

DOI:10.16356/j.1005-2615.2022.02.018

无筒空射运载火箭重力出舱机箭耦合动力学

韩艳铎¹, 尹文博¹, 张勇²

(1. 南京航空航天大学航天学院, 南京 211106; 2. 南京航空航天大学无人机研究院, 南京 210016)

摘要: 研究了以运输机为平台的内装式空射运载火箭重力出舱载机-火箭两体动力学。根据火箭受力条件和相对运动自由度, 将其出舱运动顺次分为 5 个阶段。给出了各阶段过渡的力学条件, 基于牛顿-欧拉法分别建立了前 4 个阶段的机-箭两体动力学模型。定义了火箭出舱过程可能发生危险的多种异常情况, 给出了发生异常的力学或几何条件。然后对火箭出舱全程作了数值仿真。若发射初始条件合理, 仿真将顺次经历前 4 个或 3 个正常阶段, 直至火箭离舱。如果异常情况的条件满足, 火箭出舱将发生危险, 仿真失去意义, 故中止, 需要调整发射初始条件后进一步仿真验证。本文给出的系统动力学模型和仿真数据可为工程部门设计空射型火箭的本体参数, 以及设置空射初始条件提供参考。

关键词: 内装式空射运载火箭; 重力出舱; 多体耦合动力学; 牛顿-欧拉法

中图分类号: V212 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2022)02-0311-10

Aircraft-Rocket Coupling Dynamics for Gravity Air-Launch Without Launching Tube

HAN Yanhua¹, YIN Wenbo¹, ZHANG Yong²

(1. College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China;

2. UAV Research Institute, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The two-body system dynamics of the aircraft-rocket during the built-in gravity air-launch process is studied. And the transport aircraft is taken as the platform. According to the mechanical conditions of the rocket and the degree of freedom of the relative movement, the rocket's exit-movement is divided into five stages in sequence. The mechanical conditions for the transfer of the stages are provided. Based on the Newton-Euler method, the aircraft-rocket coupling dynamics models for the first four stages are established. It defines a variety of dangerous abnormal situations that may occur when the rocket exits the cabin, and the mechanical or geometric conditions under which the abnormal situation occurs are provided. Then a numerical simulation is carried out for the whole process. If the initial launch conditions are reasonable, the simulation will go through the first four or three normal stages in sequence until the rocket leaves the cabin. If the trigger conditions of the abnormal situation are met, the rocket will be dangerous when it exits the cabin, and the simulation is meaningless. So the simulation is aborted and the initial launch conditions need to be adjusted, and further simulation verification is required. The system dynamics model and simulation data obtained in this paper may provide references for the engineering design of parameters of the air-launched rocket, as well as the practical settings of the initial conditions of the air-launch.

Key words: internally carried air-launch rocket; gravity air launch; multi-body coupling dynamics; Newton-Euler method

收稿日期: 2021-06-21; 修订日期: 2022-03-17

通信作者: 韩艳铎, 男, 副教授, E-mail: hanyanhua@nuaa.edu.cn。

引用格式: 韩艳铎, 尹文博, 张勇. 无筒空射运载火箭重力出舱机箭耦合动力学[J]. 南京航空航天大学学报, 2022, 54(2): 311-320. HAN Yanhua, YIN Wenbo, ZHANG Yong. Aircraft-rocket coupling dynamics for gravity air-launch without launching tube[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(2): 311-320.

空射运载火箭在商用、军事等领域用途广泛^[1-2]。按照火箭装载方式分为下挂、背驮、内装、拖曳4种^[3-4]。相比于陆基发射,空射具有多方面的优点^[5-8]。

内装式空射将火箭固定在机舱内,载机到达预定空域和飞行状态后解锁火箭,机-箭分离后点火发射^[9-10]。箭头与机头方向一致为前向发射,反之为后向发射。前向发射火箭能量损失小,有助于提高其运载能力。

前向发射有牵引伞拖拽和重力出舱两种方式。后者靠火箭自身重力出舱,容易做到火箭大俯仰角离机,尽快建立点火姿态,并可将载机能量最大限度传递给火箭,提高入轨载荷质量^[11]。

内装式发射火箭的出舱过程涉及复杂的两体耦合动力学。文献[3]利用Adams和Solidworks建立了载机、火箭和稳定伞组成的虚拟样机并进行了仿真,但未给出系统动力学的数学解析模型。文献[8]推导了火箭出舱过程的动力学模型,但是假设载机的运动状态恒定,未考虑火箭对载机的耦合影响。文献[9]直接给出火箭出舱过程的动力学模型,也未考虑火箭对载机的耦合影响。文献[12]将火箭和载机视作一个整体,考虑火箭在机舱内不同位置对系统整体质心的影响,分析了发射分离时“载机”的飞行品质。文献[13-16]研究了空射运载火箭的其他相关问题,重点不是机-箭耦合动力学。文献[17]设想在机舱内安装一个与火箭等直径的发射筒,火箭出舱运动被限制在该筒纵轴线上,建立了火箭出舱过程的机-箭两体耦合动力学模型。但实际上火箭出筒的末阶段,发射筒和箭体的接触面急剧减小,接触面上局部载荷急剧增大,火箭运动难以严格限制在发射筒纵轴线上,因此该文所考虑的情况偏于理想化。

国内外公开发表的文献中,针对内装式重力出舱机-箭两体耦合动力学进行建模研究的极少,且不够深入。美俄等航天强国已经试验成功的火箭重力出舱过程,机舱内没有发射筒,火箭直接置于舱底滑轨上,出舱过程会发生复杂的情况,譬如箭头上翘,此时火箭的相对运动自由度发生变化。本文即针对这些复杂情况,研究火箭重力出舱机-箭两体耦合动力学。

1 火箭出舱过程运动分析

火箭相对于载机的运动,可分为图1所示的5个阶段,并可能出现多种异常情况。

阶段1整箭在舱底滑行;阶段2箭体紧贴舱

底,但已部分出舱;阶段3箭体出舱部分越过“临界点”后,箭头上翘,火箭通过舱尾的一个支点相对于载机滑行。因阶段3火箭滑行的同时还有关于自身质心的姿态俯仰运动,故火箭与载机的唯一支点可能消失,箭体“飘起”,进入阶段4。阶段4能否发生取决于一定的力学条件,后文详述。阶段5表示火箭完全离舱。

阶段1可能发生异常情况1-1,1-2,1-3,分别表示火箭在舱内“抬头”、“翘尾”、“整体飘起”。阶段2可能发生异常情况2-1和2-2,分别表示火箭“翘尾”和“整体飘起”。阶段3可能发生异常情况3-1,表示火箭抬头角过大,箭头触碰舱顶。阶段4可能发生异常情况4-1和4-2,分别表示箭头触碰舱顶,以及箭腹触碰舱尾。

需说明的是,从静态观点看,图1中阶段4

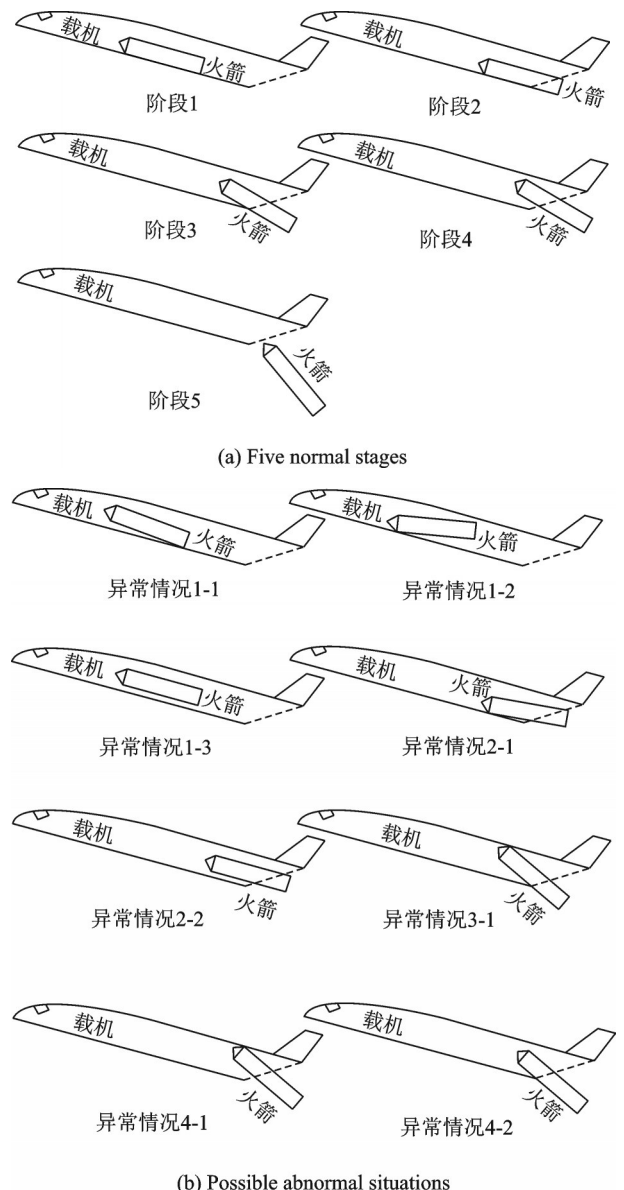


图1 火箭出舱经历的正常阶段和可能发生的异常情况
Fig.1 Normal stages and possible abnormal situations of the rocket exiting the cabin

和异常情况 2-2 所描述的箭机相对运动相似,但从动态观点看,两者物理意义不同:阶段 4 是阶段 3 的自然延续,箭机之间唯一的支点消失,而异常情况 2-2 表示在阶段 2,火箭过早“整体飘起”,火箭很可能“回落”撞击舱底。同样,图 1 中阶段 3 和异常情况 4-2 所描述的箭机相对运动相似,但两者物理意义不同:阶段 3 是阶段 2 的自然延续,火箭与载机的“接触线”逐渐缩短退化为“支点”,而异常情况 4-2 表示在阶段 4,火箭相对于载机的“下落”运动致其腹部与舱尾发生“碰撞”。

综上所述:正常情况,箭机之间只会相对滑行,最后脱离接触,可能经历阶段 1,2,3,4 或 1,2,3 后进入阶段 5。“异常情况”表示箭机之间发生“碰撞”,譬如“异常情况 3-1, 4-1, 4-2”,或者有潜在的“碰撞”风险,譬如“异常情况 1-1, 1-2, 1-3 和 2-2”,本身不代表碰撞,但火箭有可能“回落”而撞击舱底。

2 火箭出舱过程机-箭多体动力学建模

图 2、3 中, p 和 r 分别为载机和火箭的质心。空射时飞行纵平面内的运动是主要的,本文仅研究该平面内的运动。

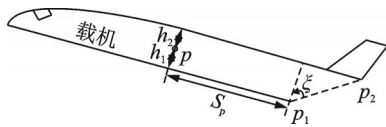


图 2 载机重要几何参数

Fig.2 Key geometry parameters of the aircraft

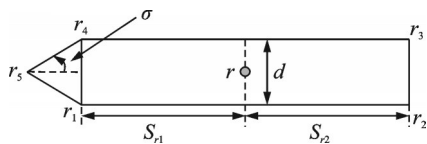


图 3 火箭重要几何参数

Fig.3 Key geometry parameters of the rocket

本文涉及 5 个坐标系:地面惯性系 $o_A x_A y_A$ 、载机速度系 $o_B x_B y_B$ 、机体系 $o_C x_C y_C$ 、箭体系 $o_D x_D y_D$ 、箭体局部速度系 $o_E x_E y_E$, 分别用 A, B, C, D, E 表示。坐标系 A, B, C, D 的定义及其变换关系见文献[18], 此处仅定义坐标系 E : 原点 o_E 在火箭已出舱部分的几何中心, $o_E x_E$ 轴沿着该点速矢方向, $o_E y_E$ 轴垂直于 $o_E x_E$ 且在竖直平面内, 向上为正。

任何一个投影到非惯性系 $\pi (\pi = B, C, D, E)$ 的矢量 $v_\pi = (v_1^\pi, v_2^\pi)^\top$ 对时间的绝对导数为

$$\frac{dv_\pi}{dt} = (\dot{v}_1^\pi, \dot{v}_2^\pi)^\top + \omega_\pi^\times \cdot (v_1^\pi, v_2^\pi)^\top \quad (1)$$

式中 ω_π^\times 为非惯性系 $\pi (\pi = B, C, D, E)$ 相对于惯性系 A 的角速度张量矩阵, 本文中

$$\begin{cases} \omega_B^\times = \begin{pmatrix} 0 & -\dot{\theta} \\ \dot{\theta} & 0 \end{pmatrix} \\ \omega_C^\times = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z \\ \omega_z & 0 \end{pmatrix} \\ \omega_D^\times = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z - \dot{\lambda} \\ \omega_z + \dot{\lambda} & 0 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

式中: θ 为载机航迹倾角; ω_z 为载机姿态俯仰角速率; λ 为火箭相对于载机的姿态俯仰角。

式(1)再对时间求一阶绝对导数

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v_\pi}{dt^2} = & (\ddot{v}_1^\pi, \ddot{v}_2^\pi)^\top + \\ & \dot{\omega}_\pi^\times \cdot (v_1^\pi, v_2^\pi)^\top + 2\omega_\pi^\times \cdot (\dot{v}_1^\pi, \dot{v}_2^\pi)^\top + \\ & \omega_\pi^{\times 2} \cdot (v_1^\pi, v_2^\pi)^\top \end{aligned} \quad (3)$$

本文工作包括火箭固定在机舱内的建模和火箭解锁后出舱过程的两体系统建模。

空射前火箭固定在机舱内, 此时可将载机-火箭视作一个刚体。解锁后进入阶段 1~4, 火箭和载机间有相对运动, 须按两体问题处理。各阶段载机均有两个平动和一个姿态俯仰自由度, 阶段 1 和 2 火箭有一个滑移自由度, 阶段 3 火箭有一个滑移和一个姿态俯仰自由度, 阶段 4 火箭有两个平动和一个姿态俯仰自由度。阶段 1 和 2 的力学模型形式相同, 前者火箭受到的气动力为零, 后者非零, 故可把前者视作后者的特例, 统一建模。阶段 3 和 4 需分别建模。

2.1 火箭固定在机舱内时的系统动力学

载机质心相对于地惯系原点的位矢

$$r_p = (x, y)_A^\top \quad (4)$$

式中 x, y 分别为载机飞行纵程和高度。

火箭质心相对于载机质心的位矢

$$r_{rp} = (x_{rp}^C, y_{rp}^C)_C^\top \quad (5)$$

式中: 右下角标 p 为载机 (plane), r 为火箭 (rocket), rp 为“火箭相对于载机”; 右上角标 C 表示投影在 C 系下。投影分量列阵的右下角标 A 和 C 分别为该列阵在 A 系和 C 系下成立。右上角标 T 表示矩阵转置。后文有类似表述不再逐一解释。

根据图 2、3 所示几何参数, 易知

$$y_{rp}^C = -h_1 + \frac{d}{2} \quad (6)$$

式(4, 5)在各阶段均成立, 式(6)在阶段 1 和 2 中均成立。

对于火箭固定在机舱内时的系统动力学,

限于篇幅,本文略去推导过程,直接给出结果如下

$$\left\{ \begin{array}{l} (m_p + m_r)\dot{v} - m_r\dot{\omega}_z(x_{\text{tp}}^c \sin \alpha + y_{\text{tp}}^c \cos \alpha) - \\ m_r\omega_z^2(x_{\text{tp}}^c \cos \alpha - y_{\text{tp}}^c \sin \alpha) = \\ -(m_p + m_r)g \sin \theta + P \cos \alpha - Q \\ (m_p + m_r)v\dot{\theta} + m_r\dot{\omega}_z(x_{\text{tp}}^c \cos \alpha - y_{\text{tp}}^c \sin \alpha) - \\ m_r\omega_z^2(x_{\text{tp}}^c \sin \alpha + y_{\text{tp}}^c \cos \alpha) = \\ -(m_p + m_r)g \cos \theta + P \sin \alpha + Y \quad (7) \\ [I_p + I_r + \frac{m_p m_r}{m_p + m_r}(x_{\text{tp}}^c{}^2 + y_{\text{tp}}^c{}^2)]\dot{\omega}_z = M'_{R_p} + \\ \frac{m_r}{m_p + m_r}y_{\text{tp}}^c P - \frac{m_r}{m_p + m_r}[x_{\text{tp}}^c(Q \sin \alpha + \\ Y \cos \alpha) + y_{\text{tp}}^c(Q \cos \alpha - Y \sin \alpha)] \end{array} \right.$$

式中: m_p, m_r 分别为载机和火箭质量; I_p, I_r 分别为载机和火箭关于各自质心的俯仰转动惯量; v 为载机飞行速度; α 为其迎角; P 为载机发动机推力; Q, Y 分别表示载机气动阻力和升力; M'_{R_p} 为载机气动俯仰力矩; g 为重力加速度常数。

2.2 阶段1和2系统动力学

阶段1和2,载机质心动力学

$$m_p \frac{dv}{dt} = G_p + P + R + f \quad (8)$$

式中

$$v = (v, 0)_{\text{B}}^{\text{T}} \quad (9)$$

为载机质心相对于地惯系原点的速矢。

$$G_p = (0, -m_p g)_{\text{A}}^{\text{T}} \quad (10)$$

为载机自重。

$$f = (f_1^c, f_2^c)_{\text{C}}^{\text{T}} \quad (11)$$

为火箭对载机的作用力,其中 f_1^c 和 f_2^c 分别为滑动摩擦力和正压力

$$f_1^c = -k f_2^c \quad (12)$$

式中

$$k = \text{sgn}(\dot{x}_{\text{tp}}^c)\mu \quad (13)$$

式中 μ 为舱底和火箭之间的滑动摩擦系数。

$$\left\{ \begin{array}{l} (m_p + m_r)\dot{v} - m_r\dot{\omega}_z(x_{\text{tp}}^c \sin \alpha + y_{\text{tp}}^c \cos \alpha) + m_r\ddot{x}_{\text{tp}}^c \cos \alpha - 2m_r\dot{x}_{\text{tp}}^c \omega_z \sin \alpha - m_r\omega_z^2(x_{\text{tp}}^c \cos \alpha - y_{\text{tp}}^c \sin \alpha) + \\ (m_p + m_r)g \sin \theta - P \cos \alpha + Q + Q_r \cos(\alpha - \alpha_r) + Y_r \sin(\alpha - \alpha_r) = 0 \\ (m_p + m_r)v\dot{\theta} + m_r\dot{\omega}_z(x_{\text{tp}}^c \cos \alpha - y_{\text{tp}}^c \sin \alpha) + m_r\ddot{x}_{\text{tp}}^c \sin \alpha + 2m_r\dot{x}_{\text{tp}}^c \omega_z \cos \alpha - m_r\omega_z^2 m_r \omega (x_{\text{tp}}^c \sin \alpha + y_{\text{tp}}^c \cos \alpha) + \\ (m_p + m_r)g \cos \theta - P \sin \alpha - Y + Q_r \sin(\alpha - \alpha_r) - Y_r \cos(\alpha - \alpha_r) = 0 \\ m_p \dot{v}(x_{\text{tp}}^c \sin \alpha + y_{\text{tp}}^c \cos \alpha) - m_p v \dot{\theta}(x_{\text{tp}}^c \cos \alpha - y_{\text{tp}}^c \sin \alpha) + (I_p + I_r)\dot{\omega}_z - m_p g(x_{\text{tp}}^c \cos \eta - y_{\text{tp}}^c \sin \eta) - y_{\text{tp}}^c P + \\ Q(x_{\text{tp}}^c \sin \alpha + y_{\text{tp}}^c \cos \alpha) + Y(x_{\text{tp}}^c \cos \alpha - y_{\text{tp}}^c \sin \alpha) - M'_{R_p} + \frac{1}{2}(s_p + s_{r2} + x_{\text{tp}}^c)(Q_r \sin \alpha_r + Y_r \cos \alpha_r) = 0 \\ m_p \dot{v}(\cos \alpha - k \sin \alpha) + m_p v \dot{\theta}(\sin \alpha + k \cos \alpha) + m_p g(\sin \eta + k \cos \eta) - P + Q(\cos \alpha - k \sin \alpha) - \\ Y(\sin \alpha + k \cos \alpha) = 0 \end{array} \right. \quad (24)$$

火箭质心动力学

$$m_r \frac{d^2 r_r}{dt^2} = G_r - f + R_r \quad (14)$$

其中

$$r_r = r_p + r_{\text{rp}} \quad (15)$$

是火箭质心相对于地惯系原点的位矢。

$$G_r = (0, -m_r g)_{\text{A}}^{\text{T}} \quad (16)$$

是火箭自重。

$$R_r = (-Q_r, Y_r)_{\text{E}}^{\text{T}} \quad (17)$$

是火箭出舱部分受到的气动力。

载机姿态俯仰动力学

$$I_p \dot{\omega}_z = M'_{R_p} + M_{f_p} \quad (18)$$

式中 M'_{f_p} 为火箭对载机的作用力 f 关于载机质心的俯仰力矩分量,即

$$M_{f_p} = c_3 M'_{f_p} \quad (19)$$

式中 c_3 表示 C 系沿 z_c 轴正方向的单位矢量。对于图1所示飞行方向,按右手规则, z_c 轴正方向垂直于纸面向里。后文中涉及到某坐标系的 z 轴及其单位矢量均同理,不再逐一解释。

火箭姿态俯仰动力学

$$I_r \dot{\omega}_z = M'_{R_r} + M_{f_r} \quad (20)$$

式中 M'_{R_r} 是火箭出舱部分受到的气动力 R_r 关于火箭质心的俯仰力矩分量,即

$$M_{R_r} = c_3 M'_{R_r} = r_{r_{\text{sr}}} \times R_r \quad (21)$$

式中

$$r_{r_{\text{sr}}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(s_p + s_{r2} + x_{\text{tp}}^c) \\ -h_1 + \frac{d}{2} - y_{\text{tp}}^c \end{bmatrix}_{\text{C}} \quad (22)$$

是火箭出舱部分几何中心点 r_6 相对于火箭质心的位矢。

M'_{f_r} 是载机对火箭的反作用力 $-f$ 关于火箭质心的俯仰力矩分量,故

$$M_{f_r} = c_3 M'_{f_r} = r_{\text{rp}} \times f - M_{f_p} \quad (23)$$

相关各式联立,可得

式中 η 为载机姿态俯仰角, α_r 为火箭出舱部分几何中心处的局部迎角。

同时解出

$$\begin{cases} f_1^C = m_p \dot{v} \cos \alpha + m_p v \dot{\theta} \sin \alpha + \\ \quad m_p g \sin \eta - P + Q \cos \alpha - Y \sin \alpha \\ f_2^C = -m_p \dot{v} \sin \alpha + m_p v \dot{\theta} \cos \alpha + \\ \quad m_p g \cos \eta - Q \sin \alpha - Y \cos \alpha \\ M'_{fp} = I_p \dot{\omega}_z - M'_{Rp} \end{cases} \quad (25)$$

式(24)即阶段1和2载机-火箭两体耦合动力学模型。阶段1,整箭在机舱内,忽略气动力,故其中 Q_r, Y_r 均取0。阶段2, r_6 点的绝对位矢

$$\mathbf{r}_{r_6} = \mathbf{r}_{r_6r} + \mathbf{r}_r \quad (26)$$

绝对速矢

$$\mathbf{v}_{r_6} = \frac{d\mathbf{r}_{r_6}}{dt} \quad (27)$$

将相关各式代入式(27)并利用式(3)得

$$\mathbf{v}_{r_6} = (v_{r_6x}^C, v_{r_6y}^C)_C^T \quad (28)$$

式中

$$\begin{cases} v_{r_6x}^C = v \cos \alpha + \omega_z \left(h_1 - \frac{d}{2} \right) + \frac{1}{2} \dot{x}_{rp}^C \\ v_{r_6y}^C = -v \sin \alpha - \frac{1}{2} \omega_z (s_p + s_{r_2} - x_{rp}^C) \end{cases} \quad (29)$$

v'_{r_6} 的大小

$$v'_{r_6} = \sqrt{v_{r_6x}^C{}^2 + v_{r_6y}^C{}^2} \quad (30)$$

分量 $v_{r_6x}^C, v_{r_6y}^C$ 是C系下的,但考虑到在阶段2,C系和D系的坐标轴方向一致,故 $v_{r_6x}^C, v_{r_6y}^C$ 也是在D系的投影分量,从而出舱部分的局部迎角为

$$\alpha_r = -\arctan \frac{v_{r_6y}^C}{v_{r_6x}^C} \quad (31)$$

箭体出舱部分受到的气动阻力和升力分别为

$$\begin{cases} Q_r = q_r k' S_r C_{Qr} \\ Y_r = q_r k' S_r C_{Yr} \end{cases} \quad (32)$$

式中 C_{Qr}, C_{Yr} 分别为火箭气动阻力和气动升力系数,是 α_r 的函数。

局部动压为

$$q_r = \frac{1}{2} \rho v_{r_6}^2 \quad (33)$$

式(32)中 k' 为介于0和1之间的系数,等于火箭出舱部分的长度与其总长的比值; S_r 为火箭气动特征面积。

阶段1过渡到阶段2的标志是箭尾 r_2 点伸出舱尾,即有

$$s_p - s_{r_2} + x_{rp}^C \leq 0 \quad (34)$$

在阶段1,载机和火箭间的相互作用力分布于两者的接触线 $\overline{r_1 r_2}$ 上,其等效作用点在该线上移动。

若等效作用点移到 r_2 点,表示分布作用力集中于该点,火箭以该点为支点有抬头趋势;等效作用点移到 r_1 点,火箭以该点为支点有翘尾趋势;若载机和火箭间的作用力 f_2^C 趋零,火箭有“整体飘起”脱离舱底的趋势。后文涉及飞行阶段过渡或者异常情况发生的条件,原理类似,限于篇幅不再详细解释。

接触线上等效作用点相对于火箭质心的位矢为

$$\mathbf{r}_{f_1} = \left(x_{f_1}^D, -\frac{d}{2} \right)_D^T \quad (35)$$

相对于载机质心的位矢为

$$\mathbf{r}_{fp} = \mathbf{r}_{f_1} + \mathbf{r}_{rp} \quad (36)$$

火箭对载机的作用力 \mathbf{f} 关于载机质心的力矩为

$$\mathbf{M}_{fp} \triangleq c_3 \mathbf{M}'_{fp} = \mathbf{r}_{fp} \times \mathbf{f} \quad (37)$$

将相关各式代入式(37),并考虑到在阶段1和2,C系和D系的坐标轴方向一致,可算出

$$x_{fp}^D = \frac{M'_{fp}}{f_2^C} - \frac{f_1^C}{f_2^C} h_1 - x_{rp}^C \quad (38)$$

阶段1发生异常情况1-1,1-2,1-3的条件如下

$$\begin{cases} x_{fp}^D \leq -s_{r_2} & \text{异常情况1-1} \\ x_{fp}^D \geq s_{r_1} & \text{异常情况1-2} \\ f_2^C \geq 0 & \text{异常情况1-3} \end{cases} \quad (39)$$

式中 f_1^C, f_2^C, M'_{fp} 的数值通过式(25)计算。

设载机和火箭间等效作用点相对于舱尾 p_1 点的位矢为

$$\mathbf{r}_{fp_1} = (x_{fp_1}^C, y_{fp_1}^C)_C^T \quad (40)$$

阶段2过渡到阶段3的条件是等效作用点后移至 p_1 点,即

$$x_{fp_1}^C \leq 0 \quad (41)$$

因

$$\mathbf{r}_{fp_1} = \mathbf{r}_{fp} - \mathbf{r}_{p_1p} \quad (42)$$

$$\mathbf{r}_{p_1p} = (-s_p, -h_1)_C^T \quad (43)$$

将相关各式代入式(42),并注意到在阶段2,C系和D系的坐标轴方向一致,得

$$x_{fp_1}^C = \frac{M'_{fp}}{f_2^C} - \frac{f_1^C}{f_2^C} h_1 + s_p \quad (44)$$

异常情况2-1的发生条件(即判别公式)与异常情况1-2的发生条件相同;异常情况2-2的发生条件(即判别公式)与异常情况1-3的发生条件相同。

2.3 阶段3系统动力学

阶段3如图4所示。在阶段3,载机质心动力学和姿态动力学方程的一般形式,即式(8,18)仍成立。但因火箭对载机的作用力集中于舱尾支点 p_1 ,故式(18)中的 M_{fp} 可具体化,联立相关各式

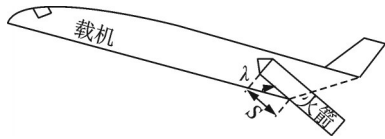


图4 阶段3机-箭关系详图

Fig.4 Details of aircraft-rocket in stage 3

可得

$$I_p \dot{\omega}_z = M'_{kp} - s_p f_2^C + h_1 f_1^C \quad (45)$$

用变量 s 和 λ 描述火箭质心相对于载机质心的位矢如下

$$\mathbf{r}_{\text{rp}} = \begin{pmatrix} -s_p + (s - s_{r1}) \cos \lambda - \frac{d}{2} \sin \lambda \\ -h_1 + (s - s_{r1}) \sin \lambda + \frac{d}{2} \cos \lambda \end{pmatrix}_C \quad (46)$$

在阶段3,火箭质心动力学式(14)仍成立,而其姿态俯仰动力学变为

$$I_r (\dot{\omega}_z + \ddot{\lambda}) = M'_{fr} + M'_{Rr} \quad (47)$$

其中

$$\mathbf{M}_{fr} \triangleq c_3 \mathbf{M}'_{fr} = \mathbf{r}_{rp1} \times \mathbf{f} \quad (48)$$

$$\mathbf{r}_{rp1} = \left(s - s_{r1}, \frac{d}{2} \right)_D^T \quad (49)$$

$$\mathbf{M}_{Rr} \triangleq c_3 \mathbf{M}'_{Rr} = \mathbf{r}_{r6r} \times \mathbf{R}_r \quad (50)$$

$$\mathbf{r}_{r6r} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (s_{r1} - s_{r2} - s) \\ 0 \end{bmatrix}_D \quad (51)$$

f_1^C 和 f_2^C 之间关系仍如式(12), 其中

$$k = \text{sgn}(\dot{s}) \mu \quad (52)$$

相关各式联立, 可得

$$\left\{ \begin{aligned} & m_p \dot{v} (\cos \alpha - k \sin \alpha) + m_p v \dot{\theta} (\sin \alpha + k \cos \alpha) + m_p g (\sin \eta + k \cos \eta) - P + Q (\cos \alpha - k \sin \alpha) - \\ & Y (\sin \alpha + k \cos \alpha) = 0 \\ & m_p \dot{v} (s_p \sin \alpha + h_1 \cos \alpha) - m_p v \dot{\theta} (s_p \cos \alpha - h_1 \sin \alpha) - I_p \dot{\omega}_z - m_p g (s_p \cos \eta - h_1 \sin \eta) - h_1 P + \\ & Q (s_p \sin \alpha + h_1 \cos \alpha) + Y (s_p \cos \alpha - h_1 \sin \alpha) + M'_{kp} = 0 \\ & (m_p + m_r) \dot{v} \cos \alpha + (m_p + m_r) v \dot{\theta} \sin \alpha + m_r \dot{\omega}_z [h_1 - (s - s_{r1}) \sin \lambda - \frac{d}{2} \cos \lambda] + \\ & m_r \ddot{s} \cos \lambda - m_r \ddot{\lambda} [(s - s_{r1}) \sin \lambda + \frac{d}{2} \cos \lambda] + m_r \omega_z^2 [s_p - (s - s_{r1}) \cos \lambda + \frac{d}{2} \sin \lambda] - \\ & 2m_r \dot{s} (\omega_z + \dot{\lambda}) \sin \lambda - 2m_r \omega_z \dot{\lambda} [(s - s_{r1}) \cos \lambda - \frac{d}{2} \sin \lambda] - m_r \dot{\lambda}^2 [(s - s_{r1}) \cos \lambda - \\ & \frac{d}{2} \sin \lambda] + (m_p + m_r) g \sin \eta - P + Q \cos \alpha - Y \sin \alpha + Q_r \cos (\lambda - \alpha_r) + Y_r \sin (\lambda - \alpha_r) = 0 \\ & -(m_p + m_r) \dot{v} \sin \alpha + (m_p + m_r) v \dot{\theta} \cos \alpha - m_r \dot{\omega}_z [s_p - (s - s_{r1}) \cos \lambda + \frac{d}{2} \sin \lambda] + \\ & m_r \ddot{s} \sin \lambda + m_r \ddot{\lambda} [(s - s_{r1}) \cos \lambda - \frac{d}{2} \sin \lambda] + m_r \omega_z^2 [h_1 - (s - s_{r1}) \sin \lambda - \frac{d}{2} \cos \lambda] + \\ & 2m_r \dot{s} (\omega_z + \dot{\lambda}) \cos \lambda - 2m_r \omega_z \dot{\lambda} [(s - s_{r1}) \sin \lambda + \frac{d}{2} \cos \lambda] - m_r \dot{\lambda}^2 [(s - s_{r1}) \sin \lambda + \\ & \frac{d}{2} \cos \lambda] + (m_p + m_r) g \cos \eta - Q \sin \alpha - Y \cos \alpha + Q_r \sin (\lambda - \alpha_r) - Y_r \cos (\lambda - \alpha_r) = 0 \\ & m_p \dot{v} \left[\frac{d}{2} \cos (\alpha + \lambda) + (s - s_{r1}) \sin (\alpha + \lambda) \right] + m_p v \dot{\theta} \left[\frac{d}{2} \sin (\alpha + \lambda) - \right. \\ & \left. (s - s_{r1}) \cos (\alpha + \lambda) \right] + I_r \dot{\omega}_z + I_r \ddot{\lambda} + m_p g \left[\frac{d}{2} \sin (\eta + \lambda) - (s - s_{r1}) \cos (\eta + \lambda) \right] - \\ & P \left[\frac{d}{2} \cos \lambda + (s - s_{r1}) \sin \lambda \right] + Q \left[\frac{d}{2} \cos (\alpha + \lambda) + (s - s_{r1}) \sin (\alpha + \lambda) \right] - \\ & Y \left[\frac{d}{2} \sin (\alpha + \lambda) - (s - s_{r1}) \cos (\alpha + \lambda) \right] - \frac{1}{2} Q_r (s_{r1} - s_{r2} - s) \sin \alpha_r \\ & - \frac{1}{2} Y_r (s_{r1} - s_{r2} - s) \cos \alpha_r = 0 \end{aligned} \right. \quad (53)$$

阶段3中 f_1^C, f_2^C 的表达式与式(25)中的完全相同。

下面计算火箭受到的空气动力 \mathbf{R}_r 。仍取火箭出舱部分几何中心 r_6 点为气动力等效作用点, 结合

阶段3的具体条件可得

$$\mathbf{v}_{r6} = (\mathbf{v}_{r6x}^D, \mathbf{v}_{r6y}^D)^T \quad (54)$$

式中

$$\begin{cases} v_{r_6,x}^D = v \cos(\alpha + \lambda) - \omega_z \left(\frac{d}{2} + s_p \sin \lambda - \right. \\ \quad \left. h_1 \cos \lambda \right) + \frac{1}{2} \dot{s} - \frac{d}{2} \dot{\lambda} \\ v_{r_6,y}^D = -v \sin(\alpha + \lambda) - \omega_z \left[\frac{1}{2} (s_{r_1} + s_{r_2} - s) + \right. \\ \quad \left. s_p \cos \lambda + h_1 \sin \lambda \right] - \frac{1}{2} \dot{\lambda} (s_{r_1} + s_{r_2} - s) \end{cases} \quad (55)$$

v_{r_6} 的大小

$$v_{r_6}' = \sqrt{v_{r_6,x}^D{}^2 + v_{r_6,y}^D{}^2} \quad (56)$$

出舱部分的局部迎角为

$$\alpha_r = -\arctan \frac{v_{r_6,y}^D}{v_{r_6,x}^D} \quad (57)$$

出舱部分受到的气动阻力、气动升力和局部动压的计算公式与阶段 2 下的完全相同,即式(32,33)仍成立,只是式(32)中 k' 的计算公式需作相应修改。

阶段 3 过渡到阶段 4 和 5 的条件分别为

$$f_z^c \geq 0 \quad (58)$$

$$s \leq 0 \quad (59)$$

异常情况 3-1 表示箭头 r_4 点或 r_5 点触碰舱顶。经几何分析,易得其条件为

$$\max \left[d \cos \lambda + s \sin \lambda, \frac{d}{2} \left(\frac{\sin \lambda}{\tan \sigma} + \cos \lambda \right) + s \sin \lambda \right] \geq h_1 + h_2 \quad (60)$$

2.4 阶段 4 系统动力学

在阶段 4,火箭与载机脱离接触,两者间无力的直接作用。载机的飞行动力学即常规的飞行器飞行力学。火箭相对于载机的动力学方程限于篇幅忽略推导过程,直接给出结果。系统动力学方程如下

$$\begin{cases} m_p \dot{v} = -m_p g \sin \theta + P \cos \alpha - Q \\ m_p v \dot{\theta} = -m_p g \cos \theta + P \sin \alpha + Y \\ I_p \dot{\omega}_z = M_{Rp}' \\ m_r \dot{v} \cos \alpha + m_r v \dot{\theta} \sin \alpha - m_r \dot{\omega}_z y_{rp}^c + m_r \ddot{x}_{rp}^c - \\ \quad m_r \omega_z^2 x_{rp}^c - 2m_r \omega_z \dot{y}_{rp}^c = -m_r g \sin \eta - \\ \quad Q_r \cos(\lambda - \alpha_r) - Y_r \sin(\lambda - \alpha_r) \\ -m_r \dot{v} \sin \alpha + m_r v \dot{\theta} \cos \alpha + m_r \dot{\omega}_z x_{rp}^c + m_r \ddot{y}_{rp}^c - \\ \quad m_r \omega_z^2 y_{rp}^c + 2m_r \omega_z \dot{x}_{rp}^c = -m_r g \cos \eta - \\ \quad Q_r \sin(\lambda - \alpha_r) + Y_r \cos(\lambda - \alpha_r) \\ I_r (\dot{\omega}_z + \ddot{\lambda}) = -\frac{1}{2} [(s_p + x_{rp}^c) \cos \lambda + \\ \quad (h_1 + y_{rp}^c) \sin \lambda + s_{r_2}] \times (Q_r \sin \alpha_r + Y_r \cos \alpha_r) \end{cases} \quad (61)$$

火箭出舱部分几何中心 r_6 点的绝对速矢和其大小的公式仍分别如式(54,56),其中 $v_{r_6,x}^D, v_{r_6,y}^D$ 的表达式需要根据本阶段的特点单独计算,限于篇幅,此处不再给出详细公式。

出舱部分的局部攻角计算公式(57)仍成立。出舱部分受到的气动阻力、气动升力、局部动压的

计算公式(32,33)仍成立,只是式(32)中 k' 的计算公式需作相应修改。

阶段 4 过渡到阶段 5 的标志是:箭头 r_5 点穿越载机 p_1, p_2 两点连线,进入其右侧即舱外(参考图 1)。设想以 r_5 为始点,分别以 p_1, p_2 为终点,构造两个矢量,记为 $r_{p_1 r_5}$ 和 $r_{p_2 r_5}$,两者叉乘

$$w_{r_5} = c_3 w_{r_5}' = r_{p_1 r_5} \times r_{p_2 r_5} \quad (62)$$

显然:若 r_5 点在线段 $\overline{p_1 p_2}$ 以左,则矢量 w_{r_5} 垂直于纸面向外,其在 c_3 的分量 $w_{r_5}' < 0$;反之,若 r_5 点在线段 $\overline{p_1 p_2}$ 以右,则 $w_{r_5}' > 0$ 。故阶段 4 过渡到阶段 5 的条件可表示为

$$w_{r_5}' \geq 0 \quad (63)$$

将相关各式代入该式并展开,可得

$$w_{r_5}' = x_{p_1 r_5}^c y_{p_2 r_5}^c - x_{p_2 r_5}^c y_{p_1 r_5}^c \quad (64)$$

限于篇幅,其中 $x_{p_1 r_5}^c, y_{p_1 r_5}^c, x_{p_2 r_5}^c, y_{p_2 r_5}^c$ 的详细计算公式不再给出。

异常情况 4-1 表示箭头 r_4 点或 r_5 点触碰舱顶,经几何分析,易得其条件为

$$\max \left[\frac{d}{2} \cos \lambda + y_{rp}^c + s_{r_1} \sin \lambda, y_{rp}^c + \left(s_{r_1} + \frac{d/2}{\tan \sigma} \right) \sin \lambda \right] \geq h_2 \quad (65)$$

异常情况 4-2 表示载机舱尾 p_1 点触碰火箭腹部即线段 $\overline{r_1 r_2}$,其几何条件为

$$-(s_p + x_{rp}^c) \sin \lambda + (h_1 + y_{rp}^c) \cos \lambda \leq \frac{d}{2} \quad (66)$$

在飞行各阶段,为了使载机-火箭两体耦合动力学方程闭合,以进行数值仿真计算,尚需关于发动机推力、载机气动力和力矩的计算公式,具体可参考文献[18]。

3 数值仿真

部分仿真入口参数如表 1 所示。其中 ρ 是当地大气密度, y^*, v^* 分别是发射前载机带箭巡航时的飞行高度和速度。根据仿真入口参数,计算出载机带箭巡航时的配平状态如下:油门偏度 $\delta_{thro}^* = 5.50^\circ$,迎角 $\alpha^* = 21.36^\circ$,水平安定面偏度 $\delta_{stb}^* = -39.35^\circ$ 。发射过程中,载机的油门保持在配平值,升降舵保持在零位。

空射过程仿真结果如图 5~13 所示。图 5~10 仿真曲线上标注了倒三角、钻石形、小圆圈、五角星,其意义如下:倒三角之前的曲线表示载机带箭巡航;倒三角与钻石形之间的曲线表示阶段 1;钻石形与小圆圈之间的曲线表示阶段 2;小圆圈与五角星之间的曲线表示阶段 3;五角星之后的曲线表

表1 仿真入口参数

Table 1 Input parameters for simulation

参数	数值
m_p/kg	2×10^5
$I_p/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	9×10^6
s_p/m	20
$\xi/(\text{°})$	45
h_1/m	2.5
h_2/m	2.5
m_r/kg	8×10^4
$I_r/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	1.6×10^6
s_{r_1}/m	15
s_{r_2}/m	15
d/m	2
$\sigma/(\text{°})$	30
μ	5×10^{-3}
$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	0.4135
y^*/m	10^4
$v^*/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	255

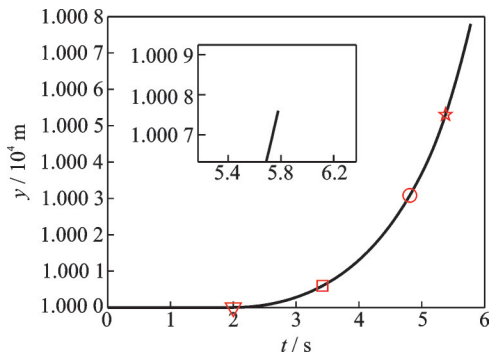


图5 载机飞行高度

Fig.5 Flight height of the aircraft

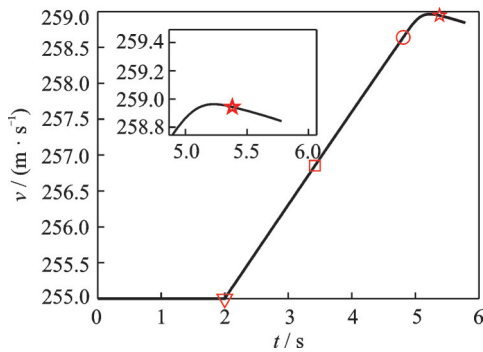


图6 载机飞行速度

Fig.6 Flight velocity of the aircraft

示阶段4。

图5、6显示,火箭出舱过程中,载机的飞行高度增量约为8 m,飞行速度增量约为3.84 m/s,是因为火箭将自身的一部分动量和机械能转移给载机的缘故。

图7中的 η 和 η_r 分别表示载机和火箭的姿态俯仰角。载机姿态俯仰角略有增加,这是因为火箭在舱内

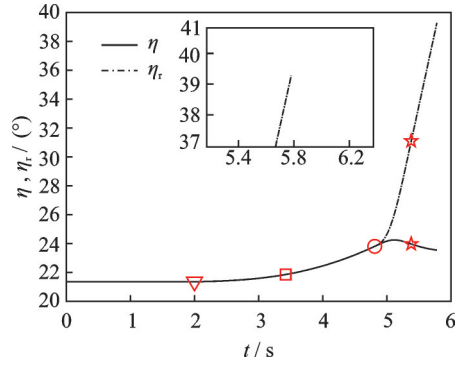


图7 载机和火箭姿态俯仰角

Fig.7 Pitch angles of the aircraft and the rocket

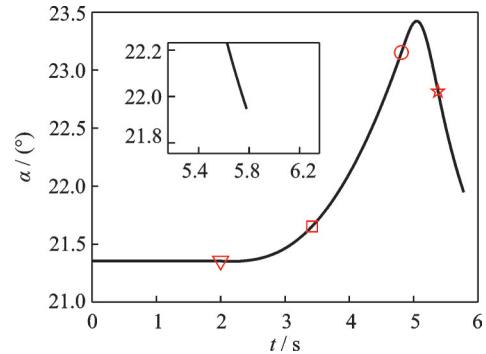


图8 载机迎角

Fig.8 The attack angle of aircraft

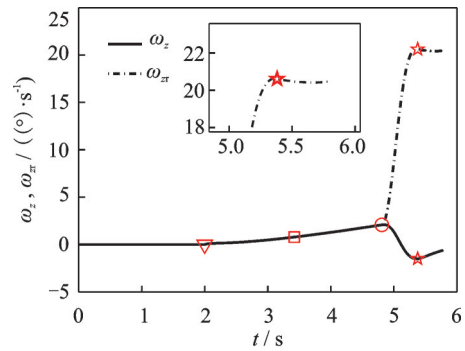


图9 载机和火箭姿态俯仰角速率

Fig.9 Pitch angle rate of the aircraft and the rocket

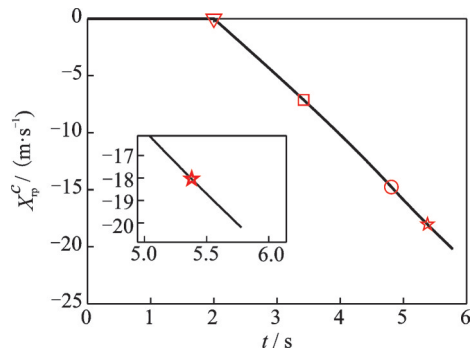


图10 火箭沿载机纵轴的滑行速度

Fig.10 Sliding velocity of the rocket along the longitudinal axis of the aircraft body

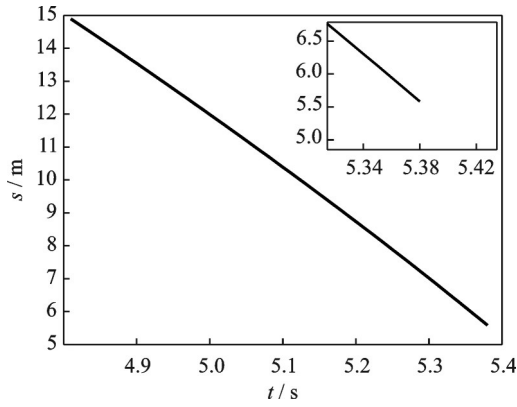


图 11 阶段 3 中变量 s
Fig.11 Variable s in stage 3

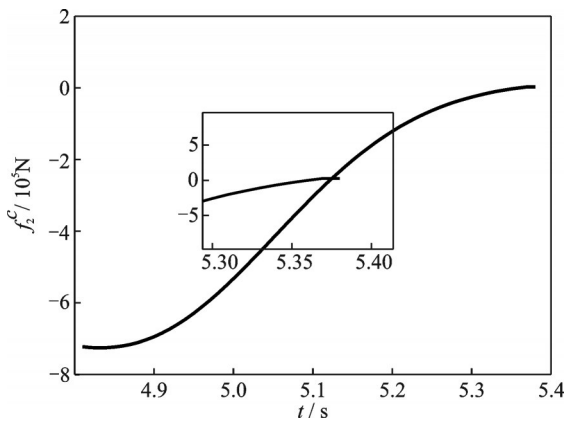


图 12 阶段 3 中火箭对载机的正压力
Fig.12 Normal pressure on the aircraft by the rocket in stage 3

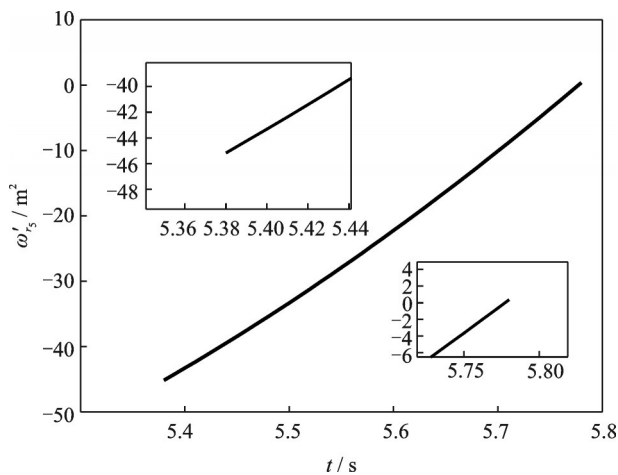


图 13 阶段 4 中火箭离机的标志变量
Fig.13 Marking variable of the rocket separating from the aircraft in stage 4

向后滑行,对载机施加抬头力矩;火箭的姿态俯仰角有大幅度增加,达到 39.3° ,原因是阶段 3 中的“跷跷板”效应,火箭相对于载机有大幅度的抬头角 λ 。

图 8 显示,阶段 1 和 2 中载机攻角单调增加。但进入阶段 3 后,因火箭对载机正压力的幅度开始减小,其对载机的抬头力矩也减小,载机在自身气动稳定力矩

的作用下,迎角开始回落,直至终值(约 21.95°)。

图 9 与图 7 对应,实线和虚线分别是载机和火箭的俯仰角速率。火箭在离机时的俯仰角速率达到 $20.5^\circ/\text{s}$ 。高达 39.3° 的离机俯仰角和 $20.5^\circ/\text{s}$ 的俯仰角速率有利于火箭离机后尽快进入点火姿态。

图 10 显示,火箭在舱内的滑行呈加速趋势,离机时沿载机纵轴的速率达到 20.2 m/s ,有利于载机与火箭迅速拉开距离,减小载机尾流对火箭的干扰,也减小火箭点火对载机的安全威胁。并且由前述仿真结果数据估算,火箭离机后约 $2\sim 3\text{ s}$ 即可达到近乎垂直的点火姿态,且与载机的水平距离达到约 $40\sim 60\text{ m}$ 的安全值。

图 11~13 是阶段 3,4 中的部分关键变量。图 11 显示变量 s 在 5.38 s 时递减到 5.58 m ,此时火箭与载机脱离接触进入阶段 4。对比图 12,此刻火箭对载机的正压力分量 f_z^C 的幅值递减到零,火箭整体“飘起”。图 13 是阶段 4 中标志火箭离舱变量 ω'_s 的曲线,可见从 5.38 s 开始,该变量从 -45 m^2 单调递增,直至 5.78 s 时,该变量过零点,此时火箭完全离舱。

仿真结果表明,火箭在舱内的运动经历了阶段 1,2,3,4,最终进入阶段 5,机箭分离。

4 结 论

本文研究了以运输机为平台的内装式空射运载火箭重力出舱过程载机-火箭两体动力学。将正常出舱过程顺次分为 4 个阶段,建立了各阶段的动力学模型,给出了各阶段过渡的力学条件。给出了多种异常情况,并分析了发生异常情况的力学或几何条件。对出舱过程的两体系统进行了数值仿真。

限于篇幅,仿真只展示了一组典型设计参数和发射初始条件下,机-箭系统顺次经历阶段 1,2,3,4,直至进入阶段 5,仿真正常结束。

工程上,可根据载机和火箭的多种设计参数(譬如质量、几何和气动等参数)和发射参数(譬如火箭在载机中的初始安放位置、载机的巡航高度和速度等),运用本文提供的数学模型进行仿真,根据仿真结果排除不合理设计参数和发射参数,保留合理参数,建立相应的数据库,为我国发展空射运载火箭技术提供参考。

本文只研究了纵向平面内的动力学,且没有考虑控制输入(譬如载机油门和升降舵)对空射过程的影响。后期需进一步考虑载机和火箭横侧向运动,建立更完整的力学模型,并深入研究载机飞行控制律,以改善空射过程飞行品质,优化火箭离机状态。另外,异常情况下火箭与载机的触碰动力学

也值得深入研究。

参考文献:

- [1] JOHN W K, CHARLES E R, GREGORY T B, et al. Motivation for air-launch: Past, present, and future [C]// Proceedings of AIAA Space and Astronautics Forum and Exposition. Orlando, USA: AIAA, 2017.
- [2] 甄华萍, 董超, 李晓轩, 等. 国外空射运载火箭技术发展分析与启示[J]. 飞航导弹, 2018(9): 13-17.
ZHEN Huaping, DONG Chao, LI Xiaoxuan, et al. Analysis and inspiration of foreign air-launched carrier rocket technology development[J]. Cruise Missile, 2018(9): 13-17.
- [3] 张久星, 张登成, 朱和铨, 等. 基于ADAMS的内装式空射运载火箭分离过程动力学分析[J]. 弹箭与制导学报, 2011, 31(2): 153-156.
ZHANG Jiuxing, ZHANG Dengcheng, ZHU Hequan, et al. Dynamic analysis of internally carried air-launched launch vehicle separation from aircraft based on ADAMS[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2011, 31(2): 153-156.
- [4] MARTI M S, NESRIN S K. A new air launch concept: vertical air launch sled (VALS) [C]// Proceedings of AIAA Space 2012 Conference & Exposition. Pasadena, USA: AIAA, 2012.
- [5] MARTI S K, NESRIN S K. A study of air launch methods for RLVs [C]// Proceedings of AIAA 2001 Space Conference and Exposition. Albuquerque, USA: AIAA, 2001.
- [6] MARTI S K., NESRIN S K, BOB M, et al. Flight testing of a new earth-to-orbit air-launch method [J]. Journal of Aircraft, 2006, 43(3): 577-583.
- [7] YUICHI N, TAKASHI A, SEIJI M. Japanese air launch system concept and test plan [C]// Proceedings of AIAA Aerodynamic Decelerator Systems (ADS) Conference. Daytona Beach, USA: AIAA, 2013.
- [8] GAO Bo, TANG Shuo, XU Zhi. Separation modeling of the internal air-launch rocket from a cargo aircraft [C]// Proceedings of the 21st AIAA International Space Planes and Hypersonics Technologies Conference. Xiamen, China: AIAA, 2017.
- [9] 张登成, 闫杰, 张久星. 内装式空射运载火箭与载机分离研究[J]. 弹箭与制导学报, 2009, 29(5): 158-161.
ZHANG Dengcheng, YAN Jie, ZHANG Jiuxing. Study on internally carried air-launched launch vehicle separation from aircraft [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2009, 29(5): 158-161.
- [10] 耿延升, 郭兆电, 周启发. 美国“快速抵达”空射运载火箭系统分析及启示[J]. 航空科学技术, 2014, 25(3): 5-9.
GENG Yansheng, GUO Zhaodian, ZHOU Qifa. Analysis and inspiration of the U.S. QuickReach air launch system[J]. Aeronautical Science & Technology, 2014, 25(3): 5-9.
- [11] MARTI S K, NESRIN S K, GARY C H, et al. Flight testing of a gravity air launch method to enable responsive space Access [C]// Proceedings of AIAA Space 2007 Conference & Exposition. Long Beach, USA: AIAA, 2007.
- [12] 张艳华, 张登成, 张久星, 等. 内装式空射运载火箭与载机分离过程的纵向飞行品质研究[J]. 弹箭与制导学报, 2011, 31(6): 190-192.
ZHANG Yanhua, ZHANG Dengcheng, ZHANG Jiuxing, et al. The study on longitudinal flight quality during separation of built-in air-launched launch vehicle from launch aircraft [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2011, 31(6): 190-192.
- [13] BEREND N, BOURGAIE M, DEFOORT S, et al. Innovative air-launch system using a multirole UAV [C]// Proceedings of 57th International Astronautics Congress. Valencia, Spain: ARC, 2006. DOI: 10.2514/6.IAC-06-D2.4.09.
- [14] SAMUEL C, ABDALRAMAN M, MATTHEW M, et al. Conceptual design of a propulsion system for an air-launch-to-orbit aircraft [C]// Proceedings of AIAA Scitech 2021 Forum. [S.l.]: ARC, 2021. DOI: 10.2514/6.2021-0582.
- [15] RANDY L T, DAVID G T, BOB M. Flight testing a parachute orientation system to air launch rockets into low earth orbit [C]// Proceedings of the 19th AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar. Williamsburg, USA: AIAA, 2007.
- [16] ZHANG Qian, XU Zhi, HONG Bei, et al. A Guidance scheme for air-launched solid launch vehicle [C]// Proceedings of the 21st AIAA International Space Planes and Hypersonics Technologies Conference. Xiamen, China: AIAA, 2017.
- [17] 韩艳桦, 尹文博, 张勇. 内装式空射运载火箭重力出舱机箭耦合动力学分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2020, 52(6): 963-971.
HAN Yanhua, YIN Wenbo, ZHANG Yong. Aircraft-rocket coupling dynamics for internally carried gravity air-launch method [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2020, 52(6): 963-971.
- [18] 张明廉. 飞行控制系统[M]. 北京: 航空工业出版社, 1994.
ZHANG Minglian. Flight control system [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1994.