

DOI:10.16356/j.1005-2615.2022.06.006

基于终端滑模的打击时间与打击角度约束制导律

郝文欣¹, 宋 斌², 王鹏宇¹, 朱东方³, 李传江¹

(1. 哈尔滨工业大学航天学院, 哈尔滨 150001; 2. 上海宇航系统工程研究所, 上海 201108;
3. 上海航天控制技术研究所, 上海 201109)

摘要: 针对打击角度和打击时间约束制导问题, 设计一种非奇异终端滑模寻的制导律。首先, 将导弹视线角误差参考轨迹设计成含有一个未知参数的时间多项式以满足打击角度约束; 而后, 基于固定时间稳定设计一种终端滑模制导律使得跟踪误差收敛至零, 同时利用在线优化方法确定未知参数的值以实现打击时间控制。所设计的制导方法不需要估计剩余飞行时间和预测碰撞点。数值仿真结果表明, 该制导律能够保证导弹以期打击角度和打击时间拦截匀速运动目标, 具有良好的制导性能。

关键词: 打击时间; 打击角度; 终端滑模控制; 多项式拟合

中图分类号: TJ765.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2022)06-1047-09

A Terminal Sliding Mode Guidance Law for Impact Time and Angle Control Problem

HAO Wenxin¹, SONG Bin², WANG Pengyu¹, ZHU Dongfang³, LI Chuanjiang¹

(1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 2. Shanghai Aerospace Systems Engineering Institute, Shanghai 201108, China; 3. Shanghai Aerospace Control Technology Institute, Shanghai 201109, China)

Abstract: This paper proposes a closed-loop homing guidance law with the constraints of the impact time and angle for the intercepting a constant-velocity target. In order to achieve the required terminal constraints, the line-of-sight (LOS) profile of the missile is modeled as a polynomial with one tuning parameter that is selected via an online optimization routine. Then, a terminal sliding mode guidance law is developed to nullify the tracking error within a fixed time. The key feature of the proposed guidance law is that it does not require the information of time-to-go estimation and the predictive intercept point. Numerical simulations are conducted to demonstrate the effectiveness and robustness of the proposed guidance law.

Key words: impact time; impact angle; terminal sliding mode control; polynomial shaping

随着反导技术的飞速发展, 世界各国逐渐形成一体化的防御体系。日益复杂的战场环境对导弹的杀伤能力和突防能力都提出了更高要求, 使得仅考虑零脱靶量约束的制导律难以满足现代战争的需要。研究满足多约束条件的末段制导方法对于在复杂战场环境中提高导弹的作战效能具有重要

意义。

现代制导任务通常要求导弹以特定的角度打击目标的薄弱环节, 从而获得最佳打击效果。因此, 具有打击角度约束的制导律受到广泛的关注。Kim 等^[1]在传统比例制导律的基础上, 通过增加时变偏置项, 使导弹以期角度击中目标。文献[2]

基金项目: 国家自然科学基金(61903245)。

收稿日期: 2022-06-18; **修订日期:** 2022-11-20

通信作者: 王鹏宇, 男, 博士, E-mail: wangpy_hit@163.com。

引用格式: 郝文欣, 宋斌, 王鹏宇, 等. 基于终端滑模的打击时间与打击角度约束制导律[J]. 南京航空航天大学学报, 2022, 54(6): 1047-1055. HAO Wenxin, SONG Bin, WANG Pengyu, et al. A terminal sliding mode guidance law for impact time and angle control problem[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(6): 1047-1055.

基于线性二次型最优控制提出了导弹任意阶动态模型的最优制导律,通过对剩余飞行时间进行估计,实现了打击角度的约束。文献[3]提出了一种满足打击角度和加速度约束的滑模制导律,通过在滑模面函数中引入阻尼项和设计多幂次自适应趋近律,解决了制导初期产生的指令极值问题。此外,为了突破现代舰船的近程防御武器系统(Close-in-weapon system, CIWS),制导任务通常需要多枚导弹采用协同制导的方式对目标实施饱和和攻击,这对导弹打击时间的控制提出了要求。Jeon等^[4]首先将打击时间反馈误差与比例制导律相结合,通过合理选取比例制导系数使制导律满足打击时间的约束。考虑导引头探测盲区的问题,文献[5]利用虚拟目标将制导过程分为2个阶段,第1阶段采用圆弧跟踪制导律使加速度指令收敛于零,第2阶段在无控制输入的前提下以期望打击时间击中目标。Hu等^[6]将导弹的视线角速率设计成含有可调参数的时变多项式,并使用终端滑模控制方法对其进行跟踪,从而建立了打击时间约束制导律。

相较于单约束制导律,同时考虑打击角度与打击时间约束的制导方法将二者的优势结合,具有重要的战略意义。近年来针对这类问题的研究方法大致分为比例导引律、最优制导律及滑模制导律等^[7-22]。Lee等^[7]首先对满足打击角度和打击时间约束的制导律进行研究,提出了包含偏置项和反馈环节的最优制导律。Zhang等^[8]将剩余飞行时间期望值与估计值之间的误差引入闭环反馈,设计了包含两个修正环节的比例制导律,该制导律满足打击角度和打击时间的约束。文献[9]基于非线性最优控制设计了前置角的多阶段控制策略,并最终给出了视场受限条件下的打击角度和打击时间约束制导律。与比例控制律和最优控制律相比,滑模控制律因其非线性特性、快速收敛性和强鲁棒性等优势,已经被大量应用于单约束制导律^[3,6]和多约束制导律^[10-16]的设计中。特别地,终端滑模具有使系统状态在指定时间内收敛于零的特性,在考虑打击时间的制导问题(包括同时考虑打击角度和打击时间的制导问题)中被广泛使用。Harl等^[10]将导弹的视线角设计成一个含有可变参数的多项式,并借助边界初值条件和数值循环方法完成多项式参数的求解,从而建立了打击时间和打击角度滑模制导律。文献[11]设计了一种含有两个未知参数的时变滑模面,两个参数分别用来实现打击角度和打击时间约束。文献[12]提出了一种不需要数值解算方法的打击时间与打击角度约束滑模制导律。文献[13-16]基于滑模控制对打击角度和打击时间制

导律进行更深入的研究。

综合来看,现有文献所提出的制导方法按照是否需要估计剩余飞行时间分为2类。第1类方法基于小角度假设和简化的线性模型,将估计的剩余飞行时间与期望值的误差引入闭环反馈。该类方法对估算的准确性要求较高,当导弹飞行轨迹高度弯曲、小角度假设不成立时难以完成制导任务。第2类方法无需估计剩余飞行时间。例如,文献[10]通过设计制导律使导弹跟踪一个多项式以满足终端约束,使其避免了对剩余飞行时间的估计。但不足之处在于,仍需借助数值运算合理选择多项式的参数。文献[22]基于渐开线制导法将弹目的运动学方程转换至弧长域空间,而后提出了一种打击角度和打击时间分段制导律。文献[23]首先利用一阶泰勒展开将导弹-目标模型线性化,而后使用模型预测控制方法设计打击时间和打击角度制导律。

基于上述分析,本文提出一种非奇异终端滑模制导律,可以同时满足零脱靶距离、零终端加速度、打击时间和打击角度的约束。首先将视线角误差参考轨迹设计成带有剩余飞行时间项的时间多项式,而后设计制导律对其进行跟踪。视线角误差参考轨迹多项式含有一个可调参数,通过在线优化过程确定可调参数的值以满足期望的打击时间。需要强调的是,即使在拦截匀速运动目标的情况下,本文设计的制导律也不需要估计剩余飞行时间和预测碰撞点。最后,通过仿真验证所提方法的有效性。

1 问题描述

在二维惯性坐标系 OXY 下建立导弹与目标的拦截模型,如图1所示。记 M 和 T 分别表示导弹和目标, r 表示导弹与目标之间的相对距离, λ 表示导弹与目标的视线角, V_M 和 V_T 分别表示导弹和目标的的速度, σ_M 和 γ_M 分别表示导弹的前置角和弹道角, σ_T 和 γ_T 分别为目标的前置角和弹道角, A_M 表示导弹的加速度,并与 V_M 始终垂直。导弹-目标运动关系如图1所示。

假设导弹自动驾驶仪具有理想特性,导弹和目

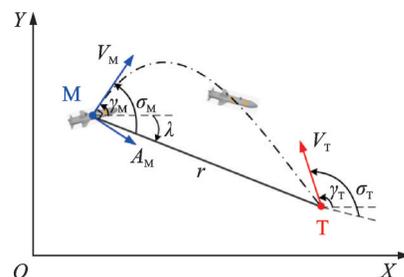


图1 导弹-目标运动关系

Fig.1 Engagement geometry

标的速度大小均为常数。根据几何关系,建立导弹与目标的相对运动方程

$$\dot{r} = V_T \cos \sigma_T - V_M \cos \sigma_M \quad (1)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{V_T \sin \sigma_T - V_M \sin \sigma_M}{r} \quad (2)$$

$$\dot{\gamma}_M = \frac{A_M}{V_M} \quad (3)$$

$$\sigma_M = \gamma_M - \lambda, \sigma_T = \gamma_T - \lambda \quad (4)$$

分别用 t 和 t_d 表示导弹发射后经过的时间和期望打击时间,则剩余飞行时间 t_{go} 定义为

$$t_{go} = t_d - t \quad (5)$$

随着导弹发射时间 t 趋近于期望打击时间,剩余飞行时间 t_{go} 趋近于零。导弹的打击角度一般定义为末制导结束前导弹与目标速度矢量之间的夹角^[24]。对于非机动目标,打击角度的约束问题可以转化为视线角的约束问题^[25]。不失一般性,本文将打击角度约束定义为终端视线角约束,则制导律的设计目标是在期望的打击角度 λ_d 和打击时间 t_d 约束下实现零脱靶距离。制导目标可表示为

$$\begin{cases} \lim_{t_{go} \rightarrow 0} r = 0 \\ \lim_{t_{go} \rightarrow 0} \lambda = \lambda_d \end{cases} \quad (6)$$

根据上述分析,本文需要设计满足式(6)的制导律以满足打击角度和打击时间的约束。

2 非奇异终端滑模制导律设计

本文设计的具有打击角度与打击时间约束制导方法由以下 2 步完成:(1)视线角误差参考轨迹的构造;(2)非奇异终端滑模制导律的设计。本节首先考虑匀速运动目标,将视线角误差参考轨迹设计成带有一个未知参数的时间多项式,该多项式随着时间项趋近于 0 而满足打击角度的约束。然后,设计一种非奇异终端滑模制导律跟踪视线角误差参考轨迹。最后基于数值求解方法确定合适的未知参数以满足打击时间约束。

2.1 视线角误差参考轨迹设计

文献[10,16]设计了视线角的参考轨迹多项式,并通过边界条件确定多项式的系数。本文对视线角误差的参考轨迹进行设计,定义视线角误差如下

$$\lambda_e = \lambda - \lambda_d \quad (7)$$

式中 λ_e 表示实时的视线角 λ 与期望打击角度 λ_d 之间的差值。由运动学方程(2),可得 λ_e 的一阶时间导数和二阶时间导数

$$\dot{\lambda}_e = \dot{\lambda} = \frac{V_T \sin \sigma_T}{r} - \frac{V_M \sin \sigma_M}{r} \quad (8)$$

$$\ddot{\lambda}_e = \ddot{\lambda} = -\frac{2r\dot{\lambda}}{r} - \frac{A_M \cos \sigma_M}{r} \quad (9)$$

定义视线角误差参考轨迹 λ_{eD} 如下

$$\lambda_{eD} = \delta_1 \frac{t_{go}^4}{t_d^4} + \delta_2 \frac{t_{go}^3}{t_d^3} + \delta_3 \frac{t_{go}^2}{t_d^2} \quad (10)$$

式中 λ_{eD} 是以 t_{go} 为自变量,含有 3 个未知参数 $\delta_i (i=1,2,3)$ 的时间多项式。对各项 t_{go} 统一除以 t_d ,避免因 t_{go} 范围过大导致系数 δ_i 过小而产生误差。为求解未知参数 $\delta_i (i=1,2,3)$,设初始时刻为 t_0 ,设置如下边界条件

$$\begin{cases} \lambda_{eD}(t_0) = \lambda_e(t_0) = \lambda_{e0} \\ \dot{\lambda}_{eD}(t_0) = \dot{\lambda}_e(t_0) = \dot{\lambda}_{e0} \end{cases} \quad (11)$$

通常 $t_0 = 0$,将其代入式(10,11)得到

$$\begin{cases} \delta_2 = -2\delta_1 - \dot{\lambda}_{e0} t_d - 2\lambda_{e0} \\ \delta_3 = \delta_1 + 3\lambda_{e0} + \dot{\lambda}_{e0} t_d \end{cases} \quad (12)$$

最终得到视线角误差参考轨迹如下

$$\lambda_{eD} = \delta_1 \frac{t_{go}^4}{t_d^4} - (2\delta_1 + \dot{\lambda}_{e0} t_d + 2\lambda_{e0}) \frac{t_{go}^3}{t_d^3} + (\delta_1 + 3\lambda_{e0} + \dot{\lambda}_{e0} t_d) \frac{t_{go}^2}{t_d^2} \quad (13)$$

注释 1 针对运动目标,文献[10]将视线角参考轨迹设计成以导弹水平位置为自变量的多项式,通过终端约束条件确定未知参数的值以满足打击角度和打击时间的约束。本文则直接对视线角误差参考轨迹进行设计,并引入 t_{go} 作为多项式的自变量。与文献[10]相比,式(13)随着 t_{go} 趋近于 0, λ_{eD} 及其一阶导数也自动收敛于 0。根据准平行接近法则,弹目视线角速率在末制导结束前收敛于 0 或 0 附近,导弹即成功击中目标,故而无需再引入终端约束条件。因此,相比于文献[10]在制导律中引入 5 个未知参数,本文所提出的方法仅需要 3 个未知参数,表达形式更简洁。

注释 2 如式(13)所示,若设计的制导律令视线角误差 λ_e 严格跟踪 λ_{eD} ,则随着 t_{go} 趋近于零, λ 收敛于 λ_d ,制导律满足终端角度约束。式中包含一个未知参数 δ_1 ,用于设计打击时间。故而只需考虑制导律以及优化过程的设计,不需要对 t_{go} 进行估计。

2.2 非奇异终端滑模制导律设计

由 2.1 节分析可知:视线角误差参考轨迹 λ_{eD} 满足打击时间和打击角度约束。因此只需设计制导律跟踪 λ_{eD} 即可完成打击时间和打击角度控制。本小节基于固定时间稳定引理^[26]设计一种非奇异终端滑模制导律,并构造 Lyapunov 函数对闭环系统的稳定性进行分析。为方便制导律设计,首先定义误差 e_λ 以及终端滑模面如下

$$e_\lambda = \lambda_e - \lambda_{eD} \quad (14)$$

$$s_\lambda = \dot{e}_\lambda + \alpha_1 \text{sig}(e_\lambda)^{p_1} + \beta_1 \text{sig}(e_\lambda)^{g_1} \quad (15)$$

式中： α_1, p_1, β_1 和 g_1 为正常数； $p_1 \in (0.5, 1)$ 且 $g_1 > 1$ ； $\text{sig}(e_\lambda)^{p_1} = |e_\lambda|^{p_1} \text{sgn}(e_\lambda)$ 。基于上述定义，本文提出的制导律如下。

定理 1 对于由式(1~4)所描述的运动方程，设计非奇异终端滑模制导律如下

$$A_M = -\frac{2r\dot{\lambda}}{\cos \sigma_M} + \frac{r}{\cos \sigma_M} \left[-\ddot{\lambda}_{ed} + \text{sat}(u_f) + \beta_1 g_1 |e_\lambda|^{(g_1-1)} \dot{e}_\lambda + \alpha_2 \text{sig}(s)^{p_2} + \beta_2 \text{sig}(s)^{g_2} \right] \quad (16)$$

式中： α_2, p_2, β_2 和 g_2 为正常数，满足 $p_2 < 1$ 且 $g_2 > 1$ ； $\text{sat}(u_f)$ 为关于 u_f 的饱和函数

$$\text{sat}(u_f) = \begin{cases} u_f & |u_f| \leq u_{\max} \\ \text{sgn}(\dot{e}_\lambda) u_{\max} & |u_f| > u_{\max} \end{cases} \quad (17)$$

式中 $\text{sgn}(\dot{e}_\lambda)$ 为关于 \dot{e}_λ 的符号函数， u_{\max} 为饱和函数阈值， u_f 表达式如下

$$u_f = \alpha_1 p_1 |e_\lambda|^{p_1-1} \dot{e}_\lambda \quad (18)$$

选取系统误差 e_λ 及其一阶导数 \dot{e}_λ 作为二阶系统 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\}$ 的状态变量，则所设计的非奇异终端滑模制导律能够令二阶系统 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\}$ 在固定时间内镇定。

注释 3 本文选取系统误差 e_λ 作为二阶系统 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\}$ 的状态变量，则制导律设计目标是令二阶系统状态在固定时间收敛至 0。此时视线角轨迹 λ_e 严格跟踪视线角误差参考轨迹 λ_{ed} ，即可完成打击角度和打击时间控制。

注释 4 为了避免控制器 u_f 产生奇异，制导律引入如式(17)所示的饱和函数。考虑式(18)中 $p_1 \in (0.5, 1)$ ，当 $\dot{e}_\lambda \neq 0$ 且 $e_\lambda \rightarrow 0$ 时， $u_f \rightarrow \infty$ 。此时饱和函数能够避免控制器出现奇异，且 u_{\max} 的选取与滑模面在状态空间的位置有关，即 $u_{\max} > 0$ 。此外，用饱和函数 $\text{sat}(\cdot)$ 代替符号函数 $\text{sgn}(\cdot)$ 可有效消除滑模控制律产生的抖振现象。

下面给出定理 1 的证明。

证明 由误差构成的二阶系统 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\}$ 在固定时间镇定的证明过程如下。

首先证明系统状态 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\}$ 在固定时间到达滑模面；而后沿着滑模面在固定时间内收敛至平衡点。

如前所述，当 $s_\lambda \neq 0$ 且 $e_\lambda \rightarrow 0$ 时控制器 u_f 产生奇异。而当 $s_\lambda = 0$ 时，将式(15)代入式(18)可得控制器 $u_f = \alpha_1 p_1 (-\alpha_1 \text{sig}(e_\lambda)^{(2p_1-1)} - \beta_1 \text{sig}(e_\lambda)^{(p_1+g_1-1)})$ ，由 $p_1 \in (0.5, 1)$ 可知此时控制器不产生奇异。故而控制器奇异只发生在系统状态到达滑模面之前，即 $s_\lambda \neq 0$ 。为方便证明，根据控制器是否达到饱和函数阈值将状态空间划分两个子空间 A 和 B。子空间 A、B 以及滑模面的位置关系如图 2 所示，显然奇

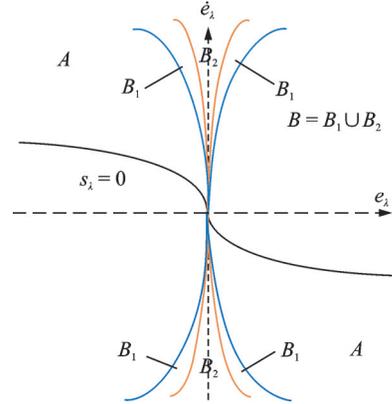


图2 系统状态相平面图

Fig.2 Phase plane of the control system

异点只出现在子空间 B 中。A 和 B 的定义如下

$$A = \left\{ (e_\lambda, \dot{e}_\lambda) : \alpha_1 p_1 |e_\lambda|^{(p_1-1)} \dot{e}_\lambda \leq u_{\max} \right\}$$

$$B = \left\{ (e_\lambda, \dot{e}_\lambda) : \alpha_1 p_1 |e_\lambda|^{(p_1-1)} \dot{e}_\lambda > u_{\max} \right\}$$

情况 1: 当系统状态 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\} \in A$ 时，饱和函数 $\text{sat}(u_f) = \alpha_1 p_1 |e_\lambda|^{(p_1-1)} \dot{e}_\lambda$ 。选取 Lyapunov 函数 $V_{\lambda_1} = s_\lambda^2 / 2$ ，对其求导如下

$$\dot{V}_{\lambda_1} = s_\lambda \dot{s}_\lambda \quad (19)$$

对式(15)求取关于时间的一阶导数，并代入式(19)得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\lambda_1} = s_\lambda (\ddot{e}_\lambda + \alpha_1 p_1 |e_\lambda|^{(p_1-1)} \dot{e}_\lambda + \beta_1 g_1 |e_\lambda|^{(g_1-1)} \dot{e}_\lambda) = \\ s_\lambda \left(-\frac{2r\dot{\lambda}}{r} - \frac{A_M \cos \sigma_M}{r} - \ddot{\lambda}_{ed} + \right. \\ \left. \alpha_1 p_1 |e_\lambda|^{(p_1-1)} \dot{e}_\lambda + \beta_1 g_1 |e_\lambda|^{(g_1-1)} \dot{e}_\lambda \right) \end{aligned} \quad (20)$$

将式(15)与式(16)代入式(20)并整理，得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\lambda_1} = \alpha_2 |s_\lambda|^{(1+p_2)} + \beta_2 |s_\lambda|^{(1+g_2)} = \\ -2\alpha_2 V_{\lambda_1}^{(1+p_2)/2} - 2\beta_2 V_{\lambda_1}^{(1+g_2)/2} \end{aligned} \quad (21)$$

式(21)符合文献[26]的固定时间引理。因此二阶系统 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\}$ 在不进入区域 B 的前提下，能够在固定时间 T_1 内收敛至滑模面 $s_\lambda = 0$ 上， T_1 满足如下表达式

$$T_1 \leq \frac{1}{\alpha_2(1-p_2)} + \frac{1}{\beta_2(g_2-1)} \quad (22)$$

情况 2: 当系统状态 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\} \in B$ 时，饱和函数 $\text{sat}(u_f) = \text{sgn}(\dot{e}_\lambda) u_{\max}$ 。将饱和函数与式(16, 20) 联立得到，

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\lambda_1} = s_\lambda (-\text{sgn}(\dot{e}_\lambda) u_{\max} + \alpha_1 p_1 |e_\lambda|^{(p_1-1)} \dot{e}_\lambda - \\ \alpha_2 \text{sig}(s)^{p_2} - \beta_2 \text{sig}(s)^{g_2}) \end{aligned} \quad (23)$$

如图 2 所示，根据式(23)的符号可将 B 区域进一步划分为 B_1 和 B_2

$$B_1 = \left\{ (e_\lambda, \dot{e}_\lambda) : \dot{V}_{\lambda_1} < 0 \right\}$$

$$B_2 = \{(e_\lambda, \dot{e}_\lambda): \dot{V}_{\lambda_1} \geq 0\}$$

当系统状态由 A 进入 B 区域时,饱和函数由 $\text{sat}(u_f) = \alpha_1 p_1 |e_\lambda|^{(p_1-1)} \dot{e}_\lambda$ 转变为 $\text{sat}(u_f) = \text{sgn}(\dot{e}_\lambda) u_{\max}$ 。由式(23)可知 \dot{V}_{λ_1} 不会立即改变符号,在 B_1 区域仍有 $\dot{V}_{\lambda_1} < 0$ 。当系统状态由 B_1 区域进入 B_2 区域后,由 $p_1 \in (0.5, 1)$ 可知若 $\dot{e}_\lambda \neq 0$ 且 $e_\lambda \rightarrow 0$ 有

$$\dot{s}_\lambda = O(\alpha_1 p_1 |e_\lambda|^{(p_1-1)} \dot{e}_\lambda) \quad (24)$$

式中 O 代表渐进无穷大的朗道符号,将式(24)代入式(23)得到

$$\dot{V}_{\lambda_1} = s_\lambda \cdot O(\alpha_1 p_1 |e_\lambda|^{(p_1-1)} \dot{e}_\lambda) > 0 \quad (25)$$

故而,系统总是存在区域 B 内的 2 个子空间 B_1 及 B_2 满足上述条件。需要强调的是,虽然 B_1 及 B_2 区域的边界很难准确给出,但是并不影响对系统稳定性的分析。

在二阶系统 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\}$ 中,状态变量 e_λ 与 \dot{e}_λ 满足

$$e_\lambda(t_2) = e_\lambda(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} \dot{e}_\lambda dt \quad (26)$$

如图 2 所示,当系统状态进入子空间 B_2 时, $e_\lambda \rightarrow 0$ 。跟据 \dot{e}_λ 的符号存在以下 2 种情况:若 $\dot{e}_\lambda > 0$,则 e_λ 单调递增,系统状态将沿顺时针方向穿越 B_2 区域到达滑模面 $s_\lambda = 0$ 上;若 $\dot{e}_\lambda < 0$,则 e_λ 单调递减,系统状态将沿逆时针方向穿越 B_2 区域到达滑模面 $s_\lambda = 0$ 上。若 $\dot{e}_\lambda \rightarrow 0$ 且 $e_\lambda \rightarrow 0$,由式(15)可知此时 $s_\lambda \rightarrow 0$,二阶系统将沿着滑模面趋近于平衡点,系统不发散。假设系统穿越 B 区域总时间为 τ ,则从相平面任意位置出发,总能在固定时间内到达滑模面并保持在滑模面上,到达时间如下

$$T'_1 = T_1 + \tau \quad (27)$$

实际应用中 $\tau \rightarrow 0^{[27]}$ 。因此,可以认为系统状态 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\}$ 能够在固定时间到达滑模面。

系统状态 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\}$ 收敛至滑模面后, $s_\lambda = 0$ 。如前文所述,控制器不发生奇异,对 e_λ 求取时间导数得到

$$\dot{e}_\lambda = -\alpha_1 \text{sig}(e_\lambda)^{p_1} - \beta_1 \text{sig}(e_\lambda)^{g_1} \quad (28)$$

选取 Lyapunov 函数 $V_{\lambda_2} = 1/2e_\lambda^2$,对其求导并将式(28)代入得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\lambda_2} &= e_\lambda(-\alpha_1 \text{sig}(e_\lambda)^{p_1} - \beta_1 \text{sig}(e_\lambda)^{g_1}) = \\ &-\alpha_1 |e_\lambda|^{(p_1+1)} - \beta_1 |e_\lambda|^{(g_1+1)} \end{aligned} \quad (29)$$

由 $V_{\lambda_2} = 1/2e_\lambda^2$ 可知,式(29)可表示为

$$\dot{V}_{\lambda_2} = -2\alpha_1 V_{\lambda_2}^{(1+p_1)/2} - 2\beta_1 V_{\lambda_2}^{(1+g_1)/2} \quad (30)$$

可观察到,式(30)满足文献[26]的固定时间引理,故系统状态 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\}$ 能够在固定时间 T_2 沿滑模面 $s_\lambda = 0$ 收敛到平衡点, T_2 满足如下表达式

$$T_2 \leq \frac{1}{\alpha_1(1-p_1)} + \frac{1}{\beta_1(g_1-1)} \quad (31)$$

故而,二阶系统 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\}$ 能够在固定时间 $T_1 + T_2$ 收敛至平衡点,即由 e_λ 构成的二阶系统 $\{e_\lambda, \dot{e}_\lambda\}$ 固定时间镇定。

证明完毕。

综上所述,本文设计的制导律满足 Lyapunov 稳定性条件。在制导指令作用下,视线角误差轨迹 λ_e 严格跟踪视线角误差参考轨迹 λ_{ed} ,导弹能够实现打击角度和打击时间控制。

3 制导律参数寻优

导弹在视线角误差参考轨迹与制导指令的作用下,满足打击时间和打击角度的约束。由式(13)可知,只需设计制导律对视线角误差参考轨迹严格跟踪即可完成期望打击角度控制。参数 δ_1 决定了导弹飞行轨迹,通过选取 δ_1 构造期望的飞行轨迹,使其满足打击时间约束。故而对不同期望打击时间 t_d , δ_1 的值也不同。设导弹真实打击时间为 t_{imp} ,由于导弹速度是常量,飞行距离越长、轨迹越弯曲,打击时间 t_{imp} 的值越大。制导律参数寻优的目标是令 $t_{\text{imp}} = t_d$,此时导弹在期望的打击时间 t_d 以期望的打击角度命中目标。

定义如下性能指标

$$J = |t_{\text{imp}} - t_d| \quad (32)$$

式中 J 表示真实打击时间与期望打击时间之间的差值。假设期望的打击时间是 t_d ,对打击时间的控制问题即转化为求解 J 的最小值问题。 J 是关于 δ_1 的函数,通过选取 δ_1 的值,找到 J 的最小值。本文使用在线优化方法对打击时间进行迭代优化,优化方法使用适合求解少变量多元方程极值的 Nelder-Mead 算法,不需要任何求导过程即可获得合适的 δ_1 。

文献[6, 10, 16]将视线角轨迹设计成含有一个未知参数的多项式,并借助优化方法对未知参数迭代寻优,从而实现打击时间的控制。本文使用的在线优化方法借鉴这一思想,通过数值循环迭代得到式(13)中 δ_1 的最优值,从而构造满足打击时间约束的弹道轨迹。该方法具体步骤如图 3 所示。

将使用优化方法求出的 δ_1 表示为 δ_1^* ,并将 δ_1^* 代入式(13)得到

$$\begin{aligned} \lambda_{ed}^* &= \delta_1^* \frac{t_{go}^4}{t_d^4} - (2\delta_1^* + \dot{\lambda}_{e0} t_d + 2\lambda_{e0}) \frac{t_{go}^3}{t_d^3} + (\delta_1^* + \\ &3\lambda_{e0} + \dot{\lambda}_{e0} t_d) \frac{t_{go}^2}{t_d^2} \end{aligned} \quad (33)$$

式中: λ_{ed}^* 表示同时满足打击角度与打击时间约束

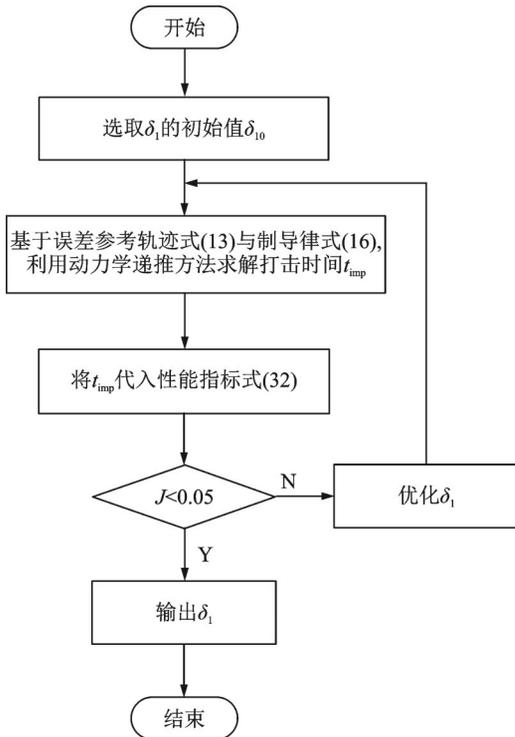


图3 在线优化计算步骤

Fig.3 Computational steps for optimization routine

的视线角误差参考轨迹。对式(33)求导并代入式(16),得到制导律 A_M^*

$$A_M^* = -\frac{2\dot{r}\dot{\lambda}}{\cos \sigma_M} + \frac{r}{\cos \sigma_M} \left\{ -\ddot{\lambda}_{eD}^* + \text{sat}(u_f) + \beta_1 g_1 |e_\lambda|^{(g_1-1)} \dot{e}_\lambda + \alpha_2 \text{sig}(s)^{p_2} + \beta_2 \text{sig}(s)^{g_2} \right\} \quad (34)$$

使用上述制导律跟踪视线角误差参考轨迹,系统状态将维持在滑模面 $s_\lambda = 0$ 上,因而确保导弹在期望打击时间以期望打击角度击中目标。本例中令 δ_1 的初始猜测值为 0.1,对应的优化指标 J 也存在一个初始值。经动力学递推及仿真迭代后, J 满足条件 $J < 0.05$ 时输出 δ_1 ,此时的 δ_1 即为最优解 δ_1^* 。使用 2.6 GHz CPU 对优化方法测试的平均时间为 0.06 s,平均次数为 9。虽然使用数值方法得到的 δ_1^* 相对于解析方法花费更多时间,然而本例中的优化方法运算量较小,可忽略不计。如图 4 所

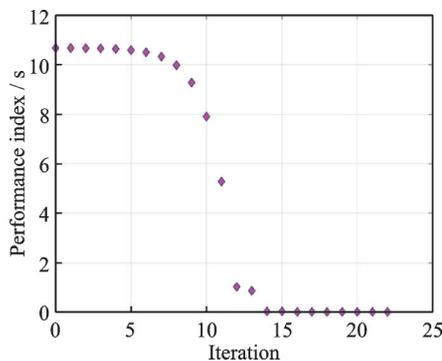


图4 性能指标收敛过程

Fig.4 Convergence of performance index

示,仿真结果表明性能指标 J 收敛速度较快,最终满足优化的终止条件,得到合适的 δ_1 。

所提制导算法求解过程的伪代码如下所示。仿真开始前设置制导算法的初始参数,几次寻优迭代得到最优 δ_1 值,最终得到满足约束的非奇异终端滑模制导律。

输入:初始条件,制导参数 p_1, p_2, g_1, g_2

输出:制导指令

步骤1 选择初始猜测值 δ_1 和终止条件 J

步骤2 while $J >$ 终止条件 do

通过在线优化过程更新 δ_1

end

步骤3 将 δ_1 代入视线角误差参考轨迹 λ_{eD}

步骤4 计算制导指令

4 仿真分析

为验证本文设计的非奇异终端滑模制导律的性能,考虑静止目标和匀速运动目标,采用式(1~4)的导弹运动学方程开展仿真验证。假设导弹的速度恒为 250 m/s、初始弹道角为 60° ,导弹和目标的初始位置分别为 $(0, 0)$ 和 $(10, 0)$ km。式(15, 16)中的参数分别选取为 $p_1 = p_2 = 0.7$ 与 $g_1 = g_2 = 1.3$ 。将本文设计的视线角误差参考轨迹(13)、制导律(16)以及上节介绍的优化方法在设置的初始条件下进行仿真。

4.1 针对静止目标的制导律仿真分析

首先针对静止目标开展仿真,此时目标速度为 0。式(1,2)可表示为

$$\dot{r} = -V_M \cos \sigma_M \quad (35)$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{V_M \sin \sigma_M}{r} \quad (36)$$

考虑一个静止目标,假设期望打击时间为 50 s,期望打击角度分别为 $-25^\circ, -45^\circ$ 和 -65° 。如图 5 所示,仿真结果表明所提制导律对静止目标有效,系统的控制输入最终收敛至零。

考虑相同的期望打击时间、不同期望打击角度的情形。如图 5(a)所示,随着期望打击角度的增大,导弹飞行轨迹进行调整以适应终端打击角度的约束。由图 5(b)所示的相对距离曲线可知,导弹以期望打击时间完成零脱靶打击。导弹的视线角曲线如图 5(c)所示,不同期望打击角度的视线角曲线在弹道初始阶段变化较小而弹道末段变化较大,并以各自期望打击角度击中目标。控制加速度曲线如图 5(d)所示,期望打击角度越大,导弹进行轨迹调整时所需的加速度越大。3组仿真对应的参数 δ_1 如表 1 所示。

对表 1 参数 δ_1 在不同期望打击角度下的取值

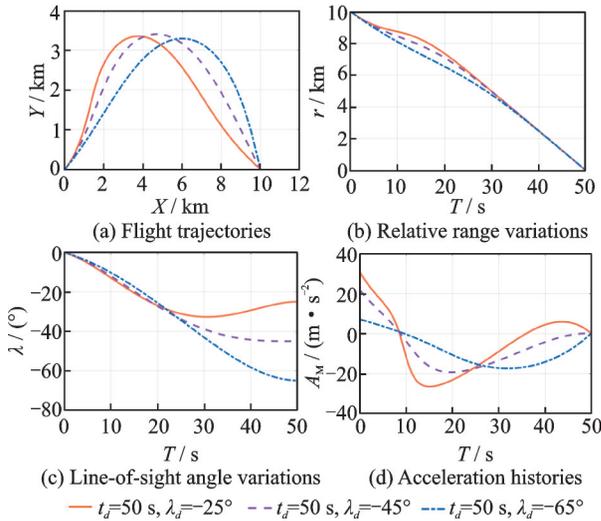


图 5 不同打击角度约束下对静止目标拦截的仿真结果
Fig.5 Simulation results for various impact angles against a stationary target

表 1 拦截静止目标的参数

t_d/s	$\lambda_d/(^\circ)$	δ_1
50	-25	-5.117
50	-45	-1.910
50	-65	-0.715 8

进行定性分析可知,随着期望打击角度增大,参数 δ_1 的值随之增大。需要注意的是,针对静止目标时制导律(16)发生退化,故而制导任务开始前可对参数 δ_1 进行离散求解,不需要在线更新参数。

4.2 针对匀速运动目标的制导律仿真分析

本节针对匀速运动目标进行仿真验证。考虑现代舰船的典型巡航速度,将目标的运动速度设为水面舰艇的定常速度 30 m/s,并假设导弹和目标的初始位置以及导弹的飞行速度与 4.1 节相同。随着目标的运动,视线角误差参考轨迹进行调整,参数 δ_1 不断迭代更新。制导框架依然不需要预测碰撞点即可满足打击角度与打击时间的约束。

将本文所提出的制导律与文献[10]所提出的制导律,在考虑不同打击角度和打击时间的情形下进行仿真对比。导弹和目标的初始航向角分别设为 60° 和 135° ,分别选取期望打击时间 45 s,期望打击角度 -20° 以及期望打击时间 48 s,期望打击角度 -30° 两种约束条件与文献[10]进行仿真分析,仿真结果如图 6 所示。经在线寻优算法的迭代计算可知,在期望打击时间 45 s,期望打击角度 -20° 的条件下,本文参数 δ_1 的值为 $-2.281 8$,文献[10]中参数 a 的值为 -4.55 ;在期望打击时间 48 s,期望打击角度 -30° 的条件下,本文参数 δ_1 的值为 $-3.700 3$,文献[10]中参数 a 的值为 $-2.694 7$ 。

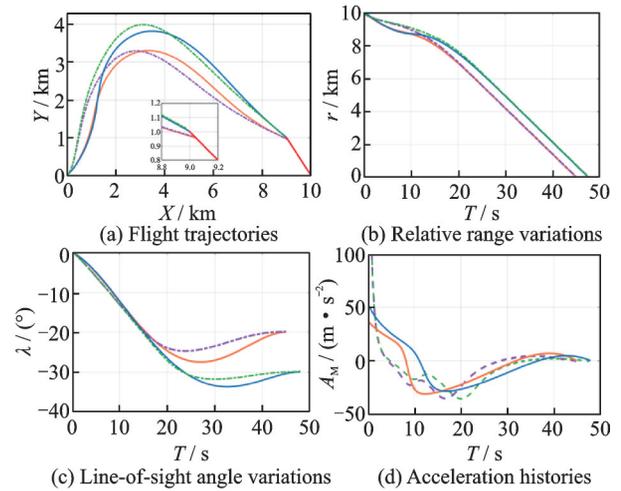


图 6 不同打击角度与时间约束下对匀速运动目标拦截的仿真结果及与文献[10]的对比

Fig.6 Simulation results compared with Ref. [10] for various impact angles and times against a constant-velocity target

本文和文献[10]均实现了打击角度和打击时间的同时控制。

由图 6(a)可知,随着期望打击时间的增加,导弹飞行轨迹更长,飞行轨迹更弯曲。本文与文献[10]中目标的运动轨迹重合,在同一时刻被导弹击中,实现打击时间的控制。相比之下,文献[10]中导弹的飞行轨迹在初期上升速度更快,到达弹道顶点更早。而本文与文献[10]在弹道后半段的飞行轨迹比较接近,能够提前以期望打击角度径直拦截匀速运动目标。由图 6(b)所示的相对距离曲线可知,不同的期望打击时间约束条件下,导弹分别以各期望打击时间完成零脱靶打击。在飞行时间前半段,本文的弹-目相对距离相较文献[10]下降速度更快;而飞行时间后半段,相对距离的变化趋势相近。导弹的视线角曲线如图 6(c)所示,视线角曲线以各期望打击时间收敛至期望打击角度。本文与文献[10]的视线角变化规律在飞行时间前半段较为相近;而在飞行时间后半段,文献[10]的视线角变化更平缓,最终二者皆收敛于期望打击角度。控制加速度曲线如图 6(d)所示,随着期望打击时间增加,导弹进行轨迹调整时所需的加速度增加,终端加速度最终收敛至零。假设控制输入受限为 100 m/s^2 ,文献[10]的控制加速度指令变化更剧烈,初始阶段达到限幅。弹道前半段陡增至 100 m/s^2 ,在 7 s 左右下降至 -20 m/s^2 ,再缓慢变化直至收敛至 0。相较之下,本文所提制导律的控制加速度指令的极值远小于文献[10],约为 30 m/s^2 ,未达到限幅。经 13 s 左右缓慢降至 -25 m/s^2 ,再

缓慢变化直至收敛至0。

综合来看,随着期望打击时间和期望打击角度的增加,导弹飞行的轨迹更加弯曲,终端加速度收敛到0的速度更慢。而本文所提制导方法相较文献[10]的控制加速度具有更小的极值和变化平缓等特点,最终收敛至0且末端无突变,更适用于工程应用。需要强调的是,所提出的制导方法考虑非机动目标。这是由于机动目标的弹道倾角在制导过程中不再是一个常数,其变化情况完全取决于目标的机动策略,此时打击角度约束无法转换为视线角约束。而本文所提出的制导方法对视线角的误差参考轨迹进行设计,不适用于打击机动目标的情形,故而针对机动目标的多项式成型方法可以通过对其他变量进行设计从而满足打击角度的约束,此处不再赘述。综合上述分析,通过对静止目标与匀速运动目标的仿真验证可知,本文所提出的制导律满足零脱靶量、打击时间、打击角度和终端加速度约束。

5 结 论

本文考虑静止目标和匀速运动目标,设计一种满足打击角度和打击时间约束的非奇异终端滑模制导律。首先考虑导弹的视线角误差,将其设计成含有一个未知参数的时间多项式以满足打击角度约束。而未知参数的引入为系统对打击时间的控制提供了可能。而后,基于固定时间稳定的概念设计一种终端滑模制导律对视线角误差参考轨迹进行跟踪,同时利用在线数值优化方法确定未知参数的值以实现打击时间控制。本文提出的制导策略不需要剩余飞行时间估计和碰撞点预测。最后,仿真结果验证了该方法的有效性。

参考文献:

- [1] KIM B S, LEE J G, HAN H S. Biased PNG law for impact with angular constraint[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(1): 277-288.
- [2] RYOO C K, CHO H, TAHK M J. Optimal guidance laws with terminal impact angle constraint[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(4): 724-732.
- [3] 李泽仁, 崔颖, 章露露, 等. 考虑加速度约束的终端角度约束滑模制导律设计[J]. 控制与决策, 2021, 36(10): 2511-2516.
LI Zeren, CUI Hao, ZHANG Lulu, et al. Sliding-mode guidance law with acceleration and angle constraints[J]. Control and Decision, 2021, 36(10): 2511-2516.
- [4] JEON I S, LEE J I, TAHK M J. Impact-time-control guidance law for anti-ship missiles[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(2): 260-266.
- [5] WANG Pengyu, GUO Yanning, MA Guangfu, et al. New differential geometric guidance strategies for impact-time control problem[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(9): 1982-1992.
- [6] HU Qinglei, HAN Tuo, XIN Ming. Sliding-mode impact time guidance law design for various target motions[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(1): 136-148.
- [7] LEE J I, JEON I S, TAHK M J. Guidance law to control impact time and angle[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(1): 301-310.
- [8] ZHANG Youan, MA Guoxin, LIU Aili. Guidance law with impact time and impact angle constraints[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(4): 960-966.
- [9] ERER K S, TEKIN R. Impact time and angle control based on constrained optimal solutions[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2016, 39(10): 2448-2454.
- [10] HARL N, BALAKRISHNAN S N. Impact time and angle guidance with sliding mode control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 20(6): 1436-1449.
- [11] ZHAO Yao, SHENG Yongzhi, LIU Xiangdong. Analytical impact time and angle guidance via time-varying sliding mode technique[J]. ISA Transactions, 2016, 62: 164-176.
- [12] CHEN Xiaotian, WANG Jinzhi. Sliding-mode guidance for simultaneous control of impact time and angle[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(2): 394-401.
- [13] KUMAR S R, GHOSE D. Sliding mode guidance for impact time and angle constraints[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2018, 232(16): 2961-2977.
- [14] HU Qinglei, HAN Tuo, XIN Ming. New impact time and angle guidance strategy via virtual target approach[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2018, 41(8): 1755-1765.
- [15] HOU Zhiwei, YANG Ye, WANG Yongji. Terminal sliding mode control based impact time and angle constrained guidance[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 93: 105142.1-105142.10.
- [16] 吴放, 常思江. 攻击时间和攻击角度控制的非奇异终端滑模制导律[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, 53(6): 93-103.
WU Fang, CHANG Sijiang. Nonsingular terminal sliding mode guidance law of impact time and impact angle control[J]. Journal of Harbin Institute of Tech-

- nology, 2021, 53(6): 93-103.
- [17] WANG Pengyu, GUO Yanning, MA Guangfu, et al. New look-angle tracking guidance strategy for impact time and angle control[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2022, 45(3): 545-557.
- [18] SHIM S W, HONG S M, MOON G H, et al. Impact angle and time control guidance under field-of-view constraints and maneuver limits[J]. International Journal of Aeronautical and Space Sciences, 2018, 19: 217-226.
- [19] KIM T H, LEE C H, JEON I S, et al. Augmented polynomial guidance with impact time and angle constraints[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(4): 2806-2817.
- [20] KANG S, TEKIN R, HOLZAPFEL F. Generalized impact time and angle control via look-angle shaping [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(3): 695-702.
- [21] TEKIN R, ERER K S. Impact time and angle control against moving targets with look angle shaping[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2020, 43(5): 1020-1025.
- [22] WANG Ziqi, HU Qinglei, HAN Tuo, et al. Two-stage guidance law with constrained impact via circle involute[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 57(2): 1301-1316.
- [23] WANG Pengyu, GU Yue, GUO Yanning, et al. Shrinking horizon MPC strategy for impact time and angle guidance[C]//Proceedings of the 40th Chinese Control Conference (CCC). Shanghai, China: [s.n.], 2021: 3667-3672.
- [24] 熊少锋,王卫红,刘晓东,等.考虑导弹自动驾驶仪动态特性的带攻击角度约束制导律[J].控制与决策, 2015, 30(4): 585-592.
- XIONG Shaofeng, WANG Weihong, LIU Xiaodong, et al. Impact angle guidance law considering missile's dynamics of autopilot[J]. Control and Decision, 2015, 30(4): 585-592.
- [25] KUMAR S R, RAO S, GHOSE D. Sliding-mode guidance and control for all-aspect interceptors with terminal angle constraints[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(4): 1230-1246.
- [26] POLYAKOV A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(8): 2101-2106.
- [27] FENG Yong, YU Xinghuo, HAN Fengling. Nonsingular terminal sliding-mode control of nonlinear systems[J]. Automatica, 2013, 41(6): 1715-1722.

(编辑:张蓓)