

DOI:10.16356/j.1005-2615.2023.02.016

POD-BPNN 预测模型及结冰条件不确定性量化

郝云权^{1,2}, 赵大志¹, 李伟斌², 孔满昭³, 刘森云²

(1. 西南石油大学理学院, 成都 610500; 2. 中国空气动力研究与发展中心结冰与防/除冰重点实验室, 绵阳 621000;
3. 中航第一飞机设计研究院气动设计研究室, 西安 710089)

摘要: 当前, 数值模拟作为研究飞机结冰的主要手段之一, 在计算结冰冰形时会引入大量参数不确定性, 并影响数值模拟的精度和可信度。发展不确定性量化方法, 科学量化这种不确定性对评估数值模拟结果具有重要意义。针对传统参数不确定性量化方法难以解决高维输入到输出的问题, 基于本征正交分解和误差反向传播神经网络, 提出了一种结冰冰形预测代理模型。以水滴中值粒径和温度为例, 验证了代理模型单输入参数和双输入参数情况下的精度和泛化能力。最后, 在代理模型计算的冰形基础上, 结合蒙特卡洛采样, 利用 2σ 准则确定结冰范围, 发现水滴中值粒径不确定性主要影响明冰的冰角生长, 而温度和水滴中值粒径不确定性的叠加主要作用于霜冰厚度。该研究为后续多结冰条件的影响分析和多维输入到输出的不确定性量化提供了思路。

关键词: 结冰; 不确定性量化; 本征正交分解; 神经网络

中图分类号: V211.71

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2023)02-0302-09

POD-BPNN Prediction Model and Uncertainty Quantification of Aircraft Icing Conditions

HAO Yunquan^{1,2}, ZHAO Dazhi¹, LI Weibin², KONG Manzha³, Liu Sengyun²

(1. School of Sciences, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China; 2. Key Laboratory of Icing and Anti/De-icing, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China;
3. Aerodynamic Department, The First Aircraft Institute of AVIC, Xi'an 710089, China)

Abstract: As one of the main methods to study ice formation of aircraft, numerical simulation introduces a lot of parameter uncertainties when calculating ice formation, which affects the accuracy and reliability of the numerical simulation. It is important to develop methods of uncertainty quantification and quantify the uncertainty scientifically for evaluating numerical simulation results. To solve the problem of high-dimensional input-output that is difficult to be solved by traditional parameter uncertainty quantification methods, an ice shape prediction proxy model is proposed based on the proper orthogonal decomposition and error back-propagation neural network. The proxy model is proved to have high accuracy and excellent generalization ability under single input and double input parameters by taking the droplet median size and temperature as examples. Finally, on the basis of ice shape calculated by the proxy model with Monte Carlo sampling, the icing range is established by criteria 2σ . It is found that the uncertainty of droplet median size mainly affects the ice angle growth of glaze ice, while the superposition of temperature and droplet median size uncertainty affect the frost ice thickness. This study establishes a method for the subsequent impact analysis of multi-icing

收稿日期: 2022-04-29; 修订日期: 2022-11-28

基金项目: 中国空气动力研究与发展中心结冰与防除冰重点实验室开放课题(IADL20220202); 四川省自然科学基金面上项目(2023NSFSC0062)。

通信作者: 李伟斌, 男, 副研究员, E-mail: liweibin@nudt.edu.cn。

引用格式: 郝云权, 赵大志, 李伟斌, 等. POD-BPNN 预测模型及结冰条件不确定性量化[J]. 南京航空航天大学学报, 2023, 55(2): 302-310. HAO Yunquan, ZHAO Dazhi, LI Weibin, et al. POD-BPNN prediction model and uncertainty quantification of aircraft icing conditions[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(2): 302-310.

conditions and provides ideas for the uncertainty quantification of multi-dimensional input-output.

Key words: icing; uncertainty quantification; proper orthogonal decomposition; neural network

飞机穿越云层时,空气中的过冷水滴撞击在迎风表面并冻结成冰,会直接改变飞机的气动外形,引发飞机气动特性的变化,比如升力减小,阻力增加等,结冰严重时,甚至会引发飞行安全事故^[1]。开展飞机结冰研究,不仅能深入认识其发生的复杂机理,还能为飞机防除冰系统的优化设计提供数据支撑,有效保障飞行安全。

当前,数值模拟是研究飞机结冰的主要手段之一^[2]。通过数值模拟计算结冰冰形存在大量不确定性因素,比如水滴中值粒径(Median volume diameter, MVD)不确定性、温度不确定性和迎角不确定性等^[3]。这些不确定性因素在数值模拟过程中相互叠加和放大,进而影响了数值模拟结果的精度和可信度。因此,开展来流条件参数不确定性研究,科学量化这些不确定性对评估结冰数值模拟结果具有重要意义。

随着数十年的发展,参数不确定性量化方法不断得到完善和拓展。参数不确定性量化方法可以划分为统计型和随机数学型两大类^[4],其中统计型中的蒙特卡洛类^[5-7]方法因使用简单和具有较高精度的特点,常被作为其他量化方法精度的验证手段。在随机数学型方法中,扰动法^[8]和算子法^[9]仅适用于维度较低的不确定参数和系统状态。矩方程法^[10]容易引入闭包问题。概率分布函数(Probability distribution function, PDF)/累积分布函数(Cumulative distribution function, CDF)方法^[11]在随机参数动力系统和数值算法框架下,对非高斯分布的设计尚不完善。而多项式混沌方法^[12-13]使用的前提是对随机参数概率分布具有先验认知。这些不足会限制不确定性量化方法在工程领域的发展与应用。

目前,在飞机结冰不确定性量化研究中多采用多项式混沌方法,其将随机空间以扰动的形式表现出来,具有很好的收敛速度。文献[14-15]采用多项式混沌方法分析了结冰冰形对气动特性的不确定性影响,发现脊冰半径和角冰高度是影响气动性能的主导参数。文献[16]研究了角冰高度不确定性对风力机翼型载荷损失的影响,得到载荷损失随冰角高度增加而增加的结论。文献[17]使用非侵入式多项式混沌方法,研究了来流条件不确定性对结冰冰形和气动特性的影响,给出了迎角变化时,结冰冰形和位置的变化情况以及升阻力系数的置信区间。

结冰条件不确定性对冰形的影响是典型的多

维输入输出问题,使用多项式混沌方法容易造成“维数灾难”。神经网络(Neural network, NN)适用于此类多维输入到输出问题的建模,但具有大量冗余特征的样本数据会导致模型的训练效率低,精度不高等问题。已有研究表明^[18],本征正交分解(Proper orthogonal decomposition, POD)能有效解决样本数据特征冗余,从而减少模型的训练时间,提高模型的预测精度。文献[18]使用POD对数值模拟获得的冰形数据进行特征降维,对降维后的数据进行POD重构后,结合插值方法能快速预测结冰冰形,有效降低了冰形计算时间。文献[19]使用反向传播神经网络(Back propagation neural network, BPNN)预测冰形特征参数,得到了冰形预测结果与数值模拟结果的相对误差低于5%的结论。文献[20]建立了POD-BPNN代理模型,实现了流场的快速预测。此外,许多学者也开始将NN模型应用到不确定性量化分析中,研究不确定性在高维输入与输出过程中的传播^[21-22]。

本文针对结冰数值模拟高维输入与输出的特点,通过POD获取低维状态下的结冰冰形基模态,并利用BPNN的强学习和自适应能力,构建了结冰冰形计算代理模型,经过与CFD模拟结果对比,验证了代理模型的精度。随后,在所提代理模型的基础上,以统计方法获取结冰范围,用于分析来流条件的不确定性影响,并得到了相应的结论。

1 代理模型建立

1.1 模型建立及不确定性分析流程

本文的研究目的是量化来流条件不确定性对结冰冰形的影响,而传统的参数不确定性量化方法通常是以代理模型的形式建立输入与输出之间的映射关系,并根据输出响应量的统计特性来表征这些不确定性。结冰冰形常被离散为物理空间的网格点,使得结冰冰形的计算具有典型的高维输入到高维输出的特点。本文针对飞机结冰高维输入与输出的特点,通过拉丁超立方采样(Latin hypercube sampling, LHS)获取的来流条件参数,并使用CFD模拟采样数据,得到结冰冰形原始样本数据。结合POD的降维特征和BPNN能模拟任意非线性映射的优势,构建计算结冰冰形的POD-BPNN代理模型,最后基于已验证的代理模型,以统计方法执行来流条件参数的不确定性量化分析。模型的构建及不确定性分析具体流程如图1所示。

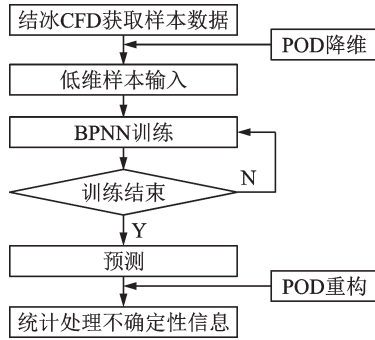


图1 翼型结冰分析流程图

Fig.1 Airfoil icing analysis flow chart

1.2 数值模拟方法

采用数值模拟计算结冰冰形,主要包括流场计算、水滴场计算和结冰计算3个步骤^[23]。

计算流场时,本文是通过求解低速粘流的时均N-S(Navier-stokes)控制方程来获取空气流场分布,N-S方程可以写为

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \phi - \Gamma_{\phi} \text{grad} \phi) = q_{\phi} \quad (1)$$

式中:从左至右分别代表非稳态项、对流项、扩散项和源项,而各项的表达式及整个方程的数值离散和求解方法可参考文献[24],此处不再详述。

水滴场的计算中,使用拉格朗日方法建立水滴运动轨迹方程,获取水滴撞击轨迹为

$$M_d \frac{d^2 x_d}{dt^2} = (\rho_d - \rho_a) V_d g + \frac{1}{2} \rho_a A_d C_d |u_a - u_d| (u_a - u_d) \quad (2)$$

式中: M_d 为水滴质量, x_d 为水滴位置, ρ_d 和 ρ_a 分别为水滴密度和空气密度, V_d 为水滴体积, g 为重力加速度, A_d 为水滴迎风面积, C_d 为阻力系数, u_a 和 u_d 分别为当地气流速度和水滴速度。

由拉格朗日法建立的水滴运动轨迹方程形式较为简单,求解方法也较为成熟,本文使用的结冰计算程序是采用一阶Euler数值方法来求解水滴运动方程,详细的求解过程可参见文献[24]

结冰计算则是通过Messinger模型^[25-26]进行结冰热力学分析,对于翼型结冰表面上的某个控制体单元,存在质量平衡方程

$$\dot{m}_{im} + \dot{m}_{in} - \dot{m}_{va} - \dot{m}_{ou} = \dot{m}_{so} \quad (3)$$

式中: \dot{m}_{im} 为撞击水质量总和, \dot{m}_{in} 为上一控制体流入当期控制体的液态水质量, \dot{m}_{va} 为蒸发的液态水质量, \dot{m}_{ou} 为当前控制体流入下一控制体的液态水质量, \dot{m}_{so} 为单位时间留在当前控制体的液态水质量。

由于方程中未知数较多,需和能量平衡方程进行联立求解。本文使用改进后的Messinger模型将结冰控制体表面的能量平衡方程表示为

$$\dot{E}_{so} + \dot{H}_{va} + \dot{H}_{ou} - \dot{H}_{in} - \dot{H}_{im} = \dot{Q}_f - \dot{Q}_c - \dot{Q}_k \quad (4)$$

式中: \dot{E}_{so} 为冻结水的能量, \dot{H}_{va} 为蒸发水所需要的能量, \dot{H}_{ou} 为流出当前控制体溢流水的能量, \dot{H}_{in} 为流入当前控制体溢流水的能量, \dot{H}_{im} 为由水滴撞击控制体表面所带来的的能量, \dot{Q}_f 为摩擦产生的能量, \dot{Q}_c 为对流换热, \dot{Q}_k 为冰与水之间热传导的能量。

式(3)和式(4)中各项所代表的物理含义及两个方程的联合求解方法可参见文献[24]。

1.3 POD降维

POD方法常用于处理具有复杂的高维输出的问题,其核心是寻找一组正交基使样本集可由这一组基函数的线性叠加来近似,最佳正交基的选取要求样本向量在这组基上的投影取到最大。POD基模态可以通过如下推导获得。

假设某样本数据集合为 $\{X_i\}(i=1, \dots, M)$,其中 X_i 为 N 维列向量,则有 $N \times M$ 阶样本矩阵 $X=(X_1, \dots, X_M)$,定义样本均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M X_i \quad (5)$$

将样本矩阵去中心化,通过样本矩阵的每一维度减去该维度的均值,使每一维度上的均值为0,得到标准化的样本矩阵 $\bar{X}=X-\bar{x}$,并由标准化后的样本数据构造协方差矩阵 C 为

$$C = \frac{1}{N} \bar{X} \bar{X}^T \quad (6)$$

由定义可知,协方差矩阵 C 为 $N \times N$ 阶实对称矩阵,此时正交基的求解可转变为求解特征值和特征向量的问题。通过对矩阵 C 进行奇异值分解获得从大到小排序的特征值 $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ 及其对应的特征向量 $\{\xi_1, \dots, \xi_N\}$ 。定义映射矩阵 $\zeta=[\xi_1, \dots, \xi_N]^T$ 能使原始的样本矩阵在其上的投影最大且满足

$$A = \zeta \times \bar{X} \quad (7)$$

使用POD方法降维时,文献[27]指出特征值的大小反映了对应正交基模态对样本的表征程度,因此,定义按从大到小顺序排列的特征值对应的前 L 个基模态的能量占总能量的比率为

$$e = \left(\sum_{i=1}^L \lambda_i \right) / \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i \right) \quad (8)$$

由式(8)可知, $e=1$ 时, $L=N$,表明POD忽略

了能量,保留了全部基模态;而当 $0 < e < 1$ 时, $L < N$,原始样本数据可由保留的 L 个基模态进行表征,从而实现了原始样本数据的降维。

1.4 BPNN 结构及原理

神经网络是一种把未知系统看成一个黑箱,模拟人脑利用神经元与神经元之间的连接,通过记忆和学习来获取系统信息的网络结构(如图2)。而BPNN是一种通过误差BP算法^[28]完成样本信息学习的神经网络结构,其实质是将一个 n 维输入欧式空间连续映射到一个 m 维输出欧式空间,这种映射关系具有高度非线性,能以任意精度逼近任何非线性函数。

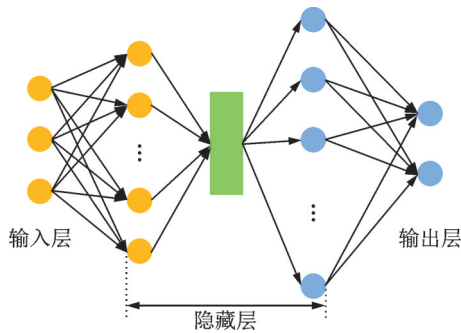


图2 全连接神经网络结构

Fig.2 Fully connected neural network structure

BPNN的学习过程包括正向传播和反向传播两个过程。在正向传播过程中,输入信息通过输入层经隐藏层并完成逐层处理传入输出层,得到输出信息。如果获得的输出层信息达不到期望,则转入反向传播过程,将输出与期望的误差平方和作为误差信息,由输出层逐层反向传播。误差反向传播过程中,通过逐层求解误差信息对各神经元的权值的偏导数,构成误差信息对权值向量的梯度,以此修改网络权值。通过循环迭代不断修正权值,直到整个网络的输出信息达到或者无限接近期望后,完成整个网络的学习过程。值得注意的是,训练过程中,梯度的方向决定了误差传播的方向,因此在权重更新过程中需要对其取反,从而减小权重引起的误差。由于本文研究工作是验证POD-BPNN模型模拟翼型结冰冰形的精度,以及利用该模型量化结冰条件的不确定性,这里不再对具体算法作更详细的阐述,算法的具体推导过程可以参考文献^[29]。

1.5 POD 重构

POD重构是为了实现对于任意一个训练集以外的新的输入参数,能通过训练好的BPNN对基模态系数向量进行预测,随后对预测的基模态系数

向量进行POD重构,得到输出预测值。当所选取的前 L 阶基模态能量占比足够大时(本文取 $e = 0.9999$),可通过POD重构,对新的输出进行近似拟合

$$\mathbf{X}_{\text{pre}(i)} \approx \boldsymbol{\zeta}' \times \mathbf{A}_{\text{pre}(i)} + \bar{x} \quad (9)$$

式中: $\boldsymbol{\zeta}'$ 为 $\boldsymbol{\zeta}$ 的伪逆矩阵, $\mathbf{X}_{\text{pre}(i)}$ 为期望得到预测值; $\mathbf{A}_{\text{pre}(i)}$ 为经BPNN预测得到的系数向量。

经POD重构后,可实现对任意输入的预测,而代理模型高精度的预测能力是进行不确定性量化的前提,为了定量分析代理模型的预测精度,本文使用平均相对误差进行评估。定义模型预测的平均相对误差为

$$\eta_x = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\left| \frac{x_p^i - x_c^i}{x_c^i} \right| \right)}{N} \quad (10)$$

式中: η_x 为 x 坐标平均相对误差; N 为网格点数量; x_p^i 为第 i 个网格点的坐标 x 的预测数据; x_c^i 为第 i 个网格点的坐标 x 的CFD计算数据。

$$\eta_y = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\left| \frac{y_p^i - y_c^i}{y_c^i} \right| \right)}{N} \quad (11)$$

式中: η_y 为 y 坐标平均相对误差; y_p^i 为第 i 个网格点的坐标 y 的预测数据; y_c^i 为第 i 个网格点的坐标 y 的CFD计算数据。平均相对误差越小,表明模型预测数据偏离原始数据程度越小,精度越高。

2 样本获取

这里,以二维NACA0012翼型为研究对象,进行相关分析。执行POD-BPNN训练需要大量的样本数据,本文假设来流条件中的水滴中值粒径和温度均各自服从正态分布(NASA给出的水滴中值粒径分布可以近似为均值 $20 \mu\text{m}$,方差 $5 \mu\text{m}$ 的正态分布^[30]),使用LHS获取140个样本点,并进行CFD数值模拟,得到每一个样本点对应冰形的397个网格点坐标 (x_i, y_i) 。这里需要说明,文中主要验证所提方法的可行性,温度也可以服从其他分布。

图3给出的是来流速度为 44.2 m/s 、迎角为 3° 、液态水含量为 1 g/m^3 、温度为 -10°C ,在单输入参数情况下,从140个样本中选取的4个典型工况CFD模拟结果。而图4给出的则是来流速度为 44.2 m/s 、迎角为 3° 、液态水含量为 1 g/m^3 ,在多参数输入情况下,从140个样本中选取的4个典型工况CFD模拟结果。

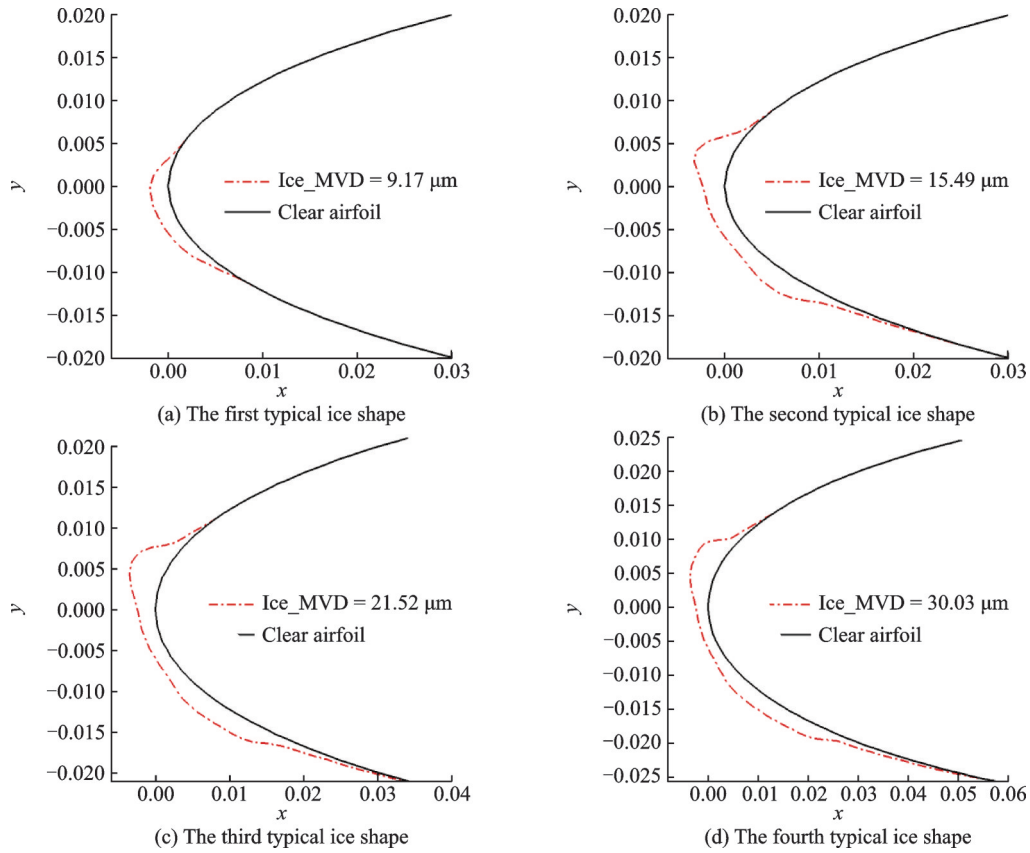


图3 单参数典型工况CFD模拟结果

Fig.3 CFD simulation results under single parameter input

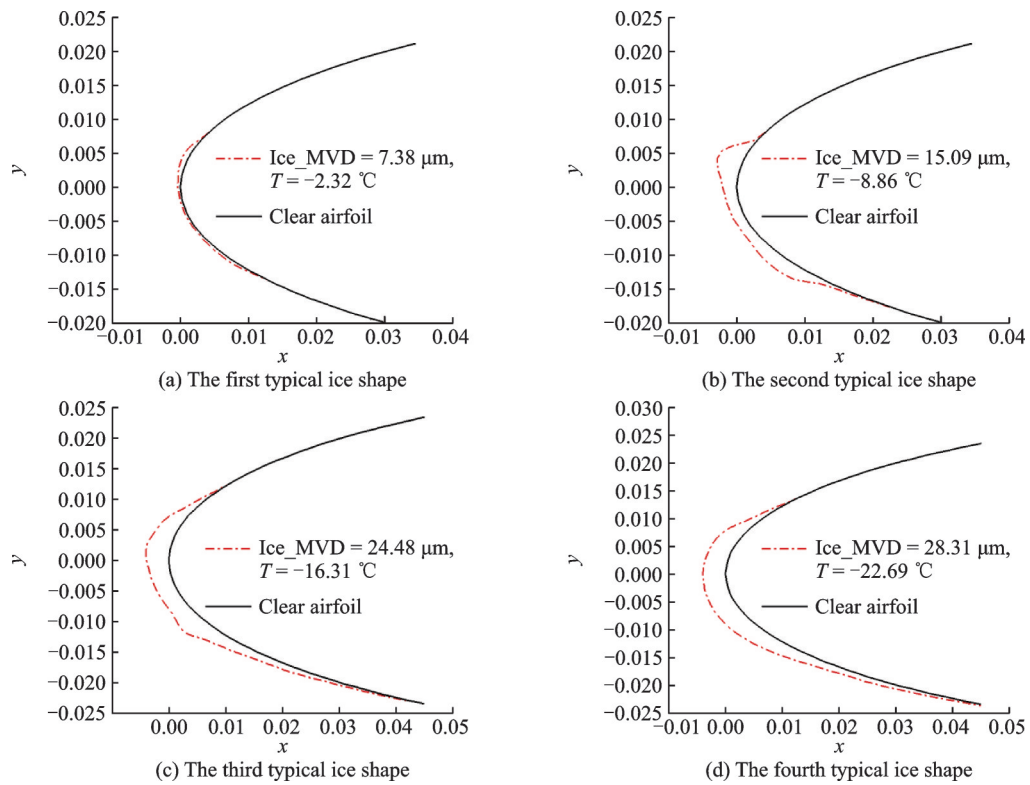


图4 双参数典型工况CFD模拟结果

Fig.4 CFD simulation results under two-parameter input

3 结冰算例验证

3.1 水滴中值粒径单参数结冰冰形验证

本算例在来流速度为 44.2 m/s、迎角为 3°、液

态水含量为 1 g/m³、温度为 -10 °C 的工况下进行。神经网络的输入层为 140 个特征为 1 的水滴中值粒径原始样本,输出层为经 POD 特征降维后得到的 x 坐标的 13 个基模态和 y 坐标的 16 个基模态构建

的基模态系数矩阵。整个神经网络中,训练集样本数量占总样本的 70%,验证集和测试集的个数各占 15%,隐藏层设计为 6 层,并使用 Levenberg-Marquardt 算法^[31]对 BPNN 进行训练,训练结果如图 5 所示。结果表明,在训练集、验证集和测试集上,模型的可决系数 R 均达到了 0.96 以上,表明模型在该工况下训练结果的准确率高。

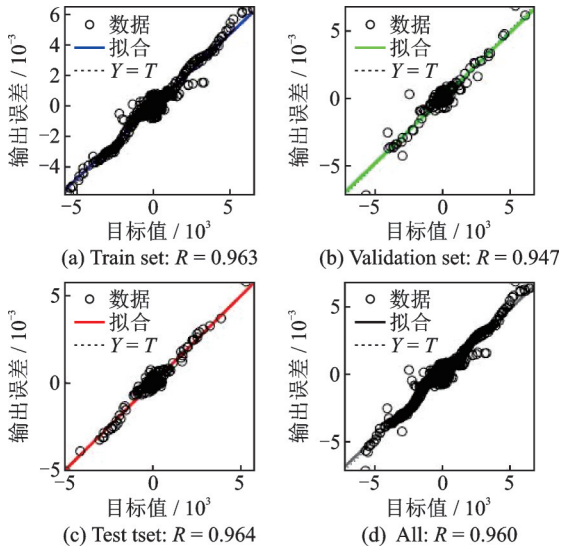


图 5 单参数 BPNN 训练结果

Fig.5 BPNN training results under single parameter input

图 6 为工况 1(MVD=10 μm)、工况 2(MVD=15 μm)、工况 3(MVD=20 μm) 3 个不同工况下的 CFD 数值模拟结果与 POD-BPNN 模拟预测对比图。不难看出,在 3 个不同工况下,翼型结冰 CFD 和 POD-BPNN 模拟结果的冰形轮廓线几乎完全重合,但在工况 1 情况下,明冰冰角处,两者的模拟结果存在较小的差异,整体结冰轮廓线的重合度较高,表明 POD-BPNN 模型在单输入参数条件下,结冰冰形预测效果好、精度高。

表 1 是 3 种不同工况下,单参数冰形计算效率与预测精度。可以看出,结冰数值模拟过程需要大

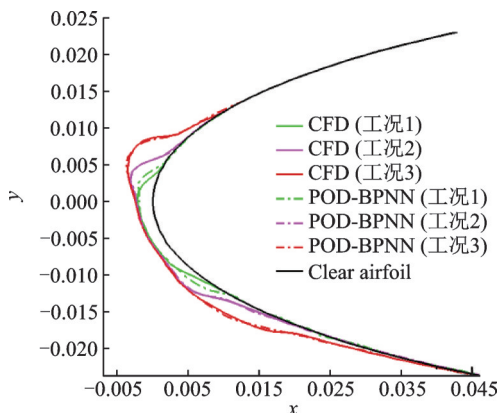


图 6 不同粒径下冰形的 CFD 和 POD-BPNN 模拟

Fig.6 Comparison of numerical simulation and prediction results of ice shape with different

表 1 单参数冰形计算效率与预测精度

Table 1 Efficiency of single parameter ice calculation and prediction accuracy

工况	数值模拟 计算时间/ s	POD-BPNN 计算时间/ s	x 坐标平均 相对误差/ %	y 坐标平均 相对误差/ %
1	53.6	2.03	1.631	0.311
2	53.6	2.03	0.494	0.091
3	53.6	2.03	0.135	0.042

约 53.6 s,POD-BPNN 代理模型仅需约 2.03 s 就能完成冰形的计算,实现了冰形的快速预测。

从表 1 可以看出,工况 1 的平均相对误差最大,其平均相对误差为 1.631%,工况 2 和工况 3 的平均相对误差分别为 0.494% 和 0.135%。对 y 坐标预测误差结果显示,工况 1 的平均相对误差最大,为 0.311%,工况 2 和工况 3 的平均相对误差分别为 0.091% 和 0.042%。结合图 6 给出的 POD-BPNN 与 CFD 模拟结果对比图,可以认为,在单参数输入条件下,POD-BPNN 代理模型能快速计算结冰冰形,并且具有足够的精度。

3.2 水滴中值粒径和温度双参数结冰冰形验证

在假定来流速度为 44.2 m/s、迎角为 3°、液态水含量为 1 g/m³ 的条件下,重复上述研究方法,通过对原始的样本数据进行 POD 降维后,选取 x 坐标集上的 13 个基模态, y 坐标集上的 18 个基模态构成系数矩阵,并将其作为样本输入 BPNN 进行训练。在本例中,神经网络在训练集、验证集和测试集上的可决系数均达到了 0.99 以上(见图 7)。

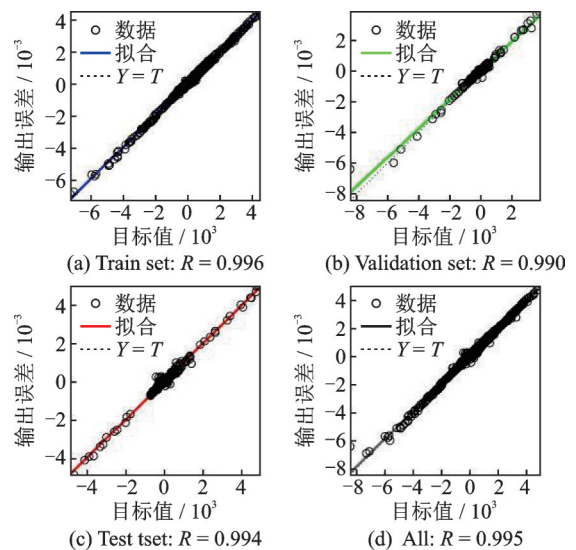


图 7 双参数 BPNN 训练结果

Fig.7 BPNN training results under two-parameter input

通过选取 3 个不同的特征工况:工况 4(MVD=10 μm , $t=-6\text{ }^\circ\text{C}$)、工况 5(MVD=15 μm , $t=-10\text{ }^\circ\text{C}$)、工况 6(MVD=20 μm , $t=-15\text{ }^\circ\text{C}$),进行 CFD 和 POD-BPNN 模拟,用于验证 POD-BPNN

模型在双参数输入条件下的精度。

图8给出了3种不同工况下的CFD数值模拟和POD-BPNN数值预测结果。可以看出,在3种不同工况下,本文所提模型得到的驻点下方附近霜冰轮廓线与CFD模拟结果几乎完全重合,但不足的是,其在明冰的角状位置存在较小的差异。结合3.1节的结论,可以认为POD-BPNN模型模拟霜冰的精度相当高,捕捉明冰的冰角能力稍显不足,但总体上依旧可以认为该模型对结冰冰形模拟具有足够的精度。

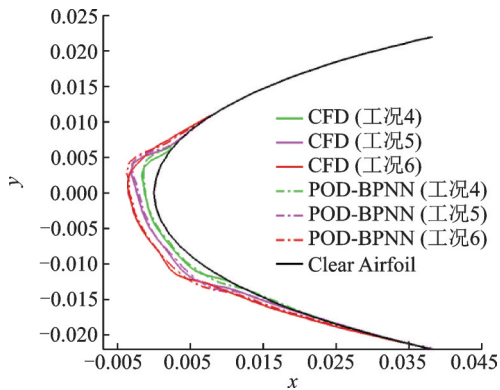


图8 双变量结冰冰形模拟结果对比

Fig.8 Comparison of ice shape numerical simulation and prediction results under two-parameter input

表2给出了3种不同工况下,双参数输入的冰形计算效率和预测精度。POD-BPNN代理模型计算结冰冰形仅耗时约2.07 s,相较于数值模拟耗时大约53.6 s而言,大幅降低了时间成本,体现了POD-BPNN代理模型具有工程实用性。

表2 双参数冰形计算效率和预测精度

Table 2 Calculation efficiency and prediction accuracy of two-parameter ice shape

工况	数值模拟	POD-BPNN	x 坐标平均 相对误差/ %	y 坐标平均 相对误差/ %
	计算时间/ s	计算时间/ s		
4	53.6	2.07	0.974	0.775
5	53.6	2.07	1.389	0.211
6	53.6	2.07	0.770	0.580

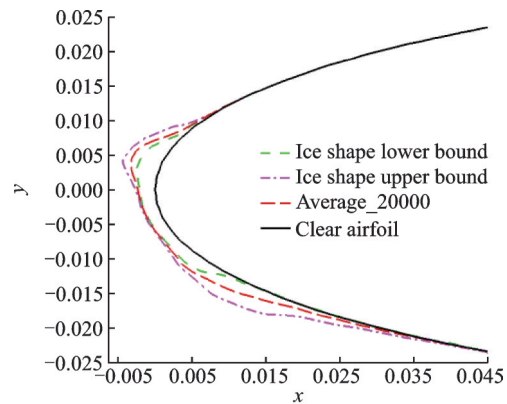
3个工况的预测精度中,工况4和工况6的 x 坐标预测平均相对误差均小于1%,对工况5的 x 坐标预测误差较大,但平均相对误差仅为1.389%;对工况4、工况5和工况6的 y 坐标预测平均相对误差均小于1%,表明在双参数输入条件下,POD-BPNN模型仍然具有足够的精度。值得注意的是,不同于单参数冰形算例验证过程,双参数结冰冰形算例验证使用的冰形样本数据同时考虑了温度和水滴中值粒径变化对冰形的影响,这保证了所提模型在双参数输入条件下的精度。

4 来流条件不确定性分析

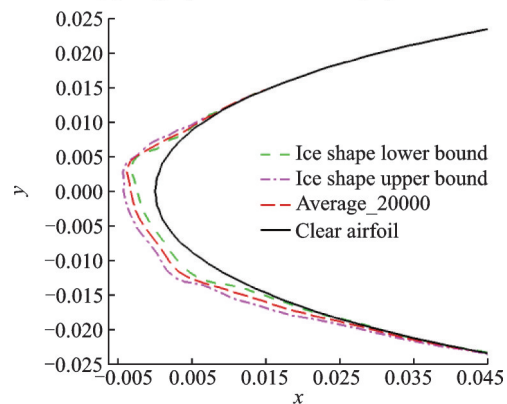
前文通过对比单参数和双参数输入条件下结冰冰形CFD模拟与POD-BPNN模拟结果,验证了本文所采用的POD-BPNN模型预测结冰冰形可靠性,本节将在POD-BPNN模型的基础上,进一步研究随机参数水滴中值粒径和温度的不确定性影响。

参数不确定性影响往往是通过输出响应量的统计特性进行表征,样本数量足够大时,中心极限定理指出样本均值的抽样分布近似为正态分布^[32],且满足“ 3σ ”准则。在本节中,首先使用LHS获取大量输入参数,输入POD-BPNN模型计算结冰冰形,并使用蒙特卡洛方法对POD-BPNN模型计算的结冰冰形进行抽样分析,获得样本均值的统计信息,以此推断总体的分布信息。为了使尽可能多的样本落入置信区间,同时避免过多地引入“粗大误差”以保证研究结果的精度,在使用抽样模拟2万次后获得样本平均结冰冰形的基础上,采取置信度为99.5%,置信区间为 $(u - 2\sigma, u + 2\sigma)$ 的“ 2σ ”准则确定结冰范围的上下限,最终到如下结论。

图9(a,b)分别给出了进行2万次抽样模拟后的平均冰形和根据 2σ 原则确定的结冰范围。图9(a)结果显示水滴中值粒径单参数输入条件下,冰



(a) Single parameter uncertainty quantification



(b) Two-parameter uncertainty quantification

图9 结冰冰形不确定性分析

Fig.9 Uncertainty analysis of ice formation

形的变化主要发生在上翼面明冰冰角处和下翼面明冰冰角处,说明水滴中值粒径的不确定性影响主要表现在明冰的上下冰角,而对于翼型驻点附近霜冰的结冰厚度影响有限。在考虑双输入参数作用时,图 9(b)中上下冰角的变化幅度不明显,而驻点附近霜冰的厚度有较大的变化,这是因为温度的不确定性影响削弱了水滴中值粒径不确定性对明冰冰角的作用,从而使两者叠加的不确定性主要体现在霜冰结冰的厚度。

5 结 论

将表示结冰冰形的 397 个离散特征经 POD 方法降维后,原始样本数据被投影到 POD 模态构成的完备空间中,并被用于构建 POD-BPNN 结冰冰形代理模型。通过设置不同的工况条件,对比不同工况下的 CFD 模拟结果,并结合蒙特卡洛采样,在 POD-BPNN 计算的结冰冰形基础上执行结冰条件不确定性量化,得到如下结论:

(1)使用 POD-BPNN 预测模型计算结冰冰形时,所提模型在单参数和双参数输入情况下,都表现出较高的精度和较强的泛化能力。但是,由于神经网络训练过程学习到的是经 POD 降维后最终保留的冰形共同特征,因此,如果冰形较复杂,并且样本数据中大部分样本都共同存在这一特征,则神经网络会捕捉到这种复杂冰形;而当这种复杂冰形不是共同存在的特征时,POD 过程会将这一信息当成噪声,从而被忽略。为进一步提高模型对复杂冰形的预测能力,可以通过提高 POD 过程中能量占比的取值,从而保留冰形的更多信息,来提升模型预测复杂冰形的能力。

(2)在 POD-BPNN 计算的结冰冰形基础上,对结冰条件执行不确定性量化时发现,水滴中值粒径不确定性主要影响明冰冰角的生长,而在同时考虑水滴中值粒径和温度的不确定性影响时,水滴中值粒径的不确定性影响被削弱,而两者相互叠加的不确定性则主要作用于霜冰厚度。

(3)飞机结冰过程是一个多参数耦合且高度非线性的复杂物理变化过程,仅考虑一维和二维输入变量的不确定性影响仍然不足以精确表示出结冰冰形受不确定性的影响程度。虽然本文采取的 POD-BPNN 模型在量化单参数和双参数输入的不确定性影响时具有良好的效果,并且获得了可靠的结论,但是为了保证模型在更高维度输入参数情况下的预测精度,获取的冰形样本数据同样需要考虑相应个数的结冰条件参数,以此来保证预测模型的精度和可行性。

参考文献:

- [1] 苏媛,徐忠达,吴祯龙. 飞机结冰后若干飞行力学问题综述[J]. 航空动力学报, 2014, 29(8): 1878-1893.
SU Yuan, XU Zhongda, WU Zhenlong. Overview of several ice accretion effects on aircraft flight dynamics [J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(8): 1878-1893.
- [2] 李伟斌,宋超,赵凡,等. 基于 Kriging 模型的冰风洞试验冰形参数化方法[J]. 航空动力学报, 2021, 36(2): 369-376.
LI Weibin, SONG Chao, ZHAO Fan, et al. Parameterization method based on Kriging model for ice shape formed in icing wind tunnel [J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(2): 369-376.
- [3] 郝云权,赵大志,李伟斌,等. 飞机结冰的不确定性量化研究进展[J]. 航空动力学报, 2022, 37(9): 1855-1871.
HAO Yunquan, ZHAO Dazhi, LI Weibin, et al. Recent advances in the uncertainty quantification of aircraft icing [J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(9): 1855-1871.
- [4] 王鹏,修东滨. 不确定性量化导论[M]. 北京: 科学出版社, 2019.
WANG Peng, XIU Dongbin. Introduction to uncertainty quantification [M]. Beijing: Science Press, 2019.
- [5] WASSERSTEIN, RONALD L. Monte Carlo: Concepts, algorithms, and applications [J]. Technometrics, 1996, 39(3): 338-338.
- [6] FOX B L. Strategies for quasi-Monte Carlo [M]. Dordrecht: Kluwer Academic, 1999.
- [7] LOH W L. On Latin hypercube sampling [J]. The Annals of Statistics, 1996, 24(5): 2058-2080.
- [8] LIU W, BELYTSCHKO T, MANI A. Probabilistic finite elements for nonlinear structural dynamics [J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 1986, 56: 61 - 81.
- [9] DEODATIS G, SHINOZUKA M. Weighted integral method I: Stochastic stiffness matrix [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1991, 117(8): 1851-1864.
- [10] ZHANG D X. Stochastic methods for flow in porous media [J]. New York: Academic Press, 2002.
- [11] WANG P, TARTAKOVSKY A M. Uncertainty quantification in kinematic-wave models [J]. Journal of Computational Physics, 2012, 231(23): 7868-7880.
- [12] Sullivan T J, Introduction to uncertainty quantification [M]. UK: Mathematics Institute University of Warwick Coventry, 2015.
- [13] XIU D, KARNIADAKIS G E. The Wiener-Askey polynomial chaos for stochastic differential equations [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 2002, 24(2): 619-644.
- [14] DEGENNARO A M, ROWLEY C W, MARTI-

- NELLI L. Uncertainty quantification for airfoil icing using polynomial chaos expansion[J]. *Journal of Aircraft*, 2015, 52(5): 1404-1411.
- [15] DEGENNARO A M. Uncertainty quantification for airfoil icing[D]. Princeton: Princeton University, 2016.
- [16] TABATABAEI N, RAISEE M, CERVANTES M J. Uncertainty quantification of aerodynamic icing losses in wind turbine with polynomial chaos expansion [J]. *Journal of Energy Resources Technology*, 2019, 141(5): 1-17.
- [17] 王晓东, 于佳鑫, 房代宝, 等. 随机风况下风力机翼型结冰对气动特性的影响研究[J]. *风机技术*, 2020, 62(2): 59-66.
WANG Xiaodong, YU Jiabin, FANG Daibao, et al. Investigations on the influence of icing on aerodynamics of wind turbine airfoil under stochastic wind conditions [J]. *Chinese Journal of Turbomachinery*, 2020, 62(2): 59-66.
- [18] 申晓斌, 郁嘉, 林贵平, 等. 基于特征正交分解法的翼型结冰冰形快速预测[J]. *航空动力学报*, 2013, 28(4): 807-812.
SHEN Xiaobin, YU Jia, LIN Guiping, et al. Fast prediction of ice shape based on proper orthogonal decomposition method [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2013, 28(4): 807-812.
- [19] 柴聪聪, 易贤, 郭磊, 等. 基于BP神经网络的冰形特征参数预测[J]. *实验流体力学*, 2021, 35(3): 16-21.
CHAI Congcong, YI Xian, GUO Lei, et al. Prediction of ice shape characteristic parameters based on BP neural network [J]. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2021, 35(3): 16-21.
- [20] 贾续毅, 龚春林, 李春娜. 基于POD和BPNN的流场快速计算方法[J]. *西北工业大学学报*, 2021, 39(6): 1212-1221.
JIA Xuyi, GONG Chunlin, LI Chunna. Fast flow simulation method based on POD and BPNN [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2021, 39(6): 1212-1221.
- [21] 张珂, 张玮, 阎卫增, 等. 圆度误差的神经网络评定及测量不确定度研究[J]. *机械科学与技术*, 2019, 38(3): 428-432.
ZHANG Ke, ZHANG Wei, YAN Weizeng, et al. Research on evaluation and uncertainty of measurement of circularity errors via neural network algorithm [J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*. 2019, 38(3): 428-432.
- [22] 程曦, 张志勇. 基于人工神经网络的复杂介质中波的传播不确定性分析方法[J]. *电子与信息学报*, 2021, 43(12): 3663-3670.
CHEN Xi, ZHANG Zhiyong. An uncertainty analysis method of wave propagation in complex media based on artificial neural network [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(12): 3663-3670.
- [23] 易贤, 桂业伟, 朱国林, 等. 运输机翼型结冰的计算和实验[J]. *航空动力学报*, 2011, 26(4): 808-813.
YI Xian, GUI Yewei, ZHU Guolin, et al. Experimental and computational investigation into ice accretion on airfoil of a transport aircraft [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2011, 26(4): 808-813.
- [24] 易贤. 飞机积冰的数值计算与结冰试验相似准则研究[D]. 绵阳: 中国空气动力研究与发展中心, 2007.
YI Xian. Numerical computation of aircraft icing and study on icing test scaling law [D]. Mianyang: China Aerodynamics Research and Development Center, 2007.
- [25] MESSINGER B. Equilibrium temperature of an unheated icing surface as a function of air speed [J]. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1953, 20(1): 29-42.
- [26] 陈希. 旋翼结冰的高精度数值模拟与防/除冰方法 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.
CHEN Xi. Investigations on high accuracy numerical simulation and anti/de-icing methods for rotor icing [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018.
- [27] OSTROWSKI Z, BIALECKI R A. Estimation of constant thermal conductivity by use of proper orthogonal decomposition [J]. *Computational Mechanics*, 2005, 37(1): 52-59.
- [28] 周志华. 机器学习 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2016.
ZHOU Zhihua. Machine learning [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2016.
- [29] 黄丽. BP神经网络算法改进及应用研究 [D]. 重庆: 重庆师范大学, 2008.
HUANG Li. BP neural network algorithm improvement and application research [D]. Chongqing: Chongqing Normal University, 2008.
- [30] GARY A, RUFF B M. Users manual for NASA Lewis ice accretion prediction code (LEWICE) [R]. NASA-CR-185129, 1990.
- [31] 尹江华. 非线性方程组投影型算法与非精确Levenberg-Marquardt型算法研究及其应用 [D]. 呼和浩特: 内蒙古大学, 2021.
YIN Jianghua. Research on projection type algorithms and inexact Levenberg-Marquardt type algorithms for nonlinear equations with applications [D]. Huhahaote, Inner Mongolia University, 2021.
- [32] 丁健, 李红菊. 中心极限定理在统计推断中的应用 [J]. *长春师范大学学报*, 2015, 34(2): 12-14.
DING Jian, LI Hongju. The application of central limit theorem in statistical inference [J]. *Journal of Changchun Normal University*, 2015, 34(2): 12-14.