

DOI:10.16356/j.1005-2615.2023.01.011

## 考虑瞬态特性的无人机自适应容错控制设计

吴鸣宇, 姚雪莲, 杨艺, 刘宇飞

(江苏理工学院机械工程学院, 常州 213001)

**摘要:** 针对固定翼无人机纵向轨迹跟踪控制问题, 基于反馈线性化和模型跟随控制设计基础控制器, 实现无故障情况下闭环系统的稳定和轨迹渐近跟踪控制。考虑固定翼无人机的执行器可能发生不同类型及大小的故障, 分别针对各种不同故障模式设计与之对应的补偿控制器。为综合解决执行器故障的多重不确定性问题, 采用加权融合与自适应控制相结合的方式设计综合控制器结构, 并对与故障相关的控制器参数进行估计。最后, 通过在基础控制器设计中添加  $H_\infty$  补偿项, 以抑制故障补偿控制器参数估计误差对闭环系统输出跟踪性能造成的不利影响。理论分析和仿真结果表明, 所提出的控制方案不仅能保证闭环系统的稳定性, 而且在发生不确定执行器故障的情况下, 固定翼无人机姿态控制系统输出能渐近跟踪给定的参考模型输出, 通过设计适当的  $H_\infty$  补偿器参数可以改善故障补偿控制过程中的瞬态性能。

**关键词:** 固定翼无人机; 执行器故障; 反馈线性化; 自适应控制; 瞬态性能

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1005-2615(2023)01-0089-11

## Adaptive Fault-Tolerant Control Design for UAVs Based on Transient Characteristics

WU Mingyu, YAO Xuelian, YANG Yi, LIU Yufei

(College of Mechanical Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou 213001, China)

**Abstract:** To solve the longitudinal trajectory tracking control problem of fixed-wing unmanned aerial vehicles (UAVs), a basic controller is designed based on the feedback linearization and the model following control to achieve closed-loop system stability and trajectory asymptotic tracking control under normal conditions. Since the actuator of fixed wing UAVs may have different types and severities of faults, compensation controllers are designed according to different fault modes. In order to solve the multiple uncertainties of actuator faults comprehensively, an integrated controller structure is designed by combining the weighted fusion and the adaptive control, and the parameters of the controller related to the faults are estimated. Finally,  $H_\infty$  compensation is added to the basic controller design to suppress the negative influence of the parameter estimation error of fault compensation controller on the output tracking performance of the closed-loop system. Theoretical analysis and simulation results show that the proposed control scheme not only can guarantee the stability of the closed-loop system. Under the condition of actuator failures, the output of attitude control system of fixed wing UAVs can asymptotically track the output of a given reference model, and the transient performance during fault compensation control can be improved by designing proper parameters of  $H_\infty$  compensator.

**基金项目:** 国家自然科学基金(61903165); 江苏省研究生科研与实践创新计划项目(XSJCX20\_21, XSJCX21\_50); 江苏省大学生创新创业训练计划项目(202111463012Z)。

**收稿日期:** 2022-09-23; **修订日期:** 2022-11-10

**通信作者:** 姚雪莲, 女, 副教授, E-mail: xuelian\_yao@126.com。

**引用格式:** 吴鸣宇, 姚雪莲, 杨艺, 等. 考虑瞬态特性的无人机自适应容错控制设计[J]. 南京航空航天大学学报, 2023, 55(1): 89-99. WU Mingyu, YAO Xuelian, YANG Yi, et al. Adaptive fault-tolerant control design for UAVs Based on transient characteristics[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(1): 89-99.

**Key words:** fixed wing UAV; actuator failure; feedback linearization; adaptive control; transient performance

固定翼无人机作为一种新型的航空器,不可避免会出现各种执行器故障和传感器故障。为了提高无人机的可靠性,容错控制设计是一个值得研究的领域<sup>[1]</sup>。

为了保证无人机在多故障下的跟踪性能<sup>[2-7]</sup>,研究人员提出了许多具有良好成效的故障检测(Fault detection diagnosis, FDD)和容错控制(Fault-tolerant computing, FTC)方法。文献[8]针对固定翼无人机在各种不确定情况下,提出了具有鲁棒性的飞行控制系统设计方案,该控制系统由一个标准反馈控制器和一个不确定性补偿控制器构成。在文献[8]的基础上,文献[9]利用反馈线性化和非线性动态逆技术对固定翼无人机非线性动态系统模型设计了一个非线性鲁棒控制器,最终使固定翼无人机具有令人满意的飞行性能。

正如文献[10]中指出,在设计固定翼无人机模型时,纵向运动模型的俯仰角速率不仅仅与俯仰力矩有关,还受到发动机推力的影响。实际的发动机推力方向与机身指向存在一定的角度,重心对推力线也存在垂距,所以升降舵和发动机推力对俯仰姿态角都有着控制作用。由此可知,发动机的推力对固定翼无人机的影响是不可以忽略的。在此之前,一些针对固定翼无人机设计的容错控制器,采用了相对理想的固定翼无人机运动模型,模型的精确性有所降低。基于理想模型设计的容错控制器应用于实际模型时会出现偏差,无法达到预想的控制效果。本文所应用的固定翼无人机纵向运动学模型更贴合实际,与理想的运动学模型相比更精确。正是因为升降舵的力矩和发动机的推力共同作用于俯仰姿态角,所以在一个发生故障时,可以通过另一个补偿其对姿态角的不良影响。

虽然部分基于自适应算法设计的容错控制策略能够有效地解决故障的不确定性问题,并具有良好的稳态性能,但仍可能出现不太令人满意的瞬态性能。瞬态性能也是衡量系统性能的重要指标。改善自适应控制算法应用过程中的瞬态性能研究受到广泛关注<sup>[11-12]</sup>。其中,模型参考自适应控制(Model reference adaptive control, MRAC)是一种迫使被控系统跟踪参考模型期望响应的控制方法,它具有实现被控系统渐近输出跟踪、结构简单且易于实现、物理意义明确等优点。为了改善MRAC应用过程中的瞬态性能,文献[13-14]分别将模糊逻辑和遗传算法与MRAC相结合,通过实验证明其有效性,但缺乏详细的理论依据。未知

的执行器故障会给系统带来不确定性,因为无论采用哪种自适应控制方案,参数估计误差都是不可避免的。

针对固定翼无人机的姿态跟踪控制系统,考虑其实际飞行过程中可能发生未知的执行器故障,提出一种基于反馈线性化和模型参考自适应控制相结合的直接自适应容错控制方案,并添加 $H_\infty$ 补偿项来改善故障补偿过程中的瞬态性能。该方案能够综合解决执行机构故障模式、故障值和故障时间,无需额外的故障检测设计。本文的主要贡献如下:

(1)与现有的针对固定翼无人机容错控制设计的研究<sup>[15-18]</sup>相比,本文从更加实际的固定翼无人机纵向运动学模型出发,控制器更加贴合实际的飞行作业。

(2)与部分已有关于固定翼无人机的自适应容错控制设计不同,本文进一步考虑固定翼无人机执行器故障补偿设计中的瞬态性能问题。采用性能指标评价系统瞬态性能提升度,并确定 $H_\infty$ 补偿项在改进的MRAC系统中的权重。

(3)与基于多模型自适应控制的固定翼无人机容错控制策略相比,所设计的控制方法在无需对不同控制器进行切换的情况下,通过多控制器融合实现一个综合控制器解决多种故障情况,避免了切换导致的不稳定问题。

与文献[19-21]中改善MRAC应用过程中瞬态性能的方法相比,本文考虑的问题更加深入。控制方案首先将改进的MRAC与直接自适应容错控制设计相结合,以提高容错控制过程中的瞬态优化能力,对固定翼无人机容错控制设计中的瞬态和稳态的性能进行了详细的理论分析和仿真研究。

## 1 系统模型和问题描述

本节首先介绍了刚性固定翼系统的模型和一些基本概念,描述相关的控制问题。

### 1.1 固定翼无人机姿态运动学

固定翼无人机系统的纵向运动学模型为

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{T \cos \alpha - D - G \sin \gamma_m}{m} \\ \dot{\gamma}_m = \frac{T \sin \alpha + L - G \cos \gamma_m}{mV} \\ \dot{\theta} = q \\ \dot{q} = \frac{M^a + Tz_T}{I_y} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $V$  为飞行速度,  $\gamma_m$  为航迹角,  $\alpha$  为迎角,  $q$  为俯仰角速率,  $\theta$  为俯仰角,  $T = T(V, \rho, \delta_T)$  为推力,  $z_T$  为重心对推力线的垂距,  $L = L(V, \rho, \alpha, \delta_e)$  为升力,  $D = D(V, \rho, \alpha)$  为阻力,  $M^a = M^a(V, \rho, \alpha, \delta_e, \dot{\alpha}, q)$  为俯仰力矩,  $\delta_T$  为油门开度,  $\delta_e$  为升降舵角度。

空气密度为常值, 将力与力矩线性化后, 固定翼无人机的纵向运动模型为

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{1}{m} [(T_0 + T_V V + T_{\delta_T} \delta_T) \cos \alpha - D_0 - D_V V - D_\alpha \alpha - G \sin \gamma_m] \\ \dot{\gamma}_m = \frac{1}{mV} [(T_0 + T_V V + T_{\delta_T} \delta_T) \sin \alpha + L_0 + L_V V + L_\alpha \alpha - G \cos \gamma_m + L_{\delta_e} \delta_e] \\ \dot{\theta} = q \\ \dot{q} = \frac{1}{I_y} [M_0^a + M_V^a V + M_\alpha^a \alpha + M_{\delta_e}^a \delta_e + M_\alpha^a \dot{\alpha} + M_q^a q + (T_0 + T_V V + T_{\delta_T} \delta_T) z_T] \end{cases} \quad (2)$$

由  $T_0 = D_0$ ,  $\gamma_m = \theta - \alpha$ , 飞行加速度可化简为

$$\dot{V} = \frac{T_V - D_V}{m} V - \left( \frac{D_\alpha}{m} - g \right) \alpha - g \theta + \frac{T_{\delta_T}}{m} \delta_T \quad (3)$$

对于基准运动, 固定翼的升力与重力等值反向, 迎角与俯仰角重合, 即  $L_0 = G$ ,  $\theta = \alpha$ ,  $\cos \gamma = 1$ , 则可得迎角速率

$$\dot{\alpha} = -\frac{L_\alpha}{mV_0} \alpha - \frac{L_V}{mV_0} V + q - \frac{L_{\delta_e}}{mV_0} \delta_e \quad (4)$$

由  $M_0^a = -T_0 z_T$  得俯仰角速率的微分为

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{M_V^a + T_V z_T}{I_y} V + \frac{M_\alpha^a}{I_y} \dot{\alpha} + \frac{M_\alpha^a}{I_y} \alpha + \\ &\quad \frac{M_q^a}{I_y} q + \frac{M_{\delta_e}^a}{I_y} \delta_e + \frac{T_{\delta_T} z_T}{I_y} \delta_T \end{aligned} \quad (5)$$

定义  $x = [V, \gamma_m, q, \theta]^T$  为状态向量,  $u = [\delta_T, \delta_e]^T$  为输入信号, 将固定翼无人机纵向运动控制系统(1)改写为

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u(t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (6)$$

式中

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{T_V - D_V}{m} V - \left( \frac{D_\alpha}{m} - g \right) \alpha - g \theta \\ -\frac{L_\alpha}{mV_0} \alpha - \frac{L_V}{mV_0} V + q \\ q \\ \frac{M_V^a + T_V z_T}{I_y} V + \frac{M_\alpha^a}{I_y} \dot{\alpha} + \frac{M_\alpha^a}{I_y} \alpha + \frac{M_q^a}{I_y} q \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} \frac{T_{\delta_T}}{m} & 0 \\ 0 & -\frac{L_{\delta_e}}{mV_0} \\ 0 & 0 \\ \frac{T_{\delta_T} z_T}{I_y} & \frac{M_{\delta_e}^a}{I_y} \end{bmatrix}$$

$$h(x) = q$$

## 1.2 控制问题

本研究主要针对固定翼无人机控制系统中不确定性执行器故障的问题。典型的执行器故障可表示为

$$u_j(t) = \bar{u}_j(t) = \bar{u}_{j0} + \sum_{i=1}^{q_j} \bar{u}_{ji} f_{ji}(t) \quad t \geq t_j \quad (7)$$

式中: 一些不确定的故障指标  $j \in \{1, 2\}$ , 故障的瞬时时间  $t_j > 0$ ,  $\bar{u}_{j0}, \bar{u}_{ji}$  代表未知的故障值, 已知的有界信号  $f_{ji}(t), i = 1, 2, \dots, q_j$ 。

**注 1** 对于时变的执行器故障, 一种情况是故障模型可参数化, 这时可通过故障模型(7) ( $\bar{u}_{ji} f_{ji}(t) = \bar{u}_{ji} \sin \omega_{ji} t$ ) 中已知系数  $\omega_{ji}$  来表示; 另一种情况是故障模型不可参数化, 这种情况下利用参数化模型  $f_{ji}(t)$  (如泰勒函数或神经网络) 对  $\omega_{ji}$  进行非线性逼近从而实现近似补偿。而对于逼近误差则不可避免地对系统性能造成影响, 因此可以通过 MRAC 中的  $H_\infty$  补偿项改善逼近误差对系统的影响。

为进一步分析, 式(7)可改写为

$$\bar{u}_j(t) = \theta_j^T \bar{\omega}_j(t) \quad (8)$$

式中:  $\theta_j = [\bar{u}_{j0}, \bar{u}_{j1}, \dots, \bar{u}_{jq_j}]^T \in \mathbb{R}^{q_j+1}$ ,  $\bar{\omega}_j(t) = [1, f_{j1}(t), \dots, f_{jq_j}(t)]^T \in \mathbb{R}^{q_j+1}$ 。具体的, 故障模型(7)可以描述固定翼无人机系统中常见的卡死故障、完全故障和时变故障<sup>[1]</sup>。

在执行器可能出现故障的情况下, 系统的实际输入矢量  $u(t)$  可以描述为

$$u(t) = (I - \sigma(t))v(t) + \sigma(t)\bar{u}(t) \quad (9)$$

式中:  $v(t) = [v_1(t), v_2(t)]^T$  是设计的控制输入,  $\bar{u}(t) = [\bar{u}_1(t), \bar{u}_2(t)]^T$  是执行器的故障信号。执行器故障模式的对角阵为  $\sigma(t) = \text{diag}\{\sigma_1(t), \sigma_2(t)\}$ ,  $\sigma_i(t) = 1$  表示第  $i$  个执行器故障, 否则  $\sigma_i(t) = 0$ 。

对于两输入一输出的固定翼无人机姿态跟踪控制系统, 为了实现系统输出  $y(t) = q$  对于任意指令的渐近跟踪, 本设计中至多允许一个未知执行器发生故障, 可补偿的故障模式为  $\sigma_{(1)} = \text{diag}\{0, 0\}$ ,  $\sigma_{(2)} = \text{diag}\{1, 0\}$  和  $\sigma_{(3)} = \text{diag}\{0, 1\}$ 。为详细描述执行器故障补偿的设计过程, 本设计分别针对以下两种故障情况设计控制器。

$$\sigma_{(1)} = \text{diag}\{0, 0\}, \sigma_{(2)} = \text{diag}\{1, 0\} \quad (10)$$

需要指出的是,针对上述两种故障模式的容错控制设计可以推广用于解决故障情况  $\sigma_{(3)} = \text{diag}\{0, 1\}$ 。

### 1.3 反馈线性化

结合反馈线性化理论,令本文固定翼系统(1)的平衡点是  $x_0 = [0, 0, 0, 0]^T$ ,可以得到相对阶  $\rho = 2$ ,状态维度  $n = 4$ 。

对于本文两输入一输出系统,可以将式(6)改写为

$$\dot{y} = L_f^2 h(x) + A(x)u \quad (11)$$

因为  $\rho < n$ ,所以可以在  $x_0$  邻域内进行坐标变换,使系统(6)仅进行部分反馈线性化。令  $T_c(x) = [h(x), L_f^{\rho-1}h(x)]^T$  为光滑函数,存在一个光滑映射  $T_c(x) = [T_1(x), T_2(x)]^T$ ,构成微分同胚  $[\xi^T, \eta^T]^T = T(x) = [T_c(x)^T, T_z(x)^T]^T, \xi \in \mathbb{R}^2, \eta \in \mathbb{R}^2$ ,将系统(6)转化为具有零动态的线性系统

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 = L_f^2 h(x) + A(x)u \\ \dot{\eta} = \psi(\xi, \eta) \\ y = q \end{cases} \quad (12)$$

结合(9),系统(12)可表示为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 = L_f^2 h(x) + A(x)[(I - \sigma(t))v(t) + \sigma(t)\bar{u}(t)] \\ \dot{\eta} = \psi(\xi, \eta) \\ y = q \end{cases} \quad (13)$$

**假设1** 式(13)中  $\dot{\eta} = \psi(\xi, \eta)$  为零动态子系统,且是稳定的,则本文的固定翼无人机控制系统(1)可视为最小相位系统。

非线性反馈控制律:在非线性系统(6)的系统参数和故障参数可达到的条件下,反馈线性化设计可以产生理想的控制器。由式(11)可得

$$\dot{y} = L_f^2 h(x) + A(x)u \quad (14)$$

设计控制信号

$$A(x)u = W_d = -L_f^2 h(x) + u_L \quad (15)$$

式中:  $W_d$  为闭环系统所选控制设计所产生的期望控制信号,  $u_L$  为所要设计的线性反馈控制律。

得到线性化系统方程

$$y^{(\rho)} = u_L \quad (16)$$

**引理1** 状态反馈  $H_\infty$  最优控制

考虑一个线性定常系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 F + B_2 u \\ z = C_1 x \\ y = C_2 x \end{cases} \quad (17)$$

式中:  $x \in \mathbb{R}^{n_x}$  为系统状态,  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$  为控制输入信号,

$F \in \mathbb{R}^{n_f}$  为扰动输入信号,  $z \in \mathbb{R}^{n_z}$  为被控调节输出,  $y \in \mathbb{R}^{n_y}$  为可测输出。

**假设2** 矩阵  $(A, B_1)$  是稳定的;矩阵  $(A, C_2)$  是可观的;矩阵  $B_1$  是列满秩;矩阵  $C_2$  是行满秩;  $n_w \leq n_y \leq n_x$ 。

如果存在  $\epsilon < 0$ ,使得 Riccati 方程成立

$$A^T P + PA - \epsilon^{-1} P B_2 R^{-1} B_2^T P + \gamma^{-1} C_1^T C_1 + \epsilon S = 0 \quad (18)$$

式中:存在正定解  $P$ ,对称正定阵  $R \in \mathbb{R}^{n_w \times n_w}$ ,  $S \in \mathbb{R}^{n_z \times n_z}$ 。

存在状态反馈控制器  $u_s = -\left(\frac{1}{2\epsilon} R^{-1} B_2^T P\right)x$

可以稳定系统(17),扰动  $D$  与输出  $z$  之间的传递函数矩阵  $G_{Fz}(s)$  满足以下条件

$$\|G_{Fz}(s)\|_\infty < \gamma \quad (19)$$

对于任意的性能指标  $\gamma$ ,选择充分小的  $\epsilon$ ,从而使得  $H_\infty$  最优控制总是存在。

**引理2** 使  $z = H(s)F, H(s)$  的解均满足  $\text{Re}[s] \geq -\delta/2$ ,对于任意  $\delta \geq 0$  和  $d \in L^2$ ,可以得出

$$\|z_t\|_2^\delta \leq \|H(s)\|_\infty^\delta \|d_t\|_2^\delta \quad (20)$$

对于任意信号  $z: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,以及  $\delta \geq 0, t \geq 0$ ,

$\|z_t\|_2^\delta$  的定义为  $\|z_t\|_2^\delta \triangleq \left(\int_0^t e^{-\delta(t-\tau)} [z^T(\tau)z(\tau)] d\tau\right)^{\frac{1}{2}}$ 。

若  $H(s)$  是严格最优的传递函数,则

$$\|z(t)\| \leq \|H(s)\|_2^\delta \|F_t\|_2^\delta \quad (21)$$

若  $H(s)$  是一个  $n$  阶传递函数且稳定,则

$$\|z_t\|_\infty \leq 2n \|H(s)\|_\infty \|F\|_\infty \quad (22)$$

## 2 执行器故障补偿设计

在本节中,提出基于反馈线性化与改进直接自适应的执行器故障补偿控制器设计,通过设计合适的  $H_\infty$  补偿器,不仅可以实现系统的稳态控制目标,而且大大改善闭环系统的瞬态性能。

### 2.1 系统描述

本文所设计的故障补偿控制系统结构如图1所示。其中控制器是以模型参考自适应为基础,添加  $H_\infty$  补偿控制项。定义  $A(x)u = W_d$ ,设计出理想反馈控制信号  $W_d$ 。针对每种故障情况,分别设计与之对应的故障补偿控制器  $v_{(i)}(t)$ 。最后将多个独立的控制器融合成一个综合的控制信号  $v(t)$ ,通过对油门和升降舵的控制,以改变固定翼无人机纵向运动模型飞行姿态。

首先,构建由执行器不确定性引起的控制信号误差方程。若实际控制信号  $v(t)$  等于期望的控制信号  $v^*(t)$  (执行器故障参数已知情况下得到的控

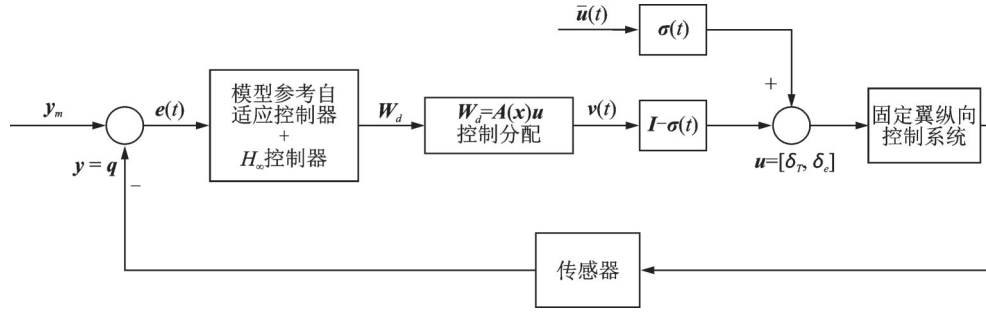


图 1 故障补偿控制系统结构图

Fig.1 Structure of fault compensation control system

制信号), 即  $v(t)=v^*(t)$ , 结合等式  $u^* \triangleq (I - \sigma)v^* + \sigma\bar{u}$ , 基础控制方程  $A(x)u(t) = W_d$  变为

$$A(x)u = W_d + A(x)(I - \sigma)(v - v^*) \quad (23)$$

式(15)代入式(23)可得

$$A(x)u = -L_f^p h(x) + u_L + A(x)(I - \sigma)(v - v^*) \quad (24)$$

且线性化系统  $\dot{y} = u_L$  可以表示为

$$\dot{y} = u_L + A(x)(I - \sigma)(v - v^*) \quad (25)$$

因此, 可将式(25)转换为下列传递函数形式

$$y = G_p(s)u_r = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)} [u_L + A(x)(I - \sigma)(v - v^*)] \quad (26)$$

式中:  $u_r = u_L + A(x)(I - \sigma)(v - v^*)$ , 参考模型为

$$y = W_m(s)r = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)} r \quad (27)$$

式中:  $Z_p(s)$ 、 $R_p(s)$ 、 $Z_m(s)$ 、 $R_m(s)$  分别为  $m_p$ 、 $n_p$ 、 $q_m$ 、 $p_m$  次的赫尔维茨多项式且首一,  $\rho = n_p - m_p = p_m - q_m = 2$ 。  $W_m(s)$  与  $G_p(s)$  的相对阶一致。

## 2.2 改进的模型参考自适应设计

为了实现上述控制目标, 可以构造如下的鲁棒模型参考自适应控制器

$$u_L = \theta^T \omega + c_0 r + u_c, c_0 = \frac{k_m}{k_p} \quad (28)$$

式中:  $\omega = [\omega_1^T, y]^T$ ,  $\theta = [\theta_1^T, \theta_2]^T$ ,  $\omega_1 = \frac{\alpha(s)}{\Lambda(s)} y$ ,

$\alpha(s) = [s^{n_p-2}, \dots, s, 1]$ ,  $\Lambda(s) = Z_m \lambda(s)$ ,  $\lambda(s)$  为  $n_p - q_m - 1$  次的赫尔维茨多项式且首一,  $\theta \in \mathbb{R}^{2n-1}$  是控制器参数向量, 其中  $u_c$  为待设计的瞬态性能补偿项。

$$\begin{cases} \dot{\xi} = (A_c - B_c K) \xi + B_c [A(x)(I - \sigma)(v - v^*) + u_c + c_0 r] \\ y = C_c \xi \end{cases} \quad (34)$$

式中:  $A_c \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $B_c \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ ,  $C_c \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$  是积分器链的标准形式,  $\xi = [\xi_1, \xi_2]^T$ 。

将状态空间中的参考模型(27)修改为

补偿项。

**注 2** 若所有的非线性系统参数  $\theta^* = [\theta_1^{*T}, \theta_2^*]^T$  已知, 标准的模型参考自适应控制器可以表示为  $u_L = \theta^{*T} \omega + c_0 r + u_c$ 。

对于给定的变换函数  $G_p(s)$ , 存在理想的参考值向量  $\theta^* = [\theta_1^{*T}, \theta_2^*]^T$ , 使下列匹配条件成立

$$\frac{c_0 k_p Z_p}{R_p - k_p Z_p \left( \frac{\alpha^T(s) \theta_1^*}{\Lambda(s)} + \theta_2^* \right)} = W_m(s) \quad (29)$$

两边同时乘以  $y$ , 结合方程  $R_p(s)y = K_p Z_p(s)u_r$ , 两边同时除以  $k_p Z_p$  可得

$$y = \frac{W_m(s)}{c_0} \left[ u_r - \frac{\theta_1^{*T} \alpha(s)}{\Lambda(s)} y - \theta_2^* y \right] \quad (30)$$

本文的故障补偿设计中假设固定翼无人机系统参数  $\theta^*$  已知, 仅考虑执行器故障信息未知, 则控制器  $u_L$  被设计为

$$u_L = \frac{\theta_1^{*T} \alpha(s)}{\Lambda(s)} y + \theta_2^* y + c_0 r + u_c - K_i \xi_i + c_0 r + u_c \quad (31)$$

式中:  $K_i = [K_{i1}, K_{i2}]$  是设计的控制器参数, 与  $\theta^*$  对应。

结合式(29, 30, 24)可得

$$A(x)u = -L_f^p h(x) + A(x)(I - \sigma)(v - v^*) - K_i \xi_i + c_0 r + u_c \quad (32)$$

线性化后的式(12)可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 = -K_i \xi_i + c_0 r + u_c + A(x)(I - \sigma)(v - v^*) \end{cases} \quad (33)$$

将式(33)表示为状态空间的标准形式

$$\begin{cases} \dot{\xi}_m = A_m \xi_m + B_m r \\ y = C_m \xi_m \end{cases} \quad (35)$$

式中:  $(A_m, B_m, C_m)$  为  $W_m(s)/c_0$  的最小实现,  $A_m =$

$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2 \times 2}, B_m = [0, 1]^T \in \mathbf{R}^{2 \times 1}, C_m = [1, 0] \in \mathbf{R}^{1 \times 2}$ 。误差可表示为  $e = \xi - \xi_m$ , 由此可得

$$\begin{aligned} \dot{e} &= (A_c - B_c K) \xi + \\ & B_c [A(x)(I - \sigma)(v - v^*) + u_c + c_0 r] - \\ & A_m \xi_m - B_m r \end{aligned} \quad (36)$$

如果控制器参数  $K$  被设置为满足  $A_c - B_c K = A_m, B_c c_0 = B_m$ , 可以得出

$$\begin{cases} \dot{e} = A_m e + \frac{B_m}{c_0} [A(x)(I - \sigma)(v - v^*) + u_c] \\ e_1 = C_m e \end{cases} \quad (37)$$

由系统模型(26,27)和控制器(29)可得

$$y = \frac{W_m}{c_0} [A(x)(I - \sigma)(v - v^*) + c_0 r + u_c] \quad (38)$$

**注3** 对于跟踪误差动力学(38)和输出动态(38), 可以发现控制器参数误差  $v - v^*$  对系统跟踪性能有较大影响。可以通过设计补偿器  $u_c$  作为  $H_\infty$  最优控制器来减小  $A(x)(I - \sigma)(v - v^*)$  对瞬态性能的影响。

式(37)可以看作式(17)的一种特殊形式。因此, 根据式(33)和引理1, 按照以下步骤为系统(35)设计瞬态性能补偿器  $u_c$ 。

**步骤1** 初始化  $\epsilon > 0, 0 < \gamma < \|W_m(s)/c_0\|_\infty$ , 分别选取正定矩阵  $S \in \mathbf{R}^{p_m \times p_m}, R \in \mathbf{R}^{q_m \times q_m}$ , 通过求解下面的 Riccati 方程

$$A_c^T P_c + P_c A_c - \epsilon^{-1} P_c B_c R^{-1} B_c^T P_c + \epsilon S + \gamma^{-1} C_c^T C_c = 0 \quad (39)$$

得到状态反馈增益

$$K_c = -\frac{1}{2\epsilon} R^{-1} B_c^T P_c \quad (40)$$

如果解不存在, 则减小  $\epsilon$  并重复上述步骤, 直到得到一个合适的解  $P_c = P_c^T > 0$ , 从而获得状态反馈增益。基于反馈增益构建  $H_\infty$  补偿器

$$u_c = K_c e \quad (41)$$

在  $A(x)(I - \sigma)(v - v^*)$  扰动衰减  $\gamma$  的情况下, 可以通过调试状态反馈增益  $K_c$  来保证闭环系统(37)的稳定性。

**步骤2** 减小  $\gamma$  值并返回步骤1, 直至获得满意的瞬态性能或者  $H_\infty$  补偿器达到最优。

**注4** 基于一种标准算法以确定 Riccati 方程正定解的存在性。从上述步骤中, 可以通过选择足够小的  $\epsilon$  得到  $H_\infty$  最优补偿器。然而, 它可能会导致状态反馈增益  $K_c$  过大, 从而使系统的稳定性下降。在实际工程中,  $H_\infty$  补偿器的设计通常采用折中的方法。通过接下来的理论分析和仿真验证可

知, 对于给定的  $0 < \gamma < \|W_m(s)/c_0\|_\infty$  的次最优  $H_\infty$  补偿器亦可以使系统获得满意的瞬态性能。

### 2.3 理想故障补偿控制器设计

所谓的理想故障补偿器指的是故障信息已知情况下的控制器  $v^*(t)$ 。本节首先基于已知的故障模式、故障值以及故障时间, 针对:(1)无执行器发生故障;(2)执行器  $u_1$  发生故障, 分别设计理想的补偿控制器  $v_{(1)}^*(t)$  和  $v_{(2)}^*(t)$ 。然后将这两个单独的补偿控制器融合成综合的补偿控制器  $v^*(t)$ , 从而可同时处理上述两种故障情况。

将固定翼无人机控制系统转化为线性系统(12), 由反馈线性化算法导出

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x) + A(x)[(I - \sigma)v + \sigma \bar{u}] \quad (42)$$

无故障情况下的控制器设计: 当系统在无故障情况下运行时, 对于任意  $t \geq 0$ ,  $u(t) = v(t)$ , 控制等式为  $A(x)v(t) = W_d(t)$ , 设计控制率  $v(t)$  为

$$v(t) = v_{(1)}^*(t) = h_{21}(x)v_{0(1)}^*(t) \quad (43)$$

选定的矩阵函数  $h_{21}(x) \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ , 使得  $A(x)h_{21}(x)$  非奇异,  $h_{21}(x)$  非唯一, 本文将  $h_{21}(x)$  设置为单位阵。

信号  $v_{0(1)}^*(t)$  从式(44)中获得

$$A(x)h_{21}(x)v_{0(1)}^* = W_d(t) \quad (44)$$

计算  $v_{0(1)}^*(t)$  为

$$v_{0(1)}^* = K_{21}(x)W_d(t) \quad (45)$$

式中:  $K_{21}(x) \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$ , 由于选取的  $h_{21}(x)$  非唯一的, 所以得到的  $K_{21}(x)$  也不是唯一的。

$u_1$  故障情况下的控制器设计: 当  $u_1 = \bar{u}_1$  时, 有  $u_2 = v_2$ ,  $A(x) = [A_1, A_2] \in \mathbf{R}^{1 \times 2}$ ,  $v = [v_1, v_2]^T \in \mathbf{R}^{2 \times 1}$ , 其中控制信号方程  $A(x)u(t) = W_d(t)$  可写成

$$A_1 \bar{u}_1(t) + A_2 v_2(t) = W_d(t) \quad (46)$$

在这种情况下, 将信号  $v_1$  设为  $v_1 = 0$ 。可以通过选择  $h_{22}(x) \in R$  来设置控制率  $v(t)$  为

$$v(t) = [v_1(t), v_2(t)]^T = v_{(2)}^*(t) = [0, v_2^*(t)]^T \quad (47)$$

$$v_2^*(t) = h_{22}(x)v_{0(2)}^*(t)$$

通过求解下列等式

$$A_1 \bar{u}_1(t) + A_2 h_{22}(x)v_{0(2)}^* = W_d(t) \quad (48)$$

计算  $v_{0(2)}^*(t)$  为

$$v_{0(2)}^*(t) = K_{22}(x)W_d(t) + K_{221}(x)\bar{u}_1(t) \quad (49)$$

式中:  $K_{22}(x) > 0$  和  $K_{221}(x) > 0$ 。

复合控制律: 本文定义了下列故障模式指标  $\chi_1^*$  和  $\chi_2^*$ , 分别对应于所考虑的两种故障模式  $\sigma_{(1)}$  和  $\sigma_{(2)}$

$$\chi_1^* = \begin{cases} 1 & \text{无故障} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}, \chi_2^* = \begin{cases} 1 & u_1 \text{故障} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (50)$$

由此得出一个复合控制律

$$v^*(t) = \chi_1^*(t)v_{(1)}^*(t) + \chi_2^*(t)v_{(2)}^*(t) \quad (51)$$

处理  $\sigma_{(1)}$  和  $\sigma_{(2)}$  的情况。

对于式(47)中的  $\mathbf{v}_2^*(t) = h_{22}\mathbf{v}_{0(2)}^*(t)$ , 式(51)中的  $\mathbf{v}_{0(2)}^*(t)$ , 可得出

$$\mathbf{v}_2^*(t) = h_{22}K_{22}\mathbf{W}_d(t) + h_{22}K_{221}\bar{\mathbf{u}}_1(t) \in R \quad (52)$$

对于式(8)中  $\bar{\mathbf{u}}_1(t)$ , 可以表示为

$$\bar{\mathbf{u}}_1(t) = \theta_1^{*T}\bar{\mathbf{w}}_1(t) = \bar{\mathbf{w}}_1^T(t)\theta_1^* \quad (53)$$

式中:  $\theta_1^* = [\bar{u}_{10}, \bar{u}_{11}, \dots, \bar{u}_{1q_1}]^T \in R^{q_1+1}$ ,  $\bar{\mathbf{w}}_1(t) = [1, f_{11}(t), \dots, f_{1q_1}(t)]^T \in R^{q_1+1}$ 。

因此, 可以表达为

$$\chi_2^*(t)\mathbf{v}_2^*(t) = h_{22}K_{22}\mathbf{W}_d\chi_2^*(t) + h_{22}K_{221}\bar{\mathbf{w}}_1^T\theta_1^*\chi_2^*(t) = \chi_2^*(t)h_{22}K_{22}\mathbf{W}_d(t) + \theta_{1(1)}^{*T}(t)\bar{\mathbf{w}}_1(t)\phi_2 \quad (54)$$

式中:  $\theta_{1(1)}^*(t) = \chi_2^*(t)\theta_1^*$ ,  $\phi_2 = h_{22}K_{221}$ 。

以同样的方式, 确定  $\mathbf{v}_{x(1)}(t)$ , 可以表示为

$$\chi_1^*(t)\mathbf{v}_{x(1)}^*(t) = h_{21}K_{21}\mathbf{W}_d\chi_1^*(t) = \text{diag}\{\chi_{1,1}^*(t), \chi_{1,2}^*(t)\}h_{21}K_{21}\mathbf{W}_d(t) \quad (55)$$

式中:  $\chi_{1,i}^*(t) = \chi_1^*(t)$ ,  $i = 1, 2$ 。

## 2.4 自适应执行器故障补偿设计

针对执行器故障信息未知的系统(13)设计了一种有效的自适应控制方案, 对执行器故障进行补偿控制。首先, 本文将理想故障补偿控制器通过其自适应估计构造在新的参数化框架下自适应故障补偿控制信号  $\mathbf{v}(t)$ 。然后, 利用李雅普诺夫函数设计自适应律在线更新故障补偿控制器  $\mathbf{v}(t)$  的估计参数。最后, 分析所设计的控制器性能, 证明闭环系统的稳定性和渐近跟踪性。

自适应控制器结构: 根据式(51)中的  $\mathbf{v}^*(t)$ , 可以得到自适应控制器的结构

$$\mathbf{v}(t) = \chi_1(t)\mathbf{v}_{x(1)}(t) + \chi_2(t)\mathbf{v}_{z(2)}(t) = \mathbf{v}_{x(1)}(t) + [0, \mathbf{v}_{z(2)}(t)]^T \quad (56)$$

根据式(54, 55), 可以推出

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{x(1)}(t) &\triangleq \text{diag}\{\chi_{1,1}(t), \chi_{1,2}(t)\}h_{21}K_{21}\mathbf{W}_d(t) \quad (57) \\ \mathbf{v}_{z(2)}(t) &\triangleq \chi_2(t)h_{22}K_{22}\mathbf{W}_d(t) + \theta_{1(1)}^T(t)\bar{\mathbf{w}}_1(t)\phi_2 \quad (58) \end{aligned}$$

式中:  $\chi_{1,i}(t)$ 、 $\chi_2(t)$ 、 $\theta_{1(1)}(t)$  分别为  $\chi_{1,i}^*(t)$ 、 $\chi_2^*(t)$ 、 $\theta_{1(1)}^*(t)$  的估计值。

控制误差方程: 由式(54~68)可得

$$\mathbf{v}(t) - \mathbf{v}^*(t) = \tilde{\mathbf{v}}_{x(1)}(t) + [0, \tilde{\mathbf{v}}_{z(2)}(t)]^T \quad (59)$$

误差状态方程:  $\mathbf{e} = [e_1, e_2]^T = [e_1, \dot{e}_1]^T$ ,  $e_1 = \mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_{1m} = \xi_1 - \xi_{1m}$ ,  $e_2 = \dot{\mathbf{y}}_1 - \dot{\mathbf{y}}_{1m} = \dot{\xi}_1 - \dot{\xi}_{1m}$ , 由此可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= A_m\mathbf{e} + \frac{B_m}{c_0} [A(x)(I - \sigma)(\mathbf{v} - \mathbf{v}^*) - \\ &\quad \frac{1}{2\epsilon} R_c^{-1} B_c^T P_c \mathbf{e}] \quad (60) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{e}_1 + \alpha_2 \dot{e}_1 + \alpha_1 e_1 &= \frac{1}{c_0} [(A(x)(I - \sigma)(\mathbf{v} - \mathbf{v}^*)) - \\ &\quad \frac{1}{2\epsilon} R_c^{-1} B_c^T P_c \mathbf{e}_1] \quad (61) \end{aligned}$$

如果  $\sigma = \sigma_{(1)} = \text{diag}\{0, 0\}$ , 结合式(57~59, 61), 则有

$$\begin{aligned} \ddot{e}_1 + \alpha_2 \dot{e}_1 + \alpha_1 e_1 &= \frac{1}{c_0} \left[ \sum_{i=1}^2 A_i(x) \tilde{\chi}_{1i} \mathbf{v}_{1i} + \right. \\ &\quad \left. A_2(x) \tilde{\chi}_2 \mathbf{v}_2 + A_2(x) \tilde{\theta}_{1(1)}^T \bar{\mathbf{w}}_1 \phi_2 \right] - \\ &\quad \frac{1}{c_0} \left[ \frac{1}{2\epsilon c_0} R_c^{-1} B_c^T P_c \mathbf{e}_1 \right] \triangleq \tilde{E}_1 \quad (62) \end{aligned}$$

如果  $\sigma = \sigma_{(2)} = \text{diag}\{1, 0\}$ , 结合式(57~59, 61), 可得

$$\begin{aligned} \ddot{e}_1 + \alpha_2 \dot{e}_1 + \alpha_1 e_1 &= \frac{1}{c_0} [A_2(x) \tilde{\chi}_{12} \mathbf{v}_{12} + \\ &\quad A_2(x) \tilde{\chi}_2 \mathbf{v}_2 + A_2(x) \tilde{\theta}_{1(1)}^T \bar{\mathbf{w}}_1 \phi_2] - \\ &\quad \frac{1}{c_0} \left[ \frac{1}{2\epsilon c_0} R_c^{-1} B_c^T P_c \mathbf{e}_1 \right] \triangleq \tilde{E}_2 \quad (63) \end{aligned}$$

式中:  $A(x) = [A_1(x), A_2(x)]$ ,  $\mathbf{v}_1 = h_{21}K_{21}\mathbf{W}_d = [\mathbf{v}_{11}, \mathbf{v}_{12}]^T$ ,  $\mathbf{v}_2 = h_{22}K_{22}\mathbf{W}_d$ 。

由式(62, 63), 可得固定翼无人机控制系统的状态误差方程

$$\dot{\mathbf{e}} = A_m\mathbf{e} + B_m\tilde{E}_k = A_m\mathbf{e} + B_m\tilde{E}_k \quad (64)$$

自适应律: 根据状态误差方程(64), 选取故障补偿器参数  $\chi_{1,i}(t)$ 、 $\chi_2(t)$  和  $\theta_{1(1)}(t)$  的自适应律为

$$\dot{\chi}_{1i}(t) = \begin{cases} -\frac{\gamma_{1i}}{c_0} e_P A_i \mathbf{v}_{1i} & i = 2 \\ -\frac{\gamma_{1i}}{c_0} e_P A_i \mathbf{v}_{1i} + f_{\chi_{1i}} & i = 1 \end{cases} \quad (65)$$

$$\dot{\chi}_2(t) = -\frac{\gamma_2}{c_0} e_P A_2 \mathbf{v}_2 \quad (66)$$

$$\dot{\theta}_{1(1)}(t) = -\frac{1}{c_0} \Gamma_1 e_P A_2 \bar{\mathbf{w}}_1 \phi_2 \quad (67)$$

式中:  $\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0$ ,  $\gamma_{1i} > 0$ ,  $\gamma_2 > 0$  是自适应增益,  $f_{\chi_{1i}}$

是投影算法。根据适应性律  $\dot{\chi}_{1i} = -\frac{\gamma_{1i}}{c_0} e_P A_i \mathbf{v}_{1i} + f_{\chi_{1i}}$ ,

可以推导出  $0 \leq \chi_{11} \leq 1$  和  $(\chi_{11} - \chi_{11}^*) f_{\chi_{11}} \leq 0$ 。因故障模式的不确定, 导致控制器参数在某些故障模式对应的李雅普诺夫函数中会有所缺失。为保证所有故障模式下的参数均有界, 本文采用了基于投影算法的自适应律。

## 2.5 性能分析

(1) 稳定性分析

① 对于时间段  $t \in [T_0, T_1)$ ,  $T_1 = \infty$ ,  $\sigma = \sigma_{(1)} = \text{diag}\{0, 0\}$ 。定义李雅普诺夫函数为  $V_0$

$$V_0 = \frac{1}{2} \left[ e^T P e + \sum_{i=1}^2 \tilde{\chi}_{1i}^2 \gamma_{1i}^{-1} + \tilde{\chi}_2^2 \gamma_2^{-1} + \tilde{\theta}_{1(1)}^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\theta}_{1(1)} \right] \quad (68)$$

通过对区间 $[T_0, T_1]$ 的 $V_0$ 求导,可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 = & \frac{1}{2} (A_m e)^T P e + \frac{1}{2} e^T P (A_m e) + \\ & \frac{1}{c_0} \left[ \sum_{i=1}^2 e_p A_i(x) \tilde{\chi}_{1i} v_{1i} + \right. \\ & \left. e_p A_2(x) \tilde{\chi}_2 v_2 + e_p A_2(x) \tilde{\theta}_{1(1)}^T \bar{\omega} \phi_2 \right] - \\ & \frac{1}{2\epsilon c_0} e^T P_c B_c R_c^{-1} B_c^T P_c e + \\ & \sum_{i=1}^2 \gamma_{1i}^{-1} \tilde{\chi}_{1i} \dot{\tilde{\chi}}_{1i} + \gamma_2^{-1} \tilde{\chi}_2 \dot{\tilde{\chi}}_2 + \tilde{\theta}_{1(1)}^T \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_{1(1)} \quad (69) \end{aligned}$$

式中: $e_p = e^T P, P = P_c$ .

将式(65~68)代入式(69),可得到

$$\dot{V}_0 = \frac{1}{2} e^T (A_m^T P_c + P_c A_m - \frac{1}{\epsilon} P_c B_m R_c^{-1} B_m^T P_c) e \quad (70)$$

$t \in [T_0, T_1]$

由引理1,可得

$$\dot{V}_0 = -\frac{1}{2} e^T (\gamma^{-1} C_m^T C_m + \epsilon S) e \leq 0 \quad (71)$$

由此可得, $e(t)$ 、 $W_d(t)$ 、 $\tilde{\chi}_{1i}(t)$  ( $i=1, 2$ )、 $\tilde{\chi}_2(t)$ 、 $\tilde{\theta}_{1(1)}(t)$ 均有界, $\dot{V}_0 \leq 0$ 表明 $e(t) \in L^2$ 。由式(57~59)可知 $v(t) \in L^\infty$ 。因此,闭环系统中的所有信号均有界。根据式(64)和有界的闭环信号,可得 $\dot{e}_1(t) \in L^\infty \cap L^2$ 。引用Barbalat定理可以得出 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} (y - y_m) = 0$ ,即输出误差随着时间的推移逐渐减小为零。

②如果执行器 $u_1$ 在时间段 $t \in (T_1, T_2)$ ,  $T_2 = \infty$ 发生故障,即 $\sigma = \sigma_{(1)} = \text{diag}\{1, 0\}$ ,定义一个李雅普诺夫函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} \left[ e^T P e + \tilde{\chi}_{1,2}^2 \gamma_{12}^{-1} + \tilde{\chi}_2^2 \gamma_2^{-1} + \tilde{\theta}_{1(1)}^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\theta}_{1(1)} \right] \quad (72)$$

通过对 $V_1$ 在区间 $(T_1, T_2)$ 求导,可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \frac{1}{2} (A_m e)^T P e + \frac{1}{2} e^T P (A_m e) + \\ & \frac{1}{c_0} [e_p A_2(x) \tilde{\chi}_{12} v_{12} + \\ & e_p A_2(x) \tilde{\chi}_2 v_2 + e_p A_2(x) \tilde{\theta}_{1(1)}^T \bar{\omega} \phi_2] - \\ & \frac{1}{2\epsilon c_0} e^T P_c B_m R_c^{-1} B_m^T P_c e + \\ & \gamma_{12}^{-1} \tilde{\chi}_{12} \dot{\tilde{\chi}}_{12} + \gamma_2^{-1} \tilde{\chi}_2 \dot{\tilde{\chi}}_2 + \tilde{\theta}_{1(1)}^T \Gamma_1^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_{1(1)} \quad (73) \end{aligned}$$

结合式(65~67)得到 $V_1$ 的导数为

$$\frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t} |e_1|^2 d\tau \leq \|W_m(s)\|_\infty^2 \left( \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t} |A(x)(I - \sigma)(v - v^*)|^2 d\tau \right) \leq \gamma^2 c \quad (80)$$

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{2} e^T (\gamma^{-1} C_m^T C_m + \epsilon S) e \leq 0 \quad (74)$$

综上所述,在这种执行器故障模式下运行,式(72)中的 $V_1$ 是有界的,且 $e(t)$ 、 $W_d(t)$ 、 $\tilde{\chi}_{1i}(t)$  ( $i=1, 2$ )、 $\tilde{\chi}_2(t)$ 、 $\tilde{\theta}_{1(1)}(t)$ 均有界。为了验证 $\tilde{\chi}_{11}(t)$ 是有界的,以投影算法为基础,设计的参数自适应律: $-\frac{\gamma_1}{c_0} e_p A_1(x) v_1 + f_{\tilde{\chi}_{11}}$  保证 $0 \leq \tilde{\chi}_{11}(t) \leq 1$ 。 $\dot{V}_1 \leq 0$ 表明 $e(t) \in L^2$ ,由式(57~59)可得 $v(t)$ 的有界性。因此,闭环系统中的所有信号均有界。由式(64)和有界闭环信号,可以得出 $\dot{e}_1(t) \in L^\infty$ ,基于Barbalat定理可以证明 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} (y - y_m) = 0$ 。

综上所述,可以得到以下定理。

**定理1** 基于输入状态稳定的零动态假设1,针对存在执行器故障(7)的非线性系统(6),所设计的控制器(56)和自适应律(65~67),使得闭环系统中所有信号有界且系统输出跟踪误差渐近为0,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} (y - y_m) = 0$ 。而对于可能发生不确定执行器故障(7)的固定翼无人机姿态控制系统(1),基于 $H_\infty$ 瞬态性能补偿器(41)及其参数自适应律(65~67)设计的控制器(59)能够保证固定翼无人机控制系统的稳定并能够渐近跟踪给定的信号。

## (2)瞬态性能分析

利用输出跟踪误差的 $L_\infty$ 标准和任意单位时间内的均方差标准来研究闭环系统的瞬态性能。

由式(37,40),可以得到如下输出跟踪误差动态方程

$$e_1 = \frac{W_m}{c_0} [A(x)(I - \sigma)(v - v^*)] \quad (75)$$

参考模型 $W_m(s)$ 的阶数为2,由引理2可得

$$\|e_1(t)\|_\infty \leq 2p_m \|W_m(s)\|_\infty \|A(x)(I - \sigma)(v - v^*)\| \quad (76)$$

由定理1,能够得到 $(v - v^*) \in L_\infty$ 。由引理1,可以证明 $W_m(s)$ 是稳定的

$$\|W_m(s)\|_\infty < \gamma \quad (77)$$

从而可以得到

$$\|e_1(t)\|_\infty \triangleq \sup_{t \geq 0} |e_1(t)| \leq \gamma c \quad (78)$$

式中常数 $c > 0$ 。根据

$$\int_{t_1}^{t_2} |H(s)x|^2 dt \leq \|H(s)\|_\infty^2 \int_{t_1}^{t_2} |x|^2 dt \quad (79)$$

可以得到



**定理 2** 对于改进的鲁棒模型参考自适应控制 (29),  $H_\infty$  补偿器的性能指标为  $\gamma$ , 系统 (27) 的输出跟踪误差  $e_1 = y - y_m$  满足以下不等式条件。

$$\|e_1(t)\|_\infty \leq \gamma c, \frac{1}{t} \int_t^{t_0+t} \|e_1(\tau)\|^2 d\tau \leq \gamma^2 c \quad (81)$$

根据定理 2, 闭环系统的瞬态特性与  $H_\infty$  补偿器的性能指标  $\gamma$  有关, 即  $\gamma$  值越小, 跟踪误差  $e_1$  越小, 则系统的瞬态性能就越好, 对于给定的  $0 < \gamma < \|W_m(s)/c_0\|_\infty$  的次最优  $H_\infty$  补偿器亦可以使系统获得满意的瞬态性能。

### 3 仿真验证

仿真参数参照文献 [22] 中所设。  $S_w = 56.95$ ;  $C_A = 0.98$ ;  $\rho = 0.737$  1;  $V_0 = 0.026$  6;  $m = 29$  800;  $g = 9.804$  8;  $I_y = 1$  744 700;  $C_{L_0} = 0.246$ ;  $C_{L_s} = 3.9$ ;  $C_{L_M} = 0.23$ ;  $C_{D_0} = 0.030$  6;  $C_{D_s} = 0.284$ ;  $C_{D_M} = 0.055$ ;  $C_{m_s} = -0.056$  2;  $C_{m_q} = -7.06$ ;  $C_{m_r} = -2.792$ ;  $C_{m_{\dot{r}}} = -0.065$  4;  $C_{L_{\delta_s}} = 1.365$ ;  $C_{m_{\delta_s}} = 0.146$  2;  $T_{\delta_r} = 80.57$ ;  $z_T = 0.205$ 。 则取微分同胚变换  $\xi = [x_3, x_4]^T$ ,  $\eta = [x_1 \cos x_2 - 2.04x_4, x_1 \sin x_2 + 4.96x_4]^T$ , 则系统零动态在平衡点附近渐近稳定, 从而得出该系统为最小相位系统。 系统的参考模型取为  $\frac{1}{s^2 + 6s + 18}$ , 参考输入信号  $r(t) = \sin 0.05t$ , 则  $A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -18 & -6 \end{bmatrix}$ 。

本文所提的容错控制方法能够综合解决  $\sigma_{(1)}$ ,  $\sigma_{(2)}$  和  $\sigma_{(3)}$  3 种情况, 为演示算法的有效性, 仿真部分考虑 3 种故障模式交替出现的情况, 即: 当  $0 < t \leq 100$  s 时, 系统无故障, 正常运行。 当  $100$  s  $\leq t < 200$  s, 发动机发生卡死故障, 即  $\bar{u}_1 = 0.1$  N·m, 在  $t = 200$  s 时发动机恢复正常, 该故障情况可视为实际运行中因为线路接触问题导致发动机出现间歇性故障。 当  $300$  s  $\leq t < 400$  s, 升降舵发生持续性的时变故障,  $\bar{u}_2 = 0.1 \sin 0.05t$  N·m。

参数  $Q$  取为单位矩阵, 则通过求解方程  $PA_d + A_d^T P = -I$ , 得到  $P = \begin{bmatrix} 30.53 & 1.2 \\ 0.5 & 0.02 \end{bmatrix}$ , 自适应参数  $\Gamma = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$ , 初始状态设为  $x(0) = [5, 0, 0.02, 0]^T$ ,  $K_c = 16.3$ ,  $R_c = 2$ ,  $\epsilon = 6$ ,  $\chi_{1i}(0) = \chi_{2i}(0) = \theta_{1(i)}(0) = 1$ 。

图 2 为经过瞬态优化的系统和未进行瞬态优化系统的输出信号  $y$  对比图, 在时间  $t = 100$  s 时, 发动机  $u_1$  发生卡死故障; 在时间  $t = 300$  s 升降舵  $u_2$  发生时变故障后, 由于自适应律的作用, 迅速对

执行器的输出进行补偿, 保证了系统的稳定性和跟踪性。

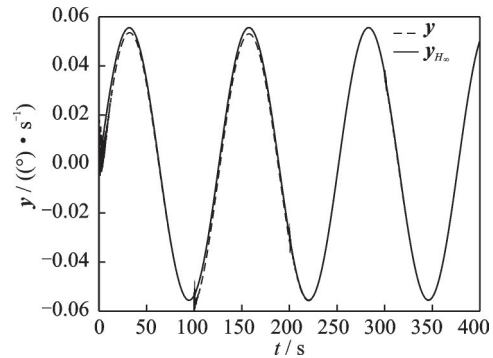


图 2 经瞬态优化与未经瞬态优化的输出信号  $y$  曲线对比图

Fig.2 Comparison of  $y$  curves of output signals with and without transient optimization

图 3 为经过瞬态优化的系统和未进行瞬态优化的系统的信号跟踪误差  $e$  对比图, 经过瞬态优化后系统相对更加稳定, 收敛更加迅速, 瞬时超调也大幅度的减小。

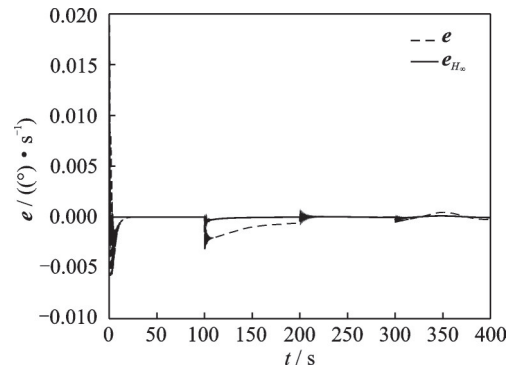


图 3 经瞬态优化与未经瞬态优化的输出跟踪误差  $e$  曲线对比图

Fig.3 Comparison of output tracking error  $e$  curves with and without transient optimization

图 4 为经过瞬态优化的系统的输入信号  $u$  以及系统状态  $x_1, x_2$  图。从图中可以看出  $u_1$  发生卡死故障时  $u_2$  迅速进行补偿,  $u_2$  发生时变故障时  $u_1$  迅速进行补偿。  $x_1, x_2$  表示了系统内部动态的响应过程, 可以看出系统内部动态稳定, 该系统为最小相位系统。

图 5 为经过瞬态优化的系统在不同的性能指标  $\gamma$  的情况下的输出信号对比图。由图可知,  $\gamma$  越大, 系统的总体性能相对较差。

由仿真图可以看出, 有  $H_\infty$  补偿器的系统比无  $H_\infty$  补偿器的系统更加稳定, 渐近跟踪效果更好, 故障补偿也更加迅速。

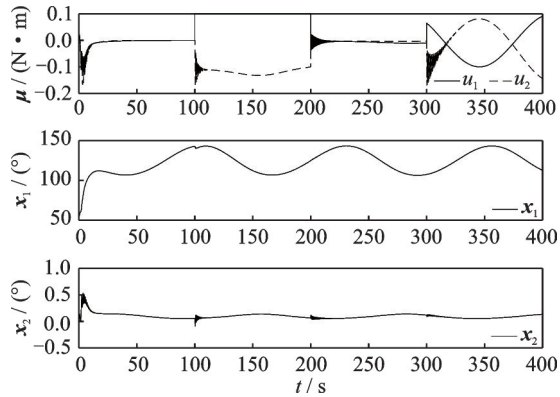


图4 瞬态优化系统的输入信号 $u$ 及系统状态 $x_1$ 、 $x_2$ 的曲线变化图

Fig.4 Curves of input signal  $u$  of the transient optimization system and system states  $x_1$  and  $x_2$

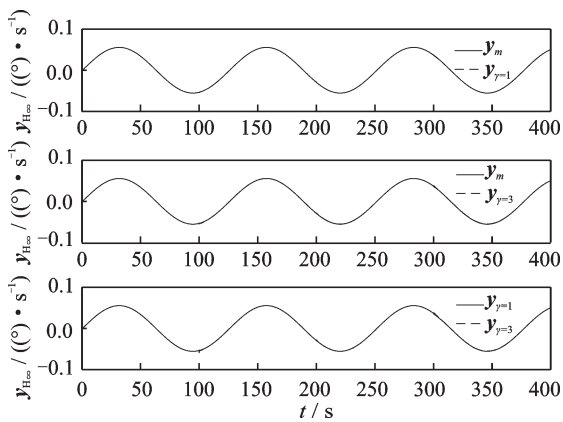


图5 不同 $\gamma$ 下的输出信号 $y$ 曲线对比图

Fig.5 Comparison of  $y$  curves of output signals under different  $\gamma$  conditions

## 4 结 论

针对具有不确定性执行器故障的固定翼无人机纵向姿态控制系统,提出了一种加入 $H_\infty$ 补偿器改进的自适应故障补偿控制方法,主要结论如下:

(1)基于实际的固定翼无人机运动模型进行自适应控制器的设计,使设计更加贴合实际的工程。

(2)将模型参考自适应控制与反馈线性化技术相结合设计出基础控制律,以实现在无故障情况下的闭环系统稳定和渐近跟踪。在模型参考自适应中引入 $H_\infty$ 补偿项,以优化瞬态性能。

(3)基于改进的基础控制器,针对各故障模式分别设计与之对应的故障补偿器,将多个控制器融合为一个综合控制器,以解决不同的故障模式。

(4)通过有、无故障条件下飞机控制的仿真分析,验证了所提理论方法的有效性以及瞬态性能的改进。该方法可推广应用于解决系统参数未知的固定翼无人机的故障补偿控制。

## 参考文献:

- [1] JIANG B, GAO Z, PENG S, et al. Adaptive fault-tolerant tracking control of near-space vehicle using Takagi-Sugeno fuzzy models[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2010, 18(5): 1000-1007.
- [2] 顾攀飞, 齐瑞云, 郭小平. 高超声速飞行器再入自适应容错制导控制一体化设计[J]. 南京航空航天大学学报, 2018, 50(6): 763-775.  
GU Pangfei, QI Ruiyun, GUO Xiaoping. Integrated design of adaptive fault-tolerant guidance and control for Hypersonic vehicle reentry[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 50(6): 763-775.
- [3] 周丹, 陈诚, 杜一鸣. 基于传感器偏置故障的无人机容错控制设计[J]. 科学技术创新, 2022(25): 135-140.  
ZHOU Dan, CHEN Cheng, DU Yiming. Fault-tolerant control design of UAV based on sensor bias fault[J]. Science and Technology Innovation, 2022(25): 135-140.
- [4] 姜斌, 赵静, 齐瑞云, 等. 近空间飞行器故障诊断与容错控制的研究进展[J]. 南京航空航天大学学报, 2012, 44(5): 603-610.  
JIANG Bin, ZHAO Jing, QI Ruiyun, et al. Research progress in fault diagnosis and fault tolerant control of near space vehicles[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 44(5): 603-610.
- [5] 黄喜元, 王青, 后德龙, 等. 基于模型参考自适应的高超声速飞行器容错控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2011, 43(S1): 50-54.  
HUANG Xiyuan, WANG Qi, HOU Delong, et al. Fault tolerant control of hypersonic vehicle based on model reference adaptive[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2011, 43(S1): 50-54.
- [6] 左来锋, 姚利娜. 基于未知输入观测器的四旋翼无人机故障诊断与模型参考容错控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2020, 52(6): 889-896.  
ZUO Laifeng, YAO Lina. Fault diagnosis and model reference fault-tolerant control of quadrotor UAV based on unknown input observer[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2020, 52(6): 889-896.
- [7] SUN H, LI S, SUN C. Robust adaptive integral-sliding-mode fault-tolerant control for airbreathing hypersonic vehicles[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part I Journal of Systems & Control Engineering, 2012, 226(10): 1344-1355.
- [8] MARRISO C I, STENGEL R F. Design of robust control systems for a hypersonic aircraft[J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 1998, 21(1): 58-63.

- [9] QIAN W, STENGEL R F. Robust nonlinear control of a hypersonic aircraft[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamic*, 2000, 23(1): 15-26.
- [10] 方振平. 飞机飞行动力学[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2005.  
FANG Zhenping. *Aircraft flight dynamics*[M]. Beijing: Beihang University Press, 2005.
- [11] DAVANIPOUR M, KHAYATIAN A, DEGHANI M. Transient performance improvement of model reference adaptive control: LMI-based resetting[J]. *International Journal of Adaptive Control & Signal Processing*, 2017, 32(2): 390-402.
- [12] LIU X, ZHANG M, WANG S. Adaptive region tracking control with prescribed transient performance for autonomous underwater vehicle with thruster fault[J]. *Ocean Engineering*, 2020, 196: 1-11.
- [13] KHANSADURAI A M, KRISHNASAMY V, THOTA KARUNAKARAN R. Improved transient performance of a fuzzy modified model reference adaptive controller for an interacting coupled tank system using real-coded genetic algorithm[J]. *International Journal of Chemical Engineering*, 2014(8): 1-9.
- [14] PRUSTY S B, PATI U C, MAHAPATRA K K. A novel fuzzy based adaptive control of the four tank system[C]//*Proceedings of the 3rd International Conference on Computer. Hooly, India: IEEE*, 2015.
- [15] 刘荣华, 刘树光, 王欢, 等. 无人机动态面自适应容错路径跟踪控制[J]. *飞行力学*, 2021, 39(5): 49-55.  
LIU Ronghua, LIU Shuguang, WANG Huan, et al. Adaptive fault-tolerant path tracking control of UAV dynamic surface[J]. *Flight Mechanics*, 2021, 39(5): 49-55.
- [16] 刘长义. 数据驱动的无人机容错控制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021.  
LIU Changyi. *Research on data-driven fault-tolerant control of UAV*[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021.
- [17] 张梅娟. 固定翼无人机自适应容错控制器设计[D]. 沈阳: 东北大学, 2015.  
ZHANG Meijuan. *Design of adaptive fault-tolerant controller for fixed wing UAV*[D]. Shenyang: Northeastern University, 2015.
- [18] 陈守员. 信息物理系统中无人机的安全控制及仿真[D]. 大连: 大连理工大学, 2021.  
CHEN Shouyuan. *Security control and simulation of UAV in information physics system*[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2021.
- [19] 李宇昊, 赵又群. 基于双层控制策略的四轮独立转向无人驾驶汽车路径跟踪[J]. *江苏大学学报(自然科学版)*, 2022, 43(4): 386-393.  
LI Yuhao, ZHAO Youqun. Path tracking of autonomous four-wheel independent steering vehicle based on two-layer control strategy[J]. *Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition)*, 2022, 43(4): 386-393.
- [20] 刘杰, 历飞雨. 基于弹性关节的二自由度机械臂建模与控制研究[J]. *机电工程*, 2022, 39(6): 846-853.  
LIU Jie, LI Feiyu. Research on modeling and control of 2-DOF manipulator based on elastic joint[J]. *Mechanical and Electrical Engineering*, 2022, 39(6): 846-853.
- [21] 王俊芳, 李岸. 基于MRAC的制孔末端执行器压脚力的控制研究[J]. *河南科技*, 2022, 41(6): 53-56.  
WANG Junfang, LI An. Research on foot pressure control of end-effector for hole making based on MRAC[J]. *Henan Science and Technology*, 2022, 41(6): 53-56.
- [22] 张绍杰. 一类非线性系统的若干控制问题研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2009.  
ZHANG Shaojie. *Research on some control problems of a class of nonlinear systems*[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009.

(编辑:张蓓)