

DOI:10.16356/j.1005-2615.2022.02.017

扩展卡尔曼滤波对时变参数追踪性能的影响研究

唐宏志, 姜金辉

(南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室, 南京 210016)

摘要: 扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman filter, EKF)理论由线性卡尔曼滤波理论发展而来。在结构的物理参数未知的情况下,扩展卡尔曼滤波理论将结构的物理参数与其状态向量组成增广状态向量,对增广状态向量进行识别,从而得到修正的结构参数。本文引入扩展卡尔曼滤波理论,对结构参数进行识别。为了验证该方法的有效性,引入 1 个时变参数三自由度系统作为仿真算例,分别探讨扩展卡尔曼滤波中的各项滤波参数(模型噪声的协方差矩阵 Q , 测量噪声的协方差矩阵 R)对结构的时变参数追踪性能的影响。结果表明,合适的滤波参数能使得算法更迅速,准确地识别出结构中的时变参数变化趋势。还通过一个悬臂梁仿真算例,证明了即使在部分测点没有测量的情况下,EKF 算法也能识别出结构参数。

关键词: 扩展卡尔曼滤波; 结构时变参数; 滤波参数; 参数追踪性能; 悬臂梁

中图分类号: TB124 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2022)02-0304-07

Research on Tracking Performance of Extended Kalman Filter for Time Varying Parameters

TANG Hongzhi, JIANG Jinhui

(State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Extended Kalman filter (EKF) theory is developed from linear Kalman filter theory. When the physical parameters of the structure are unknown, the unknown parameters of the structure are combined with the state vector of the structure to form an augmented state vector, which is called extended Kalman filter theory. The unknown structural parameters are obtained through the augmented state vector. This paper introduces EKF theory to identify structural parameters. In order to verify the effectiveness of this method, a three-degree of freedom system with time-varying parameters is introduced as a simulation example to investigate the influence of various parameters (covariance matrix Q of model noise, covariance matrix R of measurement noise, influence of observation points) on tracking performance of time-varying parameters of structure. The results show that the algorithm with appropriate filter parameters (Q , R) can identify the time-varying parameters in the structure more quickly and accurately. And a cantilever beam simulation example is also introduced to show that the EKF algorithm can identify structural parameters even if some measuring points are not measured.

Key words: extended Kalman filter; time varying parameter of structures; filter parameters; parameter tracking performance; cantilever beam

基金项目: 国家自然科学基金(51775270)。

收稿日期: 2020-08-07; **修订日期:** 2021-04-07

通信作者: 姜金辉, 男, 副教授, E-mail: jiangjinhui@nuaa.edu.cn。

引用格式: 唐宏志, 姜金辉. 扩展卡尔曼滤波对时变参数追踪性能的影响研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2022, 54(2): 304-310. TANG Hongzhi, JIANG Jinhui. Research on tracking performance of extended Kalman filter for time varying parameters[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(2): 304-310.

参数识别是动力学的第一类逆问题。参数识别问题按识别参数的种类可以分为模态参数识别与物理参数识别;而如果按识别参数的方法,可以分为时域法参数识别和频域法^[1-2]参数识别。在时域内识别结构的物理参数,主要方法有扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman filter, EKF)、 H_∞ 滤波^[3]、蒙特卡洛滤波^[4]和最小二乘估计(Least square estimate, LSE)^[5-6]。EKF是在经典卡尔曼滤波(Kalman filter, KF)^[7-8]的基础上改进得到的,文献[9-11]使用扩展卡尔曼滤波方法对多自由度线性结构的参数进行识别。文献[12-13]为了实现对结构时变参数的跟踪,采用自适应技术对EKF方法进行了改进。文献[14-15]在载荷未知的情况下,将最小二乘法与EKF方法结合,识别时变的结构参数,同时求出未知载荷。

这些文献都对扩展卡尔曼滤波方法进行了改进,但并没有提及滤波参数的设置对识别效果的影响,尤其是结构中参数会随时间变化的情况。事实上,随着算法的迭代计算,EKF算法对测点响应的利用程度会越来越小,此时识别结果无法追踪到时变参数的变化情况。因此,必须选择恰当的滤波参

$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{p}(t) \\ \ddot{p}(t) \\ [0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{p}(t) \\ -M^{-1}Kp(t) - M^{-1}Cp(t) + M^{-1}B_u f(t) \\ [0] \end{bmatrix} = f^c(z(t), f(t)) \quad (2)$$

而测量更新方程的形式与观测量的类别有关,本文选择的测量类别是加速度信号。此时,测量更新方程可以写为

$$y(t) = H_0 M^{-1} (-C\dot{p}(t) - Kp(t) + B_u f(t)) = h(z(t), f(t)) \quad (3)$$

式中: M 表示大小为 $n \times n$ 的质量矩阵; C 表示大小为 $n \times n$ 的阻尼矩阵; K 表示大小为 $n \times n$ 的刚度矩阵; $\ddot{p}(t)$, $\dot{p}(t)$, $p(t)$ 分别代表结构的加速度向量,速度向量,以及位移向量,向量的长度为 n ; B_u 代表激励的影响矩阵,与激励在结构上的作用位置有关,由0和1组成,它的矩阵大小为 $s \times n$; $f(t)$ 表示激励向量,长度为 s ; H_0 为由0和1组成的位置矩阵。由于质量矩阵 M ,刚度矩阵 K 或阻尼矩阵 C 包含了未知参数 θ ,这也就意味着关于扩展状态向量 $z(t)$ 的状态更新方程 $f^c(z(t), f(t))$ 是一个非线性方程,同样测量更新方程 $h(z(t), f(t))$ 也是一个非线性方程。

利用泰勒展开,将上述两个非线性方程(1, 2)转化为多项式之和的形式,并略去高阶项,仅保留

数(模型噪声的协方差矩阵 Q ,测量噪声的协方差矩阵 R)。本文首先介绍了一种结构参数识别方法,适用于外界载荷已知的情况,并试图通过仿真算例说明如何选择最优的滤波参数,来使得EKF算法对时变结构参数的跟踪性能达到最佳,即算法能快速、准确地识别出结构参数的变化情况。

1 结构参数识别方法

本文使用扩展卡尔曼滤波方法作为结构参数的识别方法。对于1个 n 自由度的动力学系统,当结构中的未知参数,例如质量矩阵 M ,刚度矩阵 K 或阻尼矩阵 C 中的某些参数待确定时,参考卡尔曼滤波理论,将这些未知参数与状态向量 x 一起组成扩展状态向量 z

$$z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p(t) \\ \dot{p}(t) \\ \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: θ 为待确定的未知参数向量,长度设为 m ; $x(t)$ 表示状态向量,其长度为 $2n$ 。令 $\dot{\theta} = 0$,此时,卡尔曼滤波理论中的状态更新方程可以重新写为

一阶多项式,由此可将非线性方程近似看成线性方程

$$f^c(z(t), f(t)) \approx f^c(z_{k-1|k-1}, f_{k-1}) + \nabla_z f^c_{k-1} \cdot (z(t) - z_{k-1|k-1}) \quad (4)$$

$$h(z(t), f(t)) \approx h(z_{k|k-1}, f_k) + \nabla_z h_k \cdot (z(t) - z_{k|k-1}) \quad (5)$$

式中: $z_{k-1|k-1}$ 为在 t_{k-1} 时刻的扩展状态向量; $z_{k|k-1}$ 为在 t_k 时刻的扩展状态向量; $\nabla_z f^c_{k-1}$ 为状态更新方程对扩展状态向量 $z(t)$ 的一阶偏导; $\nabla_z h_k$ 为测量更新方程对扩展状态向量 $z(t)$ 的一阶偏导,又称为雅各比矩阵。由泰勒展开定理可知,只要 t 时刻的扩展状态向量 $z(t)$ 与 $z_{k-1|k-1}$, $z_{k|k-1}$ 之间大小差距很小,式(4,5)就能近似成立。而要使 $z(t)$ 与 $z_{k-1|k-1}$, $z_{k|k-1}$ 的差距很小,只要时刻 t 与时刻 t_{k-1} , t_k 差距很小即可。

得到离散化的近似线性等式(4,5)后,与卡尔曼滤波理论的方法类似。首先是状态更新过程,其先验估计的均值和估计误差的方差可以写为

$$z_{k|k-1} = z_{k-1|k-1} + \int_{t_{k-1}}^{t_k} f^c(z(t), f(t)) dt = z_{k-1|k-1} + \Delta t \cdot f^c(z_{k-1|k-1}, f(t_{k-1}), t_{k-1}) \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 P_{k|k-1} &= \text{Cov} [z_k - z_{k|k-1}] = \text{Cov} [z_k - z_{k|k-1}] = \\
 &\text{Cov} [z_{k-1} + \int_{t_{k-1}}^{t_k} f^c(z(t), f(t))dt + w - z_{k-1|k-1} - \Delta t \cdot f^c(z_{k-1|k-1}, f_{k-1})] = \\
 &(I + \Delta t \cdot \nabla_z f_{k-1}^c) P_{k-1|k-1} (I + \Delta t \cdot \nabla_z f_{k-1}^c)^T + Q
 \end{aligned} \tag{7}$$

由式(7)可知,扩展状态向量中的参数 θ 在状态更新过程中并不会变化,仅凭该过程并不能实现时变参数的追踪。然后对于测量更新方程,后验估计的均值和估计误差的方差可以写为

$$\begin{aligned}
 z_{k|k} &= z_{k|k-1} + K_k (y_k - h(z_{k|k-1}, f_k)) \tag{8} \\
 P_{k|k} &= \text{Cov} [z_k - z_{k|k}] = \text{Cov} [z_k - z_{k|k}] = \\
 &\text{Cov} [z_k - z_{k|k-1} - K_k (y_k - h(z_{k|k-1}, f_k))] = \\
 &(I + K_k \cdot \nabla_z h_k) P_{k|k-1} (I + K_k \cdot \nabla_z h_k)^T + K_k R K_k^T
 \end{aligned} \tag{9}$$

式中: K_k 为卡尔曼滤波增益,它表示对测量响应的利用程度。通过方程(8,9)可以使得扩展状态向量 $z_{k|k}$ 中的参数 θ 发生变化。因此,可以认为扩展卡尔

$$\begin{aligned}
 \nabla_z f_{k-1}^c &= \left[\frac{\partial f^c}{\partial p} \quad \frac{\partial f^c}{\partial \dot{p}} \quad \frac{\partial f^c}{\partial \alpha} \right] \Bigg|_{z=z_{k-1|k-1}} = \\
 &\begin{bmatrix} [0] & I & [0] & \dots & [0] \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C & -M^{-1}\frac{\partial K}{\partial \alpha_1} p_{k-1|k-1} - M^{-1}\frac{\partial C}{\partial \alpha_1} \dot{p}_{k-1|k-1} & \dots & -M^{-1}\frac{\partial K}{\partial \alpha_m} p_{k-1|k-1} - M^{-1}\frac{\partial C}{\partial \alpha_m} \dot{p}_{k-1|k-1} \\ [0] & [0] & [0] & \dots & [0] \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 \nabla_z h_k &= \left[\frac{\partial h}{\partial p} \quad \frac{\partial h}{\partial \dot{p}} \quad \frac{\partial h}{\partial \alpha} \right] \Bigg|_{z=z_{k|k-1}} = [-H_0 M^{-1} K \quad -H_0 M^{-1} C \\
 &\quad -H_0 M^{-1} \frac{\partial K}{\partial \alpha_1} p_{k|k-1} - H_0 M^{-1} \frac{\partial C}{\partial \alpha_1} \dot{p}_{k|k-1} \dots -H_0 M^{-1} \frac{\partial K}{\partial \alpha_s} p_{k|k-1} \quad -H_0 M^{-1} \frac{\partial C}{\partial \alpha_s} \dot{p}_{k|k-1}]
 \end{aligned} \tag{12}$$

由此,可以得到扩展卡尔曼滤波算法的流程如表1所示。

表1 扩展卡尔曼滤波算法流程

Table 1 Algorithm flow of extended Kalman filter

1. 给定初始条件	x_{00} 和 P_{00}
2. 时间更新	$z_{k k-1} = z_{k-1 k-1} + \int_{t_{k-1}}^{t_k} f^c(z(t), f(t))dt$
	$P_{k k-1} = (I + \Delta t \cdot \nabla_z f_{k-1}^c) P_{k-1 k-1} (I + \Delta t \cdot \nabla_z f_{k-1}^c)^T + Q$
3. 测量更新	$K_k = P_{k k-1} (\nabla_z h_k)^T [\nabla_z h_k \cdot P_{k k-1} \cdot (\nabla_z h_k)^T + R_k]^{-1}$
	$z_{k k} = z_{k k-1} + K_k (y_k - h(z_{k k-1}, f_k))$
	$P_{k k} = (I + K_k \cdot \nabla_z h_k) P_{k k-1} (I + K_k \cdot \nabla_z h_k)^T + K_k R K_k^T$

2 EKF 算法追踪结构时变参数的影响因素

在前文状态更新方程的推导中,假定未知参数 θ 不会随时间变化,即 $\dot{\theta} = 0$ 。这就意味着仅

曼滤波算法是通过测量更新过程实现了对参数的追踪,只要加大对测量响应的利用程度,就能使 $z_{k|k}$ 较快地收敛到真实参数值。 K_k 其求法与卡尔曼理论中的相同,可以写为

$$K_k = P_{k|k-1} (\nabla_z h_k)^T [\nabla_z h_k \cdot P_{k|k-1} \cdot (\nabla_z h_k)^T + R_k]^{-1} \tag{10}$$

而 $\nabla_z f_{k-1}^c$ 、 $\nabla_z h_k$ 分别是非线性表达式 $f^c(z(t), f(t))$ 、 $h(z(t), f(t))$ 对扩展状态向量 $z(t)$ 求偏导而得到的矩阵,即雅可比矩阵。若扩展状态向量 $z(t)$ 所包含的未知参数 θ 仅为刚度或阻尼,则 $\nabla_z f_{k-1}^c$ 、 $\nabla_z h_k$ 可以分别写为

凭状态更新方程,只能识别出时不变的参数,对时变参数或缓变参数是无法识别出来的。对于变化参数的追踪,是通过测量更新方程来实现的。卡尔曼滤波增益 K_k 表示了对测量更新方程的利用程度。若希望能实现对时变参数的追踪,则对测量更新方程的利用程度必须加大,总的宗旨是尽量利用测量更新方程,即令 K_k 在迭代过程中仍保持较大值。

由卡尔曼滤波增益的计算公式可知,卡尔曼增益 K_k 由测量噪声方差 R 和 $P_{k|k-1}$ 共同决定,初始时刻 K_k 偏大,对状态的估计主要依赖于测量更新方程。随着迭代过程的进行,测量对状态的修正作用不断减少,系统反而依赖于状态更新方程,此时 K_k 会逐渐变小。

为了使得滤波过程中,一直保持对测量更新方程的利用,需要选择合适的滤波参数。比如:模型噪声的协方差矩阵 Q ,对应状态向量部分的取值较小。对应参数部分的取值较大,这相当于告知滤波

系统对结构未知参数的估计存在较大偏差,促使算法识别的结构参数会向真实值靠拢;测量噪声的协方差矩阵 R 的取值偏小,这相当于承认滤波系统所测量的响应具有很高的置信度,加大系统对测量更新方程的利用程度,从而加强算法对结构时变参数的追踪能力;然后是外界的测量噪声对参数识别效果的影响,算法能在响应存在噪声干扰的情况下识别出结构未知参数,这是通过调整测量噪声协方差矩阵 R 的方式来实现的;最后是观测点数的影响,选择悬臂梁作为仿真算例,由于悬臂梁既有转角自由度,又有竖向位移自由度,选择仅仅观测竖向位移自由度可以看出算法仍能较好地识别出结构参数变化的情况。

3 仿真算例

本文选择一个三自由度系统,如图 1 所示,讨论模型噪声的协方差矩阵 Q ,测量噪声的协方差矩阵 R 的影响,与观测点数对算法跟踪参数性能的影响。

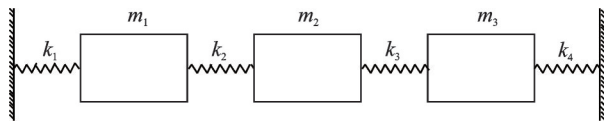


图 1 三自由度系统

Fig.1 A three degree of freedom system

在初始状态下, $k_1 = k_4 = 200 \text{ N/m}$, $k_2 = k_3 = 100 \text{ N/m}$; $m_1 = m_2 = m_3 = 1 \text{ kg}$ 。并假设这个三自由度系统的阻尼是比例阻尼,且有 $C = \alpha M + \beta K$, $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.02$ 。在 1.5 s 时该结构中的刚度 k_1 从 200 N/m 突然下降到 150 N/m 。假设激励作用的位置和形式已知,质量块 m_1 受到激励 $f = \sin(5\pi \cdot t) + 2 \cdot \sin(2\pi \cdot t)$,由此可计算得到结构各自由度的响应。为了便于讨论,选取加速度响应作为测量向量,且不施加噪声到测量向量中去。使用本文提出的扩展卡尔曼滤波算法,此时激励已知(作用位置,幅值大小),而未知参数仅选择 k_1 ,则扩展状态向量 $z = [p \ \dot{p} \ k_1]^T$ 是一个 7×1 列向量。

由于参数是未知的,所以初始参数的选择必然会有较大误差,而结构的初始位移和速度(即状态向量)却可以事先测得,所以可以设定成真实值。相应的初始估计误差协方差 $P_{0|0}$ 关于状态向量的部分可以设定为一个较小的值,初始估计误差协方差 $P_{0|0}$ 关于参数的部分必须设定为一个较大的值。令初始扩展状态向量 z_0 ,初始误差方差 $P_{0|0}$ 分别写为

$$z_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 150 \end{bmatrix} \quad P_{0|0} =$$

$$\begin{bmatrix} 10^{-6} & & & & & & \\ & 10^{-6} & & & & & \\ & & 10^{-6} & & & & \\ & & & 10^{-6} & & & \\ & & & & 10^{-6} & & \\ & & & & & 10^{-6} & \\ & & & & & & 10^3 \end{bmatrix}$$

3.1 模型噪声协方差矩阵 Q 的影响

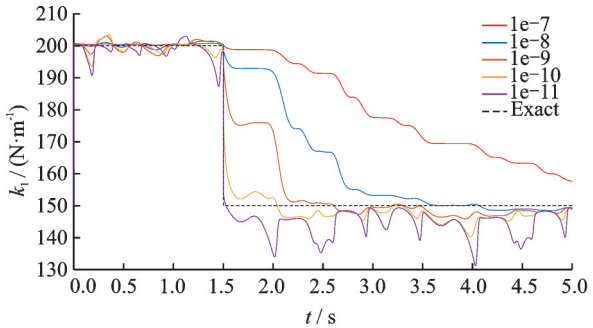
讨论模型噪声协方差矩阵 Q 的取值对时变参数识别的影响。 Q 为一个 7 阶对角矩阵,前 6 阶对应的是状态更新方程对结构的位移和速度所产生的误差,第 7 阶代表的是状态更新方程对参数 k_1 所产生的误差。两者是不一样的,因此必须分开讨论。令测量噪声的协方差矩阵 R 为对角元素为 10^{-4} 的三阶对角矩阵。首先考虑模型噪声的协方差矩阵 Q 参数部分取值的影响,假定 Q 关于状态向量部分的取值为 10^{-10} ,关于参数部分的取值为 x ,即

$$Q =$$

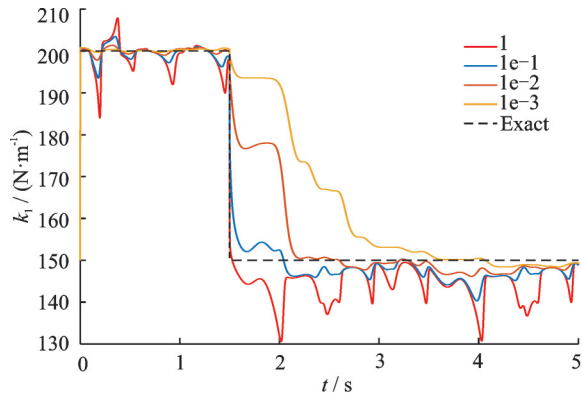
$$\begin{bmatrix} 10^{-10} & & & & & & \\ & 10^{-10} & & & & & \\ & & 10^{-10} & & & & \\ & & & 10^{-10} & & & \\ & & & & 10^{-10} & & \\ & & & & & 10^{-10} & \\ & & & & & & x \end{bmatrix}$$

x 分别取值为 $1, 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}$ 时,讨论其参数部分的取值对参数识别效果的影响。同样,为了讨论状态向量部分取值的影响,令 Q 关于参数部分的取值为 10^{-1} ,关于状态向量部分的取值为 x 。EKF 算法识别参数的效果如图 2 所示。

从图 2 可以看出,模型误差 Q 关于参数部分倾向于取一个偏大的值,模型误差 Q 关于状态向量的部分倾向于取一个偏小的值。它本质上是使 K_k 保持一个较大的值,算法对参数的追踪性能也会比较好;但 K_k 过大,会使得识别参数出现较大的波动。在本算例中,状态向量部分取值 10^{-10} 是合适的;参数部分取值 10^{-1} 是合适的。这样的参数设置能很好地追踪到参数的变化情况,且参数识别图也不会有太大的波动。



(a) Value of covariance matrix Q of model noise about state vector



(b) Value of covariance matrix Q of model noise about parameter

图2 模型噪声的协方差矩阵 Q 对参数识别效果的影响

Fig.2 Influence of covariance matrix Q of model noise on parameter identification effect

3.2 测量噪声协方差矩阵 R 的影响

对于测量噪声的协方差矩阵 R , 其最优取值与测量向量中的噪声有关。现讨论对参数识别效果的影响。令模型噪声的协方差矩阵 Q 状态向量部分取值 10^{-10} , 参数部分取值 10^{-1} 。令测量噪声的协方差矩阵 R 为对角元素为 x 的三阶对角矩阵, 当 x 取不同值时, 参数的识别结果如图3所示。

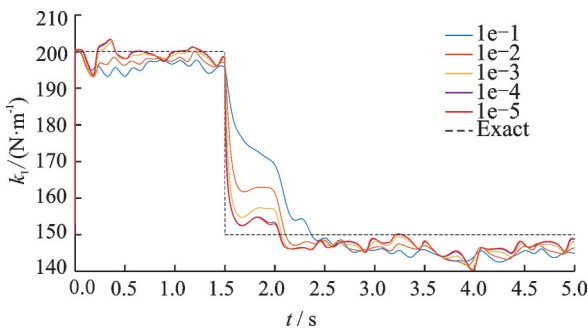


图3 测量噪声的协方差矩阵 R 对参数识别效果的影响

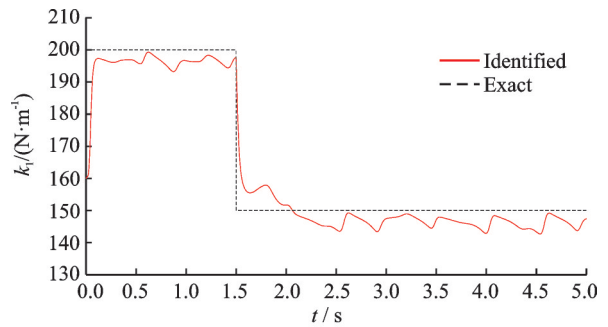
Fig.3 Influence of covariance matrix R of measurement noise on parameter identification effect

测量噪声协方差矩阵 R 取一个较小值时, 此时卡尔曼滤波增益保持一个较大的值, 算法的追踪参数性能较好。但值得注意的是, R 的取值不能太小, 它需要与观测向量中的噪声相适应, 如果选择过小的值, 导致这些估计的误差超过了实际误差,

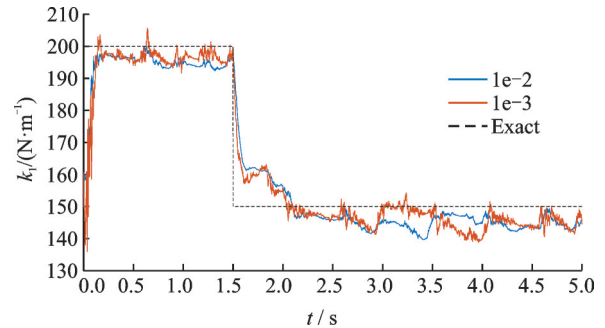
识别的参数必然不会与实际情况相同, 严重时会发生发散。因此, 需要为测量噪声协方差矩阵 R 取一个合适的值, 确保算法能较快地识别出结构参数值, 识别结果不会发散。

3.3 噪声影响

当响应中存在噪声干扰时, 本文提出的算法仍能正确识别出参数变化情况。在此分别讨论测量响应中不含噪声与含有5%噪声的情况。令模型噪声的协方差矩阵 Q 状态向量部分取值 10^{-10} , 参数部分取值 10^{-1} 。由前文分析可知, 测量噪声的协方差矩阵 R 的最优取值与噪声水平的大小有关。对于响应中不含噪声时, 设定测量噪声的协方差矩阵 R 是对角元素为 10^{-4} 的三阶对角矩阵, 可以看出参数识别效果很好; 而对于响应含有5%噪声时, 此时 R 的取值必须大于 10^{-4} , 与观测噪声水平相适应。若选取 R 是对角元素为 10^{-2} 或 10^{-3} 的三阶对角矩阵, 可以看出算法能较好地识别出参数变化情况。



(a) No noise in the data



(b) 5% noise in the data

图4 测量噪声对参数识别效果的影响

Fig.4 Effect of measurement noise on parameter identification

由图4可以看出, 无论测量向量中是否包含噪声, 算法实践对时变参数的追踪是通过调整测量噪声协方差矩阵 R 的方式来实现的。

3.4 观测点数影响

为说明观测点数的影响, 取一个悬臂梁作为仿真对象, 梁长度 $L=1$ m, 矩形横截面尺寸为宽 $b=0.1$ m, 高 $h=0.01$ m, 材料密度 $\rho=2770$ kg/m³, 弹性模量 $E=71e+9$ Pa, 设悬臂梁的阻尼特性为

文提出了通过设置合适的滤波参数来保持较大的 K_k 。这其中包括:模型误差 Q 关于参数部分取较大值,模型误差 Q 关于状态向量的部分取较小的值。还讨论了测量噪声对参数识别效果的影响,测量噪声的协方差矩阵 R 必须与测量噪声相适应,并尽量选取一个较小值。仿真结果表明,这样的滤波参数设置使得EKF算法在运行过程中能保持对测量更新方程的利用,从而能追踪到结构参数的变化情况,识别结构的时变参数。最后,通过悬臂梁仿真算例,证明了在部分测点观测的情况下,算法也能较好地识别出结构的参数变化情况,体现了EKF算法的优越性。

参考文献:

- [1] BERNAL D, GUNES B. Flexibility based approach for damage characterization: Benchmark application [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2004, 130(1):61-70.
- [2] FRISWELL M I, PENNY J E T. The choice of orthogonal polynomials in the rational fraction polynomial method[J]. Modal Analysis, 1993, 8(3):257-262.
- [3] SATO T, QI K. Adaptive H1 filter: Its application to structural identification[J]. Journal of Engineering Mechanics (ASCE), 1998, 124(11):1233-1240.
- [4] YOSHIDA I. Damage detection using Monte Carlo filter based on non-Gaussian noise[C]// Proceedings of Structural Safety and Reliability, ICOSSA 2001. Lisse: Swet & Zeitinger, 2001: 8.
- [5] YANG J N, HUANG H. Sequential non-linear least-square estimation for damage identification of structures[J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2006, 41(1): 124-140.
- [6] LOH C H, LIN C Y, HUANG C C. Time domain identification of frames under earthquake loadings[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(4): 693-703.
- [7] 黄小平,王岩.卡尔曼滤波原理及应用MATLAB仿真[M].北京:电子工业出版社, 2015
HUANG Xiaoping, WANG Yan. Principle of Kalman filter and its application in MATLAB simulation[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2015.
- [8] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Journal of Fluids Engineering, 1960, 82(1): 35-45.
- [9] HOSHIYA M, SAITO E. Structural identification by extended Kalman filter[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1984, 110(12): 1757-1770.
- [10] 尚久铨.卡尔曼滤波法在结构动态参数估计中的应用[J].地震工程与工程震动, 1991, 11(2): 62-72.
SHANG Jiucuo. Application of Kalman filter in structural dynamic parameter estimation[J]. Earthquake engineering and Engineering Vibration, 1991, 11(2): 62-72.
- [11] 李杰.基于微分算子变换的广义卡尔曼估计方法[J].计算结构力学及其应用, 1995, 11(4): 394-400.
LI Jie. Generalized Kalman estimation method based on differential operator transformation[J]. Computational Structural Mechanics and Its Application, 1995, 11(4): 394-400.
- [12] 张浩.基于强跟踪无迹卡尔曼滤波的结构时变参数识别[D].兰州:兰州理工大学, 2016.
ZHANG Hao. Time varying structural parameter identification based on strong tracking unscented Kalman filter[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2016.
- [13] 穆腾飞.基于自适应跟踪技术的迟滞非线性系统参数识别与损伤检测研究[D].南京:南京航空航天大学, 2016.
MU Tengfei. Parameter identification and damage detection of hysteretic nonlinear systems based on adaptive tracking technique[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016.
- [14] YANG J N, PAN S, HUANG H. An adaptive extended Kalman filter for structural damage identifications II: Unknown inputs[J]. Struct Control Health Monit, 2007, 14(3):497-521.
- [15] HUANG Q, XU Y L, LIU H J. An efficient algorithm for simultaneous identification of time-varying structural parameters and unknown excitations of a building structure[J]. Engineering Structures, 2015, 98:29-37.

(编辑:夏道家)