单的制造技术、简洁的组装过程以及多样的折叠结构等各种优良特性被逐渐挖掘和显现,折纸工程学应运而生,使得折纸在建筑结构^[15-16]、航天装备^[17]、医疗装置^[18]和纳米基因折纸^[19]等多个领域得到广泛应用。

刚性折纸机构指的是在折叠和展开过程中,只有折痕处发生变形,折痕以外的各个纸面内不存在应变,始终保持刚性平面的一类机构,是折纸的一个分支。刚性折纸机构与柔性折纸机构相比,动力学建模更加简单,并且由于面板具有一定的刚性且

折展比较为突出,具有轻量化、小型化、同步性高和自由度数量少等优点,所以非常适用于空间折展机构,尤其是天线方面。采用刚性折纸机构设计的固面天线,在形面精度、刚度等方面具有更大的优势,而且由于刚性折纸构型的多样性和设计潜力,对未来固面天线以及其他空间折展机构具有很大的启发性。随着对刚性折纸研究的深入,越来越多的理论和技术被提出,例如对刚性可折叠性的判断^[20-25]、刚性面板的干涉问题^[26-30]和刚性面板的加厚技术^[31-32]等,使得刚性折纸机构的面板可以当成连杆,折痕作为转动副,从而实现更多构型的变化。

尽管部分刚性折纸机构已应用在固面天线^[33]、空间望远镜^[34]和太阳能电池阵列^[35]等大型空间折展机构中,但随着空间科学和空间应用等理论和技术的快速发展,刚性折纸暴露出一些问题和不足,比如构型较为单一,机构设计较为困难,很多研究尚处于理论探索及样机研制阶段,工程化应用较少。同时,已检索到的关于折纸类的综述性文献大多集中在对整个折纸领域的应用总结^[36-42],对刚性折纸机构的应用只进行了简略的介绍,缺少系统性的阐述。为了增进科研机构及国内外学者对刚性折纸在空间折展机构方面应用现状的了解,满足航天工程对高精度、轻量化和大型化空间折展机构的迫切需求,本文对刚性折纸机构的典型构型进行了介绍,对基于刚性折纸原理的空间折展机构的工程化应用,以及面向应用的基础研究的现状进行了综述,并从构型创新设计方法、厚板化设计方法、动力学特性分析方法、机构智能化设计方法和微重力卸载方法等5个方面对未来发展趋势进行了展望。

1 刚性折纸几何设计及运动学基础

折痕设计是折纸研究的起点,对刚性折纸机构的运动学分析是了解机构运动特性的前提,对工程应用具有重要意义。

1.1 刚性折纸几何设计的基本条件

折纸由折痕图案定义,折痕图案是在折纸领域内一系列折叠线排列成的几何图案。折痕图案可以由折痕、顶点和面来进一步定义,折痕是纸面折叠时产生的线,包括山折痕(向上凸起)和谷折痕(向下凹陷),山折痕由实线表示,谷折痕由虚线表示;顶点是多条折痕的交点;面是由多条折痕组成

的封闭区域。刚性折纸属于折纸的一种,不同折痕之间的组合与其折叠性能息息相关。

目前,折纸设计的基本理论主要包括 Huzita-Justin 公理^[11]、Kawasaki 定理^[12]、Maekawa 定理^[12]和 2-colorability 定理^[13]。

(1) Huzita-Justin 公理

Huzita-Justin 公理是指通过一种先存点和先存线的组合来创建单一的折痕,主要包含 7 个方面的内容,见图 1,其中 l_0 为折痕,文字详细描述如下。

① 若给定两点 M 和 N ,则可以折一条过点 M 和点 N 的折痕,见图 1(a)。

② 若给定两点 M 和 N ,则点 M 可以被折叠到点 N 上,见图 1(b)。

③ 若给定两条直线 m 和 n ,则 m 可以被折叠到 n 上,见图 1(c)。

④ 若给定一点 M 和一条直线 m ,则直线 m 可以沿一条通过点 M 并且垂直于自己的折痕对折,见图 1(d)。

⑤ 若给定两点 $M、N$ 和一条直线 m ,则可以沿着一条通过点 N 的折痕,将点 M 折叠到直线 m 上,见图 1(e)。

⑥ 若给定两点 $M、N$ 和两条直线 $m、n$,则可以把点 $M、N$ 分别折叠到直线 $m、n$ 上,见图 1(f)。

⑦ 若给定一点 M 和两条直线 $m、n$,则可以沿一条垂直于 n 的折痕,将点 M 折叠到直线 m 上,见图 1(g)。

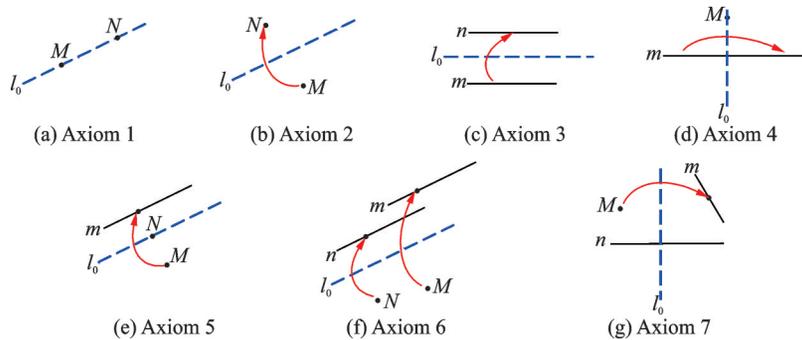


图 1 Huzita-Justin 公理^[37]
Fig.1 Huzita-Justin axioms^[37]

(2) Kawasaki 定理

若存在具有 $2n$ 个扇形角的单顶点折痕图案,如图 2 所示,则 Kawasaki 定理可表述为以下两方面内容。

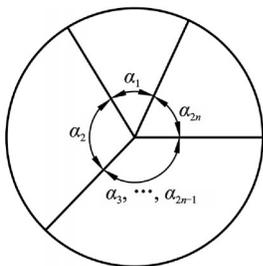


图 2 具有 $2n$ 个扇形角的单顶点折痕图案
Fig.2 Single vertex crease pattern with $2n$ fan angles

定理 1 顶点周围扇形角之和为 360° ,奇数角角度总和等于偶数角角度总合,且均为 180° ,即

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_{2n} = 2\pi \quad (1)$$

$$\alpha_1 + \alpha_3 + \dots + \alpha_{2n-1} = \alpha_2 + \alpha_4 + \dots + \alpha_{2n} = \pi \quad (2)$$

定理 2 对于顶点扇形角 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_{2n}$,若 α_1 为最小扇形角,那么定义这个扇形角的两条折痕方向一定相反(一条为山折痕,另一条为谷折痕),即会形成一个褶皱。

(3) Maekawa 定理

对于只拥有单个顶点的折纸,若折纸可折叠,则山折痕(M)和谷折痕(V)的数量总是相差两个,这也说明折痕图案中折痕以及折痕形成扇形角的数量总为偶数,即

$$M - V = \pm 2 \quad (3)$$

(4) 2-colorability 定理

对于多顶点整体可折平的折痕图案,由折痕划分的区域,可以用两种颜色分离开,即相同颜色区域不相邻,并且在折平后同色在同侧,示例如图 3 所示。

上述公理和定理给出了可平面折叠的必要条件以及山折痕、谷折痕的有效分配条件。

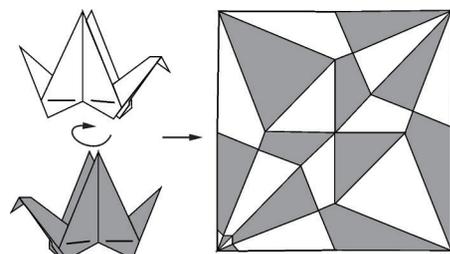


图 3 2-colorability 定理
Fig.3 2-colorability theorem

1.2 刚性折纸机构类型

按照折痕的复杂程度,典型刚性折纸机构可以分为Z型折纸机构(手风琴折纸机构)、单顶点多折痕折纸机构、三浦折纸机构(Miura-ori折纸机构)、水弹折纸机构(Waterbomb折纸机构)、Yoshimura折纸机构以及Flasher折纸机构。

1.2.1 Z型折纸机构

Z型折纸机构^[41]结构较为简单,一般为一个平面被相互平行的折痕分割成相同的板块,由于板块与板块之间在进行折叠时与字母Z相似,所以被称作Z型折纸机构(图4(a));还有一种构型因为所有折痕相交于一点,在折叠时呈扇形折叠,因与手风琴相似,所以被称作手风琴折纸机构(图4(b))。由于二者折痕和折叠方式大体相同,所以这两种构型统称为Z型折纸机构,或手风琴折纸机构。

Z型折纸机构也是最早被应用的一类折纸机构,由于其结构简单,并且面板都为形状规则的三角形或者四边形,且收拢和展开都为平面结构,所以多用于刚性可展开太阳翼阵列。在发射阶段时,利用铰链和控制设备使刚性可展面板收拢,航天器到达预定轨道位置后,通过阻尼机构使其在外部两侧同步匀速展开,如图5所示。

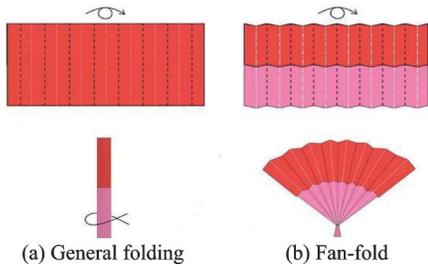


图4 Z型折叠(手风琴折叠)^[41]
Fig.4 Z(accordion) folding^[41]



图5 太阳翼展开示意图^[41]
Fig.5 Schematic diagram of solar wing deployment^[41]

1.2.2 单顶点多折痕折纸机构

单顶点多折痕折纸^[39]是指两条及以上折痕一端交会于一点的折痕图案,是构成复杂折纸机构的基础折纸模式,是研究复杂折纸机构运动学、动力学特性的起点。单顶点多折痕折纸根据是否满足川崎定理条件,分为可折平折纸机构和不可折平折纸机构;根据折痕分布位置可分为折痕共线折纸和

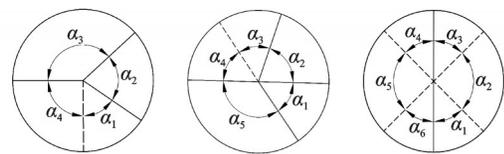
对称折纸。其中根据共线的折痕数目不同,又可分为单共线折纸及多共线折纸;对称折纸可分为部分对称折纸以及完全对称折纸。由于存在多样的折痕分布、折痕数量等设计因素,单顶点多折痕折纸具有较强的可设计性^[43]。

国内外学者对于单顶点多折痕的研究较多,其中具有代表性的主要包括4度顶点折纸、5度顶点折纸和6度顶点折纸,并且根据对上述单顶点折痕模式进行不同组合方式,设计的多种刚性折纸机构已应用于工程实践。

如图6(a)所示,4度顶点折纸^[44]由4条交于1点的折痕构成,整个折纸机构自由度为1,当4个扇形角同时满足可折平性和折痕共线的条件时,便成为构成三浦折纸机构的基本单元。以4度顶点折纸为基本结构堆叠出的超材料具有很大的设计空间^[45-47], Waitukaitis等^[48]研究了不同4度顶点折纸机构表现出的多稳态特征,在保留4度顶点折纸多稳态特征的前提下,提出了多顶点折纸机构的设计方法。Fang等^[49]比较了三浦折纸机构与4度顶点折纸机构的力学性能,证明了4度顶点折纸在超材料研究领域比三浦折纸机构具有更强的研究潜力。

5度顶点折纸的研究主要集中在运动学方面,如图6(b)所示,根据对折痕位置和二面角之间的关系的研究,寻找最优折展比,以适应工程应用的要求。多种折纸固面天线^[50]的灵感均来源于5度顶点折纸,其也是构成Flasher折纸机构的基本单元。Yu等^[51]分析了单顶点五折痕刚性折纸机构各折痕转角之间的关系,建立了未知折痕转角的数学模型。

6度顶点折纸由6条交于1点的折痕组成,与4度、5度顶点折纸相比,具有更多的折痕组合。如图6(c)所示,Waterbomb和Yoshimura等刚性折纸机构的基本单元都是对称6度顶点折纸的典型应用,Hanna等^[52]研究了对称6度顶点折纸机构的双稳态折纸机制。Yan等^[53]基于图论方法描述折纸折痕构型,对非对称6度顶点折纸机构进行了研究。



(a) 4-vertex origami (b) 5-vertex origami (c) 6-vertex origami
图6 几种典型单顶点折纸机构

Fig.6 Several typical single vertex origami mechanisms

1.2.3 三浦折纸机构

三浦折纸机构是Miura^[54]基于地图的展开和

折叠特性,对其组成单元的形状和参数进行分析,得到由多个相同四边形单元组成的折纸机构,该折纸机构以他的名字命名^[55],其基本组成单元为同时具有可平折性和折痕共线特性的 4 度顶点折纸机构,可以沿纵向和横向同时折叠与展开,如图 7 所示。三浦折纸机构是一种刚性折纸机构,在折纸折展过程中,变形仅发生在折痕处,单元内部不发生变形,始终保持平坦。其具有可平折性、多稳态、负泊松比以及单自由度运动的特点。

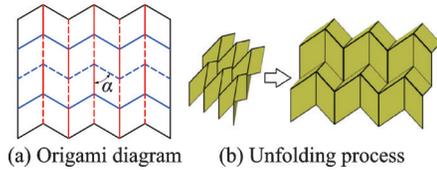
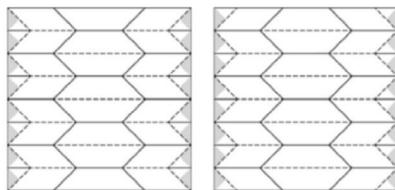


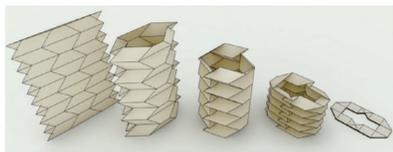
图 7 三浦折纸机构^[45]

Fig.7 Miura-origami mechanisms^[45]

Tachi 等^[56]基于三浦折纸机构设计了一种刚性圆柱形可折展机构(Tachi-Miura polyhedron, TMP),具有平面可折叠性,弯曲强度和扭转强度都很强,可以成为空间结构的新选择,如图 8 所示。目前对三浦折纸机构的研究一方面集中在对其优秀折展比进行应用;另一方面由于其具有双稳态^[57]、负泊松比^[58]等独特的力学特性,在超材料领域也有很多相关的研究。



(a) Tachi-Miura polyhedron origami



(b) Unfolding process

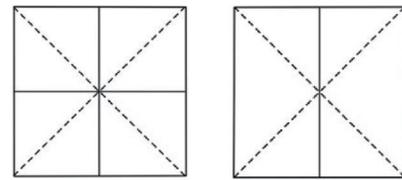
图 8 TMP 折纸单元^[56]

Fig.8 Tachi-Miura polyhedron origami unit^[56]

1.2.4 水弹折纸机构

水弹折纸机构是折纸机构中出现较早的一种构型,1963 年被 RANLETT^[59]收录在“折纸艺术”中,水弹折纸机构的基本单元包含 8 度顶点单元和 6 度顶点单元,因为折叠时面板内部无应变,所以均具有刚性可折叠性。其中,8 度顶点单元由交于中心一点的 4 条山折痕和 4 条谷折痕构成(图 9(a)),而 6 度顶点单元与 8 度顶点单元相似,是由 4 条沿对角线相交的山折痕和 2 条平分正方形边长

的谷折痕构成,如图 9(b)所示^[60],图中虚线为谷折痕,实线为山折痕。水弹折纸机构还具有双稳态特性^[52],而且从第 1 稳态位置(图 9(c))到第 2 稳态位置(图 9(d))的过程是可逆的,山折痕与谷折痕也不发生变化。



(a) 8-vertex unit

(b) 6-vertex unit



(c) Waterbomb base first stable equilibrium position^[60-61]



(d) Second stable equilibrium position^[60-61]

图 9 水弹折纸的两种基本单元及双稳态特性

Fig.9 Two basic units and bistable characteristics of waterbomb origami

6 度顶点 Waterbomb 折痕图通过合理排列基底,可以得到著名的“Magic origami ball”结构^[61-63],又被称作折纸魔力球,如图 10 所示。这种结构具有 3 种变形形态,可以从平面状态变为长圆柱形态再变为扁平圆盘形态。

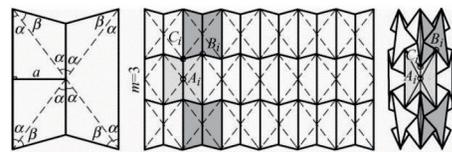


图 10 折纸魔力球^[62]

Fig.10 Magic origami ball^[62]

1.2.5 Yoshimura 折纸机构

Yoshimura 折纸机构^[64]最早发现于薄壁圆筒在轴向压力下屈曲失稳形成的图案^[65]。Yoshimura 折纸机构基本单元是由底边长为 a ,平分角为 φ 的菱形组成的,如图 11(a)所示。菱形水平对角线为谷折痕,即图 11 中虚线所示,菱形边长是山折痕,即图中实线所示,基本单元通过重复扩展得到整个 Yoshimura 折纸机构(图 11(a))^[39]。当基底中 $\varphi \leq 90^\circ$ 时, Yoshimura 折纸机构可以实现刚性折叠,而且在折叠和展开时,都是平坦的。将 Yoshimura 折纸机构两侧菱形模块对应拼接,可以形成 Yoshimura 柱状结构(图 11(b)),通过控制菱形边长还有平分角的大小,可以得到不同高度的柱状结构,但柱状结构不再具有刚性可折叠性。

Pellegrino 等^[66-67]借鉴 Calladine 在研究生物结

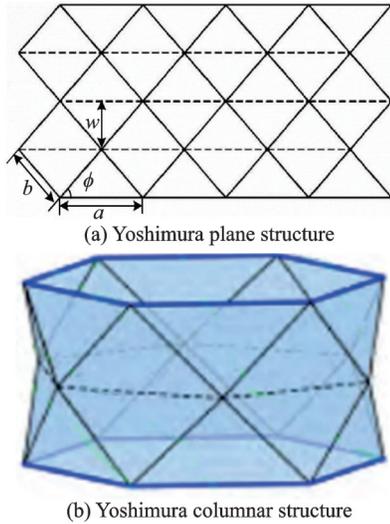


图 11 Yoshimura 折纸机构^[39]

Fig.11 Yoshimura-origami mechanisms^[39]

构力学时制作的三角圆柱壳纸板模型结构,设计出一种如图 12 所示的螺旋样式的 Yoshimura 刚性折纸圆柱管。Cai 等^[68]研究了基于 Yoshimura 折纸机构的可折叠桶形拱顶在运动过程中的几何形状的变化过程。

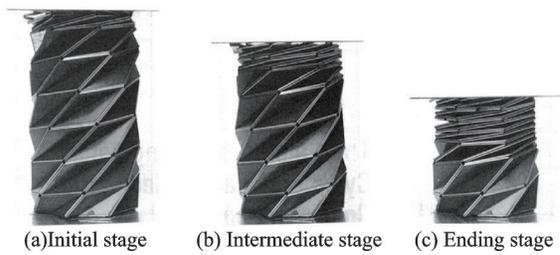


图 12 Yoshimura 刚性折纸圆柱管^[66]

Fig.12 Rigid Yoshimura-origami cylindrical tube^[66]

1.2.6 Flasher 折纸机构

Flasher 折纸机构^[69]是多年来在折纸领域备受关注的折纸形式之一,自 20 世纪 60 年代初以来,很多类似的结构被发现和探索^[70]。它们具有多种相似的形态,可以是三角形、四边形、五边形乃至多

边形折叠,但是螺旋度和旋转对称程度不同。为了便于区分,将所有这些旋转对称的、在展开状态下大致为平的、在收拢状态下大致为圆柱形的以及在螺旋模式下展开的图案称为“Flasher”,典型结构如图 13 所示。

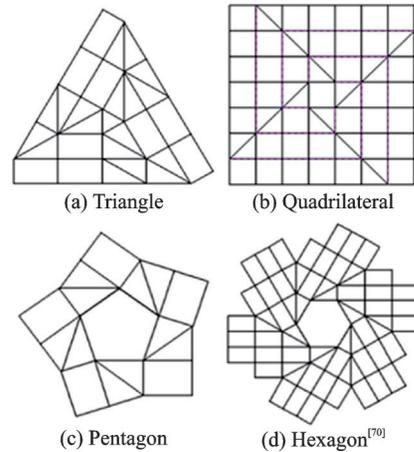


图 13 几种典型 Flasher 折纸机构

Fig.13 Several typical Flasher-origami mechanisms

Flasher 折纸机构具有沿中心轮毂螺旋收拢的特点,且收拢体积小、灵活度高,最重要的是折叠展开时具有自由度数量少的特点。在应用时一方面可以大大减少驱动带来的资源损耗,另一方面也能减轻机构本身的质量,符合空间折展机构轻量化特点。但是由于 Flasher 折纸机构组成模块多,且折展过程较为复杂,所以在板厚设计方面需要考虑较多。目前针对刚性 Flasher 折纸机构的研究主要集中在赋予平面机构曲率上,例如,令其具有抛物面曲率^[71]或者球面曲率^[72]。

1.2.7 刚性折纸机构构型比较与分析

由上述介绍可知,每种折纸机构都各有特点,选取自由度、可平折性、泊松比和折叠方式等方面进行综合比较,得到刚性折纸机构构型的主要特征如表 1 所示。

表 1 刚性折纸机构构型主要特性^[37]

Table 1 Main characteristics of rigid origami configuration^[37]

刚性折纸构型	单自由度	可平折性	多稳态	负泊松比	折叠方式
Z 型折纸	否	是	否	否	Z 型折叠
单顶点多折痕折纸	是(部分构型)	是(部分构型)	是(部分构型)	否	沿顶点中心收拢
Miura 折纸	是	是	是(特定情况)	是	纵向横向双向折展
Waterbomb 折纸	是(特定情况)	否	是(特定情况)	否	沿顶点中心收拢
Yoshimura 折纸	是	是	否	否	沿菱形对角线折展
Flasher 折纸	是(部分构型)	否	否	否	沿中心轮毂螺旋折展

1.3 刚性折纸机构运动学基础

随着刚性折纸机构的优良特性不断地被发掘,对刚性折纸机构的研究也越来越深入。如何将刚

性折纸独特的折展过程通过数学方法表示出来,进而掌握其运动特性是刚性折纸机构进行工程化应用的研究重点。目前对于刚性折纸机构的运动分

析,主要通过将面板当成连杆,折痕作为运动副,将刚性折纸机构当作连杆机构进行运动学分析^[73],下面对这些机构学理论和方法做简要介绍。

1.3.1 G-K(Grubler-Kutzbach)准则及其修正准则

G-K准则^[73]在机构自由度求解中被广泛应用,对于一部分简单折纸机构,将其等效成空间连杆机构,可以使用G-K准则进行自由度的求解,即

$$M = 6(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i \quad (4)$$

式中: M 为该机构的整体自由度数; n 为构成机构(包括机架)的杆件数; g 为运动关节的个数; f_i 为第*i*个关节具有自由度数。

但是对于存在冗余约束的折纸机构,传统G-K准则无法正确计算出机构的自由度,需要使用修正的G-K准则^[74]对机构进行自由度求解。首先利用螺旋理论建立顶点的运动螺旋系统,再通过修正的G-K公式计算顶点的自由度,其表达式为

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + u \quad (5)$$

与G-K公式类似,修正的G-K公式只需要在其基础上加上冗余约束*u*即可, d 为机构阶数,通过确定机构的公共约束可以求得。由于复杂刚性折纸机构冗余约束往往无法准确地定义,所以该方法有一定的局限性,通常被用于单顶点刚性折纸机构的自由度求解。Yu等^[75]利用修正的G-K公式,求解了单顶点多折痕折纸的自由度,并给出了刚性折纸构型边界顶点以及内部顶点自由度与折痕的关系,并在此基础上提出了一种邻接矩阵的方法来求解多顶点刚性折纸的自由度。

1.3.2 向量法

向量法^[76]多被用于平面连杆机构的运动学求解,对于简单刚性折纸机构如Z型折纸的运动学求解十分便利,对于*n*杆单闭环机构,其矢量方程为

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{R}_i = 0 \quad (6)$$

$$\mathbf{R}_i = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = r_i \begin{pmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中: r_i 为杆*R*的长度; θ_i 为杆与杆之间的夹角,可以根据给定角度值,通过联立约束方程来求解未知角度值,除了用于简单刚性折纸机构运动学分析外,也可以用于平面模块化刚性折纸机构的运动学分析^[77]。但是向量法只适用于平面机构的运动学分析,对于等效机构为空间机构的刚性折纸机构,虽然可以使用三维向量法进行速度以及加速度求解,但是由于空间结构向量符号太多,采用四元数法更为合适。

1.3.3 D-H坐标变换矩阵法

D-H坐标变换矩阵法^[78]是由Denavit和Hartenberg提出的一种运动学求解方法,是求解空间连杆机构的常用方法,使用齐次变换矩阵来表示相邻连杆之间的运动学关系,不仅可以求解机构的自由度,而且可以清楚地表达机构全周期性的运动特性。如图14所示,每个连杆都可以由4个参数表示,杆长 a_{i-1} 为连杆*i*的长度,是公法线上的线段;扭角 α_{i-1} 为关节轴线 S_{i-1} 和 S_{i+1} 之间的夹角;两条公法线之间的距离 d_i 表示杆*i*相对于杆*i+1*的偏置;两公法线之间的夹角 θ_i 为连杆的转角,表示连杆*i+1*相对连杆*i*转动的角度。

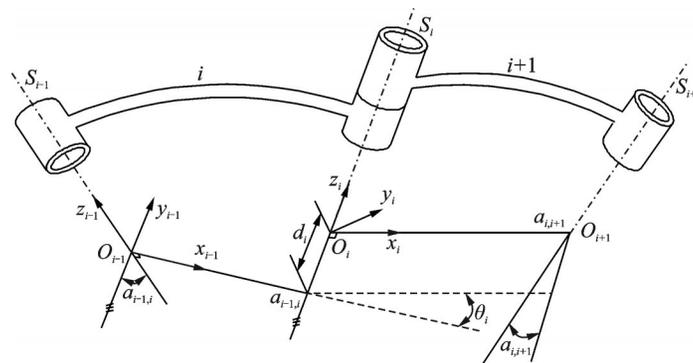


图 14 D-H法坐标系

Fig.14 D-H coordinate system

图中杆长和扭角描述连杆本身参数,偏置和转角为描述相邻杆件的连接关系的参数。空间连杆机构的任意两杆之间的运动学都可以使用这4

个参数来表示,主要通过坐标旋转和平移的方法来确定。坐标系 $\{O_i\}$ 相对于坐标系 $\{O_{i-1}\}$ 变换矩阵为

$$T_i^{i-1} = \text{Rot}(x, \alpha_{i-1}) \text{Trans}(a_{i-1}, 0, 0) \text{Rot}(z, \theta_i) \text{Trans}(0, 0, d_i) =$$

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1,i} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1,i} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1,i} & -\sin \alpha_{i-1,i} & -d_i \sin \alpha_{i-1,i} \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1,i} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1,i} & \cos \alpha_{i-1,i} & d_i \cos \alpha_{i-1,i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

对于空间 n 连杆机构,将各连杆之间的变换矩阵连乘,即可得到整个机构的运动学方程

$$T_i^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2, \dots, T_i^{i-1} \quad (9)$$

对于大部分刚性折纸构型,均可以等效为空间连杆机构使用 D-H 法进行运动学分析,并且可以通过方程中独立运动变量的个数来确定机构的自由度数,得到机构准确的运动解析解。Chen 等^[60]将单顶点四折痕折纸等效为 Bricard 机构,利用矩阵法分析了机构的运动学特性。Feng 等^[79]使用矩阵法对水弹折纸构型进行运动学分析,得到了其运动学解析方程。Zhang 等^[80]使用矩阵法对厚板化单自由度 Miura-ori 折纸机构进行运动学分析。

1.3.4 四元教法

四元教法^[81]最早被应用在物理学中,由于其在表示空间位置以及向量间的旋转上有一定的优势,在机器人学等领域也得到了广泛应用,四元数是高阶复数的一种,其可以表示为

$$q(q_0, q_1, q_2, q_3) = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2q_1 q_2 - 2q_0 q_3 & 2q_0 q_2 + 2q_1 q_3 \\ 2q_1 q_2 + 2q_0 q_3 & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2q_2 q_3 - 2q_0 q_1 \\ 2q_1 q_3 - 2q_0 q_2 & 2q_0 q_1 + 2q_2 q_3 & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

四元教法由于其涉及到很少的几何信息,并且避免了动力学计算,与其他方法相比,四元教法拥有快速求解的优点,在刚性折纸的运动学求解过程中发挥了积极的作用。首先建立相应刚性折纸机构的几何模型,当给出折纸二面角数量 θ_i 与该折纸机构自由度相等时,便可以通过四元数表示的旋转矩阵来求解其余运动变量。Wang 等^[71]利用四元教法分析了 Flasher 刚性折纸构型的运动学特性,并给出了运动轨迹。Wu^[82]采用四元数和对偶四元数来表示折纸构型,在此基础上开发了两种数值方法。

1.3.5 螺旋理论法

螺旋理论^[83]在 19 世纪首先被提出,在 20 世纪被应用于机构运动学和动力学中。一个刚体的运动可以被描述为绕某一轴线的转动和沿平行于轴线方向的移动,这种由移动和转动的组合运动方式被称为螺旋运动。一个旋量主要由原部矢量 S 和对偶部矢量 S^0 组成,主要包含 4 个因素:螺旋的大小和方向、螺旋的轴线位置以及螺旋的节距,如图 15 所示,旋量定义为

$$\mathcal{S} = \begin{bmatrix} S \\ S^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S \\ S \times r + hS \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中: q_0, q_1, q_2, q_3 为实数; i, j, k 为虚数单位且相互正交。

l 为过原点的旋转轴,单位向量为 $l = [l_1 \ l_2 \ l_3]^T$,绕 l 轴旋转 θ 角度的旋转变换用四元数可以表示为

$$R = \cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} l_1 i + \sin \frac{\theta}{2} l_2 j + \sin \frac{\theta}{2} l_3 k \quad (11)$$

若向量 $V_0 = 0 + x_0 i + y_0 j + z_0 k$ 绕向量 l 逆时针旋转角度 θ 变为新的向量 $V_1 = 0 + x_1 i + y_1 j + z_1 k$,则有

$$V_1 = R V_0 R^{-1} \quad (12)$$

令

$$\begin{cases} q_0 = \cos \frac{\theta}{2}, q_1 = \sin \frac{\theta}{2} l_1 i \\ q_2 = \sin \frac{\theta}{2} l_2 j, q_3 = \sin \frac{\theta}{2} l_3 k \end{cases} \quad (13)$$

得到向量 V_0 的旋转变换方程为

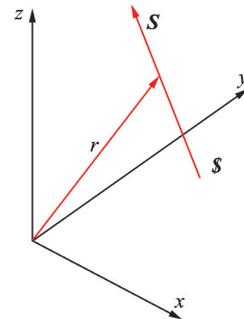


图 15 旋量轴线及其位置向量^[73]

Fig.15 Screw axis and its position vector^[73]

式中: S 为旋转轴直线的单位矢量; r 为旋转轴线上某一点的位置矢量; h 为螺旋的节距,为对偶部矢量在原部矢量上的投影,可表示为

$$h = \frac{S \cdot S^0}{S \cdot S} \quad (16)$$

对于刚性折纸机构,大部分折痕都被等效为转动副,对于转动副,螺旋的节距 h 为 0,则

$$\mathcal{S} = \begin{bmatrix} S \\ S \times r \end{bmatrix} \quad (17)$$

对于单闭环空间机构,可以求得其机构的速度,其运动学约束方程表示为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{w} \\ \boldsymbol{v} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \omega_i \boldsymbol{\$}_i = 0 \quad (18)$$

式中 ω_i 为第 i 个铰链的速度幅值。螺旋理论法也可以用来求解机构的自由度,其中 ω_i 非零解的独立维数便是机构的自由度个数。

螺旋理论法也可以通过约束矩阵零空间的维度来确定多环路空间连杆机构的自由度,所以在求解多顶点刚性折纸运动学方面有一定优势,但是由于空间机构螺旋设置十分复杂,对于非特定复杂刚性折纸构型的运动学分析并不适用。Zhang 等^[84]利用螺旋理论研究了过约束系统的变换,并提出了多种折展结构。

1.3.6 桁架理论法

机构桁架理论法^[85]是一种分析机构运动学特性的新方法,将机构等效为若干连杆通过铰链连接成的桁架,连杆与连杆之间的铰链由节点表示。桁架又分为平面桁架和空间桁架,对于空间桁架,麦克斯韦法则^[86]表明对于空间桁架结构的节点而言,每个节点在空间中均包含3个方向的自由度,并将桁架整体的自由度 M 定义为 $M=3p-6-b$,其中 p 为桁架包含的节点数、 b 为桁架包含的杆件数。但是由于麦克斯韦法则不考虑组件的几何形状,所以结果有时会产生误导性。为了避免这种情况,需要对其进行再推导,建立机构平衡矩阵方程式和系统协调方程,通过虚功原理,根据协调矩阵与平衡矩阵的关系,重新推导得到桁架机构的自由度求解公式为

$$M = 3p - b - r \quad (19)$$

式中 r 为平衡矩阵的秩。内应力数 s 为

$$s = b - r \quad (20)$$

使用桁架理论对机构进行运动分析,可以判断一个组件为机构还是结构,对于求解机构的自由度以及判断折纸机构是否为刚性折叠比较便捷,并且可以根据自由度数目以及机构内应力数量来判断机构是否为过约束机构,但是由于协调矩阵只能表达机构的瞬时运动趋势,而无法获得全路径运动的解析解。Zhang 等^[87]基于桁架理论提出了一种改进的刚性折纸构型,并对其运动过程进行了分析。

1.3.7 奇异值分解法

由于刚性折纸构型众多,且复杂多变,仅靠上述运动学分析方法虽然可以得到推导公式,但是求解过程过于复杂,仍然得不到机构运动学的运动学解析解,一些学者^[88]在上述理论分析的基础上,对得到的矩阵进行奇异值分解(Singular value decomposition, SVD)运算来求解机构的自由度,并对机构的运动路径进行分析,找出其分岔点,并检验刚性折纸构型的优良性。例如利用桁架理论得

到的平衡矩阵,以及利用D-H坐标变换矩阵法得到的雅可比矩阵,通过对其进行奇异值分解运算来分析其运动特性。以平衡矩阵 H 为例,其奇异值分解表示为

$$H = UWV^T \quad (21)$$

式中: U 、 V 均为正交矩阵; W 为对角矩阵,除主对角线外,其余元素为0, W 主对角线的每个元素为奇异值。

对于机构的雅可比矩阵可以通过D-H法对机构运动闭环方程处理得到,也可以直接通过螺旋理论法直接获得。Kumar 等^[89]使用SVD法求解了Flasher刚性折纸机构的运动路径及分叉点。Cai 等^[90]使用刚性面板、球形接头和连杆边界条件等不同约束来生成系统约束方程,通过对约束方程中的时间进行求导,得到雅可比矩阵,并从雅可比零空间维度计算了Miura-ori折纸机构的自由度。

1.3.8 软件法

一些学者基于已有刚性折纸几何设计条件,以及对于折纸开展的运动学特性理论研究,开发了多种折纸软件,这些软件被用于折痕图案的设计和折叠运动的模拟,为折纸的设计和运动分析提供了巨大的便利性。“E-折纸系统(E-origami system, EOS)”^[91-92]基于Huzita-Justin公理开发,每一次折叠必须独立进行,可以用作折痕设计的初步研究,但是对于较为复杂的折痕图案不太适用;“ORI-PA”软件^[93]允许设计和折叠平折折痕图,但是只允许设计由方形纸制成的可平折折纸;“Origami Simulator”软件^[94]可提供折叠运动全局行为;“Tessellatica”软件^[95]可以用于设计折纸扭曲、镶嵌、平折和其他已知的模式,如Flasher折纸机构、三浦折纸机构等,并且支持导入或设计定制算法,对折纸图案进行优化等,但是对于使用者专业性要求较高。

为了更好地了解各运动学方法在典型刚性折纸机构中的应用情况,将上述内容整理成表2。

2 刚性折纸应用案例

刚性折纸由于其具有展开刚度大、形面精度高等优点,已在太阳翼、可展开天线和太空望远镜等空间折展机构中实现应用。尽管典型折纸机构的类型较多,但得到实际应用的则较为有限,究其原因,主要是工程应用中更多的是考虑实际使用需求及可靠性,故像提及的Z型折纸机构由于其原理简单、可靠性高,使得其在太阳翼方面具有较多应用。而对于Waterbomb折纸机构、Yoshimura折纸机构等,由于其结构和原理较为复杂,故目前主要

表2 运动学方法在各刚性折纸构型中的应用

Table 2 Application of kinematics method in rigid origami configuration

刚性折纸构型	G-K准则及其修正准则	向量法	四元数法	D-H坐标变换矩阵法	螺旋理论法	桁架理论法	SVD法	软件法
Z型折纸	✓	✓						
单顶点多折痕折纸	✓		✓	✓	✓		✓	✓
Miura-ori折纸				✓		✓	✓	✓
Waterbomb折纸				✓		✓		✓
Yoshimura折纸				✓		✓		
Flasher折纸			✓				✓	✓

集中在理论研究层面,技术成熟度较低,所以尚未得到工程应用。

为更好地梳理其应用现状及潜在发展,本节主要从刚性折纸机构实际工程应用案例和面向工程应用的刚性折纸基础研究两个方面进行阐述。

2.1 实际应用

2.1.1 Z型折纸机构

目前国际上有两种典型的太阳翼构型,都是基于Z型折纸机构,一种是多板展开矩形太阳翼,另一种是圆形扇面太阳翼。这种折纸机构由于折展方式简单,同时可以实现较大折展比,且由于应用较早,技术较为成熟,可靠性高。到达在轨位置后,通过机构驱动面板,实现分步展开。矩形太阳翼中,最具代表性的为美国艾伯尔公司设计制造的PUMA刚性折叠太阳翼^[96],如图16(a)所示。Arabsat 2A卫星^[97]两侧使用了一对PUMA刚性折叠太阳翼,每翼由4块相同尺寸基板组成,基板长约1.6 m,宽约1.2 m,展收频率为0.15 Hz和30 Hz。圆形扇形太阳翼中,最具代表性的为ATK公司研发的UltraFlex太阳翼与MegaFlex太阳翼^[98](图16(b))。2008年,“凤凰号”火星着陆器(图16(c))首次成功使用UltraFlex太阳翼,其直径为2.1 m,功率质量比能够达到103 W/kg^[99]。天鹅座货运飞船(图16(d))应用了MegaFlex太阳翼,其展开后的面积约为64 m²,功率可达30 kW,功率质量比约为165 W/kg^[100-101]。

2021年,备受期待的詹姆斯·韦伯深空望远镜发射成功,如图17所示,作为哈勃望远镜的接班人,其主镜面的折叠方式也借鉴了Z型折纸机构^[102],一方面简单的折展方式可以保证展开的精准度,另一方面也可以达到缩小展开体积的目的。詹姆斯·韦伯望远镜主镜盘的直径达到了6.5 m,由18块正六边形的小镜片组合而成的,每块小镜片下方都安装有7个微型电机,可以使镜片位置上下改变,从而保证机构的展开,并且使18个小镜片能够精确地组合成抛物面的外形,是迄今体型最大、能力最强且结构最复杂的红外线望远镜^[103]。

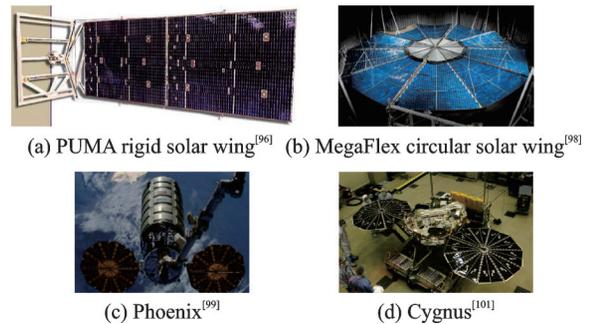
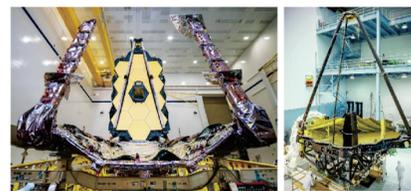


图16 Z型折叠太阳翼及其应用

Fig.16 Z-folding solar wing and its application

图17 詹姆斯·韦伯深空望远镜^[103]Fig.17 James Webb deep space telescope^[103]

2.1.2 三浦折纸机构

基于三浦折纸机构负泊松比的特性,即可以进行纵向和横向两个方向共同折叠展开,Natori等^[35]于1995提出了一种二维太阳能电池阵列(2-dimensional solar array, 2DSA),整个机构通过电机驱动横向和纵向的天线杆牵引展开,如图18所示,使用悬吊的方式对其进行了重力卸载试验,并且于1997年搭载Space Flyer Unit飞行器将其1/4的结构带入了太空,进行了其作为太阳能电池阵列结构在太空中的折展工作。

图18 2-Dimensional太阳能电池阵列^[35]Fig.18 2-dimensional solar array^[35]

2.1.3 Flasher折纸机构

1992年, Guest等^[104]确定了折叠图案的一些

关键性质,并提出了设计方法。1996年, Guest等^[33]联合英国剑桥大学的可展开结构实验室基于一种中心轮毂为正六边形 Flasher 图案,设计了一种固面可展开天线。与传统可展开固面天线相比,在折展比方面占有一定的优势,形面精度高,且自由度为 1,如图 19(a)所示。该天线包括 6 个近似于三角形的相同面板,面板由几个铰接在一起的小盘面构成,每个面板通过连杆与下一个面板相连接,连杆位于每个三角形面板的最外侧盘面的背部。连杆一端为转动副,另一端为球副,且连杆数与面板数相同,整个机构通过减速电机驱动连接杆带动面板收拢,收拢时所有面板围绕中心轮毂转动并向内收拢,口径为 1.5 m 的固面可展开天线样机,收拢后的直径和高度分别为 0.56 m,0.81 m。

Zirbel 等^[105]建立了一种基于 Flasher 折纸机构且其面板为刚性的模型。这是一种将多个面板沿着中心螺旋收拢展开的机构,而且可以通过调整周边板块的数量与尺寸来改变板块厚度,并使用两种折叠方案建立了对应的模型。在第 1 种方法中,允许面板沿其对角线弯曲;在第 2 种方法中,面板固定在柔性膜上,面板之间具有离散的空隙。两种折叠方案都可以使模型实现刚性折叠,而且保留了优良折展比的特性,基于第 2 种选择,建立了一个可展开的太阳帆用于空间应用^[106],直径为 25 m,收拢后的直径为 2.4 m,通过周边桁架的展开来带动整个太阳帆的展开,如图 19(b)所示。

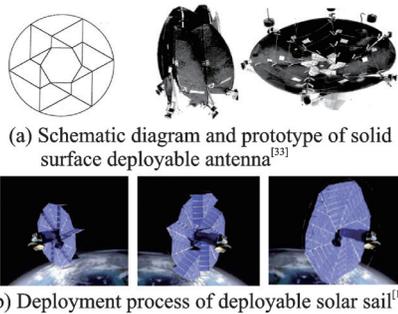


图 19 Flasher 折纸机构衍生的空间折展机构
Fig.19 Spatial folding and unfolding mechanisms derived from Flasher-origami mechanism

2.2 面向应用的基础研究现状

2.2.1 Z 型折纸机构

Morgan 等^[107]基于手风琴折纸提出了一种空间站居所,如图 20 所示,将传统平面手风琴折叠改进扩展为柱状结构,使用了偏移面板技术和锥形面板技术两种适应厚度的方法,前者用于缩小收拢状态下面板之间的间隙,后者用于刚性面板与刚性面板之间的连接,并且通过添加折叠线增加了四面体模型的容积。空间居所面板由质量轻且防水

的 Gatorfoam 板制成,并且通过在折痕处添加膜层,保证了机构的封闭性。该机构展开后长度与体积增加 85%,与目前主要使用滑动楔子来扩展的方式相比,具有很大的优势。

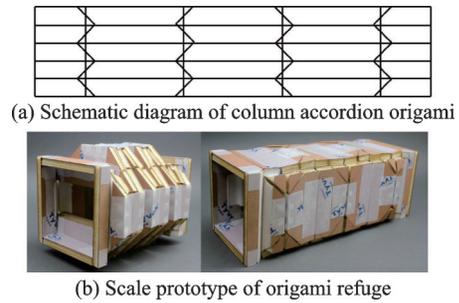


图 20 折纸避难所^[107]
Fig.20 Origami shelter^[107]

2.2.2 单顶点多折痕折纸机构

东南大学与钱学森实验室合作^[50],利用单顶点五折痕模式设计了一种刚性抛物面可展开天线,提供了一种新型折展方式,其中转动轴为各板块边界曲线的端点连线,通过合理移动节点的位置,解决了多节点重合的问题,并且在增加折纸机构厚度的前提下,避免了反射面之间的碰撞。最后通过 3D 打印得到 1:10 的抛物面固体反射面天线的模型,并进行了验证,如图 21 所示。

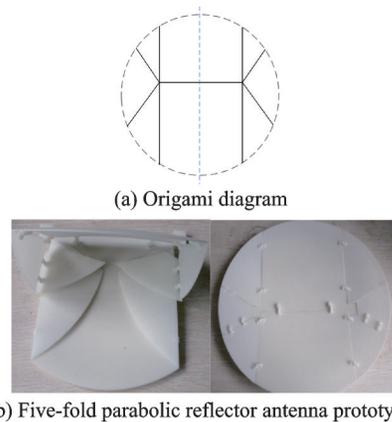


图 21 五折痕抛物面刚性可展机构^[50]
Fig.21 Rigid expandable mechanism with a five-fold paraboloid surface^[50]

文献[108]为了满足进入火星飞行器的隔热要求以及实现飞行器减速,基于单顶点多折痕折纸机构,设计了一种新型刚性可折展隔热罩,通过折纸折展的方式,使得隔热罩有了更大的口径,隔热罩结构由安装在可展开肋条之间的隔热系统(Thermal protection system, TPS)面板组成,这些面板是刚性的,如图 22(a)所示。为了权衡适当的阻力与航天器稳定性,使得足够的阻力和热量可以从航天器转移出去,这些可展开肋条展开至 70°,由驱动环

驱动肋条对称旋转,实现机构的折展。并且通过动态刚体仿真,验证了机构可以实现99.85%的展开程度,因为面板本身的张力和物理模型存在的摩擦,机构无法完全展开,在后续拟通过改变铰链使用方案对机构继续进行优化设计。

广晨汉等^[109]基于单顶点多折痕折纸机构,提出可适用于固面可展开天线、可展开太阳能电池阵列等机构的一种新型空间折展机构。使用偏置铰链的厚板化方法对折纸机构进行加厚处理。不仅可以将平面结构进行折展,而且也可以将包络回转弯面的锥形结构进行折展(图22(b))。分别建立了机构收拢和展开状态下的几何模型,最后通过计算和仿真校验,求解了折展比。结果表明,与现有空间可展开固体反射面天线相比,在收纳率上存在一定优势。

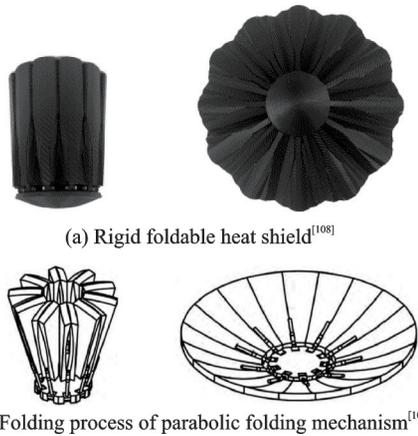


图22 单顶点多折痕折纸机构衍生的空间折展机构
Fig.22 Spatial folding and unfolding mechanisms derived from single vertex multi-fold origami mechanism

2.2.3 三浦折纸机构

Taheri等^[110]为了弥补目前太阳能电池体积大、面板固定和能源转换效率低等缺点,基于传统三浦折纸机构设计了一款便携式太阳能阵列电池,具有高效展开与收拢和易于收纳的优势,并且增加了基于倾斜摆动的主动双轴太阳能跟踪系统,最大限度地提高了太阳能转换效率,通过电机驱动底部两侧面板来使阵列电池实现展开,收拢时电机以相反方向驱动面板达到收拢的状态,如图23(a)所示。

文献^[111]基于三浦折纸机构,通过对三浦折纸构型单元进行模块化处理,选择机构中4个相邻的模块经过裁剪处理作为模块机构中的单一模块,将模块处理成薄壳形态利用铰链再将模块连接在一起,构成总体是平面或者抛物面的阵列。通过在

机构中采用模块化连接,大大增加了展开口径,提出了一种锥形面接触的滚动铰链来达到增加厚度的目的,并且保持了原有单一自由度的特性。对未来可展开的空间望远镜和其他需要高形状精度、低收拢面积和体积的反射阵列的设计具有很高的启发价值,如图23(b)所示。

Jape等^[112]基于三浦折纸机构设计了一种抛物面自折叠有源折纸反射天线(Active origami reflector antenna, AORA)模型。在保证反射精度的前提下,提高了装载效率,AORA是由刚性面板和形状记忆聚合物(Shape memory polymers, SMP)组成的,其中形状记忆聚合物作为连接刚性面板的铰链,分布在折痕处,通过热驱动使其发生变形,实现AORA的自折叠,如图23(c)所示。同时,开展了天线形状参数对其电磁特性的影响研究。对未来高增益定向射电望远镜和卫星通信方面的研究具有很好的帮助和启发作用。

美国折纸科学家^[113]的Eyeglass空间望远镜研发团队为了实现将展开尺度为100 m的衍射透镜放到直径4 m、长10 m的航天器载荷仓中,将三浦折纸机构和“雨伞”构型结合研发了一种可折叠菲涅耳透镜缩比模型,可以满足空间望远镜大口径的需求,并且收拢体积很小。这种衍射透镜将镜面分为72块,来实现折叠存放,劳伦斯·利弗莫尔国家实验室(Lawrence livermore national laboratory, LLNL)^[114]制造并且成功研制出了5 m的衍射透镜模型,如图23(d)所示,它在折叠前后都达到了衍射极限性能,并且成功通过了反射实验。

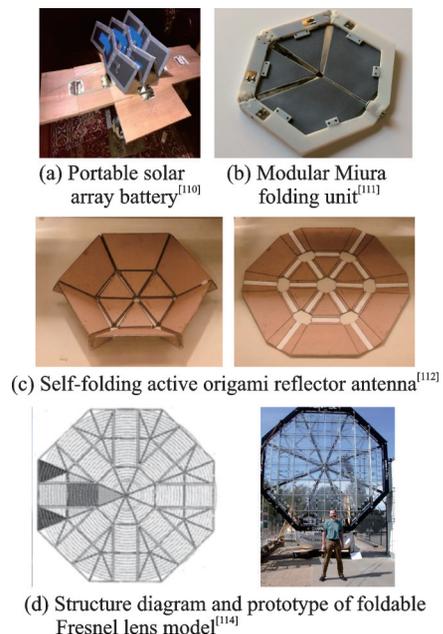


图23 三浦折纸机构衍生的空间折展机构
Fig.23 Spatial folding and unfolding mechanisms derived from Miura-origami mechanism

2.2.4 水弹折纸机构

美国LOADPATH公司的Jeon等^[115]基于水弹折纸机构设计了一款利用剪叉机构实现收拢展开的模块化太阳能电池阵列(Structural origami array, SOAR)。组成水弹折纸机构的三角形区域保持平坦,不受弯曲载荷的影响,且对面板的厚度不敏感。与膜铰链或半刚性铰链十分兼容,机构通过两根双压缩杆件中储存的应变能来实现展开工作。通过模块化折叠机构实现的独特装载方式,允许使用更厚的高效太阳能电池和表面覆盖玻璃,从而可以在不影响装载效率的前提下延长使用寿命。并且计划将其应用于2500 m²的大型太阳能阵,用于为载人火星表面任务提供动力,如图24(a)所示。

佛罗里达国际大学的Russo等^[116]提出了一种多模式多输出多输入(Multiple-input multiple-output, MIMO)环形天线。通过特征模式分析,识别并激发了环形天线的两种模式,将天线安装在水弹折叠机构上,可以通过折叠展开来重新配置两种模式的电磁特性,具有适应性强、结构紧凑和多模设计等诸多优点。并且提出了两种设计方案来实现这个设计,如图24(b),使用铜带来连接面板或使用封装在硅中的液态金属铰链来实现。目前两种方案正在测试阶段。这种折纸多模式天线为下一代通信系统提供了一种紧凑、自适应的解决方案。

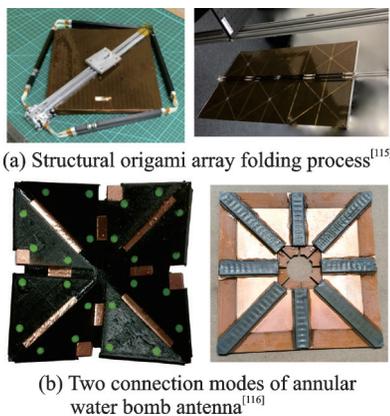


图24 水弹折纸机构衍生的空间折展机构

Fig.24 Spatial folding and unfolding mechanisms derived from water-elastic origami mechanism

2.2.5 Yoshimura折纸机构

Wang等^[117]基于Yoshimura折纸机构,在原有基底的前提下通过剪开折痕释放约束的方法,获得了一种新型基底图案。通过偏置铰链技术对折纸机构加厚处理,合理地整合两种平面对称厚板折纸

模块,提出了一种新型空间可展开机构,可以通过利用该折纸机构的运动学可编程性,构造不同的目标构型。基于可展开结构的几何特性,建立了一种实现特定可展开状态的综合量化设计方法,通过自定义折痕图案参数和面板厚度,构建不同的展开构型。分别构建了圆柱面和抛物面,制造了圆柱面天线和抛物面天线的样品原型,如图25所示,对空间折展机构的曲面设计具有很大的启发性。

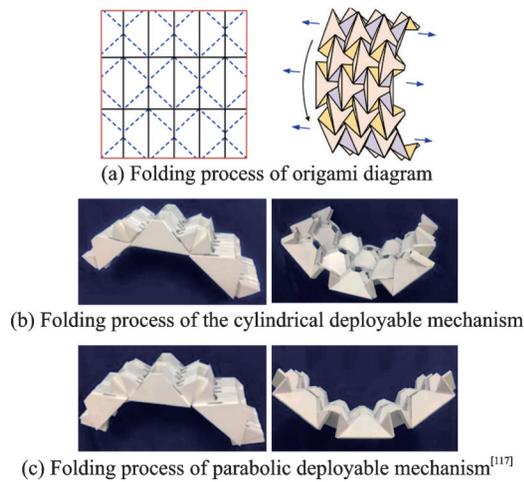


图25 折纸示意图及原理样机

Fig.25 Origami schematic diagram and principle prototype

2.2.6 Flasher折纸机构

伦敦帝国理工学院的Wang等^[71]基于Flasher折纸机构,使用转动铰链使机构获得厚度,提出了一种刚性可折展抛物面反射器。采用参数优化方法设计了最优模式,得到了中心轮毂为四边形,折叠层数为两层的Flasher构型,并且结合贝叶斯优化和梯度下降方法,使用基于四元数的运动学模型和基于点网格的碰撞检测方法进行快速评估。通过熔融沉积建模(Fused deposition modeling, FDM)打印出了反射器样机,样机面板厚度为2.5 mm,边界尺寸为120 mm×120 mm×160 mm,材料为微碳纤维填充尼龙,面板与面板之间通过旋转铰链连接,可实现低至约35%直径的收纳,与目前已知可展开固面天线相比,折展比占有较大优势,且机构自由度为1,如图26(a)所示。

Pehrson等^[118]基于Flasher折纸机构自由度数量少、高折展比以及径向对称的特点,研发了一款具备自展开、自刚化、可重复展收的阵列天线(Self-deployable, self-stiffening, and retractable origami-based arrays, SDSR),如图26(b)所示。使用偏置铰链的方法使机构获得厚度,通过释放折痕处储存的应变能来实现天线的自展开,并且在面板之间安装绳索来控制机构展开速度以及实现重复

可展收的功能,消除了对周边桁架的需求。因为面板变形较小,所以可视为刚体,通过多体建模的方法预测了展开过程的折叠角,制作了天线样机,天线展开状态下直径为1 m,收拢状态下直径为0.4 m,高度为0.2 m。并且在加州理工学院喷气推进实验室进行了动态性能测试。

Morgan等^[72]基于Flasher折纸机构,通过减少机构的楔形物来达到获得曲面的目的,如图26(c)所示。为了使曲面更加接近规则抛物面,采用具有柔韧性的材料作为面板,使用一种特殊的轴对称混合抗拉替代铰链来增加厚度,这种铰链可以承载大的挠度弯曲并且可以承受张力、剪切和扭转载荷,将面板和铰链连接制造了简易抛物面天线样机。利用MATLAB软件拟合了3种方案,获得曲面的曲面拟合度,分别是6个楔形减1个,7个楔形减1个,7个楔形减2个,发现都有很好的拟合度。虽然并没有得到具体的抛物面机构设计方案,但是给未来抛物面天线的研究提供了很重要的思路。

文献^[119]基于Flasher折纸机构,提出了一种可以适用于曲面的新型刚性折纸构型,如图26(d)所示。利用平行投影的原理,将平面的Flasher折纸构型投影到目标球面上,得到相邻折纸构型截面边界折痕上的顶点。在假设曲面Flasher是零厚度的前提下,通过数值算法计算出每个界面的其他顶点,给出了两种铰链连接方法使折纸构型增加厚度:(1)柔性铰链,其展开方式需要在外部设计展开机构来提供拉力;(2)橡皮筋和扭转弹簧充当铰链,其展开方式为通过弹簧内部储存的应变能为机构提供展开的力,研发了两种铰链连接方式的样机,并通过数值模拟和物理原型验证了方法的可行性,为抛物面固定天线的研发提供了思路。

文献^[120]基于传统六边形为中心的Flasher折纸机构,修改和引入了Flasher折纸机构的切口之后,解决了其加厚之后的面板干涉问题。对Flasher折纸机构增加了非零厚度和锥度面板,建立了其参数几何模型,并且使用D-H坐标变换法求解了机构的运动学模型,最后设计了驱动方案,提出了一种新型的展开方式,可以用作平面折展机构,也可以应用于展开形态为一定曲度的抛物面,如图26(e)所示。该构型通过在每个翼面连接处添加扭簧来实现整体机构的展开,每个翼面添加3个扭簧,并对每个位置所需扭簧规格进行了分析,研制了抛物反射面原理样机,并进行了实验验证。

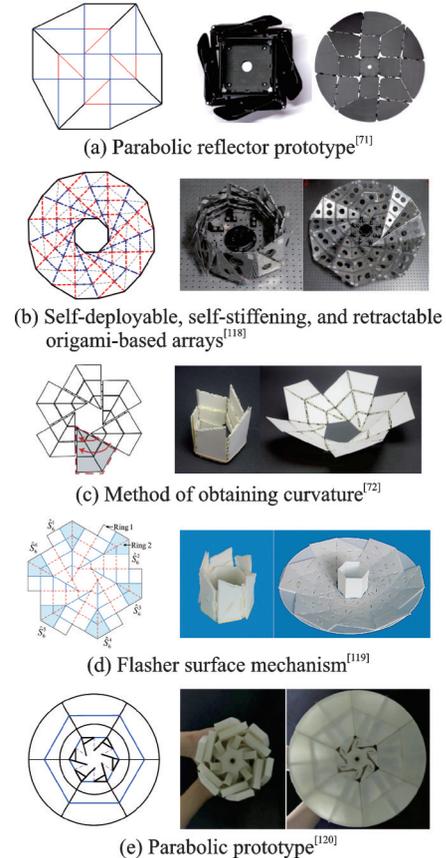


图26 Flasher折纸机构衍生的空间折展机构样机
Fig.26 Spatial folding and unfolding mechanisms derived from Flasher-origami mechanism

3 发展趋势及展望

刚性折纸机构由于其特殊的折展方式、高展开精度以及优良的折展比,在空间折展机构中有较为广阔的应用前景。由于其属于一个新兴的研究方向,相关的基础研究及应用研究尚不系统和完善,目前面向空间折展机构的刚性折纸机构的研究大多还停留在样机研制阶段。为了更好地满足航天科技工程对宇航空间折展机构的迫切需求,刚性折纸还需要对构型创新设计方法、厚板化设计方法、动力学特性分析方法、机构智能化设计方法和微重力卸载方法等关键技术和方法开展更为深入的研究。

3.1 构型创新设计方法

空间折展机构作为航天工程的重要装备,是机构学在宇航空间领域的新发展和新应用。构型创新设计是空间折展机构研究中的一项重要内容,构型设计的优劣将直接影响整个机构的性能甚至任务的成败。空间折展机构追求高折展比和轻量化,目前,Z型折叠、三浦折叠和Flasher折叠等典型刚性折纸构型的参数指标尚有所欠缺,还需要在以下

几个方面开展研究。

(1) 构型设计方法

目前面向应用的折纸设计方法主要包括直接设计和逆向设计两种。直接设计是指应用或调整已知折纸构型来解决设计问题的过程,是目前最常用的设计方法,但是由于图案的预先选择限制了设计变化,且选择折纸构型并未考虑厚度调节和材料选择,增加了工程应用的复杂性。逆向设计是指选择、优化或生成可折叠折痕图案以满足特定设计要求的过程,是一种新型折纸设计方法。该方法可以带来更加灵活和精确的设计结果,但是由于其还在发展的初期,只能应用于个别特定的几何形状和折纸构型。两种方法的设计过程都非常依赖于设计人员的经验、折纸模型和试错过程。为了加快设计过程,提高设计效率,需要一种系统性、综合性方法来提高折纸设计的质量和创新能力。如何有效地找到和修改现有的折纸构型,并有效地创建新的折纸构型仍然是具有挑战性的任务。

(2) 构型组合设计

不同折纸构型由于其独特的运动特性,被应用在不同的机构中。目前对刚性折纸启发的空间折展机构主要是对单一构型的基础研究,不同折纸构型、相同折纸构型的混合设计以及刚性折纸与其他技术之间的综合设计研究的较少。为了满足空间折展机构大型化、多功能化以及高精度化的发展需求,应继续开展同种构型的模块化设计^[88]、不同种构型的组合设计^[121]以及与其他技术的交叉设计^[122]。虽然目前已有相关方面的研究,但是如何将各种构型有机地联合起来,充分发挥各种构型的优点,还需要更加深入的研究。

3.2 厚板化设计方法

为了充分利用刚性折纸的运动特性,同时满足空间折展机构的应用,在发展折纸机构的过程中,必须考虑厚度对于折叠过程的影响,避免面板之间的自相交问题。在刚性折纸构型得到工程应用前,必须对其进行厚板化处理,由于机构对面板形状、折叠过程以及折叠精度的要求较高,大多数传统厚板化方法都无法满足应用。如何使零厚度刚性折纸机构获得厚度,是基于刚性折纸的空间折展机构研发的关键。未来可以在以下几个方面开展研究。

(1) 厚板化复合设计技术

目前的厚板化技术中,一些技术具有非常精确的、可预测的运动特性,但是制造过程非常复杂,而其他一些技术具有优秀的制造特性,但性能方面又

有所欠缺。Lang等^[31]提出厚板化技术复合设计的理念,可以充分利用各种厚板化技术的优点,达到各种工程应用的要求。这种理念同样适用于空间折展机构,但是不仅要满足空间折展机构的设计要求,而且要保留刚性折纸的运动特性,达到工程应用的要求。如何适配各种技术,权衡性能与制造,是留给研究人员的设计难题,还需要继续深入研究。

(2) 折叠运动干涉理论研究

从零厚度刚性折纸构型,到实现工程应用,首先就是考虑厚度问题,而解决面板之间的自相交问题是增加厚度的关键。由于折纸机构自身构型的多样性,目前尚未形成通用的理论分析方法,如何处理好折痕宽度,面板厚度的关系,以及如何削减材料,来解决面板自相交问题,尤其是折叠运动过程中的面板自相交问题更是一项困难的计算任务,还需要开展专项研究。

3.3 动力学特性分析方法

在对由刚性折纸机构启发的空间折展机构的研究过程中,通常将机构等效为刚体,但是在地面试验及实际工程应用中,由于存在面板过大、过厚,铰链间摩擦和局部加工精度低等不确定因素,使得机构在折展过程中存在变形、干涉等隐患和风险,了解机构运动过程中的动力学特性显得尤为重要。目前对于基于刚性折纸的空间折展机构的研究,主要集中在几何设计、折展原理和运动学特性等基础性的原理和方法层面,对于更深入的结构动力学特性的研究尚不够成熟和完善,为此还需要在以下几个方面展开重点研究。

(1) 动力学建模方法

目前对于刚性折纸机构的动力学模型的建立主要是基于其面板内无应力,且不发生变形,折痕为直线等假设的前提下,常用的动力学建模方法主要有空间桁架等效动力学建模、基于广义哈密顿原理的动力学建模和非线性弹簧等效动力学建模^[39]等,但是由于空间折展机构厚度无法忽略,且工作环境十分复杂,大型空间折展机构可能存在面板变形、振动等情况,上述动力学建模方法还有待完善。可以从空间展开机构动力学入手,将其与刚性折纸动力学结合,建立的动力学模型既要考虑到在实际应用中机构存在的非刚性成分以及大变形折叠特征,也要考虑到厚板折纸折展过程中折面存在的碰撞以及接触等问题,同时降低模型的复杂程度、提高模型普适性,为动力学优化设计和控制提

供理论基础。

(2) 机构瞬态动力学研究

随着深空探测和载人航天等航天工程的深入实施,对大型空间折展机构的精度和可靠性都提出了更高的要求,空间折展机构由收拢至展开要经历结构-机构-结构的多构态变化,在展开末端受惯性及驱动力的影响,可能会产生较大的振动冲击,影响机构展开的稳定性和可靠性,因此有必要对空间折展机构解锁展开、在轨运行和姿态调整等工况开展相应的刚性折纸机构瞬态动力学行为研究。重点需要关注超调量、稳定时间等瞬态动力学指标,揭示瞬态动力学性能与结构参数之间的耦合关系,建立更加精确的动力学模型;采用 ANSYS、ABAQUS 等有限元软件,开展高精度数值仿真建模及研究;完善相关动力学实验方法,重点关注载荷施加方式、机构刚体位移以及变形位移的同步观测方法等,开展样机研制及试验验证。阐明机构产生非期望瞬态振动的机理,建立机构瞬态动力学方法体系,推动大型、复杂折纸航天折展机构的发展和应用。

3.4 机构智能化设计方法

基于刚性折纸机构的空间折展机构目前大多还处在基础研究阶段,对于机构的驱动设计主要包括手动折展^[49]、弹性储能^[94]等。虽然这些方法能够完成折展动作,但是精度和强度均难以达到航天工程应用的要求。结合中国空间任务需求,针对空间折展机构轻量化、大型化及多样化的特殊要求,采用新型智能材料研制大型高收纳比空间折展机构是趋势之一^[123],尤其是对于机构的关节结构设计、驱动以及故障检测的智能一体化设计。未来可以从以下几个方面重点研究。

(1) 智能材料研发

形状记忆材料是一种智能柔性材料,可以通过特定刺激来完成不同形状的转化,在多个领域得到了广泛的应用。使用形状记忆材料代替驱动元件,能使折展过程稳定可控,不需要多余驱动零件,符合机构轻量化要求,但是由于自折叠和展开的速度较慢,对一些需要快速展开收拢的机构不适用,可以与在轨 3D/4D 打印及装配技术相结合,继续开展相应的研究。为了应对空间折展机构复杂多变的工作环境,还需要从提高材料抗寒性、抗高温性、抗辐射性和抗腐蚀性等方面开展新型智能复合材料的研究。

(2) 智能化健康监测研究

为了精准完成航天任务,必须保证机构的高精密性。对于空间折展机构,机构折展位置是否精准关乎机构性能,由于空间环境非常恶劣,为了保证整个展开过程可控,可以在机构关节部位添加角度以及应力传感器,实时监测机构的折展状态,进行健康监测和故障诊断,并且可以在控制系统中存贮故障模型,实现故障自诊断。

3.5 微重力卸载方法

完成对基于刚性折纸机构的空间折展机构的基本设计后,为了观察机构的合理性,安装的难易程度,以及验证机构是否满足预期,必须对其开展试验考核。为了保证试验的准确性和折展过程的标准性,必须对其进行模拟太空环境的微重力试验。目前的微重力试验方式主要包括气浮法、水浮法、抛物线飞行法、落塔法和悬吊法^[124]。由于受刚性折纸机构结构、材料以及折叠过程的限制,目前针对基于刚性折纸的空间折展机构的微重力试验方式还不够完善,所以针对该类机构的重力卸载方式还有很大的开发空间。未来在以下方面需要重点研究。

(1) 高精度试验及测试方法

空间折展机构作为高精密航天装备,为了保证其成品达到高精度要求,除了在制造时的高精密要求以外,在进行试验阶段时,保证试验数据的准确性也是保证机构精密性的重要手段之一。基于刚性折纸的空间折展机构其零部件以及折展过程均较为复杂,且刚性关节之间的摩擦也会影响试验结果的准确性,对卸载点和传感器的位置、数量和分布等方面需要开展专项研究。

(2) 通用化微重力装置设计方法

由于各个构型之间结构差异比较大,现阶段主要使用定制化设计的方法对空间折展机构进行试验。虽然可以满足特定机构的实验要求,但是随着空间折展机构朝着大型化发展,定制化设计研发成本越来越高,研发周期也随之变长,无法满足空间折展机构快速发展的要求。根据空间折展机构可以分为一维、二维和三维机构,而且每一维度构型不同,折展方式也都有所不同,可以开展试验系统通用化研究。研制兼容同一维度不同构型以及不同维度相似构型的空间折展机构的通用化试验系统,并且可以通过灵活的拆卸以及不同的组装方式,实现试验系统的可重构性,完成多种构型的重力卸载试验,这将大大减少试验成本和试验时间,

提高研发效率。

4 结 论

本文对目前在空间折展机构中常用的刚性折纸机构进行了概述,简要介绍了其构型组成及特点,阐述了目前基于空间折展机构的刚性折纸机构的研究及应用现状,并且从5个方面对刚性折纸机构在未来的发展进行了展望,得到以下结论。

(1) 刚性折纸机构具有自由度少、折展比大和驱动简易等特点,其运动学特性容易掌握,在形面精度、可扩展性以及硬件兼容性等方面都非常适用于空间折展机构。目前针对典型刚性折纸机构的基础研究较多,未来还需要在折纸新构型设计以及与空间折展机构适应性改进方面继续开展深入研究。

(2) 目前基于刚性折纸机构衍生的空间折展机构大多还处于样机研制阶段,实际应用不多。随着对刚性折纸的研究逐渐深入,从最初对零厚度刚性折纸理论的研究,到近年来厚板化理论研究,随着相关理论的逐渐完善,刚性折纸机构逐渐与机构学加深融合,在近期或者未来较长一段时间内,都将是折展机构领域研究和应用的重点。

(3) 折纸作为一个新兴的前沿研究领域,具有非常大的开发潜力。为了使中国关键核心技术实现重大突破,实现进入创新型国家前列的伟大目标,必须紧跟国际科研前沿,积极而深入地开展刚性折纸机构基础研究,并加快科技成果的转化,早日实现工程应用。

参 考 文 献:

- [1] 刘荣强,史创,郭宏伟,等.空间可展开天线机构研究与展望[J].机械工程学报,2020,56(5):1-12.
LIU Rongqiang, SHI Chuang, GUO Hongwei, et al. Review of space deployable antenna mechanisms [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56 (5) : 1-12.
- [2] 田大可,高海明,金路,等.模块化空间折展机构研究现状与展望[J].中国空间科学技术,2021,41(4):16-31.
TIAN Dake, GAO Haiming, JIN Lu, et al. Research status and prospect of modular space deployable and foldable mechanism [J]. Chinese Space Science and Technology, 2021, 41(4): 16-31.
- [3] 陈钢,高贤渊,赵治恺,等.空间机械臂智能规划与控制技术[J].南京航空航天大学学报,2022,54(1):1-16.
CHEN Gang, GAO Xianyuan, ZHAO Zhikai, et al. Review on intelligent planning and control technology of space manipulator[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(1): 1-16.
- [4] 周志清,吴跃民,王举,等.圆形太阳翼发展现状及趋势[J].航天器工程,2015,24(6):116-122.
ZHOU Zhiqing, WU Yuemin, WANG Jv, et al. Development and trend of circular solar array[J]. Spacecraft Engineering, 2015, 24(6): 116-122.
- [5] 陈传志,董家宇,陈金宝,等.空间大型星载抛物面天线研究进展[J].航空学报,2021,42(1):133-153.
CHEN Chuazhi, DONG Jiayu, CHEN Jinbao, et al. Large spaceborne parabolic antenna: Research progress [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(1): 133-153.
- [6] 刘茜,刘传凯,朱安,等.空间机械臂运动控制的地面仿真验证技术[J].南京航空航天大学学报,2022,54(1):58-67.
LIU Qian, LIU Chuankai, ZHU An, et al. Ground simulation and verification method for motion control of space manipulator[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(1): 58-67.
- [7] 段宝岩.大型空间可展开天线的研究现状与发展趋势[J].电子机械工程,2017,33(1):1-14.
DUAN Baoyan. The state-of-the-art and development trend of large space-borne deployable antenna[J]. Electro-Mechanical Engineering, 2017, 33(1): 1-14.
- [8] WANG P, LANG R J, MARK Y I M. Origami 5: Fifth international meeting of origami science, mathematics, and education[M]. Boca Raton: CRC Press, 2011.
- [9] LANG R J. Origami: Complexity in creases (again) [J]. Engineering and Science, 2004, 67(1): 5-19.
- [10] LANG R J. Origami design secrets: Mathematical methods for an ancient art [M]. Boca Raton: CRC Press, 2012.
- [11] TURNER N, GOODWINE B, SEN M. Proceedings of the institution of mechanical engineers [J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(14): 64-82.
- [12] FEI L J, SUJAN D. Origami theory and its applications: A literature review [J]. World Academy of Science, Engineering and Technology, 2013(73): 1131-1135.
- [13] DACOROGNA B, MARCELLINI P, PAOLINI E. Origami and partial differential equations [J]. Notices of AMS, 2010, 57(5): 598-606.

- [14] LEBEE A. From folds to structures—A review [J]. *International Journal of Space Structures*, 2015, 30(2): 55-74.
- [15] CHEN Y, PENG R, YOU Z. Origami of thick panels [J]. *Science*, 2015, 349(6246): 396-400.
- [16] DOROFTEI I, DOROFTEI I A. Deployable structures for architectural applications—A short review [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 658: 233-240.
- [17] 胡海岩. 太阳帆航天器的关键技术[J]. *深空探测学报*, 2016, 3(4): 334-344.
HU Haiyan. Key technologies of solar sail spacecraft [J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2016, 3(4): 334-344.
- [18] JOHNSON M, CHEN Y, HOVET S, et al. Fabricating biomedical origami: A state-of-the-art review [J]. *International Journal of Computer Assisted Radiology and Surgery*, 2017, 12(11): 2023-2032.
- [19] WANG P, MEYER T A, PAN V, et al. The beauty and utility of DNA origami [J]. *Chem*, 2017, 2(3): 359-382.
- [20] ZACHARY A, JASON C, ERIK D D. et al. Rigid origami vertices: Conditions and forcing sets [J]. *Journal of Computational Geometry*, 2016, 7(1): 229-237.
- [21] BELCASTRO S M, HULL T. A mathematical model for non-flat origami [M]. Boca Raton: CRC Press, 2002.
- [22] WU W, YOU Z. Modelling rigid origami with quaternions and dual quaternions [J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2010, 466(2119): 2155-2174.
- [23] NOJIM A, TAKETOSH I. Modelling of folding patterns in flat membranes and cylinders by origami [J]. *JSME International Journal*, 2002, 45(1): 364-370.
- [24] TACHI T. Designing rigidly foldable horns using Bricard's octahedron [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2016, 8(3): 1-8.
- [25] TACHI T. Simulation of rigid origami [J]. *Origami*, 2009, 4(8): 175-187.
- [26] MOLLER T. A fast triangle-triangle intersection test [J]. *Journal of Graphics Tools*, 1997, 2(2): 25-30.
- [27] HELD M. A collection of efficient and reliable intersection tests [J]. *Journal of Graphics Tools*, 1997, 2(4): 25-44.
- [28] DEVILLIERS O, GUIGUE P. Faster triangle-triangle intersection tests [J]. *Journal of Graphics Tools*, 2002, 2(2): 25-30.
- [29] DEVILLIERS O, GUIGUE P. Fast and robust triangle-triangle overlap test using orientation predicates [J]. *Journal of Graphics Tools*, 2003, 8(1): 25-32.
- [30] TROPP O, TAL A, SHIMSHONI I. A fast triangle to triangle intersection test for collision detection [J]. *Computer Animation & Virtual Worlds*, 2010, 17(5): 527-535.
- [31] LANG R J, TOLMAN K A, CRAMPTON E B, et al. A review of thickness-accommodation techniques in origami-inspired engineering [J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2018, 70(1): 1-25.
- [32] YELLOWHORSE A, LANG R J, TOLMAN K. et al. Creating linkage permutations to prevent self-intersection and enable deployable networks of thick-origami [J]. *Scientific Reports*, 2018, 8(1): 1-9.
- [33] GUEST S D, PELLEGRINO S. A new concept for solid surface deployable antennas [J]. *Acta Astronautica*, 1996, 38(2): 103-113.
- [34] HELLER A. A giant leap for space telescopes [J]. *Science and Technology Review*, 2003(5): 12-18.
- [35] NATORI M C, SAKAMOTO H, KATSUMATA N, et al. Conceptual model study using origami for membrane space structures—a perspective of origami-based engineering [J]. *Mechanical Engineering Reviews*, 2015, 2(1): 14-00368.
- [36] LI S Y, FANG H B, SADEGHI S, et al. Architected origami materials: How folding creates sophisticated mechanical properties [J]. *Advanced Materials*, 2019, 31(5): 1-36.
- [37] MELONI M, CAI J G, ZHANE Q, et al. Engineering Origami: A comprehensive review of recent applications, design methods, and tools [J]. *Advanced Science*, 2021, 8(13): 1-31.
- [38] MCADAMS D A, MALAK R. The state of the art of origami-inspired products: A review [C]//*Proceedings of International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. Charlotte: American Society of Mechanical Engineers, 2016: 59629-59643.
- [39] 方虹斌, 吴海平, 刘作林, 等. 折纸结构和折纸超材料动力学研究进展 [J]. *力学学报*, 2022, 54(1): 1-38.
FANG Hongbin, WU Haiping, LIU Zuolin, et al. Advances in the dynamics of origami structures and origami metamaterials [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, 54(1): 1-38.
- [40] 李笑, 李明. 折纸及其折痕设计研究综述 [J]. *力学学报*, 2018, 50(3): 467-476.

- LI Xiao, LI Ming. A review of origami and its crease design[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2018, 50(3): 467-476.
- [41] 刘世毅, 王立武. 折纸技术在空间结构中的应用和发展[J]. 航天返回与遥感, 2020, 41(6): 114-128.
- LIU Shiyi, WANG Liwu. Development and application of origami in space structure[J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2020, 41(6): 114-128.
- [42] 夏进军, 李洁, 张雨萌, 等. 折纸结构及其特性的工程应用策略[J]. 材料导报, 2021, 35(11): 11197-11208.
- XIA Jinjun, LI Jie, ZHANG Yumeng, et al. A tactical review of the engineering application of origami structure and its characteristics[J]. Materials Reports, 2021, 35(11): 11197-11208.
- [43] FANG H B, LI S Y, WANG K W. Self-locking degree-4 vertex origami structures[J]. Physical and Engineering Sciences, 2016, 472(2195): 1-22.
- [44] EVANS T A, LANG R J, MAGLEBY S P, et al. Rigidly foldable origami gadgets and tessellations[J]. Royal Society Open Science, 2015, 2(9): 150067.
- [45] ZHANG H, WU J, ZHANG Y H, et al. Multistable mechanical metamaterials: A brief review[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 38(1): 1-17.
- [46] YASUDA H, YANG J. Reentrant origami-based metamaterials with negative Poisson's ratio and bistability[J]. Physical Review Letters, 2015, 114(18): 1-5.
- [47] BOATTI E, VASIOS N, BERTOLDI K. Origami metamaterials for tunable thermal expansion[J]. Advanced Materials, 2017, 29(26): 1-22.
- [48] WAITUKAITIS S, MENAUT R, CHEN B G, et al. Origami multistability: From single vertices to metasheets[J]. Physical Review Letters, 2015, 114(5): 1-12.
- [49] FANG H B, LI S Y, JI H M, et al. Uncovering the deformation mechanisms of origami metamaterials by introducing generic degree-four vertices[J]. Physical Review E, 2016, 94(4): 1-11.
- [50] 张骞, 李萌, 江超, 等. 抛物面式固体反射面天线结构的展开设计[J]. 机械工程学报, 2020, 56(5): 21-28.
- ZHANG Qian, LI Meng, JIANG Chao, et al. Deployment design of the parabolic solid reflector antenna structure[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(5): 21-28.
- [51] 郭震, 于红英, 滑忠鑫, 等. 刚性折纸机构运动分析及折叠过程仿真[J]. 吉林大学学报(工学版), 2020, 50(1): 66-76.
- GUO Zhen, YU Hongying, HUA Zhongxin, et al. Kinematic analysis and simulation of folding process for rigid origami mechanisms[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2020, 50(1): 66-76.
- [52] HANNA B H, LUND J M, LANG R J, et al. Waterbomb base: A symmetric single-vertex bistable origami mechanism[J]. Smart Materials and Structures, 2014, 23(9): 094009.
- [53] 严嘉怡, 李佳强, 陈耀, 等. 基于图论方法与优化算法的六折痕折纸结构构型研究[J]. 建筑结构学报, 2022, 43(9): 277-285.
- YAN Jiayi, LI Jiaqiang, CHEN Yao, et al. Research on origami patterns for six-fold origami structures using graph theory and optimization algorithms[J]. Journal of Building Structures, 2022, 43(9): 277-285.
- [54] MIURA K. Method of packaging and deployment of large membranes in space[J]. The Institute of Space and Astronautical Science Report, 1985, 618: 1-9.
- [55] MIURA M, HULL T. The application of origami science to map and atlas design[J]. Origami, 2002, 3: 137-146.
- [56] TACHI T, MIURA K. Rigid-foldable cylinders and cells[J]. Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, 2012, 53(174): 217-226.
- [57] WEI Z Y, GUO Z V, DUDTE L, et al. Geometric mechanics of periodic pleated origami[J]. Physical Review Letters, 2012, 110(21): 325-329.
- [58] FANG H B, LI S Y, JI H M, et al. Dynamics of a bistable Miura-origami structure[J]. Physical Review E, 2017, 95(5): 1-11.
- [59] RANDLETT S. The art of origami: Paper folding, traditional and modern[M]. [S.l.]: EP Dutton, 1961.
- [60] CHEN Y, FENG H, MA J, et al. Symmetric waterbomb origami[J]. Proceedings of The Royal Society A-Mathematical Physical and Engineering Sciences, 2016, 472(2190): 1-20.
- [61] FANG H B, ZHANG Y T, WANG K W. Origami-based Earthworm-like locomotion robots[J]. Bioinspiration and Biomimetics, 2017, 12(6): 1-17.
- [62] 冯慧娟, 马家耀, 陈焱. 广义 Waterbomb 折纸管的刚性折叠运动特性[J]. 机械工程学报, 2020, 56(19): 143-159.
- FENG Huijuan, MA Jiayao, CHEN Yan. Rigid folding of generalized waterbomb origami tubes[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(19):

- 143-159.
- [63] QIU C, ZHANG K T, DAI J S. Repelling-screw based force analysis of origami mechanisms[J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2016, 8(3): 1-19.
- [64] STAVRIC M, WILTSCHE A. Quadrilateral patterns for rigid folding structures[J]. *International Journal of Architectural Computing*, 2014, 12(1): 61-79.
- [65] YOSHIMUR A. On the mechanism of buckling of a circular cylindrical shell under axial compression: NACA-TM-1390[R]. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, 1955.
- [66] GUEST S D, PELLEGRINO S. The folding of triangulated cylinders[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1994, 61(4): 773 - 777.
- [67] CALLADINE C R. Buckminster fuller's "tensegrity" structures and clerk maxwell's rules for the construction of stiff frames[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1978, 14(2): 161-172.
- [68] CAI J G, DENG X W, XU Y X, et al. Motion analysis of a foldable barrel vault based on regular and irregular Yoshimura origami[J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2016, 8(2): 1-29.
- [69] SHAFER J. Origami to astonish and amuse: Over 400 original models, including such "classics" as the chocolate-covered ant, the transvestite puppet, the invisible duck, and many more[M]. New York: St. Martin's Publishing Group, 2001.
- [70] NATORI M C, SAKAMOTO H, KATSUMATA N, et al. Conceptual model study using origami for membrane space structures—A perspective of origami-based engineering[J]. *Bulletin of the JSME Mechanical Engineering Reviews*, 2015, 2(1): 1-15.
- [71] WANG T, SANTER M J. An origami-based rigid-foldable parabolic reflector concept[C]//*Proceedings of AIAA SCITECH 2022 Forum*. San Diego: AIAA, 2022: 1885-1903.
- [72] MORGAN J, MAGLEBY S P, HOWELL L L. An approach to designing origami-adapted aerospace mechanisms[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2016, 138(5): 1-10.
- [73] 陈焱, 顾元庆. 折纸运动学综述[J]. *力学进展*, 2022, 53(1): 1-43.
- CHEN Yan, GU Yuanqing. Review on origami kinematics[J]. *Advances in Mechanics*, 2022, 53(1): 1-43.
- [74] HUANG Z, LI Q. Type synthesis of symmetrical lower-mobility parallel mechanisms using the constraint-synthesis method[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2003, 22(1): 59-79.
- [75] YU H, GUO Z, WANG J. A method of calculating the degree of freedom of foldable plate rigid origami with adjacency matrix[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2018, 10(6): 1-20.
- [76] BEGGS J S. *Advanced mechanism*[M]. [S.l.]: Macmillan, 1966.
- [77] WARISAYA K, HAMANAKA H, TOKOLO A, et al. Auxetic structures based on rhombic tiling[C]//*Proceedings of International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. [S.l.]: ASME, 2021: 1-9.
- [78] DENAVIT J, HARTENBERG R. A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1955, 22: 215-221.
- [79] FENG H, MA J, CHEN Y. Rigid folding of generalized waterbomb origami tubes[J]. *Journal of Mechanical engineering*, 2020, 56(19): 143-159.
- [80] ZHANG X, CHEN Y. Mobile assemblies of bennett linkages from four-crease origami patterns[J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2018, 474(2210): 1-17.
- [81] KUIPERS J B. *Quaternions and rotation sequences: A primer with applications to orbits, aerospace, and virtual reality*[M]. Princeton: Princeton University Press, 1999.
- [82] WU W, YOU Z. Modelling rigid origami with quaternions and dual quaternions[J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2010, 466(2119): 2155-2174.
- [83] BALL R S. The theory of screws: A study in the dynamics of a rigid body[J]. *Mathematische Annalen*, 1876, 9(4): 541-553.
- [84] ZHANG K, DAI J S. Classification of origami-enabled foldable linkages and emerging applications[C]//*Proceedings of International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. Portland: ASME, 2013: 1-9.
- [85] YANG Fufu, CHEN Yan, KANG Rongjie, et al. Truss transformation method to obtain the non-over-constrained forms of 3D over constrained linkages[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 102: 149-166.
- [86] MAXWELL J C L. On the calculation of the equilibrium and stiffness of frames[J]. *Philosophical Magazine*, 1864, 27(182): 294-299.

- [87] ZHANG T, KAWAGUCHI K, WU M. A folding analysis method for origami based on the frame with kinematic indeterminacy[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, 146: 234-248.
- [88] PELLEGRINO S. Structural computations with the singular value decomposition of the equilibrium matrix [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1993, 30(21): 3025-3035.
- [89] KUMAR P, PELLEGRINO S. Computation of kinematic paths and bifurcation points[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2000, 37(46/47): 7003-7027.
- [90] CAI J, QIAN Z, JIANG C, et al. Mobility and kinematic analysis of foldable plate structures based on rigid origami [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2016, 8(6): 1-6.
- [91] TACHI T. Geometric considerations for the design of rigid origami structures[C]//*Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium*. Shanghai: Elsevier, 2010: 458-460.
- [92] IDA T, ȚEPENEU D, BUCHBERGER B, et al. Proving and constraint solving in computational origami [C]//*Proceedings of International Conference on Artificial Intelligence and Symbolic Computation*. Heidelberg: Springer, 2004: 132-142.
- [93] MITANI J. The folded shape restoration and the rendering method of origami from the crease pattern[C]//*Proceedings of the 13th International Conference on Geometry and Graphics*. Dresden: ISGG, 2008: 1-7.
- [94] GHASSAEI A, DEMAINE E D, GERSHENFELD N. Fast, interactive origami simulation using GPU computation[J]. *Origami*, 2018, 7: 1151-1166.
- [95] EVANS A A, SILVERBERG J L, SANTANGELO C D. Lattice mechanics of origami tessellations [J]. *Physical Review E*, 2015, 92(1): 1-10.
- [96] ZIRBEL S A, WILSON M E, MAGLEBY S P, et al. An origami-inspired self-deployable array [C]//*Proceedings of Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems*. Snowbird: ASME, 2013: 3296-3303.
- [97] ALANDJANI G, ALI Z. Compatibility analysis of ARABSAT 2A at 30.50 case study [C]//*Proceedings of 2013 the 6th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*. Istanbul: IEEE, 2013: 571-575.
- [98] MURPHY D M, ESKENAZI M I, MCEACHEN M E, et al. UltraFlex and Megaflex-advancements in highly scalable solar power [C]//*Proceedings of the 3rd AIAA Spacecraft Structure Conference*. San Diego: AIAA, 2016: 1947-1966.
- [99] SPENCE B, WHITE S, WILDER N, et al. Next generation ultraflex solar array for NASA's new millennium program space technology [C]//*Proceedings of 2005 IEEE Aerospace Conference*. Big Sky: IEEE, 2005: 824-836.
- [100] LIU S C, LV W L, CHEN Y, et al. Deployable prismatic structures with rigid origami patterns [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2016, 8(3): 1-11.
- [101] LOPEZ P, MCDONALD M, CARAM J, et al. Extensibility of human asteroid mission to mars and other destinations [C]//*Proceedings of the 13th International Conference on Space Operations*. Pasadena: AIAA, 2014: 1699-1715.
- [102] LANG R J. From flapping birds to space telescopes: The modern science of origami [C]//*Proceedings of the 6th International Symposium on Non-photo Realistic Animation and Rendering*. Annecy: ACM SIGGRAPH, 2008.
- [103] 戴铭珏. 韦伯望远镜: 洞悉宇宙黎明 [J]. *科学24小时*, 2021, 42(9): 27-29.
DAI Mingyu. Webb telescope: Insights into the cosmic dawn [J]. *Science 24 Hours*, 2021, 42(9): 27-29.
- [104] GUEST S D, PELLEGRINO S. In extensional wrapping of flat membranes [C]//*Proceedings of the First International Seminar on Structural Morphology*. Montpellier: University of Copenhagen, 1992: 203-215.
- [105] ZIRBEL S A, LANG R J, THOMSON M W, et al. Accommodating thickness in origami-based deployable arrays [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2013, 135(11): 1-11.
- [106] CONTRERAS M T, TREASE B P, SHERWOOD B. The solar umbrella: A low-cost demonstration of scalable space based solar power [C]//*Proceedings of IEEE International Conference on Wireless for Space and Extreme Environments*. Baltimore: IEEE, 2013: 1-6.
- [107] MORGAN J. An approach for designing origami-adapted products with aerospace mechanism examples [M]. Provo: Brigham Young University, 2015.
- [108] O'DRISCOLL D, BRUCE P J, SANTER M J. Origami-based TPS folding concept for deployable Mars entry vehicles [C]//*Proceedings of AIAA SciTech 2020 Forum*. Orlando: AIAA, 2020: 1897-1910.
- [109] 广晨汉, 刘迎, 杨洋. 单顶点多折痕折纸形式启发的

- 空间折展机构[J]. 宇航学报, 2018, 39(7): 801-807.
- GUANG Chenhan, LIU Ying, YANG Yang. A space deployable mechanism inspired by single-vertex multi-crease origami pattern[J]. Journal of Astronautics, 2018, 39(7): 801-807.
- [110] JASIM B, TAHERI P. An origami-based portable solar panel system [C]//Proceedings of IEEE the 9th Annual Information Technology, Electronics and Mobile Communication Conference (IEMCON). Vancouver: IEEE, 2018: 199-203.
- [111] WEI Y, PELLEGRINO S. Modular foldable surfaces: A novel approach based on spatial mechanisms and thin shells[C]//Proceedings of the 4th AIAA Spacecraft Structures Conference. Grapevine: AIAA, 2017: 1345-1361.
- [112] JAPE S, GARZA M, RUFF J. Self-foldable origami reflector antenna enabled by shape memory polymer actuation[J]. Smart Materials and Structures, 2020, 29(11): 1-29.
- [113] MORRIS E, MCADAMS D A, MALAK R. The state of the art of origami-inspired products: A review [C]//Proceedings of ASME 2016 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Charlotte: ASME, 2016.
- [114] HELLER A. A giant leap for space telescopes[J]. Science and Technology Review, 2003, 21(5): 12-18.
- [115] JEON S K, FOOTDALE J N. Scaling and optimization of a modular origami solar array[C]//Proceedings of 2018 AIAA Spacecraft Structure Conference. Kissimmee: AIAA, 2018: 2204-2219.
- [116] RUSSO N E, ZEKIOS C L, GEORGAKOPOULOS S V, et al. Design and fabrication of an origami multimode ring antenna [C]//Proceedings of 2021 United States National Committee of URSI National Radio Science Meeting (USNC-URSI NRSM). Boulder: IEEE, 2021: 246-247.
- [117] WANG C L, GUO H W, LIU R Q, et al. A programmable origami-inspired space deployable structure with curved surfaces[J]. Engineering Structures, 2022, 256: 113934.
- [118] PEHRSON N A, AMESD C, SMITH S P, et al. Self-deployable, self-stiffening, and retractable origami-based arrays for spacecraft[J]. AIAA Journal, 2020, 58(7): 3221-3228.
- [119] WANG S, GAO Y H, HUANG H L, et al. Design of deployable curved-surface rigid origami flashers[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 167(1): 1-17.
- [120] GUANG C, YANG Y. An approach to designing deployable mechanisms based on rigid modified origami flashers[J]. Journal of Mechanical Design, 2018, 140(8): 1-11.
- [121] GATTAS J M, WU W, YOU Z. Miura-base rigid origami: Parameterizations of first-level derivative and piecewise geometries[J]. Journal of Mechanical Design, 2013, 135(11): 1-11.
- [122] RIVAS-ADROVER E. A new hybrid type of deployable structure: Origami-scissor hinged[J]. Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, 2018, 59(3): 183-190.
- [123] 万小平, 杨粉莉, 杨军刚. 空间大型可展开高精度天线的应用现状及发展趋势[J]. 空间电子技术, 2020, 17(6): 1-7.
- WAN Xiaoping, YANG Fenli, YANG Jungang. The application status and development trend of the large deployable and high-precision antenna[J]. Space Electronic Technology, 2020, 17(6): 1-7.
- [124] 赵建福, 王双峰, 刘强, 等. 中国微重力科学研究回顾与展望[J]. 空间科学学报, 2021, 41(1): 34-45.
- ZHAO Jianfu, WANG Shuangfeng, LIU Qiang, et al. Retrospect and perspective on microgravity science in China[J]. Chinese Journal of Space Science, 2021, 41(1): 34-45.

(编辑:陈珺)