

DOI:10.16356/j.1005-2615.2022.06.004

## 基于短暂丢失参考信号预测的无人直升机轨迹跟踪控制

杨静雯<sup>1</sup>, 李涛<sup>1</sup>, 杨欣<sup>1</sup>, 费树岷<sup>2</sup>

(1. 南京航空航天大学自动化学院, 南京 211106; 2. 东南大学自动化学院, 南京 210096)

**摘要:** 考虑地面目标参考信号短暂丢失与外部干扰等影响, 研究无人直升机 (Unmanned aerial helicopter, UAH) 空地轨迹跟踪控制问题。首先, 将短时丢失的参考轨迹进行分解, 并将其建模成平稳信号与非平稳信号两部分。然后, 利用差分整合移动平均自回归 (Auto-regressive integrated moving average, ARIMA) 模型预测平稳信号, 并借助马尔可夫分析法对非平稳信号进行预测。其次, 结合预测信息和跟踪误差信号, 分别对 UAH 横纵向子系统和垂直子系统设计滑模控制器, 以有效提升跟踪效率并减小外界干扰对跟踪性能的影响, 并改进控制算法以减小由滑模导致的抖振现象。最后, 利用仿真结果说明本文控制算法有效性与优越性。

**关键词:** 无人直升机; 跟踪控制; 丢失信号预测; 滑模控制; 外部干扰

中图分类号: TP13

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2022)06-1030-10

## Trajectory Tracking Control for Unmanned Aerial Helicopter via Predictions of Transiently Lost Reference Signals

YANG Jingwen<sup>1</sup>, LI Tao<sup>1</sup>, YANG Xin<sup>1</sup>, FEI Shumin<sup>2</sup>

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China;

2. School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** Combined with the existence of transiently lost reference signals and outside disturbance, this paper targets the problem on trajectory tracking control of unmanned aerial helicopter (UAH). Firstly, the lost reference signals in short time interval are divided into two parts including stationary reference signals and non-stationary ones. Secondly, as for the lost signals, a prediction model based on differential auto-regression integration moving average (ARIMA) model is utilized to predict the stationary signals and the Markov analytic method is used to predict the non-stationary one. Thirdly, by combining the predicted data and tracking error, two slide mode controllers are proposed for the transverse-longitudinal subsystem and the vertical subsystem in the UAH system, which can greatly improve the tracking performance and eliminate the negative effects of the outside disturbance. Moreover, the proposed control algorithm is further improved to decrease the chattering effect induced by the sliding mode. Finally, simulations are presented to illustrate the effectiveness and advantages of the derived control schemes.

**Key words:** unmanned aerial helicopter (UAH); tracking control; prediction of lost signal; sliding mode controller; outside disturbance

**基金项目:** 国家自然科学基金(62073164, 61922042); 南航研究生科研与实践创新计划项目(xcxjh20210323)。

**收稿日期:** 2021-10-08; **修订日期:** 2022-04-17

**通信作者:** 李涛, 男, 博士, 教授, E-mail: autolitao@nuaa.edu.cn。

**引用格式:** 杨静雯, 李涛, 杨欣, 等. 基于短暂丢失参考信号预测的无人直升机轨迹跟踪控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2022, 54(6): 1030-1039. YANG Jingwen, LI Tao, YANG Xin, et al. Trajectory tracking control for unmanned aerial helicopter via predictions of transiently lost reference signals[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(6): 1030-1039.

无人机发展过程可追溯至20世纪初,20世纪50年代开始快速发展,并在后来几次局部战争中崭露头角,逐步成为新型的空中作战与运输平台。无人机按照气动原理可分为固定翼无人机和旋翼无人机。与固定翼无人机相比,旋翼无人机,即无人直升机(Unmanned aerial helicopter, UAH),虽然控制难度较大,但具有很多独特优势,例如垂直起降、定点悬停、原地转弯、低空飞行、侧飞后飞,能利用复杂地形隐蔽飞行等。这些特殊飞行方式不仅使UAH完成固定翼无法完成的任务,也使其具有较好灵活性,可有效执行某些特殊的军事任务。然而,由于UAH系统具有高度非线性、强耦合、开环不稳定及欠驱动等特性,且飞行中易受到各种扰动影响,设计高性能飞控算法是具有挑战性的难题<sup>[1]</sup>。近年来,许多控制方法被用于UAH系统的控制器设计<sup>[2-3]</sup>,包括鲁棒控制、神经网络控制、预测控制、滑模控制、自适应控制、反步控制、最优控制等。在UAH控制目标中,跟踪控制应用较为广泛,包括自主着舰、吊装运输、空地协同等。因而UAH跟踪控制成为研究热点并取得许多优秀结果<sup>[4-6]</sup>。例如,文献[7]针对UAH非线性和强耦合等特性,提出基于动态反馈线性化方法的鲁棒跟踪控制策略;文献[8]基于状态受限设计鲁棒动态面控制器,并将UAH系统解耦为平移系统与旋转系统以完成跟踪控制;文献[9]同时考虑UAH速度跟踪与偏航角跟踪,利用滑模控制补偿俯仰角不可测的不利影响;文献[10]将UAH模型分成3个子系统,随后设计自适应反步控制器实现位置和偏航角跟踪控制;文献[11-12]分别基于非线性和线性模型预测控制设计UAH抗扰跟踪控制器;文献[13]建立基于分层架构的模型预测轨迹控制设计方案。

需要指出的是,实际UAH对地目标跟踪过程中可以通过全球定位系统(Global positioning system, GPS)获得地面参考目标轨迹信息,但复杂外部环境或未知扰动会导致参考信号不能被实时获取<sup>[14]</sup>。UAH无法实时获取参考目标运动轨迹,而造成跟踪控制性能下降甚至任务失败。但目前关于短暂丢失参考信号下UAH跟踪控制研究结果较少,难点在于如何对丢失信号进行有效预测并加以利用。而在船舶轨迹定位中,文献[15]将短暂丢失轨迹信息分为平稳序列和非平稳序列信号分别进行预测估计;文献[16]利用强跟踪扩展Kalman滤波算法和传统Kalman滤波算法对丢失信号切换预测;文献[17]利用移动平均自回归

(Auto-regressive integrated moving average, ARIMA)模型获得残差并传给长短期记忆模型以提取数据中非线性特征,集成后获取最终预测结果。然而文献[16]中研究方法虽然能降低计算量,但预测模型单一且精度较低;文献[17]预测方法易受不确定性影响,算法鲁棒性较弱。而在信号处理领域中,文献[18]利用ARIMA模型对通讯系统中随机传输时延进行预测;文献[19-20]借助马尔可夫分析法构建间歇信号发生后的预测模型。

根据现有成果和实际UAH跟踪情形,本文考虑复杂环境下受到外界扰动影响,存在地面参考目标信号短暂丢失下的无人直升机空地协同跟踪问题,其中UAH与地面运动目标呈自然式轨道构型。首先,将短暂丢失的参考信号分解为趋势序列和不规则变化序列两类信号,并对文献[18-20]中方法加以改进,从而实现丢失参考信号的准确预测,以有效提升预测精度和控制算法的鲁棒性。然而,引入预测机制会增加UAH控制系统的设计难度和控制计算量。根据文献[21]结果,滑模控制无需设计干扰观测器便可抑制部分外界干扰对控制性能的影响,但文献[22]指出采用基于趋近律的滑模变结构控制方法难以消除抖振现象。因而本文针对UAH跟踪控制目标,对文献[22]方法进行改进,建立了由饱和函数构建的自适应滑模趋近律<sup>[23]</sup>以有效减小抖振现象,同时引入有限时间限制条件以提升对地目标的跟踪效率<sup>[24-25]</sup>。

本文主要创新性总结如下:

(1) 根据短暂丢失参考信号的特性及可利用信息,考虑其平稳因素与非平稳性因素并分别构建短时预测模型,改进现有的ARIMA模型并基于马尔可夫分析法引入状态迁移矩阵,从而对短暂丢失的地面参考信号进行准确且高效的预测。

(2) 利用滑模控制技术设计控制器以抑制干扰影响,在趋近律中引入幂函数,能有效避免输出超调并能在跟踪误差系统产生强烈抖振的前提下快速收敛至滑模面。同时,为进一步减小抖振现象,在趋近律中引入自适应饱和函数,从而能增加控制系统设计的灵活性和鲁棒性。

文中变量定义: $\mathbf{R}$ 表示实数集; $\mathbf{R}^{m \times n}$ 表示 $m \times n$ 实数矩阵集; $|x|$ 表示将矩阵 $x$ 内所有元素分别绝对值化; $\|x\|$ 表示向量 $x$ 模; $\hat{x}$ 表示将向量 $x$ 中元素化为对角矩阵; $A^T$ 表示矩阵 $A$ 转置; $\text{Sym}\{A\}$ 表示矩阵 $A + A^T$ ; $A/B$ 表示矩阵(向量) $A$ 中元素除以矩阵(向量) $B$ 中对应的元素。

## 1 无人直升机系统模型

由于实际 UAH 系统模型具有高度非线性<sup>[21]</sup>, 为了方便叙述后文控制设计方案, 基于文献[21]模型简化方法, 可获得如下的 UAH 线性系统模型

$$\begin{cases} \dot{U}(t) = A_1 U(t) + B_1 \Theta(t) + d(t) \\ \dot{\Theta}(t) = \Omega(t) \\ \dot{\Omega}(t) = A_2 U(t) + C_2 H(t) \\ \dot{H}(t) = -\Omega(t) + C_3 H(t) + K U_{in}(t) \\ \dot{w}(t) = C_4 H(t) + Z_w w(t) + Z_r r(t) + \\ \quad d_3(t) + Z_{col} u_{col}(t) \\ \dot{\psi}(t) = r(t) \\ \dot{r}(t) = N_u v(t) + N_p p(t) + N_w w(t) + \\ \quad N_r r(t) + N_{ped} u_{ped}(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $U(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$ ,  $\Theta(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \phi(t) \end{bmatrix}$ ,  $U_{in}(t) =$

$$\begin{bmatrix} u_{lon}(t) \\ u_{lat}(t) \end{bmatrix}, \quad d(t) = \begin{bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \end{bmatrix}, \quad H(t) = \begin{bmatrix} a(t) \\ b(t) \end{bmatrix}, \quad \Omega(t) =$$

$$\begin{bmatrix} q(t) \\ p(t) \end{bmatrix}; \quad u(t) \text{ 和 } v(t) \text{ 分别表示纵向速度和横向速度; } p(t) \text{ 和 } q(t) \text{ 分别表示滚转角速度和俯仰角速度; } \theta(t) \text{ 和 } \phi(t) \text{ 分别表示滚转角和俯仰角; } a(t) \text{ 和 } b(t) \text{ 为襟翼角, 分别表示尖端路径平面在纵、横轴上倾斜度; } d_1(t) \text{ 和 } d_2(t) \text{ 分别表示作用于横向和纵向上的时变有界外部扰动; } u_{lon}(t) \text{ 和 } u_{lat}(t) \text{ 分别表示纵向和横向子系统的控制输入; } w(t) \text{ 表示垂直速度; } r(t) \text{ 表示偏航角速度; } \psi(t) \text{ 表示偏航角; } u_{col}(t) \text{ 和 } u_{ped}(t) \text{ 表示垂直方向上的控制输入; } d_3(t) \text{ 表示作用于垂直方向上的外部扰动且满足时变有界; 其他系统参数可分别表示为 } A_1 =$$

$\begin{bmatrix} X_u & 0 \\ 0 & Y_v \end{bmatrix}$ ,  $B_1 = \begin{bmatrix} -g & 0 \\ 0 & g \end{bmatrix}$ ,  $A_2 = \begin{bmatrix} M_u & M_v \\ l_u & L_v \end{bmatrix}$ ,  $C_2 =$

$$\begin{bmatrix} M_a & 0 \\ 0 & L_b \end{bmatrix}, \quad C_3 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_f} & A_b \\ B_a & -\frac{1}{\tau_f} \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} A_{lon} & 0 \\ 0 & B_{lat} \end{bmatrix},$$

$$C_4 = [Z_a \quad Z_b].$$

## 2 跟踪参考信号模型

UAH 对地跟踪过程中, 如果地面目标运动轨迹能够实时获取, 则可以直接利用其参考信息获得跟踪误差信号, 并完成相应的控制设计方案。但若

由于地形复杂等因素导致参考信号短暂丢失, 则假设此时地面信号受到随机扰动影响, 且该轨迹信号同时具有趋势平稳特征和非平稳特征。针对短暂丢失的部分信号, 如果采用单一算法建立预测模型, 则会产生与实际信号较大的预测误差。因而本文在地面坐标系下针对文献[15]中预测模型加以改进, 以已知的地面目标位置信息为样本, 将 ARIMA 算法和马尔可夫分析法结合获得改进后的预测模型, 能实现对地面目标信号丢失后的未知位置信息进行有效预测, 从而在一定程度上解决时间序列预测双重特征带来的预测精度不高等问题。

### 2.1 平稳参考信号模型

根据已有研究结果<sup>[13]</sup>, 趋势平稳特征下的 ARIMA 预测模型, 通常包括移动平均(Moving average, MA)过程、自回归(Autoregressive, AR)过程、自回归移动平均(Auto-regressive moving average, ARMA)过程和差分整合 ARIMA。本文将其分解为如下步骤, 建立改进后的 ARIMA 预测模型:

(1) 获取参考信号未丢失时地面目标运动轨迹的定位数据。

(2) 针对所获取的数据绘图, 观测其是否为平稳时间序列; 如果是非平稳序列, 则对其进行  $d$  阶差分运算后转化为平稳时间序列  $h(t)$ 。

(3) 计算上一步所得到的平稳时间序列自相关函数(Auto-correlation function, ACF) 和偏自相关函数(Partial correlation function, PACF), 并对定位数据图像的分析, 获得最佳的阶数  $p$  和阶数  $q$ 。

(4) 基于上述步骤中所获取的  $d, p, q$ , 建立 ARIMA( $d, p, q$ ) 模型, 并进行模拟预测观察, 确定是否符合已有数据特征, 若不符合则重新确定阶数  $p$  和阶数  $q$ 。

**定义 1** 平稳序列下 ARIMA 预测模型<sup>[17]</sup>如下

$$\hat{h}(t) = \mu + \phi_1 h(t-1) + \dots + \phi_p h(t-p) + \phi_1 e(t-1) + \dots + \phi_q e(t-q) \quad (2)$$

式中:  $\phi_i (i=1, 2, \dots, p)$  为 AR 的系数;  $\phi_i (i=1, 2, \dots, q)$  为 MA 的系数;  $\hat{h}(t)$  为当前平稳趋势数据序列的预测值;  $e(t-i) (i=1, 2, \dots, q)$  为最新预测误差;  $\mu$  表示初始值。

由定义 1 可知, 经过差分运算后时间序列将在某常数附近波动且变化范围有限, 并存在延迟  $k$  的平稳序列。序列平稳性通常可利用图检验法和单位根检验法进行测试。而在 ARIMA 模型中存在

如下函数

ACF

$$\hat{\rho}_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} \mathbf{h}(t+k) \mathbf{h}(t) \quad (3a)$$

PACF

$$\begin{cases} \hat{\phi}_{11} = \hat{\rho}_1 \\ \hat{\phi}_{k+1,k+1} = \left[ \hat{\rho}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\rho}_{k+1-j} \hat{\phi}_{kj} \right] \cdot \left[ 1 - \sum_{j=1}^k \hat{\rho}_j \hat{\phi}_{kj} \right]^{-1} \\ \hat{\phi}_{k+1,j} = \hat{\phi}_{kj} - \hat{\phi}_{k+1,k+1} \hat{\phi}_{k,k+1-j} \\ j = 1, 2, \dots, k \end{cases} \quad (3b)$$

依据 ARIMA( $p, q$ )模型中 ACF 和 PACF 函数,可以得到自相关图和偏自相关图,从而确定用 AR( $p$ )模型,MA( $q$ )模型还是 ARMA( $p, q$ )模型,并由截尾与拖尾阶数确定预测模型中采用的时序数据的滞后数  $p$  和预测模型中采用的预测误差的滞后数  $q$ 。为了检验参考轨迹样本中趋势信息是否已被完全提取,可采取分位数图(Quantile-quantile plot, QQ-plot)方法或杜宾-瓦特森检验(Durbin-Watson, D-W)方法对残差进行检验,判断残差是否满足正态分布,连续残差是否存在自相关性。如果残差是白噪声序列,则平稳序列  $h(t)$  中有用的信息已经被提取完毕,余下信息是无法预测和使用的随机扰动。若残差不是白噪声序列,则需进一步修改或重新定义预测模型。

当上述预测模型检验合格之后,就可以在当前参考轨迹数据样本上,对短暂丢失信号的参考目标运动轨迹进行实时预测。需要指出的是,ARIMA 预测模型也存在问题,首先模型建立需要大量历史数据的支撑,当地面目标运动轨迹可利用的参考数据较少时,会影响信号短暂丢失后预测精度,甚至导致模型建模失败;其次,虽然 ARIMA 模型能对远超测试集时长的参考信号进行预测,但随着预测时间增加,预测方差会随之增加,预测精度也会降低,所以 ARIMA 方法在实际应用中并不适用于长时预测。

### 2.2 非平稳参考信号模型

本文将丢失参考信号中非平稳序列部分定义为受到随机扰动影响的运动轨迹,并通过均值漂移聚类方法构建预测误差的马尔可夫分析法模型,用以修正预测模型。

首先,在当前参考轨迹样本的基础上,获得该参考样本与参考样本预测数据的差值  $g(t)$ 。其次,采用均值漂移聚类算法对预测误差分组定值。均值漂移聚类算法是一种基于非参数概率密度梯度估计的迭代过程,根据形心和迭代来精准定位并优化每组的定位点,用以发觉预测误差数据信息值的

重点区域。较之参考文献[15]中采用的  $k$  均值聚类算法,均值漂移算法不需确定分类总数,该算法会自动识别出数据的中心数量,且聚类中心不取决于最初假定的中心点,划分相对稳定,适用于由随机扰动造成的预测误差聚类。均值漂移聚类算法过程如下:

- (1) 在未被标记的数据点集中,随机选择一个点作为假定的中心点;
- (2) 计算窗口内数据点均值,然后将窗口中心点由假定中心平移至均值点;
- (3) 重复步骤(2)直到平移值小于设定的阈值即迭代收敛,在这一过程中窗口内经过的所有数据点都属于该中心点组;
- (4) 重复步骤(3)直到所有数据点均被访问过;
- (5) 如果收敛时当前组的中心点与其他已经存在的组中心点的距离小于阈值,则把这两个组合并;否则,将当前组作为新的组;

(6) 最终划分出  $n$  组预测误差组,并分别记作  $\epsilon_k (k=1, 2, \dots, n)$ ,将每组对应中心点值记作  $\gamma_k$ 。

接下来,按照划分后各组的数据点数及中心点值求得预测误差的马尔可夫转移概率。在任何给定时刻、当前状态以及所有过去状态的情况下,UAH 系统所受随机扰动的未来状态条件概率分布仅依赖于系统当前状态,即满足马尔可夫性质,因而可采用马尔可夫分析法进行处理。

**定义 2** 马尔可夫分析法的基本模型<sup>[15]</sup>为

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{X}(k) \mathbf{P} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{X}(k)$ 表示趋势分析与预测对象在  $k$  时刻的状态向量; $\mathbf{X}(k+1)$ 表示趋势分析与预测对象在  $k+1$  时刻的状态向量; $\mathbf{P}$ 表示转移概率矩阵。

接下来建立马尔可夫分析法模型。首先计算转移概率矩阵。将当前数值点所在的组  $\epsilon_i (i=1, 2, \dots, n)$  经过一步转移后到达组  $\epsilon_j (j=1, 2, \dots, n)$  的次数记为  $\Sigma(\epsilon_j | \epsilon_i)$ ,将组  $\epsilon_i$  出现总次数记为  $\Sigma(\epsilon_i)$ ,则由转移概率组成的状态转移矩阵为

$$\mathbf{P}(t) = [p_{ij}]_{n \times n}(t) = \left[ \frac{\Sigma(\epsilon_j | \epsilon_i)}{\Sigma(\epsilon_i)} \right]_{n \times n}(t) \quad (5)$$

式中: $\mathbf{P}(t)$ 为随时间改变的矩阵,通过式(5)确定不同时间下  $p$  的值; $\epsilon_i (i=1, 2, \dots, n)$ 中  $n$  的数量随时间增加而增加。

因此可以建立预测差值数据的马尔可夫分析法修正预测序列为

$$\hat{g}(t) = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n]_{1 \times n} \mathbf{P}^m(t) \quad (6)$$

式中  $\hat{g}(t)$  表示预测误差序列  $g(t)$  的  $m$  步预测值,当  $m=1$  时,  $\hat{g}(t)$  为当前时间点的预测误差值。结

合定义1和式(6)可以建立信号丢失部分的优化预测模型  $f(t) = \hat{h}(t) + \hat{g}(t)$ , 其中  $\hat{h}(t)$  为平稳趋势特征下 ARIMA 预测模型, 而  $\hat{g}(t)$  代表非平稳特征下关于预测误差的马尔可夫分析法的修正模型。

### 3 控制律设计

基于第2节中所获得的地面坐标系下参考目标的预测运动轨迹, 可以得到地面目标的定位信息序列。并由序列时间间隔通过差分或求导的方式得到在参考信号短暂丢失时间段内实现跟踪目标所需的同坐标系下参考速度序列。随后将已知地面目标速度序列与预测所得速度序列组合得到横纵向与垂直向完整的速度序列。最后通过跟踪要求与 UAH 机体姿态信息将完整的参考速度序列转换至机体坐标系中, 构成跟踪所需参考信号  $U_r(t)$  与  $w_r(t)$ 。考虑到滑模控制技术能有效抑制外部干扰的影响, 本节将 UAH 系统(1)分为纵向-横向子系统和垂直子系统<sup>[21]</sup>, 并在此基础上分别给出纵向-横向子系统和垂直子系统的跟踪控制器设计方案。

#### 3.1 纵向-横向子系统控制律设计

首先定义跟踪误差  $e_1(t) = U_r(t) - U(t)$ , 为了设计满足跟踪性能的 UAH 控制器, 对跟踪误差进行求导并结合式(1)可得到  $e_2(t)$

$$e_2(t) = A_1 e_1(t) - B_1 \Theta(t) - d(t) + N_{d_w}(t) \quad (7a)$$

式中  $N_{d_w}(t) = \dot{U}_r(t) - A_1 U_r(t)$ 。再对  $e_2(t)$  进行求导后, 代入式(1)可得到

$$e_3(t) = A_1 e_2(t) - B_1 \Omega(t) - \dot{d}(t) + \dot{N}_{d_w}(t) \quad (7b)$$

最后对  $e_3(t)$  进行求导, 使得趋近律中包含显性控制量

$$e_4(t) = A_1 e_3(t) + B_1 [A_2 e_1(t) - C_2 H(t)] - \ddot{d}(t) + \ddot{N}_{d_w}(t) \quad (7c)$$

$$\text{取 } \ddot{N}_{d_w}(t) = \ddot{N}_{d_w}(t) - B_1 A_2 U_r(t)。$$

接下来, 设计合适的滑模面和趋近律, 而常见趋近律通常只需确定正系数  $\epsilon_1, \epsilon_2$ , 即

$$\dot{s}(t) = -\epsilon_1 \text{sgn}(s(t)) - \epsilon_2 s(t) \quad (8)$$

但由于地面移动目标参考信号的特性, 趋近律中需要引入快速滑模成分, 以提高跟踪速度并减小跟踪误差, 即

$$\dot{s}_{uv}(t) = -e^{|\bar{\epsilon}_1(t)|} [\epsilon_1 \text{sgn}(s_{uv}(t)) + \epsilon_2 s_{uv}(t)] - C_{uv} d^{(3)}(t) \quad (9)$$

式中  $\bar{\epsilon}_1(t)$  表示将  $e_1(t)$  向量内元素按顺序化为对角矩阵。设计趋近律后需给出相应的滑模面  $s_{uv}(t) = C_{uv} [e_4(t) + F_1 e_1(t) + F_2 e_2(t) + F_3 e_3(t)]$

式中系数  $C_{uv}, F_1, F_2, F_3 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  为给定的常数矩阵。接下来, 对式(10)进行求导可得到滑模面的导函数如下

$$\dot{s}_{uv}(t) = C_{uv} [\dot{e}_4(t) + F_1 e_2(t) + F_2 e_3(t) + F_3 e_4(t)] \quad (11)$$

式中  $\dot{e}_4(t)$  可表示为

$$\dot{e}_4(t) = A_1 e_4(t) + B_1 A_2 e_2(t) + B_1 C_2 [\Omega(t) - C_3 H(t) - C_3 H(t)] - \widehat{d}^{(3)}(t) + \widehat{N}_{d_w}(t) \quad (12)$$

考虑滑模控制具有较强鲁棒性, 控制器设计将不包含干扰项但将其保留在趋近律中, 闭环系统稳定性分析将在后文证明过程中给出, 而控制器设计如下

$$U_{in}(t) = (B_1 C_2 K)^{-1} \{ B_1 C_2 [\Omega(t) - C_3 H(t)] + A_1 e_4(t) + B_1 A_2 e_2(t) + \widehat{N}_{d_w}(t) + C_{uv}^{-1} e^{|\bar{\epsilon}_1(t)|} [\epsilon_1 \text{sgn}(s_{uv}(t)) + \epsilon_2 s_{uv}(t)] + F_1 e_2(t) + F_2 e_3(t) + F_3 e_4(t) \} \quad (13)$$

式中系数  $B_1, C_2$  和  $K$  均为已知二阶常数矩阵, 并满足矩阵  $B_1 C_2 K$  可逆, 这里取  $\epsilon_1, \epsilon_2$  为待确定的非负常数。

#### 3.2 垂直子系统控制律设计

针对垂直子系统设计控制器, 首先定义跟踪误差  $e_w(t) = w_r - w(t)$ , 则

$$\dot{e}_w(t) = Z_w e_w(t) - Z_w r(t) - C_4 H(t) - N_{d_w}(t) - Z_{col} u_{col}(t) - c_w d_3(t) \quad (14)$$

式中  $N_{d_w}(t) = Z_w w_r(t) - \dot{w}_r(t)$ 。为了实现对地面运动目标有效跟踪控制, 选定常数  $c_w$  设计滑模面  $s_w(t) = c_w e_w(t)$ , 其趋近律设计与横向-纵向子系统中采用的趋近律类似, 即

$$\dot{s}_w(t) = -\epsilon_3 e^{|\bar{\epsilon}_w(t)|} \text{sgn}(s_w(t)) - \epsilon_4 e^{|\bar{\epsilon}_w(t)|} s_w(t) - d_3(t) \quad (15)$$

同样在控制器设计中不加入干扰项, 而将干扰项保留在趋近律中。控制器设计如下

$$u_{col}(t) = Z_{col}^{-1} \{ Z_w e_w(t) - Z_w r(t) - C_4 H(t) + c_w^{-1} [\epsilon_3 e^{|\bar{\epsilon}_w(t)|} \text{sgn}(s_w(t)) - \epsilon_4 e^{|\bar{\epsilon}_w(t)|} s_w(t)] - N_{d_w}(t) \} \quad (16)$$

式中: 系数  $Z_{col}$  为非零常数;  $\epsilon_3, \epsilon_4$  为待确定的非负常数。

#### 3.3 稳定性证明

**定义 3** 针对二次型  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j$ , 若存在任意正数  $c$  使得  $\sum_{i=1}^n x_i^2 = c$ , 则此时二次型最大值(最小值)是其实数特征值最大值(最小值)的  $c$  倍<sup>[26]</sup>。

**定理 1** 根据地面目标运动轨迹可用信号和

丢失信号的预测信息,给定任意正定矩阵  $M_1$ 、正数  $m_2$ ,利用跟踪误差设计控制器如下

$$\begin{cases} U_{in}(t) = (B_1 C_2 K)^{-1} \{ B_1 C_2 [\Omega(t) - C_3 H(t)] + \\ C_{uv}^{-1} e^{|\tilde{e}_1(t)|} [\epsilon_1 \operatorname{sgn}(s_{uv}(t)) + \epsilon_2 s_{uv}(t)] + \\ A_1 e_4(t) + B_1 A_2 e_2(t) + \widehat{N}_{d_w}(t) + \\ F_1 e_2(t) + F_2 e_3(t) + F_3 e_4(t) \} \\ u_{col}(t) = Z_{col}^{-1} \{ Z_w e_w(t) - Z_r r(t) - C_4 H(t) + \\ c_w^{-1} [\epsilon_3 e^{|\tilde{e}_w(t)|} \operatorname{sgn}(s_w(t)) - \\ \epsilon_4 e^{|\tilde{e}_w(t)|} s_w(t)] - N_{d_w}(t) \} \end{cases} \quad (17a)$$

当选取的横向-纵向子系统和垂直子系统控制参数同时满足条件  $\epsilon_2, \epsilon_4 > 0$  与式(17b)时,则跟踪误差系统可在有限时间内趋于稳定,即 UAH 能实现对地面目标的期望跟踪

$$\begin{cases} \epsilon_1 \geq \frac{\alpha \sqrt{\lambda_{\max}(M_1)}}{2\lambda_{\min}(M_1)} + \frac{\lambda_{\max}(\tilde{L}')}{2\sqrt{2} \lambda_{\min}(M_1)} \\ \epsilon_3 \geq \frac{\alpha_w}{2\sqrt{m_2}} + |c_w l_w| \end{cases} \quad (17b)$$

证明过程分如下 4 步。

**步骤 1** 跟踪误差闭环系统的稳定性主要借助 Lyapunov 稳定性定理进行验证。

为了验证式(13,16)中控制器能够有助于实现跟踪误差系统收敛至零,构造 Lyapunov 函数如下

$$V(t) = V_{uv}(t) + V_w(t) = s_{uv}^T(t) M_1 s_{uv}(t) + m_2 s_w^2(t) \quad (18)$$

式中:  $M_1$  为待确定的正定对角矩阵;  $m_2$  为待确定正数。

**步骤 2** 对纵向-横向子系统 Lyapunov 函数进行求导,可以得到

$$\dot{V}_{uv}(t) = -\operatorname{Sym} \{ s_{uv}^T(t) M_1 [\epsilon_1 e^{|\tilde{e}_1(t)|} \operatorname{sgn}(s_{uv}(t)) + \epsilon_2 e^{|\tilde{e}_1(t)|} s_{uv}(t) + C_{uv} d^{(3)}(t)] \} \quad (19a)$$

对上述等式右边进行缩放

$$\begin{aligned} \dot{V}_{uv}(t) &\leq -\operatorname{Sym} \{ \epsilon_2 s_{uv}^T(t) M_1 s_{uv}(t) + \\ &\epsilon_1 s_{uv}^T(t) M_1 \operatorname{sgn}(s_{uv}(t)) + \\ &s_{uv}^T(t) M_1 C_{uv} d^{(3)}(t) \} \end{aligned} \quad (19b)$$

进一步处理上述不等式并将  $M_1 C_{uv} |d^{(3)}(t)|$  简记为  $L'$ , 则可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{uv}(t) &\leq -\operatorname{Sym} \{ \epsilon_2 s_{uv}^T(t) M_1 s_{uv}(t) + \\ &\epsilon_2 s_{uv}^T(t) M_1 \operatorname{sgn}(s_{uv}(t)) - s_{uv}^T(t) L' \} \end{aligned} \quad (19c)$$

接下来,对纵向子系统 Lyapunov 函数进行求导,可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_w(t) &= -2m_2 s_w(t) [\epsilon_3 e^{|\tilde{e}_w(t)|} \operatorname{sgn}(s_w(t)) + \\ &\epsilon_4 e^{|\tilde{e}_w(t)|} s_w(t) + c_w d_3(t)] \end{aligned} \quad (20a)$$

再对上述不等式进行缩放,可以得到

$$\dot{V}_w(t) \leq 2m_2 |s_w(t) c_w l_w| - 2m_2 \epsilon_4 s_w^2(t) - 2m_2 \epsilon_3 |s_w(t)| \quad (20b)$$

由于 Lyapunov 稳定性第二方法所需条件无法确定跟踪误差系统收敛的最大时间,可能会出现较长时间才能收敛至零的问题,这样的控制器在应用中并没有太大实际意义,在下面步骤中将对稳定性证明条件进行完善。

**步骤 3** 根据不等式条件  $\dot{V}(t) \leq -\alpha \sqrt{V(t)}$ , 其中  $\alpha > 0$ , 经过积分计算可得到跟踪误差系统将在有限时间  $t_r = 2\sqrt{V(0)}/\alpha$  内实现渐近稳定,同时通过定义 3 得到

$$\begin{cases} s_{uv}^T(t) M_1 s_{uv}(t) \leq \lambda_{\max}(M_1) \|s_{uv}(t)\|^2 \\ s_{uv}^T(t) M_1 s_{uv}(t) \geq \lambda_{\min}(M_1) \|s_{uv}(t)\|^2 \end{cases} \quad (21)$$

同时得到

$$s_{uv}(t) = |\tilde{s}_{uv}(t)| \operatorname{sgn}(s_{uv}(t)) \quad (22)$$

**步骤 4** 求取参数的限制条件。建立 Lyapunov 函数导函数与有限时间条件的不等式

$$\begin{aligned} \Xi(t) &\geq -\operatorname{Sym} \{ \epsilon_2 s_{uv}^T(t) M_1 s_{uv}(t) + \\ &\epsilon_1 s_{uv}^T(t) M_1 |\tilde{s}_{uv}(t)|^{-1} s_{uv}(t) - s_{uv}^T(t) L' \} \end{aligned} \quad (23)$$

式中  $\Xi(t) = -\alpha_w \sqrt{s_{uv}^T(t) M_1 s_{uv}(t)}$ 。结合式(1, 22), 定义 3 和 4, 并对上述不等式进行化简,可以得到

$$\begin{aligned} \hat{\Xi}(t) &\leq 2\lambda_{\min} \left( \epsilon_1 M_1 |\tilde{s}_{uv}(t)|^{-1} + \epsilon_2 M_1 \right) \times \\ &\|s_{uv}(t)\|^2 - s_{uv}^T L' \end{aligned} \quad (24)$$

式中  $\hat{\Xi}(t) = \alpha_w \|s_{uv}(t)\| \sqrt{\lambda_{\max}(M_1)}$ 。再对式(24)中不等式化简可得

$$\begin{aligned} \epsilon_1 + \epsilon_2 \|s_{uv}(t)\| &\geq \frac{\alpha \sqrt{\lambda_{\max}(M_1)}}{2\lambda_{\min}(M_1)} + \\ &\frac{s_{uv}^T(t) L'}{2\lambda_{\min}(M_1) \|s_{uv}(t)\|} \end{aligned} \quad (25a)$$

结合定义 3 进一步处理,可得到横向-纵向子系统跟踪误差渐近收敛的限制条件如下

$$\epsilon_1 \geq \frac{\alpha \sqrt{\lambda_{\max}(M_1)}}{2\lambda_{\min}(M_1)} + \frac{\lambda_{\max}(\tilde{L}')}{2\sqrt{2} \lambda_{\min}(M_1)} \quad (25b)$$

而垂直子系统的与横向-纵向子系统的限制条件如下

$$\begin{aligned} \xi(t) &\leq 2m_2 \epsilon_4 s_w^2(t) + 2m_2 \epsilon_3 |s_w(t)| - \\ &2m_2 |s_w(t) c_w l_w| \end{aligned} \quad (26a)$$

式中  $\xi(t) = \alpha_w |s_w(t)| \sqrt{m_2}$ 。再次对上述不等式进行化简

$$\frac{\alpha_w}{2\sqrt{m_2}} \leq \epsilon_4 |s_w(t)| + \epsilon_3 - |c_w l_w| \quad (26b)$$

最后,可以得到垂直子系统跟踪误差渐近稳定的限制条件

$$\epsilon_3 \geq \frac{\alpha_w}{2\sqrt{m_2}} + |c_w L_w| \quad (26c)$$

综合式(25b,26c)即可证定理1成立。

### 3.4 控制设计改进

滑模控制容易产生抖振现象,抖振幅过大会影响实际UAH控制系统的跟踪性能,甚至会导致跟踪误差系统不稳定。为了缓解抖振不利影响,可以将趋近律中常用的符号函数替换为饱和函数。但这样会影响控制速度与控制精度。通常而言,抖振越大控制系统反应速度越快,但精度很差;抖振小,精度高,但反应速度会变差,所以趋近律设计要引入跟踪误差因素,将趋近律改进为自适应饱和函数趋近律,可使本文所提滑模控制设计具有自适应特点。主要包括:

(1) 改进后横-纵向子系统趋近律为

$$\dot{s}_{uv}(t) = -\epsilon_1 e^{|\epsilon_1(t)|} \text{sat}(s_{uv}(t)) - \epsilon_2 e^{|\epsilon_2(t)|} s_{uv}(t) - C_{uv} B_1 A_2 d(t) \quad (27a)$$

$$\text{sat}(s_{uv}(t)) = \begin{cases} [1 \ 1]^T & s_{uv}(t) > \Delta_{uv}(t) \\ -[1 \ 1]^T & s_{uv}(t) < -\Delta_{uv}(t) \\ s_{uv}(t)/\Delta_{uv}(t) & |s_{uv}(t)| \leq \Delta_{uv}(t) \end{cases} \quad (27b)$$

(2) 改进后垂直子系统趋近律为

$$\dot{s}_w(t) = -\epsilon_3 e^{|\epsilon_3(t)|} \text{sat}(s_w(t)) - \epsilon_4 e^{|\epsilon_4(t)|} s_w(t) - d_3(t) \quad (28a)$$

$$\text{sat}(s_w(t)) = \begin{cases} 1 & s_w(t) > \delta_w(t) \\ -1 & s_w(t) < -\delta_w(t) \\ s_w(t)/\delta_w(t) & |s_w(t)| \leq \delta_w(t) \end{cases} \quad (28b)$$

由于 $\Delta_{uv}(t)$ ,  $\delta_w(t)$ 取值大小会影响抖振程度,所以将其设置为与跟踪误差相关变量 $\Delta_{uv}(t) = e^{-e_1(t)}$ ,  $\delta_w(t) = e^{-e_w(t)}$ ,这样当跟踪误差较大时,UAH系统会牺牲精度而提升跟踪效率,而当跟踪误差较小时,UAH空地协同控制系统则会偏重于

跟踪精度而非速度。

## 4 仿真实验

本节针对UAH空地协同跟踪系统(1)进行数值模拟,以验证本文所提控制算法的有效性。

系统参数分别如下: $g=9.893$ ;  $X_u=-0.3996$ ;  $M_a=37.571$ ;  $L_b=72.4817$ ;  $Z_a=0.2$ ;  $Z_r=0.1$ ;  $N_w=-7.076$ ;  $T_f=125.71$ ;  $M_u=0.2542$ ;  $L_u=-0.0244$ ;  $A_b=0.7713$ ;  $Z_b=0.1$ ;  $N_v=2.982$ ;  $N_r=-10.71$ ;  $Y_v=-0.05989$ ;  $M_v=-0.06013$ ;  $L_v=-0.1173$ ;  $B_u=0.6168$ ;  $Z_w=-2.055$ ;  $N_p=1.1$ ;  $A_{ion}=4.059$ ;  $B_{lat}=4.085$ ;  $Z_{col}=-13.11$ ;  $N_{ped}=26.90$ 。

选定地面目标的运动轨迹为

$$\begin{cases} u = 30\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) - 20\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) + 20\cos\left(\frac{\pi}{6}(t-5)\right) - 15\sin\left(\frac{\pi}{4}(t+10)\right) + 10R(t) \\ v = 15\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) - 8\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) - 40\cos\left(\frac{\pi}{6}(t+12)\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}(t-8)\right) + 10R(t) \\ w = 0 \end{cases}$$

式中 $R(t)$ 表示有界的外部时变扰动,即 $d(t)$ 由高斯白噪声模拟。设定参考目标垂直速度为0,因而垂直方向无需设计控制器。当满足 $N \in \mathbb{N}$ 时,则选取横-纵向子系统UAH系统参考目标信号丢失方程为

$$Y = \begin{cases} 1 & \frac{10}{\pi}N < t \leq \frac{10}{\pi}(2N+1) \\ 0 & \frac{10}{\pi}(N-1) < t \leq \frac{10}{\pi}N \end{cases}$$

当 $Y=0$ 时参考信号正常接收,当 $Y=1$ 时参考信号丢失。取与非季节性AR、MA多项式系数相关的滞后和差分次数分别为1,与季节性AR、MA多项式系数相关的滞后选取为4,季节差分多项式的度为24。

将预测误差分为10类,横向子系统和纵向子系统的预测误差概率转移矩阵为

$$P_u = \begin{bmatrix} 0.0296 & 0.0377 & 0.0189 & 0.0135 & 0.0162 & 0.0135 & 0 & 0.0054 & 0 & 0 \\ 0.0296 & 0.0404 & 0.0377 & 0.0216 & 0.0350 & 0.0270 & 0 & 0 & 0 & 0.0135 \\ 0.0162 & 0.0189 & 0.0216 & 0.0216 & 0.0189 & 0.0108 & 0 & 0.0027 & 0.0054 & 0.0270 \\ 0.0081 & 0.0243 & 0.0162 & 0.0270 & 0.0162 & 0.0054 & 0 & 0.0027 & 0.0081 & 0.0216 \\ 0.0243 & 0.0350 & 0.0270 & 0.0135 & 0.0189 & 0.0189 & 0.0027 & 0.0027 & 0 & 0.0027 \\ 0.0108 & 0.0135 & 0.0135 & 0.0027 & 0.0270 & 0.0108 & 0 & 0.0108 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0027 & 0 & 0 \\ 0.0081 & 0.0135 & 0 & 0 & 0.0081 & 0 & 0 & 0.0027 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0054 & 0 & 0.0081 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0054 \\ 0.0081 & 0.0162 & 0.0081 & 0.0216 & 0.0081 & 0 & 0 & 0.0027 & 0.0054 & 0.0296 \end{bmatrix}$$

$$P_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0027 & 0.0027 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0027 & 0 & 0 & 0 & 0.0108 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0323 & 0.0404 & 0.0323 & 0.0189 & 0.0243 & 0.0081 & 0.0162 & 0.0027 \\ 0 & 0 & 0.0431 & 0.0539 & 0.0323 & 0.0189 & 0.0243 & 0.0243 & 0.0054 & 0.0027 \\ 0 & 0 & 0.0458 & 0.0350 & 0.0593 & 0.0162 & 0.0162 & 0.0081 & 0.0243 & 0 \\ 0.0027 & 0.0081 & 0.0216 & 0.0189 & 0.0189 & 0 & 0.0108 & 0.0054 & 0.0162 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0189 & 0.0270 & 0.0081 & 0.0135 & 0.0270 & 0.0135 & 0.0108 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0054 & 0.0243 & 0.0162 & 0 & 0.0135 & 0.0108 & 0 & 0 \\ 0.0027 & 0.0054 & 0.0054 & 0.0054 & 0.0323 & 0.0216 & 0 & 0 & 0.0270 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0027 & 0 & 0 & 0 & 0.0027 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

对应的聚类中心

$$u = \begin{bmatrix} -5.0049 & -9.0057 & -13.5545 & -17.8017 \\ -0.8511 & 4.1588 & 16.7797 & 10.3487 \\ -31.7133 & -24.2677 \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} 22.3385 & -18.0242 & 7.1813 & 12.0850 \\ 1.8170 & 3.2080 & 18.1745 & 24.6322 \\ -10.6409 & 32.0484 \end{bmatrix}$$

随后利用文中滑模控制器设计方法,取滑模面参数  $F_1 = 81I, F_2 = 27I, F_3 = 9I, C_w = 0.01I$ 。设定趋近律参数  $\epsilon_1 = 10, \epsilon_2 = 0.1$ ,其他参数分别选取为  $M_1 = I, m_2 = 1$ 。

图 1,2 中蓝色部分为参考目标运动的实际轨迹,红色部分为根据参考数据所得到的信号短暂丢失下预测模型。由图 1 可见,相比于采用单一预测模型进行预测,加入马尔可夫分析法模型进行修正后的预测轨迹更加贴近实际轨迹,且预测性能也有较大提升。

接下来,选取  $\epsilon_1 = 10$  和  $\epsilon_2 = 0.1$  通过改进后滑模控制设计并得到跟踪仿真结果,如图 3,4 所示。

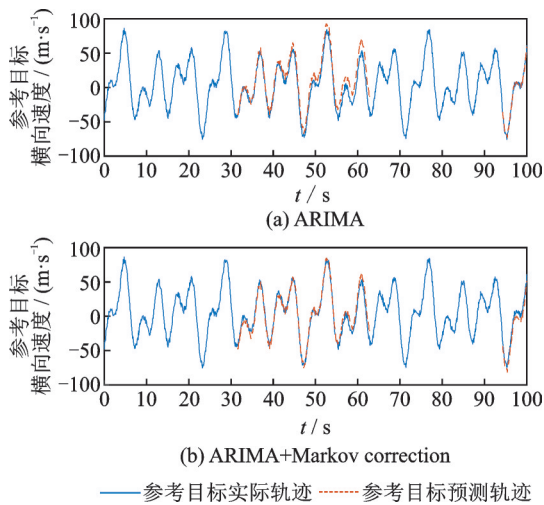


图 1 横向子系统 ARIMA 预测及修正后结果对比  
Fig.1 Comparison of ARIMA prediction and correction results for horizontal subsystem

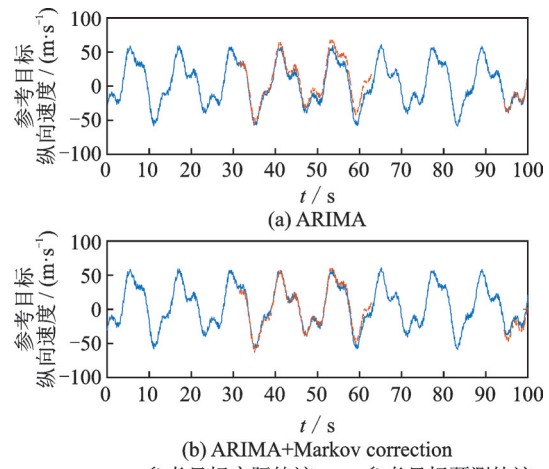


图 2 纵向子系统 ARIMA 预测及修正后结果对比  
Fig.2 Comparison of ARIMA prediction and correction results for longitudinal subsystem

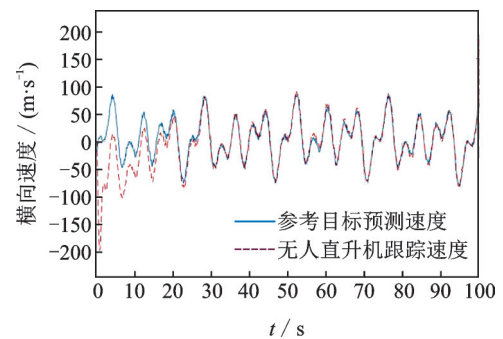


图 3 横向子系统跟踪图  
Fig.3 Horizontal subsystem tracking diagram

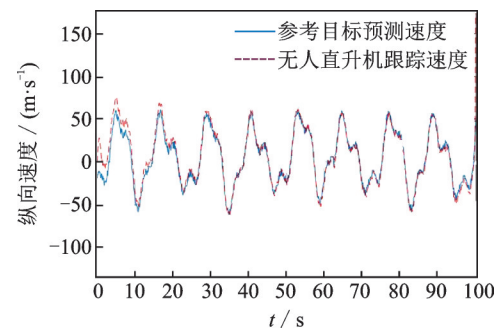


图 4 纵向子系统跟踪图  
Fig.4 Longitudinal subsystem tracking diagram



由图3,4可以看出,采用饱和函数设计控制器时,实际跟踪轨迹贴合参考运动轨迹且振幅较小。

## 5 结 论

本文针对受到随机扰动下 UAH 空地协同跟踪控制过程中,遭遇地面参考信号短暂丢失时,基于跟踪目标轨迹数据的插值需要,提出以改进 ARIMA 模型为基础的预测算法。该算法在 ARIMA 模型基础上融入马尔可夫状态迁移矩阵理论,能有效提高丢失信号预测模型估计精度,在短时预测上具有一定应用价值。采用自适应快速滑模控制,以减小外界扰动对跟踪性能影响,可提高跟踪速度和精度并抑制随机扰动对跟踪效果的影响。未来工作将所提出信号短暂丢失下预测模型和控制器设计,应用到实际 UAH 系统以提升空地跟踪的控制性能。

### 参考文献:

- [1] 曾丽兰,王道波,郭才根,等. 无人驾驶直升机飞行控制技术综述[J]. 控制与决策, 2006(4): 361-366.  
ZENG Lilan, WANG Daobo, GUO Caigen, et al. Survey of flight control technology for unmanned helicopter[J]. Control and Decision, 2006(4): 361-366.
- [2] TAO Jiang, LIN Defu, SONG Tao. Novel integral sliding mode control for small-scale unmanned helicopters[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(5): 2668-2689.
- [3] 刘松源,吴伟,靳秋硕,等. 基于粒子群优化的直升机飞行控制律设计方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2021, 53(2): 267-274.  
LIU Songyuan, WU Wei, JIN Qiushuo, et al. Design method for helicopter flight control law based on particle swarm optimization[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 53(2): 267-274.
- [4] 齐浩然,齐晓慧. 基于LADRC的四旋翼无人机自适应姿态跟踪控制[J]. 飞行力学, 2018, 36(3): 42-46.  
QI Haoran, QI Xiaohui. Research on adaptive control of attitude tracking for quadrotor UAV based on LADRC[J]. Flight Mechanics, 2018, 36(3): 42-46.
- [5] 张绍杰,李硕,严鹏,等. 直升机切换LPV鲁棒跟踪控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2021, 53(2): 260-266.  
ZHANG Shaojie, LI Shuo, YAN Peng, et al. Switching LPV robust tracking control for helicopters[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 53(2): 260-266.
- [6] 王晓海,孟秀云,李传旭. 基于MPC的无人机航迹跟踪控制器设计[J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(1): 191-198.  
WANG Xiaohai, MENG Xiuyun, LI Chuanxu. Design of trajectory tracking controller for UAV based on MPC[J]. System Engineering and Electronics, 2021, 43(1): 191-198.
- [7] 袁夏明,朱纪洪,毛漫. 共轴式无人直升机建模与鲁棒跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(10): 1285-1294.  
YUAN Xiaming, ZHU Jihong, MAO Man. Modeling and robust tracking control for coaxial unmanned helicopter[J]. Control Theory and Applications, 2014, 31(10): 1285-1294.
- [8] HUA Changchun, CHEN Jiannan, GUAN Xinping. Dynamic surface based tracking control of uncertain quadrotor UAVs with multiple state variable constraints[J]. IET Control Theory and Applications, 2019, 13(4): 526-533.
- [9] XIAN Bin, GUO Jianchuan, ZHANG Yao. Sliding mode tracking control for miniature unmanned helicopters[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(1): 277-284.
- [10] XIAN Bin, GUO Jianchuan, ZHANG Yao. Adaptive backstepping tracking control of a 6-DOF unmanned helicopter[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2015, 2(1): 19-24.
- [11] STASTNY T, DASH A, SIEGWART R. Nonlinear MPC for fixed-wing UAV trajectory tracking: Implementation and flight experiments[C]//Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Texas, USA: AIAA, 2017: 9-13.
- [12] 刘富春,高焕丽. 小型无人直升机的模型预测控制算法研究[J]. 控制理论与应用, 2018, 35(10): 1538-1545.  
LIU Fuchun, GAO Huanli. Model predictive control for small-scale unmanned helicopter[J]. Control Theory and Applications, 2018, 35(10): 1538-1545.
- [13] 高莘青,马钊,梁颖茜. 基于模型预测控制的直升机轨迹跟踪控制[J]. 计算机仿真, 2021, 38(6): 31-36.  
GAO Xinqing, MA Zhao, LIANG Yingqian. Trajectory tracking of unmanned helicopters based on model predictive control[J]. Computer Simulation, 2021, 38(6): 31-36.
- [14] 王尔申,贾超颖,曲萍萍,等. 基于混沌粒子群优化的北斗/GPS组合导航选星算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2019, 45(2): 259-265.  
WANG Ershen, JIA Chaoying, QU Pingping, et al. BDS/GPS integrated navigation satellite selection algorithm based on chaos particle swarm optimization[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(2): 259-265.
- [15] 阮群生,李豫颖,龚子强. 船舶定位信号短时中断下的插值预测模型[J]. 计算机科学与探索, 2014, 8

- (12): 1525-1536.  
RUAN Qunsheng, LI Yuying, GONG Ziqiang. Interpolation predictive model under short term interrupting of ship positioning signal[J]. 2014, 8(12): 1525-1536.
- [16] 何康辉,董朝阳,王青.一种考虑GPS信号中断的导航滤波算法[J].北京航空航天大学学报,2019,45(9):1874-1881.  
HE Kanghui, DONG Chaoyang, WANG Qing. A navigation filtering algorithm considering GPS signal interruption[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(9): 1874-1881.
- [17] 高文俊,李志,闵星,等.基于ARIMA-LSTM组合模型的应用系统响应时间预测[J].计算机与数字工程,2021,49(5):880-885.  
GAO Wenjun, LI Zhi, MIN Xing, et al. Response time forecasting of application system based on ARIMA-LSTM hybrid model[J]. Computer and Digital Engineering, 2021, 49(5): 880-885.
- [18] 徐旺,葛愿,王炎.基于ARIMA的NCS随机时延预测[J].安徽工程大学学报,2016,31(4):72-76.  
XU Wang, GE Yuan, WANG Yan. Predicting NCS stochastic delay based on ARIMA[J]. Journal of Anhui Polytechnic University, 2016, 31(4): 72-76.
- [19] 陆丹旒,童东兵,陈巧玉,等.事件触发下马尔可夫跳跃神经网络的随机同步[J].控制理论与应用,2022,39(2):255-262.  
LU Danni, TONG Dongbing, CHEN Qiaoyu, et al. Stochastic synchronization of Markovian jump neural networks via event-triggered control[J]. Control Theory and Applications, 2022, 39(2): 255-262.
- [20] 杨衍婷,梁彦.跳变约束下马尔可夫切换非线性系统滤波[J].控制理论与应用,2022,39(4):643-652.  
YANG Yanting, LIANG Yan. Nonlinear filtering for Markov switched systems under jump constraints[J]. Control Theory and Applications, 2022, 39(4): 643-652.
- [21] XIAN Bin, GUO Jianchuan, ZHANG Yao, et al. Sliding mode tracking control for miniature unmanned helicopters[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(1): 277-284.
- [22] 詹国兵.改进滑模控制器在无人直升机控制系统中的应用[J].电光与控制,2017,24(10):114-118.  
ZHAN Guobing. Application of improved sliding mode controller in unmanned helicopter control system[J]. Electronics Optics and Control, 2017, 24(10): 114-118.
- [23] 孙亮,马佳鹏.航天器输入受限的鲁棒自适应姿态跟踪控制[J].控制与决策,2021,36(9):2297-2304.  
SUN Liang, MA Jiapeng. Robust adaptive attitude tracking control of spacecraft with constrained inputs[J]. Control and Decision, 2021, 36(9): 2297-2304.
- [24] 张航,王天波,丁阳.基于滑模控制的不确定中立型系统有限时间稳定[J].信息与控制,2021,209:1-7.  
ZHANG Hang, WANG Tianbo, DING Yang. Finite-time stability of the uncertain neutral system based on sliding mode control[J]. Information and Control, 2021, 209: 1-7.
- [25] 徐宝珍,宋公飞,王超,等.机械臂自适应非奇异快速终端滑模控制[J].电光与控制,2021,28(5):46-50.  
XU Baozhen, SONG Gongfei, WANG Chao, et al. Adaptive nonsingular fast terminal sliding mode control of manipulator[J]. Electronics Optics and Control, 2021, 28(5): 46-50.
- [26] 马巧云.特征值法求解二次型的条件最值问[J].河南科学,2010,28(1):25-27.  
MA Qiaoyun. Conditional maximum value question for solving quadratic form by eigenvalue method[J]. Journal of Henan Science, 2010, 28(1): 25-27.

(编辑:张蓓)