

DOI:10.16356/j.1005-2615.2022.06.007

变质心共轴双旋翼无人机建模与反步滑模控制

吉思臣¹, 王司令¹, 阎坤¹, 任海鹏², 周洋¹

(1. 西安工业大学电子信息工程学院, 西安 710021; 2. 西安现代控制技术研究所, 西安 710065)

摘要: 针对共轴双旋翼无人机旋翼组件过于复杂, 导致旋翼控制系统可靠性较低的问题, 提出了一种依靠三轨变质心机构进行姿态控制的方案。推导了三轨变质心共轴双旋翼的运动模型和空气动力学模型, 并分析了不同滑块所处位置和质量占比情况下变质心无人机动力学特性。建立变质心无人机姿态控制系统的状态方程, 针对系统中的非线性和不确定性, 设计了基于反步滑模控制的姿态控制器。仿真实验表明, 所设计的控制器能够在含有外部扰动的工况下有效完成姿态跟踪任务, 具备较好的抗干扰能力。

关键词: 变质心控制; 共轴双旋翼无人机; 反步滑模控制; 非线性系统; 旋翼气动模型

中图分类号: V249.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2022)06-1056-09

Modeling and Backstepping Sliding Mode Control of Moving Mass-Actuated Coaxial Dual-Rotor UAVs

Ji Sichen¹, Wang Siling¹, Yan Kun¹, Ren Haipeng², Zhou Yang¹

(1. School of Electronic Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China; 2. Xi'an Modern Control Technology Research Institute, Xi'an 710065, China)

Abstract: A scheme of attitude control based on three-track moving mass-actuated mechanism is proposed for the problem that overcomplicated rotor components and low reliability of the coaxial dual-rotor unmanned aerial vehicle (UAV). The motion model and the aerodynamic model of the moving mass-actuated ducted coaxial dual-rotor UAV are derived. The dynamic characteristics of moving mass-actuated UAV (MAUAV) with different slider positions and mass ratios are analyzed. The state equation of the attitude control system for MAUAV is established. Aiming at the nonlinearity and uncertainty of the system, the attitude controller based on the backstepping sliding mode control is designed. Simulation results show that the designed controller can effectively complete the attitude tracking task under the condition of external disturbances, and has good anti-interference ability.

Key words: moving mass control; coaxial dual-rotor unmanned aerial vehicle (UAV); backstepping slide control; nonlinear system; rotor aerodynamic model

共轴双旋翼飞行器是一种依靠平衡上下旋翼产生的扭矩差实现偏航控制的飞行器^[1], 由于其操控性强、灵活性高的特点, 可在狭窄的空间进行垂直起降, 无需跑道或弹射架, 因此在农业、林业、多

媒体、交通管制、交通运输和其他民用和军用领域得到广泛应用, 特别是定点悬停和低速飞行的飞行特性使其在执行高精度查询任务^[2-3]时更具有优势。

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(62103315); 陕西省科技厅重点研发项目(2022GY-243); 陕西省教育厅专项(21JK0686); 陕西省技术创新引导专项(基金)计划(2022QFY01-16)。

收稿日期: 2022-05-05; **修订日期:** 2022-10-28

通信作者: 王司令, 男, 讲师, 硕士生导师, E-mail: bang7263@163.com。

引用格式: 吉思臣, 王司令, 阎坤, 等. 变质心共轴双旋翼无人机建模与反步滑模控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2022, 54(6): 1056-1064. Ji Sichen, Wang Siling, Yan Kun, et al. Modeling and backstepping sliding mode control of moving mass-actuated coaxial dual-rotor UAVs[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(6): 1056-1064.

当前,传统共轴双旋翼飞行器依靠旋翼的周期变距来改变旋翼升力在桨盘平面上的分布情况,从而改变机身所受合力和合力矩^[4],但这种控制方式存在一定的弊端。复杂的变距机构和旋转方向相反的上下旋翼造成了较快的机械磨损速度,这导致旋翼系统使用寿命低、更频繁的维护且维修成本高^[5]。同时,对于只进行下层旋翼周期变距的旋翼系统,下层旋翼更容易受上层旋翼的洗流作用^[6]影响,导致提供的前向推力更小,使无人机性能更差、续航时长更短。

综上,制约现有共轴双旋翼无人机进一步提高使用寿命、飞行续航和飞行性能的是旋翼系统在提供升力的同时还需要实现对机身整体的姿态控制,因此需要一种新型控制方案有效应对上述问题。

变质心控制针对这一问题提供了一种解决方案,这是依靠改变质心位置的姿态控制方法^[7]。这种控制方法最早用于再入飞行器的姿态控制^[8],后来在航天器、固定翼以及多旋翼的姿态控制中也得到了广泛的应用。Li等^[9]对变质心控制的发展与应用做了全面综述。变质心控制机构可完全置于飞行器内部,工作时不依赖气动力,因此它能减少机身所受空气阻力、提升续航时间。Erturk等^[10]将变质心控制应用于固定翼无人机的姿态控制,去除了机翼上的操纵舵,使姿态控制不依靠空气动力。Haus等^[11]使用变质心控制解决了燃料动力四旋翼无人机很难通过控制旋翼转速实现控制姿态,也证明了变质心控制在旋翼机上的可行性。Darvish-poor等^[12]使用LQR(Linear quadratic regulator)实现了变质心共轴双旋翼在俯仰和滚转通道上控制,且完成了8形轨迹跟踪,证明变质心控制对旋翼机具有足够高的可操作性。

本文为共轴双旋翼无人机提出了一种三轨变质心机构。变质心控制机构仅使用3个皮带-滚筒结构实现姿态控制,与4个轨道的方案^[12]相比结构更简单,材料质量更轻。使用动力电池作为控制机构中的滑块,增加了无人机续航。外部采用涵道外壳设计,涵道用于抑制桨尖涡流、为旋翼系统增加升力^[13],同时避免无人机受剧烈碰撞而损毁^[14],提高无人机调试阶段的安全性。但变质心无人机是一种多刚体系统,其自身具有很强的非线性和不确定性,为了更直观地表示这种特性的成因,本文选用牛顿-欧拉法对其进行动力学建模^[15],利用牛顿-欧拉法在物理参数计算的直观性来表示滑块运动对机体运动的影响。针对这种非线性和不确定性,本文利用反步滑模控制在非线性控制方面具有响应速度快和强鲁棒性的优势^[16],完成了反步滑模

姿态控制器的设计,并检验其有效性和抗干扰能力。

1 控制机构

本文所提的变质心共轴双旋翼无人机,如图1所示,在外部使用涵道用于增加能量利用效率和保护内部的旋翼系统。在涵道内部有3个皮带-滚筒结构作为无人机的变质心控制机构,如图2所示,3个使用弹簧导线的电池分别固定在3个皮带上,滚筒通过伺服电机驱动。变质心机构依靠皮带带动滑块运动实现质心位置改变,且3个滑块运动的方向不在同一平面,这样保证由质心位置求出唯一的滑块位置。涵道内有两个旋翼分别存在于入口和出口附近,这两个旋翼同轴且旋转方向相反。

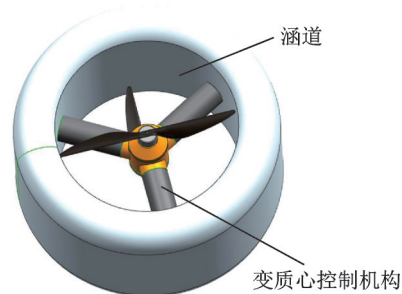


图1 变质心共轴双旋翼无人机

Fig.1 Moving mass-actuated coaxial dual-rotor UAV

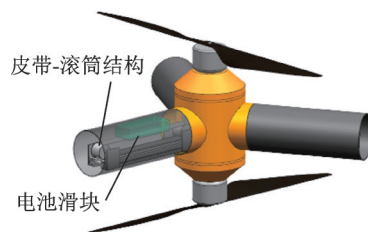


图2 三轨变质心控制机构

Fig.2 Three-track moving mass control mechanism

电池滑块移动改变无人机重心的位置,导致无人机所受升力和重力的合力矩改变,以此来实现对俯仰角和滚转角控制。旋翼系统可通过调整上层旋翼和下层旋翼的转速,改变每个桨叶所受的反应力矩,实现对偏航角的控制。

2 无人机数学模型

2.1 定义坐标系

为了描述无人机相对于地面的运动和变质心机构在无人机内的运动,引入地面坐标系 $O_g-X_gY_gZ_g$ 和机体坐标系 $O_b-X_bY_bZ_b$,如图3所示。

地面坐标系中,原点定义为地面上一点, O_gX_g 轴水平面指向正东, O_gY_g 轴水平面指向正北, O_gZ_g

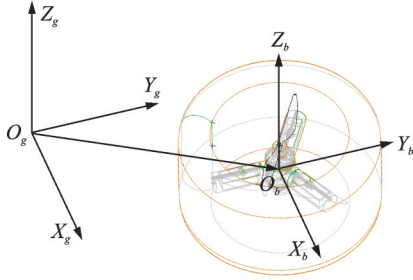


图3 地面坐标系与机体坐标系

Fig.3 Ground coordinate system and body coordinate system

轴竖直向上,在无人机研究中,通常把地面坐标系看作惯性系。机体坐标系中,原点定义为除去变质心控制机构的无人机质心位置,坐标轴初始方向与地面坐标系平行。

2.2 运动学模型

将无人机模型简化为仅包含变质心控制机构和无人机机身2部分的系统,变质心控制机构的质量集中在滑块上。设无人机的整个系统、变质心控制机构和无人机机身部分的质量分别为 m_s 、 m_c 和 m_B ,在地面坐标系中的质心位置矢量分别为 P_s 、 P_c 和 P_B ,由质点系质心的定义得

$$\begin{cases} m_s = m_c + m_B \\ m_s P_s = m_c P_c + m_B P_B \end{cases} \quad (1)$$

单个滑块的质量和位置用 m_c^i 和 P_c^i 表示,则

$$\begin{cases} m_c = \sum_{i=1}^3 m_c^i \\ m_c P_c = \sum_{i=1}^3 m_c^i P_c^i \end{cases} \quad (2)$$

无人机内的变质心控制机构的质量占比可表示为

$$\mu_c = \frac{m_c}{m_s} \quad (3)$$

进而可将系统的质心位置表示为

$$P_s = \mu_c P_c + (1 - \mu_c) P_B \quad (4)$$

用 V_s 、 V_c 和 V_B 分别表示 P_s 、 P_c 和 P_B 的对时间的导数,根据质点系动量定理存在如下关系式

$$V_s = \mu_c V_c + (1 - \mu_c) V_B \quad (5)$$

用 R_c 表示地面坐标系下 P_c 相对于 P_B 的位置矢量,则三者满足如下关系

$$P_c = P_B + R_c \quad (6)$$

用 Ω 表示无人机在地面坐标系转动的角速度,则可将 P_c 相对于 P_B 的运动分解为平移运动和定轴转动,即

$$\frac{dR_c}{dt} = \dot{R}_c + \Omega \times R_c \quad (7)$$

则 P_c 相对于地面坐标系的运动速度可表示为

$$V_c = V_B + \dot{R}_c + \Omega \times R_c \quad (8)$$

联立式(5,8)可得

$$V_s = V_B + \mu_c (\dot{R}_c + \Omega \times R_c) \quad (9)$$

用 v_s 、 v_B 和 v_c 分别表示 P_s 、 P_c 和 P_B 在机体坐标系内的移动速度, $r_c = [x_c, y_c, z_c]^T$ 表示机体坐标系下 P_c 相对于 P_B 的位置矢量, ω 表示无人机在机体坐标系内的转动角速度,则

$$v_s = v_B + \mu_c (\dot{r}_c + \omega \times r_c) \quad (10)$$

2.3 动力学模型

在机体坐标系内,变质心无人机的运动可分解为平移运动和绕质心转动。在研究变质心无人机质心运动时,可将整个无人机系统视为质点系,系统质心位置 P_s 的运动符合质心运动定律,质点系质心的加速度只与质点系所受合外力有关。在研究变质心无人机绕质心转动时,可将整个无人机系统视为刚体,绕质心的转动符合动量矩定理,转动的角加速度只与刚体所受的合力矩有关。

2.3.1 平移运动动力学模型

无人机所受合外力在机体坐标系三轴上的分量可表示为 $F_b = [F_x^b, F_y^b, F_z^b]^T$,则根据质心运动定理有

$$\frac{dv_s}{dt} = \frac{F_b}{m_s} = \frac{1}{m_s} \cdot [F_x^b, F_y^b, F_z^b]^T \quad (11)$$

而 v_s 对时间的导数又可写成

$$\frac{dv_s}{dt} = \dot{v}_s + \omega \times v_s \quad (12)$$

无人机在机体坐标系内的加速度与合外力的关系可表示为

$$\dot{v}_s = \frac{F_b}{m_s} - \omega \times v_s \quad (13)$$

2.3.2 绕质心转动动力学模型

变质心无人机绕质心转动的动力学方程同样建立在机体坐标系下。根据动量矩定理,无人机的角动量 H 和合力矩 $M = [L, M, N]^T$ 存在如下关系

$$\frac{dH}{dt} = M \quad (14)$$

式中 $H = J \cdot \omega$, J 为无人机整个系统绕系统质心转动的惯性矩阵。

角动量对时间的导数又可表示为

$$\frac{dH}{dt} = \dot{H} + \omega \times H \quad (15)$$

联立式(14,15)可得

$$M = J \cdot \dot{\omega} + \dot{J} \cdot \omega + \omega \times (J \cdot \omega) \quad (16)$$

对式(16)进一步整理可得

$$\dot{\omega} = J^{-1}(M - \dot{J} \cdot \omega - \omega \times (J \cdot \omega)) \quad (17)$$

用 $r_s = [x_s, y_s, z_s]^T$ 表示 P_s 相对于 P_B 在机体坐标系内的位置矢量, $r_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ 表示单个滑块位置 P_C^i 相对于 P_s 在机体坐标系内的位置矢量, J_B^0 表示不包括变质心控制机构的无人机机身绕自身质心旋转的惯性矩阵。根据平行轴定理, 无人机机身绕系统质心转动的惯性矩阵 J_B 和变质心控制机构绕系统质心转动的惯性矩阵 J_C 可表示为

$$\begin{cases} J_B = J_B^0 + m_B(r_s^T r_s E_3 - r_s r_s^T) \\ J_B^0 = \begin{bmatrix} J_X^B & -J_{XY}^B & 0 \\ -J_{XY}^B & J_Y^B & 0 \\ 0 & 0 & J_Z^B \end{bmatrix} \end{cases} \quad (18)$$

$$J_C = \sum_{i=1}^3 m_C^i (r_i^T r_i E_3 - r_i r_i^T) \quad (19)$$

式中 E_3 表示三阶单位阵。

则无人机整个系统绕系统质心转动的惯性矩阵 J 可表示为

$$\begin{cases} J = J_B + J_C = \begin{bmatrix} J_X & -J_{XY} & 0 \\ -J_{XY} & J_Y & 0 \\ 0 & 0 & J_Z \end{bmatrix} \\ J_X = J_X^B + m_B(y_s^2 + z_s^2) + \sum_{i=1}^3 m_C^i (y_i^2 + z_i^2) \\ J_Y = J_Y^B + m_B(x_s^2 + z_s^2) + \sum_{i=1}^3 m_C^i (x_i^2 + z_i^2) \\ J_Z = J_Z^B + m_B(x_s^2 + y_s^2) + \sum_{i=1}^3 m_C^i (x_i^2 + y_i^2) \\ J_{XY} = J_{XY}^B + m_B x_s y_s + \sum_{i=1}^3 m_C^i x_i y_i \end{cases} \quad (20)$$

惯性矩阵 J 对时间的导数 \dot{J} 可表示为

$$\begin{cases} \dot{J} = \frac{dJ}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{J}_X & -\dot{J}_{XY} & 0 \\ -\dot{J}_{XY} & \dot{J}_Y & 0 \\ 0 & 0 & \dot{J}_Z \end{bmatrix} \\ \dot{J}_X = 2m_B(y_s \dot{y}_s + z_s \dot{z}_s) + 2 \sum_{i=1}^3 m_C^i (y_i \dot{y}_i + z_i \dot{z}_i) \\ \dot{J}_Y = 2m_B(x_s \dot{x}_s + z_s \dot{z}_s) + 2 \sum_{i=1}^3 m_C^i (x_i \dot{x}_i + z_i \dot{z}_i) \\ \dot{J}_Z = 2m_B(x_s \dot{x}_s + y_s \dot{y}_s) + 2 \sum_{i=1}^3 m_C^i (x_i \dot{x}_i + y_i \dot{y}_i) \\ \dot{J}_{XY} = m_B(\dot{x}_s y_s + x_s \dot{y}_s) + \sum_{i=1}^3 m_C^i (\dot{x}_i y_i + x_i \dot{y}_i) \end{cases} \quad (21)$$

2.4 力和力矩

2.4.1 机身重力

在变质心无人机飞行过程中, 其始终受到重力 G 的作用, 若机体坐标系到地面坐标系的变换矩阵为 $C_b^g[\phi, \theta, \psi]$, 则重力在机体坐标系下可表示为

$$F_G = C_b^g[\phi, \theta, \psi]^T G \quad (22)$$

重力为过质心力, 因此重力的力矩始终为 0。

2.4.2 旋翼升力

考虑目前对涵道异物对流场的干扰没有准确的数学模型, 因此在动力学建模时忽略滑轨外壳对流场的影响并使用控制算法对未建模部分进行补偿, 利用 Pitt-Peters 动态入流模型和叶素理论对飞行器的气动模型进行近似建模。

这里使用 Pitt-Peters 动态入流模型^[17]来求解涵道共轴双旋翼无人机的诱导速度。根据动态入流模型, 共轴双旋翼产生的空气动力和诱导速度存在如下关系

$$\begin{cases} M_i \dot{\lambda}_i + V_m L^T \lambda_i = C_i \\ \lambda_i = [\lambda_0, \lambda_s, \lambda_c]^T \\ C_i = [C_l, C_r, C_p]^T \end{cases} \quad (23)$$

式中: M_i 、 V_m 、 L 分别为入流动力学的惯性矩阵、质量流量参数矩阵和静态传递矩阵; C_l 、 C_r 、 C_p 分别为旋翼的升力系数、滚转力矩系数和俯仰力矩系数; λ_0 、 λ_s 、 λ_c 分别表示诱导入流比的时均、一阶横向分量 and 一阶纵向分量。在上下两层旋翼之间的存在诱导速度相互影响的情况下, 诱导速度的动态变化可表示为

$$\lambda_i = \lambda_{0,i} + K_{ji} \lambda_{0,j} + \lambda_{is} \quad (24)$$

式中: 下标 i 、 j 用于区分上下两旋翼, 当 i 表示上旋翼时 j 表示下旋翼, 当 i 表示下旋翼时 j 表示上旋翼; 下标 0 表示静止状态下无穷远处到旋翼的入流比; K_{ji} 表示旋翼 j 对旋翼 i 诱导速度的干扰系数, 与设计参数有关; λ_{is} 为飞行器运动引起的入流比。

根据叶素理论^[18], 旋翼的升力 T_i 与其翼长 R 、弦长 c 、叶素桨距角 δ 、诱导速度 λ_i 以及旋翼转速 ω_i 有关。记桨盘面积为 A , 空气密度为 ρ , 升力系数为 C_{ti} , 旋翼升力线斜率为 a_s 和桨盘实度为 σ , 则作用在旋翼桨叶上的升力 T_i 可以表示为

$$\begin{cases} T_i = \rho A R^2 \omega_i^2 C_{ti} \\ C_{ti} = \frac{\sigma a_s}{2} \left(\frac{1}{3} \delta - \frac{1}{2} \lambda_i \right) \\ \sigma = \frac{2c}{\pi R} \end{cases} \quad (25)$$

诱导速度 λ_i 中各项可表示为

$$\begin{cases} \lambda_{0,i} = \frac{v_{0,i}}{\omega R} \\ \lambda_{is} = \frac{V_{B,z}}{\omega R} \end{cases} \quad (26)$$

式中 $V_{B,z}$ 表示机体上升的速度。

若桨叶阻力系数为 C_d , 旋翼提供的扭矩可表示为

$$\begin{cases} Q_i = \rho A R^3 \omega_i^2 C_{Qi} \\ C_{Qi} = \lambda_i C_{ti} + \frac{\sigma}{8} C_d \end{cases} \quad (27)$$

共轴双旋翼系统提供的总拉力 F_{rotor} 和扭矩 Q_{rotor} 可表示为

$$\begin{cases} F_{rotor} = [0, 0, T_u + T_l]^T \\ Q_{rotor} = [0, 0, Q_u - Q_l]^T \end{cases} \quad (28)$$

2.4.3 合力与合力矩

由于只考虑变质心共轴双旋翼无人机在中、低速飞行或悬停时的情况, 且使用轻质旋翼, 则可忽略飞行时的涵道空气阻力和旋翼的陀螺效应。因此, 无人机的质心运动主要由机身重力 F_G 和旋翼升力 F_{rotor} 的合力 F_b 决定, 无人机绕质心的转动主要由旋翼提供的升力力矩和旋翼扭矩 Q_{rotor} 的合力矩 M 决定。升力力矩由无人机质心到旋翼升力的着力点的位置矢量与升力矢量的矢积所决定, 旋翼升力在机体坐标系 $O_b-X_b Y_b Z_b$ 内平行于 $O_b Z_b$, 同时旋翼升力过机体坐标系原点, 无人机质心到机体坐标系原点的位置矢量为 $-r_s$, 则

$$\begin{cases} F_b = F_G + F_{rotor} \\ M = -r_s \times F_{rotor} + Q_{rotor} \end{cases} \quad (29)$$

因此, 变质心无人机在俯仰和滚转通道上的姿态控制很大程度上取决于 r_s 的数值。

3 动力学特性

对于变质心无人机的姿态控制, 飞行器本身的特性、控制机构的输出量和被控量的变化特性对控制系统的设计具有重要参考意义。这里使用合力矩 M 、转动惯量 J 和角加速度 $\dot{\omega}$ 的变化来反映变质心无人机的动力学特性, 并分析不同的滑块位置 r_c^i 和滑块总质量占比 μ_c 对无人机运动的影响。

3.1 力矩特性

无人机在进行俯仰和滚转通道的姿态调节时, 引起无人机绕质心转动的合力矩为

$$M = -r_s \times F_{rotor} \quad (30)$$

同时, r_s 满足如下关系

$$r_s = \frac{1}{3} \mu_c \sum_{i=1}^3 r_c^i = \mu_c r_c \quad (31)$$

联立式(30)和式(31), 可将所受合力矩表示为

$$M = -\mu_c (r_c \times F_{rotor}) \quad (32)$$

根据矢量积的运算法则, 有

$$r_c \times F_{rotor} = [x_c, y_c, 0]^T \times [0, 0, F_{rotor}^u + F_{rotor}^l]^T \quad (33)$$

因此, 在无人机进行姿态调节时, 所受合力矩

M 与质量占比 μ_c 、 r_c 在 $O_b-X_b Y_b$ 面上的投影以及旋翼升力 F_{rotor} 有关。

3.2 转动惯量特性

以绕机体坐标系 $O_b X_b$ 轴转动为例, 根据式(20)可得, 无人机绕 $O_b X_b$ 轴转动的转动惯量可表示为

$$\begin{cases} J_x = J_x^B + m_s ((1 - \mu_c)(y_s^2 + z_s^2) + \sigma_y) \\ \sigma_y = \frac{1}{3} \mu_c \sum_{i=1}^3 ((y_c^i - y_s)^2 + (z_c^i - z_s)^2) \\ y_s = \frac{1}{3} \mu_c \sum_{i=1}^3 y_c^i \\ z_s = \frac{1}{3} \mu_c \sum_{i=1}^3 z_c^i \end{cases} \quad (34)$$

由此可推断无人机机体绕机体坐标系某一轴的转动惯量可表示为关于 μ_c 、 r_c 的函数, 因此无人机在进行姿态控制时惯性矩阵 J 会不断改变, 如图4所示, 随着 μ_c 和 y_c 的增大, J_x 逐渐加快增加速度。

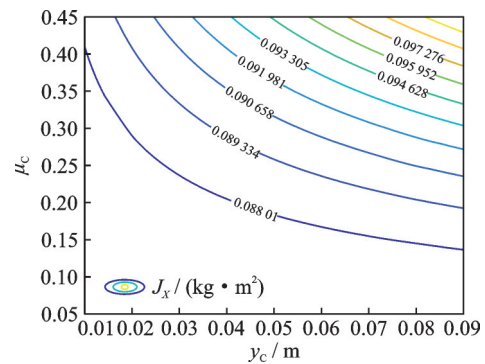


图4 转动惯量特性

Fig.4 Rotational inertia characteristics

3.3 角加速度响应特性

图5为无人机悬停状态下, 不同 μ_c 和 y_c 对应的角加速度 \dot{p} 的数值, 其大小随 μ_c 和 r_c 的增大而增大。 \dot{p} 的增加速度随着 μ_c 增大的过程逐渐加快, 但随 r_c 增大的过程逐渐放缓, 因此角加速度响应特性也呈现出一定的非线性。

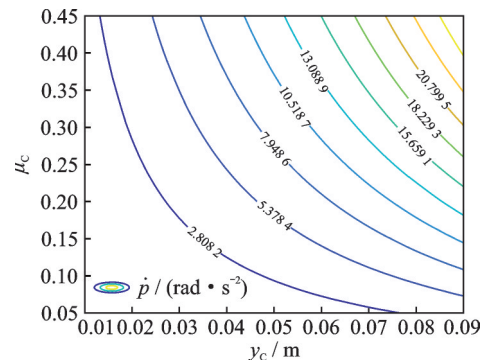


图5 角加速度响应特性

Fig.5 Angular acceleration response characteristics

4 反步滑模姿态控制器

假设无人机机身的质量分布具有一定的对称性,且变质心控制机构工作时质量分布对称性改变较小,即 $J_{xy} = 0$ 。则式(17)在俯仰、滚转和偏航通道上的角加速度可简化为

$$\begin{cases} \dot{p} = \frac{-\dot{J}_x p + L + (J_y - J_z)qr}{J_x} \\ \dot{q} = \frac{-\dot{J}_y q + M + (J_z - J_x)pr}{J_y} \\ \dot{r} = \frac{-\dot{J}_z r + N + (J_x - J_y)pq}{J_z} \end{cases} \quad (35)$$

由于在进行姿态控制时惯性矩阵 J 会不断变化,式(35)中变质心无人机绕任意轴旋转的角加速度可看成一个不确定非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = Ax_2 + Bu + F \\ F = \Delta Ax_2 + \Delta Bu + d(t) \end{cases} \quad (36)$$

式中: F 表示总不确定性, $|F| \leq \bar{F}$; ΔA 、 ΔB 表示系统参数不确定部分; $d(t)$ 表示系统未建模部分和其他外部扰动。式(35)中各姿态角控制的总不确定性可表示为

$$\begin{cases} F_p = -\frac{\dot{J}_x}{J_x} p + \left(\frac{1}{J_x} - \frac{1}{J_x(0)}\right)L + d_p(t) \\ F_q = -\frac{\dot{J}_y}{J_y} q + \left(\frac{1}{J_y} - \frac{1}{J_y(0)}\right)M + d_q(t) \\ F_r = -\frac{\dot{J}_z}{J_z} r + \left(\frac{1}{J_z} - \frac{1}{J_z(0)}\right)N + d_r(t) \end{cases} \quad (37)$$

式中 $J_x(0)$ 、 $J_y(0)$ 和 $J_z(0)$ 为 $r_c = 0$ 时 J_x 、 J_y 和 J_z 的值。则对于无人机的姿态控制系统有: $A_p = 0$, $B_p = 1/J_x(0)$, $\bar{F}_p = \max|F_p|$, $A_q = 0$, $B_q = 1/J_y(0)$, $\bar{F}_q = \max|F_q|$, $A_r = 0$, $B_r = 1/J_z(0)$, $\bar{F}_r = \max|F_r|$ 。

针对式(36)中的系统,可采用反步滑模控制^[19],定义跟踪误差 z_1 、虚拟控制项 z_2 、切换函数为 ρ

$$\begin{cases} z_1 = x_1 - x_d \\ z_2 = \dot{z}_1 + cz_1 \\ \rho = z_2 + kz_1 \end{cases} \quad (38)$$

式中: $c > 0$, $k > 0$ 。

定义 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2}(z_1^2 + \rho^2) \quad (39)$$

求导得

$$\dot{V} = z_1 \dot{z}_1 + \rho(Bu + F - \ddot{x}_d + (k + c)\dot{z}_1) \quad (40)$$

若将控制器设计为

$$u = B^{-1}(-(c + k)\dot{z}_1 - \bar{F}\text{sgn}(\rho) + \ddot{x}_d -$$

$$h(\rho + \beta\text{sgn}(\rho))) \quad (41)$$

式中: $h > 0$, $\beta > 0$ 。

将式(41)代入式(40)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= z_1 \dot{z}_1 + F\rho - \bar{F}|\rho| - h\rho^2 - h\beta|\rho| \leq \\ & z_1 z_2 - cz_1^2 - h\rho^2 - h\beta|\rho| = \\ & -[z_1, z_2]P \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} - h\beta|\rho| \end{aligned} \quad (42)$$

式中

$$\begin{cases} P = \begin{bmatrix} c + hk^2 & hk - \frac{1}{2} \\ hk - \frac{1}{2} & h \end{bmatrix} \\ |P| = h(c + k) - \frac{1}{4} \end{cases} \quad (43)$$

式(41)中的包含描述系统特性的惯性参数 B 、不确定性参数 \bar{F} , 以及与系统特性无关的参数 h 、 c 、 k 。只需将式(41)代入式(40)消除 B 和 F , 并使 h 、 c 、 k 的取值满足 $|P| > 0$, 就可保证式(42)中 $\dot{V} \leq 0$ 。

若将姿态控制器的输出表示为期望力矩的大小,俯仰、滚转和偏航通道上的期望力矩可表示为

$$\begin{aligned} \hat{L} &= J_x(0)(\ddot{\phi}_d - c_1 \dot{z}_\phi - k_1 z_\phi - \bar{F}_p \text{sgn}(\rho_1) - \\ & h_1 \rho_1 - h_1 \beta_1 \text{sgn}(\rho_1)) \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \hat{M} &= J_y(0)(\ddot{\theta}_d - c_2 \dot{z}_\theta - k_2 z_\theta - \bar{F}_q \text{sgn}(\rho_2) - \\ & h_2 \rho_2 - h_2 \beta_2 \text{sgn}(\rho_2)) \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \hat{N} &= J_z(0)(\ddot{\psi}_d - c_3 \dot{z}_\psi - k_3 z_\psi - \bar{F}_r \text{sgn}(\rho_3) - \\ & h_3 \rho_3 - h_3 \beta_3 \text{sgn}(\rho_3)) \end{aligned} \quad (46)$$

将式(44)、(45)代入式(32)可得的 r_c 期望值

$$\hat{r}_c = \frac{1}{\mu_c} \begin{bmatrix} \hat{M}/(F_{rotor}^u + F_{rotor}^l) \\ -\hat{L}/(F_{rotor}^u + F_{rotor}^l) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

变质心控制机构控制滑块移动的模型较简单,可使用串级 PID(Proportion integration differentiation)控制实现对 \hat{r}_c 的跟踪。

将式(46)中的 \hat{N} 和高度控制期望的 \hat{F}_{rotor} 代入式(28),可得旋翼系统期望转速 $\hat{\omega}_u$ 和 $\hat{\omega}_l$ 的约束条件

$$\begin{cases} \hat{F}_{rotor} = F_{rotor}^u(\omega_u) + F_{rotor}^l(\omega_l) \\ \hat{N} = Q_{rotor}^u(\omega_u) - Q_{rotor}^l(\omega_l) \end{cases} \quad (48)$$

式(48)姿态控制器设计由式(35)中的简化模型推导得出,在仿真实验和实际姿态控制中 J_{xy} 不可能始终为 0。但得益于滑模控制具有鲁棒性的特点,可适当增加式(36)中代表总不确定性的参数 F 的数值,来抵抗 $J_{xy} \neq 0$ 引起的各轴向控制力矩

对其余轴上角加速度的干扰。

5 仿真分析

本节对上文所设计的变质心共轴双旋翼的反步滑模姿态控制器进行仿真,以验证控制器对变质心无人机这种不确定非线性系统的有效性,并进行姿态角的追踪实验;之后,对系统施加 $\sin(2t)$ 形式的扰动,用于模拟阵风^[20],以此验证控制器的抗干扰能力;同时记录变质心控制机构质心在机体坐标系内的移动轨迹,用于检验所设计的变质心控制机构能否在不触及滑块行程最大值的情况下完成对机身姿态的控制。变质心无人机的基本参数如表1所示,滑块行程最远 0.25 m,最大滑动速度 0.7 m/s。

表1 变质心无人机总体参数

Table 1 Overall parameters of mass-actuated UAV

参数	数值
m_B/kg	4.00
m_c^i/kg	0.33
$J_x(0)/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.083 4
$J_y(0)/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.083 4
$J_z(0)/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	0.166 7
η	1.3
R/m	0.15
c/m	0.02
a_s	5.73
C_d	0.01

使用 \tanh 函数的滑模切换项会在接近滑模面时造成控制输出抖动^[19],为消除抖动也可将式(44~46)中的 sgn 函数替换为 \tanh 函数,2种函数的控制器在俯仰通道上的单位阶跃响应结果见图6,7。由图7可知, \tanh 函数对应的控制器输出仍具有较快的响应速度,且不会造成抖动。在后续仿真实验中控制器滑模切换项将使用 \tanh 函数。

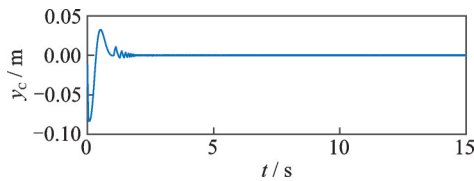


图6 sgn 切换函数对应的控制器输出

Fig.6 Controller output using the sgn switch function

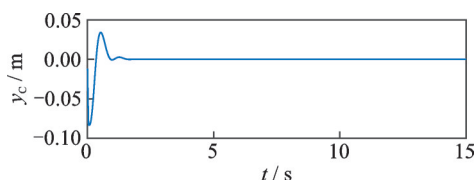


图7 tanh 切换函数对应的控制器输出

Fig.7 Controller output using the tanh switch function

图8考虑了式(35)中描述的角加速度变化能受其余两轴角速度的影响以及自身转动惯量变化带来的影响,给出了系统同时跟踪 $\phi_d = 0.61\sin(t + \pi/3)$, $\theta_d = 0.61\sin t$ 和 $\psi_d = 0.61\sin(t - \pi/3)$ 的结果和误差,0.61 rad 大约是 35° 。由图8可知,所设计的姿态控制器能在各轴角速度之间存在相互干扰的情况下,姿态角控制的稳态误差不超过 5%。

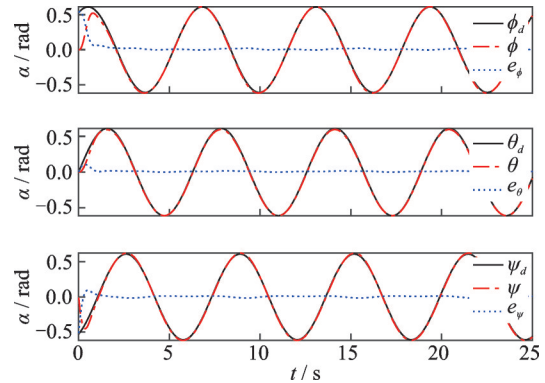


图8 姿态角跟踪的结果和误差

Fig 8 Results and errors of attitude angle tracking

图9展示了在姿态角跟踪的过程中,变质心控制机构质心位置在动态过程和稳态过程中的变化轨迹。如图9(a)所示,在动态过程中 $\|r_c\|_2$ 的最大值 0.080 6 m,而 $\|r_c\|_2$ 所能达到的最大值为 0.083 3 m,因此本文设计的变质心控制机构在幅值为 35° 的姿态角跟踪中未触及滑块行程边界而造成控制器性能下降。如图9(b)所示,在稳态过程中 $\|r_c\|_2$ 的值不超过 0.007 m,且 r_c 的轨迹具有周期性,说明维持姿态角跟踪时 r_c 的移动范围要远小于其在动态过程中的移动范围。

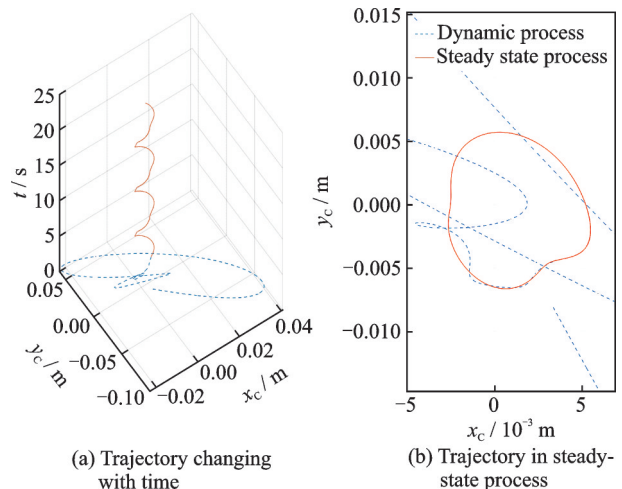


图9 变质心控制机构质心位置的变化轨迹

Fig.9 Variation trajectory of the moving mass control mechanism centroid position

图10给出了对系统施加一个 $\sin(2t)$ 形式的扰动时,系统跟踪的目标函数为 $\phi_d = \sin t$ 的结果和误差以及变质心控制机构质心位置随时间变化的曲线。由图10可知, $\sin(2t)$ 形式的扰动下,在动态过程中 y_c 不超过0.06 m,未触及行程边界,动态过程不受影响。且系统稳定时的误差不超过3%,这说明此控制器能较好地抵抗外部干扰。

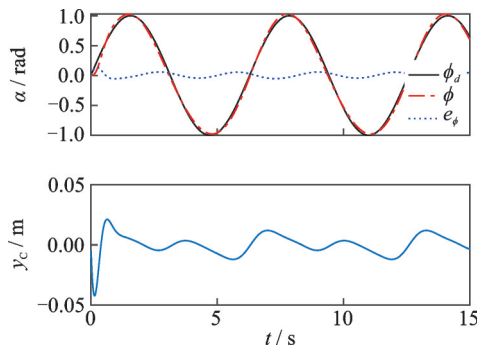


图10 受扰时跟踪结果

Fig.10 Tracking results when disturbed

6 结 论

本文针对共轴双旋翼无人机的姿态控制提出一种依靠变质心机构的控制方案,仅使用3个皮带-滚筒结构实现姿态控制,材料质量更轻。采用变质心控制方案使共轴双旋翼避免使用易磨损的变距机构,延长了无人机的使用寿命;同时定桨距旋翼可以提供更稳定的升力输出,便于升力控制;涵道的使用降低了旋翼系统的费效比,增加无人机的悬停时间,同时可降低旋翼系统产生的噪声。因此变质心共轴双旋翼更适用于农业、林业、多媒体等领域的低速高精度的定点查询任务。

利用牛顿-欧拉法推导了变质心共轴双旋翼的运动学模型和动力学模型,利用叶素动量理论建立了涵道双旋翼的气动模型,并分析了不同滑块位置和质量占比情况下变质心无人机动力学特性。建立变质心无人机姿态控制的状态方程,针对系统中的非线性和不确定性,设计了基于反步滑模控制的姿态控制器。经仿真实验表明,所设计的控制器响应速度快、稳态误差小,同时在含有外部扰动的工况下有效完成姿态跟踪任务,具备较好的抗干扰能力。

参考文献:

[1] GOPE P, MILLWOOD O, SAXENA N. A provably secure authentication scheme for RFID-enabled UAV applications[J]. Computer Communications, 2021, 166: 19-25.

[2] WANG W, JIANG B, YANG J, et al. Research on UAV application in mountain anti-terrorism combat [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 1792(1): 012079.

[3] 王永全,李清泉,汪驰升,等.基于系留无人机的应急测绘技术应用[J].国土资源遥感,2020,32(1): 1-6. WANG Yongquan, LI Qingquan, WANG Chisheng, et al. Tethered UAVs-based applications in emergency surveying and mapping [J]. Remote Sensing for Land and Resources, 2020, 32(1): 1-6.

[4] HUERZELER C, ALEXIS K, SIEGWART R. Configurable real-time simulation suite for coaxial rotor UAVs[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics & Automation. Karlsruhe, Germany: IEEE, 2013.

[5] 褚威,李欣,杨树勋,等.共轴双桨式无人直升机维护维修经验探索[J].科学技术创新,2020(6): 58-60. CHU Wei, LI Xin, YANG Shuxun, et al. Experience and exploration of maintenance and repair of coaxial dual-paddle unmanned helicopter[J]. Scientific and Technological Innovation, 2020(6): 58-60.

[6] 李海,贾宏光,陈在斌.共轴双旋翼系统的气动特性分析及试验[J].光学精密工程,2021,29(9): 2140-2148. LI Hai, JIA Hongguang, CHEN Zaibin. Analysis and experiment on aerodynamic characteristics of coaxial rotor system[J]. Optics and Precision Engineering, 2021, 29(9): 2140-2148.

[7] LI B, SU T C. Heading autopilot of autonomous underwater vehicles with internal moving mass[J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2016, 12(2): 021003.

[8] 周敏,周凤岐,周军,等.变质心技术发展与应用[J].航空兵器,2021,28(6): 7-13. ZHOU Min, ZHOU Fengqi, ZHOU Jun, et al. Development and application of moving mass control technology[J]. Aero Weaponry, 2021, 28(6): 7-13.

[9] LI J, GAO C, LI C, et al. A survey on moving mass control technology[J]. Aerospace Science and Technology, 2018, 82: 594-606.

[10] ERTURK S A, DOGAN A. Trim analysis of a moving-mass actuated airplane in steady turn[C]//Proceedings of the 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Grapevine, USA: AIAA, 2013: 1-12.

[11] HAUS T, ORSAG M, BOGDAN S. Design considerations for a large quadrotor with moving mass control[C]//Proceedings of International Conference on Unmanned Aircraft Systems. Arlington, USA: IEEE, 2016.

- [12] DARVISHPOOR S, ROSHANIAN J, TAYEFI M. A novel concept of VTOL bi-rotor UAV based on moving mass control[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 107: 106238.
- [13] WANG C, ZHOU Z, WANG R. Research on dynamic modeling and transition flight strategy of VTOL UAV[J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(22): 4937.
- [14] 戴铭泽,任正豪,黄思远,等.涵道无人机的结构设计[J].*科技创新导报*,2018,15(3): 15,17.
DAI Mingze, REN Zhenghao, HUANG Siyuan, et al. Structural design of culvert UAV[J]. *Science and Technology Innovation Herald*, 2018, 15(3): 15,17.
- [15] 姜园,赵新华,杨玉维,等.基于牛顿-欧拉递推法的3-RRRT 并联机器人动力学建模及仿真[J].*高技术通讯*,2016,26(S1): 780-785.
JIANG Yuan, ZHAO Xinhua, YANG Yuwei, et al. Modeling and simulation of 3-RRRT parallel manipulator dynamics based on Newton-Euler method[J]. *Chinese High Technology Letters*, 2016, 26(S1): 780-785.
- [16] WANG H, LI N, WANG Y, et al. Backstepping sliding mode trajectory tracking via extended state observer for quadrotors with wind disturbance[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2021, 19(10): 1-12.
- [17] 陈汉,李科伟,邓宏彬,等.一种共轴双旋翼飞行器悬停控制联合仿真[J].*兵工学报*,2019,40(2): 303-313.
CHEN Han, LI Kewei, DENG Hongbin, et al. Hover control co-simulation of a coaxial dual-rotor aircraft [J]. *Acta Armamentarii*, 2019, 40(2): 303-313.
- [18] MAHMUDDIN F. Rotor blade performance analysis with blade element momentum theory[J]. *Energy Procedia*, 2017, 105: 1123-1129.
- [19] MOKHTARI M R, CHERKI B. Sliding mode control for a small coaxial rotorcraft UAV[C]//*Proceedings of the 3rd International Conference on Control, Engineering & Information Technology (CEIT)*. Telmcen, Algeria: IEEE, 2015.
- [20] YAN B, CHAN P, LI Q, et al. Characterization of Wind Gusts: A study based on meteorological tower observations[J]. *Applied Sciences*, 2022, 12(4): 2105.

(编辑:张蓓)