DOI:10.16356/j.1005-2615.2023.02.015

基于蒙特卡洛方法的冰晶撞击特性计算

马乙楗^{1,2},柴得林¹,王 强^{1,2},易 贤^{1,2},余 放³ (1.中国空气动力研究与发展中心结冰与防除冰重点实验室,绵阳 621000;2.中国空气动力研究与发展中心空 气动力学国家重点实验室,绵阳 621000;3.中国航发商用航空发动机有限责任公司,上海 200241)

摘要:航空发动机摄入冰晶易发生内部结冰、造成发动机推力损失,严重时引发航空事故。冰晶结冰数值模拟是 研究冰晶结冰的重要手段,而撞击收集系数计算是冰晶结冰数值模拟的关键环节。基于NNWICE平台开展冰 晶结冰前期的阻力系数、运动轨迹和撞击收集系数的数值模拟与计算研究,实现了基于蒙特卡洛方法的冰晶撞 击收集系数的准确计算;在此基础上发展了拉格朗日框架下冰晶粒子运动、传热传质耦合数值计算方法;通过完 成二维NACA0012翼型的相关算例,对比分析了不同阻力模型和冰晶相变对撞击收集系数的影响。结果表明阻 力模型对冰晶撞击收集系数影响较小,冰晶相变过程会对冰晶运动轨迹及撞击收集系数产生显著影响,为进一 步发展冰晶结冰数值模拟计算方法奠定了基础。

关键词:冰晶结冰;撞击收集系数;蒙特卡洛方法;冰晶相变;数值模拟

中图分类号:V211.41 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2023)02-0291-11

Calculation of Ice Crystal Impact Characteristics Using Monte Carlo Method

MA Yijian^{1,2}, CHAI Delin¹, WANG Qiang^{1,2}, YI Xian^{1,2}, YU Fang³

(1. Key Laboratory of Icing and Anti-icing, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000,
 China; 2. State Key Laboratory of Aerodynamics, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000,
 China; 3. China National Aero Engine Corporation, Shanghai 200241, China)

Abstract: The intake of ice crystals by an aero-engine is prone to internal icing, causing loss of engine thrust and, in serious cases, aviation accidents. The numerical simulation of ice crystal icing is an important tool to study ice crystal icing, and the calculation of the collection coefficient is a key part of the numerical simulation of ice crystal icing. Based on the NNWICE platform, the numerical simulation and calculation of the drag coefficient, motion trajectory and collection coefficient of ice crystal icing in the early stage of ice crystal icing is carried out, and the accurate calculation of ice crystal collection coefficient based on Monte Carlo method is achieved. Therefore, the coupled numerical calculation method of ice crystal particle motion and heat and mass transfer under Lagrangian framework is developed; by completing the relevant calculation cases of twodimensional NACA0012 airfoil, the effects of different drag models and ice crystal phase transition on the impact collection coefficient are compared and analyzed. The results show that the drag model has a little effect on the ice crystal collection coefficient, while the ice crystal phase transition will have a significant effect on the ice crystal motion trajectory and collection coefficient, which lays the foundation for further development of the numerical simulation calculation method of ice crystal icing.

Key words: ice crystal icing; collection coefficiency; Monte Carlo method; ice crystal phase transition; numerical simulation

通信作者:易贤,男,研究员,博士生导师,E-mail:yixian_2000@163.com。

引用格式:马乙楗,柴得林,王强,等. 基于蒙特卡洛方法的冰晶撞击特性计算[J]. 南京航空航天大学学报,2023,55(2): 291-301. MA Yijian, CHAI Delin, WANG Qiang, et al. Calculation of ice crystal impact characteristics using monte carlo methods[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(2): 291-301.

基金项目:国家自然科学基金重点基金(12132019);国家重大科技专项(J2019-III-0010-0054);国家自然科学面上基金(12172372)。

收稿日期:2022-05-26;修订日期:2022-07-05

飞机结冰一直是影响飞行安全的重大问题之一。随着航空科技的发展,研究者发现在6km以 上含有极少过冷水的高空,航空发动机会发生失 速、喘振,燃烧室熄火、停车以及叶片损伤等现象。 这些现象是由该高度下云层所含冰晶进入推进系 统的核心流动通道并发生结冰造成的^[12]。由于模 拟某一航空发动机在一定工况下冰晶结冰的试验 设备异常复杂,不仅需要消耗大量人力、物力、财 力,而且试验结果也仅适用于某些特定工况,没有 普适性,因此有必要开展冰晶结冰数值计算方法 研究^[3]。

国外经过多年的发展已开发出较为完善的结 冰软件,如美国的GlennICE、LEWICE,法国的 ONERA3D 和加拿大的 FEASAP 等,上述软件开 发者主要通过改进拓展过冷水滴结冰的计算方法 发展了相应软件对冰晶结冰情况的数值模拟能 力[4-6]。而国内由于冰晶结冰研究起步晚,尚缺乏 相应的结冰软件,仅有部分学者开展了对冰晶结冰 问题的有限研究,如文献[3,7]系统总结了航空发 动机中冰晶结冰的研究现状;文献[3,8]利用Fluent软件结合自定义函数(UDF)进行了冰晶结冰 模拟;文献[9]对大型结冰风洞中冰晶的热/力平衡 特性数值进行了研究。冰晶结冰数值研究主要包 括冰晶运动、撞击等动力学数值研究以及冰晶融 化、冻结等热力学数值研究。其中冰晶轨迹以及撞 击收集系数计算是冰晶结冰计算研究的重点,也是 本文的主要研究内容。冰晶在运动过程中,一方面 受到空气阻力的作用,另一方面与空气发生传热传 质,而阻力和传热传质又与冰晶自身形状密切相 关,这些因素共同影响冰晶的运动轨迹及撞击收集 系数。针对阻力计算, Pitter、Haider、Ganser和 Hölzer 等^[10-13]相继提出了颗粒在空气中流动的不 同阻力模型。针对传热传质, Iuliano等^[14]、Trontin 等^[6,15]和Norde等^[16]均对自由流中的非球形冰晶 颗粒传热传质进行了研究,发展并不断完善冰晶的 传热传质模型。针对冰晶形状,Zhang等^[17]假设冰 晶为球形,冰晶在运动过程中形状、密度等参数不 发生改变;郭向东等^[9]假设冰晶为六棱柱和六角板 状,研究了冰晶形状对其运动过程中换热和轨迹的 影响; Nilamdeen 等^[18]假设冰晶为六角平板状, 并 提出冰晶在流场的流动特性类似于圆盘状颗粒。 此外,冰晶在空气中的含量较高且粒径较大,是否 考虑冰晶与空气的相互影响是冰晶运动轨迹计算 中亟待解决的问题。Ríos等^[19]研究了尺寸为50、 100、200 µm的非球状冰晶运动时,仅采用空气对 冰晶影响的单向耦合的方法;Nilamdeen等^[20]认为 虽然冰晶在空气中含量高,但满足单向耦合计算条 件。目前,国内学者仅对冰晶运动及撞击收集系数 进行了初步研究^[3,7],尚未形成包括冰晶形状、阻力 模型、冰晶传热传质等过程的系统的撞击收集系数 求解方法。

本文依托NNWICE 平台^[21],在拉格朗日框架 下发展了针对典型非球状冰晶颗粒运动轨迹的数 值计算方法。采用可克服粒子运动轨迹交叉、鲁棒 性良好的蒙特卡洛撞击收集系数计算方法实现了 冰晶局部撞击收集系数的计算。最后通过二维 NACA0012 翼型算例验证了上述数值计算方法和 3种冰晶阻力模型的有效性和准确性。并在此基 础上发展了考虑冰晶运动过程中传热传质现象的 单向耦合数值计算方法,指出了冰晶相变对撞击极 限及撞击收集系数的影响规律。

1 计算方法

本文基于NNWICE平台采用现有拉格朗日框 架下的蒙特卡洛方法,引入非球状冰晶粒子的传热 传质模型、冰晶阻力模型,发展拉格朗日框架下冰 晶粒子运动、传热传质耦合计算方法。为简化冰晶 结冰计算问题,针对上述模型提出以下假 设^[15-16,22]:(1)冰晶颗粒在运动过程中不发生旋转, 以动力学最稳定状态运动;(2)冰晶粒子在运动过 程中不发生碰撞、聚合;(3)冰晶发生融化后融化的 水膜附着在冰晶粒子表面,在运动过程中水膜不与 粒子分离也不发生飞溅;(4)冰晶粒子内部温度保 持恒定,粒子表面仅存在对流换热过程,忽略辐射 换热;(5)冰晶运动过程中,液态冰晶水的密度和固 态冰晶水的密度保持恒定;(6)冰晶达到融化温度 后开始融化,并且在融化过程中冰水混合物温度保 持为融化温度不变。

冰晶撞击收集系数计算主要分为以下5个步骤:网格划分、流场求解、设置云雾场条件、冰晶运动轨迹计算和冰晶撞击收集系数计算,具体求解流 程如图1所示。



图1 冰晶撞击收集系数计算流程图



1.1 冰晶运动模型

1.1.1 冰晶运动控制方程

根据Stokes定理、牛顿第二定律,在拉格朗日框架下冰晶控制方程为

$$\frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t} = (u_{\mathrm{a}} - u_{\mathrm{p}}) \frac{C_{\mathrm{d}} \cdot Re_{\mathrm{p}}}{24} K + \frac{\rho_{\mathrm{p}} - \rho_{\mathrm{a}}}{\rho_{\mathrm{p}}} g \quad (1)$$
$$Re_{\mathrm{a}} = \frac{\rho_{\mathrm{a}}|u_{\mathrm{a}} - u_{\mathrm{p}}|d_{\mathrm{p}}}{(2)}$$

U.

式中: u_p 为冰晶运动速度, Re_p 为冰晶相对雷诺数, μ_a 为空气运动黏度,下标p代表冰晶粒子,a代表空 气,系数 $K = 18\mu_a/(\rho_p d_p^2)_o$

本文采用Haider、Ganser和Hölzer三种阻力模型对冰晶阻力系数进行计算。

Haider等^[11]提出了不考虑粒子方向(即不考虑 粒子横向球度对阻力系数的影响),仅考虑粒子球 度和粒子相对雷诺数的阻力系数表达式

$$C_{\rm d} = \left\lfloor \frac{24}{Re_{\rm p}} \left(1 + aRe_{\rm p}^{b} \right) \right\rfloor + \frac{c}{1 + dRe_{\rm p}^{-1}} \quad (3)$$

其中

0.4

$$a = \exp(2.328 8 - 6.548 1\Phi + 2.448 6\Phi^{2})$$

$$b = 0.096 4 + 0.556 5\Phi$$

$$c = \exp(4.905 - 13.894 4\Phi + 18.422 2\Phi^{2} - (4))$$

$$d = \exp(1.468 1 + 12.258 4\Phi - 20.732 2\Phi^{2} + 15.885 5\Phi^{3})$$

Ganser等^[12]提出了针对等距粒子和非等距粒子并考虑粒子方向的阻力系数表达式

$$C_{d} = \frac{24}{Re_{p}K_{1}} (1 + 0.1118(Re_{p}K_{1}K_{2})^{0.6567}) + \frac{0.4305K_{2}}{1 + \frac{3305}{Re_{p}K_{1}K_{2}}}$$
(5)

式中 K_1 、 K_2 分别为Stocks形状因子与Newton形状因子,表达式为

$$\begin{cases} K_{1} = \begin{cases} \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \, \boldsymbol{\Phi}^{-\frac{1}{2}}\right)^{-1} - \frac{2.25d_{p}}{d_{tube}} & \text{ $\ensuremath{\mathfrak{F}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{F}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{F}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{F}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\ensuremath{\mathfrak{E}}\$$

式中 d_{tube} 为粒子所在管道的直径,对于非管道流动的粒子, $d_{\text{tube}} \rightarrow \infty$ 。

Hölzer等^[13]提出了一种考虑粒子方向并适用于所有形状粒子的阻力系数表达式

$$C_{\rm d} = \frac{8}{Re_{\rm p}} \frac{1}{\sqrt{\Phi_{\perp}}} + \frac{16}{Re_{\rm p}} \frac{1}{\sqrt{\Phi}} + \frac{3}{\sqrt{Re_{\rm p}}} \frac{1}{\Phi^{3/4}} +$$

$$\frac{0.421}{\Phi} 10^{0.4(-\lg \Phi)^{9/2}} \tag{7}$$

上述3种模型已在NNWICE平台冰晶粒子轨 迹求解模块中实现。本文将在后续章节对比分析 3种阻力模型对撞击收集系数计算结果的影响。

1.1.2 冰晶粒子形状参数

高纬度地区的热带云包含的冰晶形态各异,形状复杂。本文采用以下形状参数表征不同形状冰晶,研究冰晶形状对冰晶运动轨迹与撞击收集系数的影响^[6]。

(1)冰晶等效体积直径 d_p (Volume equivalent diameter)表示具有和冰晶粒子相同体积的冰球的 直径,即

$$d_{\rm p} = \left(\frac{6V_{\rm p}}{\pi}\right)^{1/3} \tag{8}$$

(2)冰晶球形度 Φ (Sphericity)表示等效球体 表面积 A_p 与冰晶实际表面积A之比,即

$$\Phi = \frac{A_{\rm p}}{A} \tag{9}$$

(3)冰晶横向球形度 Φ_{\perp} (Crosswise sphericity) 表示等效体积球形的横截面积 $A_{p,\perp}$ 与冰晶流向投 影的横截面积 A_{\perp} 之比,即

$$\Phi_{\perp} = \frac{A_{\mathrm{p,}\perp}}{A_{\perp}} \tag{10}$$

(4)冰晶颗粒纵横比*E*(Aspect ratio)表示冰晶 轴向长度*b*(沿旋转轴)与径向长度*a*(垂直于旋转 轴)之比,即

$$E = \frac{b}{a} \tag{11}$$

不同于雪花、霰和雹等通过聚并增长方式形成 的降水冰颗粒,以凝华方式增长的冰晶颗粒,通常 为单晶结构,形状以板状和柱状为主^[9]。为模拟对 流云内的冰晶颗粒,本文选取类似板状的六角平板 (Hexagonal plate)状的冰晶颗粒开展研究。表1给 出了六角平板状冰晶粒子的球形度 ϕ 、横向球度 ϕ_1 和纵横比E的计算公式。



Ε	Φ	$arPsi_{ot}$
$\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}\left(\frac{d_{\rm p}}{a}\right)^3$	$\frac{4\pi}{3\sqrt{3}+12E} \left(\frac{9\sqrt{3}}{4\pi} E\right)^{2/3}$	$\frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \left(\frac{9\sqrt{3}}{4\pi} E\right)^{2/3}$

1.2 冰晶相变模型

根据 Trontin 等^[15]提出的相变模型,冰晶运动 中相变过程分为3个阶段,图2给出了各个阶段冰



Fig.2 Diagrams of ice crystal state in each stage

晶状态。

(1) 过冷冰晶阶段

冰晶温度尚未达到融化温度,该阶段控制方 程为

$$\begin{cases} m_{\rm p}c_{\rm i}\frac{\mathrm{d}T_{\rm p}}{\mathrm{d}t} = \pi d_{\rm p}\frac{Nu}{\Phi}k_{\rm a}(T_{\rm a}-T_{\rm p}) - \\ \dot{m}_{\rm sub}[L_{\rm f}(T_{\rm p}) + L_{\rm v}(T_{\rm p})] \\ \frac{\mathrm{d}m_{\rm p}}{\mathrm{d}t} = -\dot{m}_{\rm sub} \\ \dot{m}_{\rm sub} = \pi d_{\rm p}\frac{Sh}{\Phi}\rho_{\rm a}D_{\rm v,a}[y_{\rm v,s}(T_{\rm p},p_{\rm a}) - y_{\rm v,a}] \end{cases}$$
(12)

式中: L_i 为融化潜热, L_v 为蒸发潜热, $y_{v,a}$ 为自由流 蒸气质量分数, $y_{v,s}(T_p, p_a)$ 为粒子表面蒸汽质量分 数, ρ_a 为空气密度, $D_{v,a}$ 为空气中的蒸气扩散系数, p_a 、 T_a 为空气压力、温度,Nu、Sh分别为冰晶粒子的 努塞尔数和舍伍德数。针对非球形冰晶粒子, Villedieu等^[6]给出了基于冰晶球形度 ϕ 的Nu、Sh 的计算表达式如下

$$\begin{cases} Nu = 2\sqrt{\Phi} + 0.55Pr^{1/3}\Phi^{1/4}\sqrt{Re_{\rm p}} \\ Sh = 2\sqrt{\Phi} + 0.55Sc^{1/3}\Phi^{1/4}\sqrt{Re_{\rm p}} \end{cases}$$
(13)

式中Pr、Sc分别为普朗特数和施密特数。

(2)冰晶融化阶段

冰晶达到融化温度开始融化,该阶段控制方 程为

$$\begin{cases} L_{f}(T_{f}) \frac{dm_{p,i}}{dt} = -\dot{m}_{f}L_{f}(T_{f}) = \\ -\pi d_{p}\frac{Nu}{\Phi}k_{a}(T_{a} - T_{p}) + \dot{m}_{ev}L_{v}(T_{f}) \\ \frac{dm_{p}}{dt} = -\dot{m}_{ev} \\ \dot{m}_{ev} = \pi d_{p}\frac{Sh}{\Phi}\rho_{a}D_{v,a}[y_{v,s}(T_{p}, p_{a}) - y_{v,a}] \end{cases}$$
(14)

在该阶段,由于冰晶粒子逐渐融化,冰晶粒子 处于冰水混合物状态,其球形度Φ与等效体积直 径d_p不断发生变化,计算表达式如下

$$\begin{cases} d_{p} = \left[\frac{6}{\pi} \left(\frac{m_{p} - m_{p,i}}{\rho_{w}} + \frac{m_{p,i}}{\rho_{i}}\right)\right]^{1/3} \\ \Phi = \left(\frac{m_{p,i}}{m_{p}}\right) \Phi_{0} + \left[1 - \left(\frac{m_{p,i}}{m_{p}}\right)\right] \end{cases}$$
(15)

式中: Φ_0 为冰晶初始球形度, $m_{p,i}$ 为冰水混合物中

冰的质量。该阶段冰晶由于融化导致球度改变,影 响阻力系数改变进而影响冰晶运动轨迹。

(3)水滴蒸发阶段

当冰晶粒子完全融化,冰晶将变为水滴并继续 与空气换热,水滴的温度进一步升高,该阶段水滴 控制方程为

$$m_{\rm p}c_{\rm w}\frac{\mathrm{d}T_{\rm p}}{\mathrm{d}t} = \pi d_{\rm p}\frac{Nu}{\Phi}k_{\rm a}(T_{\rm a}-T_{\rm p}) - \dot{m}_{\rm ev}L_{\rm v}(T_{\rm p})$$

$$\frac{\mathrm{d}m_{\rm p}}{\mathrm{d}t} = -\dot{m}_{\rm ev} \qquad (16)$$

$$\dot{m}_{\rm ev} = \pi d_{\rm p}\frac{Sh}{\Phi}\rho_{\rm a}D_{\rm v,a}[y_{\rm v,s}(T_{\rm p},p_{\rm a}) - y_{\rm v,a}]$$

由于该阶段冰晶已经全部融化为水滴,故冰晶 球形度 $\phi = 1$ 。

1.3 蒙特卡洛方法

1.3.1 方法概述

蒙特卡洛方法又称统计模拟法,是一种采用统 计方法估计出模型的数字特征,从而得到实际问题 数值解的方法。该方法被广泛应用于求解某一分 布在某有限区域内的积分^[23]。

采用蒙特卡洛方法来计算函数积分,首先假设 函数f(x)在积分区间内存在概率密度函数p(x)。 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为相互独立的样本且服从同一分 布,则蒙特卡洛方法下函数积分估计量的计算式由 式(17)给出。

$$F_{n}(X) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{f(X_{k})}{p(X_{k})}$$
(17)

根据式(17),可以计算蒙特卡洛法的积分估计 量的数学期望为

$$E\left[\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{f(X_{k})}{p(X_{k})}\right] = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\int\frac{f(x)}{p(x)} \cdot p(x)dx = \int f(x)dx$$
(18)

由式(18)可知,蒙特卡洛法积分估计量的数学 期望等于被积函数的积分真值,这表明F_n(X)是 原被积函数积分的无偏估计量。

目前,美国LEWICE软件所采用的流管法^[24] 在计算翼型表面水撞击收集系数时在二维情况下 具有计算效率高、鲁棒性强的特点,在水滴撞击收 集系数计算方面有广泛的工程应用^[25-27]。然而,流 管法在结构表面外形复杂和飞行过程中粒子轨迹 存在交叉的情况下往往会失效。此外,在考虑冰晶 在运动过程中传热传质情形下,计算表面局部水撞 击收集系数时也会失效。相较于广泛应用的流管 法,基于统计原理的蒙特卡洛方法既能适应复杂三 维外形,又能克服由轨迹交叉以及冰晶运动过程中 质量损失带来撞击收集系数变化问题的诸多优势, 更适合冰晶局部撞击收集系数的求解。 1.3.2 冰晶撞击收集系数定义

定义表面单元s上实际收集到的质量流率 m_s 与该单元表面能够收集到的最大质量流率 m_{s,max}的 比值为冰晶局部水撞击收集系数,简称撞击收集系 数β_s,定义式为

$$\beta_{\rm s} = \frac{\bar{m}_{\rm s}}{\bar{m}_{\rm s, max}} \tag{19}$$

不同于传统的流管法面积比值定义,根据式 (20),可以定义蒙特卡洛方法下的冰晶撞击收集 系数为

$$\beta_{s,MC} = \frac{\bar{m}_s}{\bar{m}_{s,max}} = \frac{M_s / (\tau_{total} - \tau_0)}{IWC \cdot v_\infty \cdot A_s}$$
(20)

式中: \bar{m}_s 在定常状态下可以通过求 M_s 的时均值获得, A_s 为表面单元 s的面积,IWC(Ice water content)为空气中的冰水含量。

1.4 计算求解流程

使用蒙特卡洛方法计算物体表面冰晶撞击收 集系数实施流程如下:

(1)生成随机冰晶释放空间位置*P_i*(*x*, *y*, *z*)、
 释放间隔d*τ_i*和冰晶等效质量*m_i*;

(2)求解冰晶运动轨迹,获得表面网格s上的 冰晶质量通量随机采样;

(3)统计s上的冰晶质量通量;

(4) 重复上述过程 N次, 直到满足收敛条件, 其中N满足 $\sum_{i=1}^{N} d\tau_i = \tau_{total} - \tau_{00}$

若使用蒙特卡洛方法计算网格单元 s 从 τ₀ 到 τ_{total} 时刻的质量流率积分时,可以采用以下公式 计算

$$M_{\rm s} \approx \frac{\sum_{\tau_0}^{\tau_{\rm total}} \sum_{0}^{n_{\rm r}} \overline{m}_{\rm p} (\tau_{\rm total} - \tau_0)}{N} \tag{21}$$

式中: M_s 为网格单元 s 从 τ_0 到 τ_{total} 时刻的质量流率 积分; n_r 为 τ 时刻撞击到 s 上的冰晶数量;N为总时 间步数;每个时间步之间释放的冰晶满足: $\sum_{0}^{n} \bar{m}_{p} = \text{IWC} \cdot v_{\infty} \cdot A_{\text{in}}$,式中, A_{in} 为释放面 S_{in} 的面 积,n为该时刻释放冰晶粒子总数。

上述方法的具体数值计算流程如图3所示,在

上述计算冰晶粒子撞击壁面质量通量及撞击收集 系数计算方法的基础上,根据1.2节所述冰晶运动 控制方程以及传热传质方程,本文提出以下冰晶运 动——传热传质耦合数值计算方法流程:设置计算 步长为5 µs,计算开始前将根据冰晶粒径及形状计 算出的冰晶质量 m、等效粒径 d_n、球度 Φ、横向球度




2 算例验证

2.1 NACA0012 翼型对比验证算例

参考文献[18]中Cox & Company的实验结果 以及FENSAP手册中的计算结果,采用本文数值 计算方法对二维NACA0012翼型开展验证计算。

根据文献[9],所有工况中来流速度v均为

54 m/s,来流迎角 a 均为 0°,选择六棱板状冰晶,采用 Ganser 阻力模型。表 2 给出了其余计算工况参

考数据值。对表2中5种典型工况开展验证,模型 表面撞击收集系数(β_{imp})结果如图4所示。

表 2	NACA0012 翼型对比验证算例工况表	

Table 2	Run conditions for NACA0012 airfoil comparison and verification cases
---------	-----------------------------------------------------------------------

Case	总温/℃	冰晶 MVD/µm	水滴 MVD/µm	冰水含量/(g•m ⁻³)	液态水含量/(g•m ⁻³)
1	-11	150	20	0.7	0.3
2	-11	150	20	0.3	0.7
3	-5.5	200	20	0.0	0.7
4	-5.5	200	20	0.7	0.7
5	-11	250	20	0.3	0.7

由图4表明,本文计算结果中翼型表面冰晶和 水滴的局部水撞击收集系数与Cox & Company的 实验结果和FENSAP计算结果基本吻合,但撞击 极限位置存在一定误差,总体误差在可接受范围







for NACA0012 airfoil

内。由于冰晶粒径、质量越大时冰晶惯性越大,运 动轨迹越近似直线,粒子随流性越差,故撞击收集 系数、撞击范围也就越大;与Case1和Case2 (150 µm冰晶)相比,Case4(200 µm冰晶)冰晶局 部撞击收集系数有所增大。

2.2 阻力模型对比验证算例

冰晶阻力模型影响冰晶轨迹。本节将对Case 4采用不同阻力模型进行冰晶撞击收集系数计算, 分析讨论3种阻力模型计算准确性。

采用Case 4的流场条件及其他云雾场条件,并 分别设置冰晶粒径为150、200和250 µm,选择六角 平板状冰晶,分别采用Haider、Ganser和Hölzer阻 力模型进行计算,结果如图5所示。

由图 5 表明,当冰晶形状、流场及云雾场参数 相同时,不同的冰晶粒子阻力模型所得冰晶局部 撞击收集系数计算结果与 Cox & Company 的试 验结果和 FENSAP 计算结果总体趋势基本相同。 将计算结果中的 3 个主要特征参数:撞击收集系 数峰值、冰晶撞击上极限和冰晶撞击下极限与实 验结果对比并计算相对误差,对比结果如表 3~5 所示。

结果表明,不同阻力模型对冰晶局部撞击收集



Fig.5 Comparative calculation case of ice crystal drag model

表3 150 µm 冰晶撞击收集系数误差对比

Table 3 Comparison of errors for 150 µm ice crystal impact collection coefficients

阻力模型	实验结果	Haider	Ganser	Hölzer
撞击收集系数峰值	0.704 10	0.694 80	$0.676\ 42$	0.676 54
相对误差/%	—	1.32	3.93	3.91
撞击上极限/m	0.027 21	0.031 83	0.029 81	0.029 02
相对误差/%	_	16.98	9.56	6.65
撞击下极限/m	0.027 32	0.032 03	0.030 03	0.029 76
相对误差/%	_	17.24	9.92	8.93

系数影响不明显,结果均与试验结果和软件计算结 果吻合良好。需指出的是,由于 Haider 模型并未 考虑冰晶粒子横向球度(Φ_{\perp})对阻力系数的影响, 故与 Ganser 模型与 Hölzer 阻力模型计算结果差异 相对明显。 表4 200μm冰晶撞击收集系数误差对比

Table 4 Comparison of errors for 200 µm ice crystal impact collection coefficients

阻力模型	实验结果	Haider	Ganser	Hölzer
撞击收集系数峰值	0.739 28	0.753 55	0.735 00	0.733 02
相对误差/%	_	1.93	0.58	0.85
撞击上极限/m	0.028 46	0.035 87	0.033 93	0.031 83
相对误差/%	_	26.04	19.22	11.84
撞击下极限/m	0.028 59	0.035 93	0.033 94	0.031 97
相对误差/%	_	25.67	18.71	11.82

表5 250µm冰晶撞击收集系数误差对比

 Table 5
 Comparison of errors for 250 μm ice crystal impact collection coefficients

阻力模型	FENSAP	Haider	Ganser	Hölzer
撞击收集系数峰值	0.847 32	0.818 50	0.815 27	0.811 12
相对误差/%	_	3.40	3.78	4.27
撞击上极限/m	0.038 81	0.039 92	0.039 65	0.039 23
相对误差/%	—	2.86	2.16	1.08
撞击下极限/m	0.039 31	0.042 26	0.041 96	0.041 51
相对误差/%	_	7.50	6.07	5.60

3 相变结果影响

第2节表明本文所发展的拉格朗日框架下冰 晶撞击收集系数计算模型与方法,可以实现冰晶撞 击收集系数的准确计算。本节将对比分析冰晶相 变等因素对冰晶撞击收集系数计算的影响,并讨论 来流速度、来流温度、冰晶粒径等参数对冰晶状态 的影响。

3.1 相变对撞击收集系数的影响

参照 Case 4,改变来流速度为 60 m/s,冰晶初 始温度为-10 ℃,其余流场、云雾场参数及计算模 型按表 6 设置。

表6 考虑冰晶相变算例工况表

Table 6	Run	conditions	of	cases	considering	ice	crystal
	phas	e transition					

Case	总温/℃	计算模型	冰晶 MVD/µm
6	5	相变	150
7	35	不相变	150
8	35	相变	150
9	35	相变但不考虑球度变化	150

相较于表2算例,本次算例考虑了冰晶在运动 中的相变过程。设置冰晶释放距离为5m,对比了 不同来流总温和不同计算模型下的撞击收集系数 计算结果,模型表面撞击收集系数分布如图6 所示。



Fig.6 Comparison of results of different models for calculating collection coefficiency

从图6可看出,不考虑相变模型的撞击收集系数计算结果与考虑相变但不考虑冰晶球度变化的计算结果差异很小。相较于前两者计算结果,采用运动-相变耦合模型计算的翼型表面冰晶撞击收集系数有更大的峰值及撞击范围。相较于来流总温为5℃流场,35℃流场计算下的冰晶撞击收集系数峰值更大且撞击范围也越大。

为进一步揭示产生上述现象的原因,本文分析 了运动过程中冰晶等效粒径、球度以及加速度的变 化情况,如图7所示。

由图7(a)可看出,当不考虑冰晶运动过程中 相变时,冰晶粒径不发生改变;考虑相变时冰晶等 效粒径将会减小,改变冰晶球度会减缓等效粒径的 减小速度。由图7(b)表明,若冰晶相变时考虑冰 晶球度变化,球度会从初始球度逐渐增大至1(冰 晶完全融化为球状水滴)。如图7(c)所示,在冰晶 运动至距离翼型前缘0.2 m至0.01 m时,球度变化 的冰晶加速度低于球度不发生变化的冰晶。运动 过程中不发生相变的冰晶与相变但球度不变化的 冰晶加速度差距很小。

对比Case 7与Case 9撞击收集系数曲线以及





加速度变化曲线可知,由质量和等效粒径的改变引 起冰晶运动轨迹以及撞击收集系数变化不明显,这 是由于冰晶释放距离较近,冰晶与环境温度差不足 以在较短时间内使得冰晶有较大的质量损失,因而 冰晶等效粒径减小不明显,两者加速度、撞击收集 系数差距较小。考虑球度变化的冰晶在运动过程 中随着冰晶融化逐渐变为球形,使得阻力系数减 小,在运动到接近翼型前缘过程中加速度低于球度 不变化的冰晶。当冰晶随空气运动到靠近翼型绕 流明显的区域时,空气阻力对冰晶的主要作用在于 对冰晶产生y方向的位移,使其沿翼型绕流。由于 考虑球度变化的冰晶阻力系数较小,在三者质量接 近的情况下,空气对冰晶在y方向的推动效应更 弱,故球度变化的冰晶表现出更差的随流性。相较 于来流总温5℃的流场,来流总温35℃的计算流场 较高的温度导致冰晶在运动过程中进入融化阶段, 球度和阻力系数显著变化,加速度变小,绕流离开 翼型性能变差,导致其撞击收集系数峰值及撞击范 围升高。

进一步,图8给出了3种情况下冰晶的运动轨 迹与撞击极限,以证明论述的合理性。

图 8(a)为同一释放位置释放3种不同计算条 件下的冰晶运动轨迹,图中球度变化的冰晶运动轨 迹更接近直线,而球度不发生变化的冰晶轨迹差距 很小,表现出更好的随流性。如图 8(b)所示,球度 变化的冰晶具有更大的撞击范围,而球度不变化的 冰晶撞击范围接近且明显小于球度变化的冰晶。 冰晶运动轨迹与撞击极限结果与上述分析相符。



3.2 来流速度及冰晶粒径影响

为研究来流速度以及粒径对冰晶状态的影响, 参照2.1节算例并设置来流总温为15℃,冰晶初始 温度为-10℃,来流速度分别为60、90和120m/s, 分别求解3种来流条件下撞击到驻点处粒径为 100、150、200、250和300 µm冰晶的质量、冰晶固态 水质量和融化率(定义为:某时刻冰晶固态水质量 与冰晶总质量的比值),结果如图9所示。

图 9(a)表明对于相同粒径的冰晶,随着来流 速度增大,冰晶融化率降低。这是由于冰晶在流场 中随空气运动,相对速度较小,增大来流速度对换 热系数的影响有限,而当来流速度增大时,冰晶与 空气发生传热传质的时间,即冰晶由释放到撞击的 时间大大缩短,故冰晶融化率降低。相较于粒径较 大的冰晶,由于冰晶质量较大,融化所需能量更大, 故在同一来流条件下粒径较小的冰晶融化率更大。

如图 9(b, c),相较于粒径更大的冰晶,粒径较 小的冰晶相对表面积更小,故运动过程中损失的质 量更小,但由于其总质量较小,融化所需能量更小, 故其融化率更高。



3.3 来流温度影响

图 10 为来流速度均为 60 m/s,冰晶粒径为 150 μm,来流总温分别为-5、5、15、25 和 35 ℃下冰 晶的质量及融化率柱状-折线图。对比总温为 -5℃和5℃的算例,由于直到撞击到壁面两者冰 晶温度均低于融化温度,仅存在升华作用,质量损 失均很小,冰晶均为固态,故固态水质量与冰晶总 质量相等,融化率为0,5℃算例中驻点处的冰晶温 度更高。随着来流温度的进一步提高,冰晶开始融 化,从空气中获得的能量将使得冰晶融化及蒸发。 流场温度越高,蒸发与融化越强烈,冰晶损失质量 越大,融化率越高,冰晶固态水质量越低。



Fig.10 Ice crystal mass and melting rate at different temperatures

4 结 论

本文基于NNWICE平台发展了在拉格朗日框 架下计算冰晶撞击收集系数的蒙特卡洛方法,采用 该方法求解冰晶运动方程,获得了文献中的典型工 况下NACA0012 翼型的冰晶局部撞击收集系数, 并通过求解运动——传热传质耦合方程获得了考 虑相变影响的不同来流总温下的冰晶局部水撞击 收集系数,对比分析数值结果得到以下结论:

(1)通过将本文计算结果与典型工况下的冰晶局部撞击收集系数实验结果进行对比,证明了蒙特 卡洛方法计算冰晶局部撞击收集系数的有效性。

(2)对比了同一工况下采用Haider、Ganser和 Hölzer阻力模型得到的冰晶局部撞击收集系数,结 果表明考虑冰晶横向球度的阻力模型计算结果更 理想。

(3)建立了冰晶运动、传热传质耦合计算方法, 验证了相变过程对冰晶运动轨迹和冰晶局部撞击 收集系数的影响,在冰晶等效粒径变化不大的情况 下,冰晶球度变化将会对冰晶运动轨迹与撞击收集 系数产生显著影响。

参考文献:

- [1] MASON J, STRAPP W, CHOW P. The ice particle threat to engines in flight[C]//Proceedings of the 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, Nevada: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.
- [2] OLIVER M. Ice crystal icing engine testing in the NASA glenn research center's propulsion systems laboratory: Altitude investigation [J]. SAE International Journal of Aerospace, 2015, 8(1): 33-37.
- [3] 袁庆浩,樊江,白广忱.航空发动机内部冰晶结冰研 究综述[J].推进技术,2018,39(12):2641-2650.
 YUAN Qinghao, FAN Jiang, BAI Guangchen. Review of ice crystal icing in aero-engines[J]. Advancing Technology, 2018, 39(12): 2641-2650.
- [4] BIDWELL C, RIGBY D. Ice particle analysis of the honeywell ALF502 engine booster [C]//Proceedings of SAE 2015 International Conference on Icing of Aircraft, Engines, and Structures. [S.I.]: SAE, 2015.
- [5] JORGENSON P C E, VERES J P, WRIGHT W B, et al. Engine icing modeling and simulation (Part I): Ice crystal accretion on compression system components and modeling its effects on engine performance
 [C]//Proceedings of SAE 2011 International Conference on Aircraft and Engine Icing and Ground Deicing.
 [S.I.]: SAE, 2011.
- [6] VILLEDIEU P, TRONTIN P, CHAUVIN R. Glaciated and mixed phase ice accretion modeling using ONERA 2D icing suite[C]//Proceedings of the 6th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference. Atlanta, GA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014.
- [7] 沈浩,韩冰冰,张丽芬.航空发动机中冰晶结冰的研究进展[J].实验流体力学,2020,34(6):1-7.
 SHEN Hao,HAN Bingbing,ZHANG Lifen. Research progress of the ice crystal icing in aero-engine
 [J]. Experimental Fluid Mechanics, 2020, 34(6):1-7.
- [8] 卜雪琴,李皓,黄平,等.二维机翼混合相结冰数值 模拟[J].航空学报,2020,41(12):200-210.
 BU Xueqin, LI Hao, HUANG Ping, et al. Numerical simulation of mixed-phase icing on two-dimensional airfoil[J]. Journal of Aeronautics, 2020, 41(12):200-210.
- [9] 郭向东,胡站伟,丁亮,等.大型结冰风洞中冰晶热/ 力平衡特性数值研究[J].航空动力学报,2022,37
 (3):478-491.

GUO Xiangdong, HU Zhanwei, DING Liang, et al. Numerical investigation of thermal and mechanical equilibrium characteristics of ice crystal in large icing wind tunnel[J]. Journal of Aerodynamics, 2022, 37 (3): 478-491.

- [10] PITTER R L, PRUPPACHER H R, HAMIELEC A E. A numerical study of viscous flow past a thin oblate spheroid at low and intermediate Reynolds numbers[J]. Journal of the Atmospheric Sciences, 1973, 30(1): 125-134.
- [11] HAIDER A, LEVENSPIEL O. Drag coefficient and terminal velocity of spherical and nonspherical particles[J]. Powder Technology, 1989, 58(1): 63-70.
- [12] GANSER G H. A rational approach to drag prediction of spherical and nonspherical particles[J]. Powder Technology, 1993, 77(2): 143-152.
- [13] HÖLZER A, SOMMERFELD M. New simple correlation formula for the drag coefficient of non-spherical particles[J]. Powder Technology, 2008, 184(3): 361-365.
- [14] IULIANO E, MONTREUIL E, NORDE E, et al. Modelling of non-spherical particle evolution for ice crystals simulation with an Eulerian approach[C]// Proceedings of SAE 2015 International Conference on Icing of Aircraft, Engines, and Structures. [S.1.]: SAE, 2015.
- [15] TRONTIN P, BLANCHARD G, VILLEDIEU P. A comprehensive numerical model for mixed-phase and glaciated icing conditions[C]//Proceedings of the 8th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference. Washington D C: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2016.
- [16] NORDE E, VAN DER WEIDE E T A, HOEIJ-MAKERS H W M. Eulerian method for ice crystal icing[J]. AIAA Journal, 2018, 56(1): 222-234.
- [17] ZHANG L, LIU Z, ZHANG M. Numerical simulation of ice accretion under mixed-phase conditions [J].
 Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2016, 230(13): 2473-2483.
- [18] NILAMDEEN S, HABASHI W G. Multiphase approach toward simulating ice crystal ingestion in jet engines [J]. Journal of Propulsion and Power, 2011, 27 (5): 959-969.
- [19] RÍOS M, CHO Y. Analysis of ice crystal ingestion as a source of ice accretion inside turbofans[C]//Proceedings of the 38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit. Seattle, Washington, D C: American Insti-

tute of Aeronautics and Astronautics, 2008.

- [20] NILAMDEEN S, HABASHI W, AUBÉ M, et al. FENSAP-ICE: Modeling of water droplets and ice crystals[C]//Proceedings of the 1st AIAA Atmospheric and Space Environments Conference. San Antonio, Texas: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2009.
- [21]任靖豪,易贤,王强,等.复杂构型水滴收集率的拉格朗日计算方法[J].航空动力学报,2020,35(12): 2553-2561.
 REN Jinghao, YI Xian, WANG Qiang, et al. Lagrangian simulation method of droplet collection efficiency for complex configuration[J]. Journal of Aerodynamics, 2020, 35(12): 2553-2561.
- [22] LOU D, HAMMOND D W. Heat and mass transfer for ice particle ingestion inside aero-engine[J]. Journal of Turbomachinery, 2011, 133(3): 031021.
- [23] HAMMERSLEY J M, HANDSCOMB D C. Monte Carlo methods[M]. Dordrecht: Springer Netherlands, 1964.
- [24] WRIGHT W. A summary of validation results for LE-WICE 2.0 [C]//Proceedings of the 37th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, NV, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999.
- [25] 易贤,桂业伟,朱国林.飞机三维结冰模型及其数值 求解方法[J]. 航空学报, 2010, 31(11): 2152-2158.
 YI Xian, GUI Yewei, ZHU Guolin. Numerical method of a three-dimensional ice accretion model of aircraft
 [J]. Journal of Aeronautics, 2010, 31(11): 2152-2158.
- [26] TRONTIN P, BLANCHARD G, KONTOGI-ANNIS A, et al. Description and assessment of the new ONERA 2D icing suite IGLOO2D[C]//Proceedings of the 9th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference. Denver, Colorado: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017.
- [27] HAMED A, DAS K, BASU D. Numerical simulations of ice droplet trajectories and collection efficiency on aero-engine rotating machinery[C]//Proceedings of the 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, Nevada: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005.

(编辑:胥橙庭)