

DOI:10.16356/j.1005-2615.2022.01.018

内齿轮传动啮合齿面稳态温度场分析

张跃明, 张皓, 纪姝婷, 周天宇

(北京工业大学先进制造技术北京市重点实验室, 北京 100124)

摘要:以 2K-V 行星传动机构中齿轮为研究对象,以齿轮啮合原理、传热学等为理论依据,分析了齿轮在不同啮合位置的相对滑动速度和齿面的接触应力的变化规律。精确计算了稳态温度场边界条件,包括齿轮一个啮合周期内的平均摩擦热流量和不同齿面的对流换热系数。建立单齿三维模型并导入 ANSYS Workbench 进行温度场的有限元分析。通过将啮合齿面划分成多个沿齿宽方向的条形区域来实现不同啮合位置摩擦热流量的加载,得到齿轮稳态温度场分布,并分析了条形区域的数量对温度场的影响。结果表明,当条形区域数量多于 50 时,温度场基本趋于稳定。

关键词:渐开线行星齿轮;平均热流量;稳态温度场;有限元;条形区域

中图分类号:TH132.46 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2022)01-0157-06

Analysis of Steady-State Temperature Field About Internal Gear Drive Meshing Surface

ZHANG Yueming, ZHANG Hao, JI Shuting, ZHOU Tianyu

(Beijing Key Laboratory of Advanced Manufacturing Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: Regarding the gear in 2K-V planetary transmission mechanism as the research object and based on the theory of gear meshing and the heat transfer, the changing rule of the relative sliding speed and contact stress of tooth surface at different meshing positions is analyzed. The boundary conditions of steady-state temperature field are accurately calculated, including the friction heat flow within one meshing cycle and the convection heat transfer coefficient of different tooth surfaces. A single-tooth model is established and ANSYS Workbench for finite element analysis of temperature field is imported into. By dividing the meshing surface into several strip areas along the tooth width, the friction heat flow at different meshing positions can be loaded and the steady-state temperature field distribution of gear is obtained. The influence of the number of strip areas on the temperature field is analyzed. The results show that the temperature field tends to be stable when the number of strip areas is more than 50.

Key words: involute planetary gear; mean heat flow; steady-state temperature field; finite element; strip areas

2K-V 行星传动装置采用两级减速传动组成,第一级减速为普通的外啮合齿轮传动,第二级减速采用内啮合少齿差行星齿轮传动。机构运动简图如图 1 所示。2K-V 行星减速器作为一种高精密减

速器对传动精度有很高的要求,此种情况下由热变形引起的传动误差不可忽略,因此对轮齿进行热分析有重要的意义。Mao^[1]用解析法对齿轮进行热分析。Domnita Fratila 和 Adrian Radu^[2]用有限元

基金项目:北京市自然科学基金(3194043);河北省重点研发计划项目(20311802D);河北省科技重大专项项目(18041817Z)。

收稿日期:2020-10-14;**修订日期:**2020-12-04

通信作者:张皓,男,硕士研究生,E-mail:zhhao1048@163.com。

引用格式:张跃明,张皓,纪姝婷,等.内齿轮传动啮合齿面稳态温度场分析[J].南京航空航天大学学报,2022,54(1):157-162. ZHANG Yueming, ZHANG Hao, JI Shuting, et al. Analysis of steady-state temperature field about internal gear drive meshing surface[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2022, 54(1): 157-162.

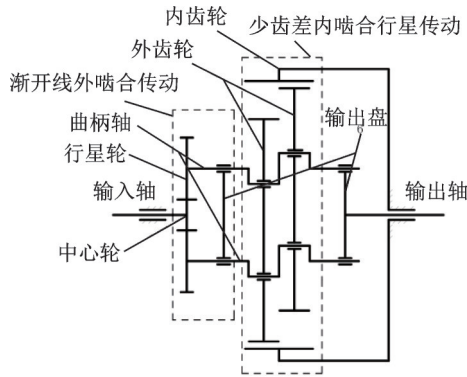


图1 机构运动简图

Fig.1 Kinematic diagram of mechanism

方法对齿轮加工过程中的稳态温度进行仿真研究。薛建华等^[3]精确计算了对流换热系数,并有限元和热弹流结合的方法得到了齿轮本体温度场的分布。罗彪等^[4]引进混合介质特性参数的比例因子以修正系数得到了齿轮稳态温度场和热变形。龚宪生等^[5]分析了齿廓修形参数对温度场的影响。任敏强等^[6]分析了不同工况下机车驱动系统用齿轮稳态温度场的分布。Handsuh等^[7]对螺旋锥齿轮进行热分析得到稳态温度场以及随时间和位置变化的温度场。

本文取减速器中单个齿轮来进行分析。计算了不同啮合位置处摩擦热流量的数值以及各个表面的对流换热系数;并通过将啮合齿面划分成若干条形区域,来实现摩擦热流量的加载;采用有限元的方法,得到单齿的稳态温度场分布。

1 齿轮稳态温度场的理论基础

齿轮系统在传动过程中存在摩擦生热和齿轮接触面之间对流换热这两种状态。当生热和换热趋于平衡时,达到稳定状态,此时齿轮的温度基本不变。处于稳定状态之后的同一个齿轮上所有的齿,齿轮旋转一周的时间内所经历的过程是相同的^[5]。所以取单个轮齿进行稳态温度场研究。单齿模型如图2所示。

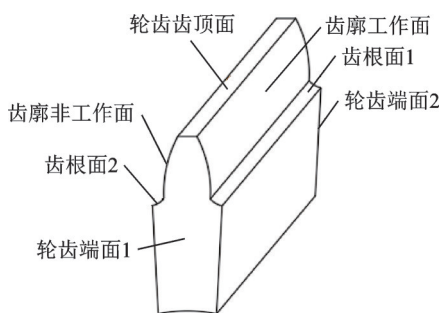


图2 单齿模型

Fig.2 Single gear model

由傅里叶定律和能量守恒方程可以得到固体结构的瞬态热传导方程为

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \bar{Q} \quad (1)$$

式中: ρ 为齿轮材料的密度; c 为齿轮材料的比热容; k 为导热率; t 为时间坐标; T 为温度; \bar{Q} 为单位时间、单位体积内生成的热量。

当齿轮系统达到稳态时,温度 T 不再随时间变化,即式(1)中 $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ 。由此可以推导出齿廓工作面的稳态热传导方程为

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h_k (t - t_0) + Q \quad (2)$$

式中: $\frac{\partial T}{\partial n}$ 为沿换热表面外法线方向温度的变化率; h_k 为齿廓工作面与周围润滑油表面传热系数; t_0 为周围润滑油温度; Q 为边界热流密度。

对于齿廓非工作齿面的稳态热传导方程为

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h'_k (t - t_0) + Q \quad (3)$$

式中 h'_k 为齿廓非工作面与周围润滑油表面传热系数。

同理,可得轮齿端面1、2,轮齿齿顶面,齿根面1、2的稳态热传导方程分别为

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h_n (t - t_0) + Q \quad (4)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h_d (t - t_0) + Q \quad (5)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h_g (t - t_0) + Q \quad (6)$$

式中: h_n 为轮齿端面与周围润滑油表面传热系数; h_d 为轮齿齿顶面与周围润滑油表面传热系数; h_g 为齿根面与周围润滑油表面传热系数。

2 轮齿工作面摩擦热流量的计算

内齿轮和外齿轮在啮合过程中,为了保证齿轮正常传动,沿啮合线方向上的速度是相等的。而在与啮合线垂直方向上的速度是不相等的,产生相对滑动,齿轮间的摩擦热由此产生。内外齿轮在不同啮合点处的摩擦热流量由齿轮间的平均接触应力 σ_k 、相对滑动速度 v_k 、摩擦因数 f 和热能转化系数 γ 共同决定的^[3,8,9]。计算公式如下

$$q = \sigma_k v_k f \gamma \quad (7)$$

式中 γ 一般取0.9~0.95。

2.1 摩擦因数

齿轮副在啮合过程中主要存在以下几个润滑

状态:完全弹流润滑、混合润滑、边界润滑和干摩擦。

在实际传动过程中,齿轮的大部分区域处于完全弹流润滑状态。但是当条件达不到时,会出现不能形成的完整的润滑油膜,此时会发生由液体摩擦过度到干摩擦的情况,也就是边界润滑的情况的。综上所述,混合润滑是普遍存在的润滑状态。此时的摩擦因数可为^[10]

$$f = \frac{0.012 \times 1.13}{1.13 - S_{av}} \lg \left(\frac{29\,700 F_N / b}{\eta v_s v_e^2} \right) \quad (8)$$

式中: S_{av} 为齿面粗糙度的平均值, η 为动力黏度, $v_s = |v_{K1t} - v_{K2t}|$, $v_e = v_{K1t} + v_{K2t}$ 。其中 v_{K1t} 、 v_{K2t} 为沿齿面的切向速度。

2.2 啮合点相对滑动速度

由于 2K-V 型行星减速器的内齿轮一般是固定的,在传动过程中外齿轮既有自转运动又围绕内齿轮中心进行公转,此种情况下直接计算相对速度比较困难。根据相对运动原理,将第一级和第二级减速机构转化为定轴传动,各个轮齿之间的相对运动关系并没有改变^[11]。转换轮系中,内齿轮和外齿轮的角速度分别为

$$\omega_4^H = \frac{2Z_1 \left(1 + \frac{Z_4}{2} \right)}{2Z_2 - Z_2(2 + Z_4)} \omega_1 \quad (9)$$

$$\omega_5^H = \frac{Z_1 Z_4}{2Z_2 - Z_2(2 + Z_4)} \omega_1 \quad (10)$$

式中: Z_1 、 Z_2 分别为中心轮、行星轮齿数; Z_4 为外齿轮齿数; ω_4^H 、 ω_5^H 分别为转换轮系中外齿轮和内齿轮的角速度; ω_1 为输入轴转速。

如图 3 所示, $B_1 B_2$ 为实际啮合线长度,内外齿轮在 K 点接触啮合。 N_1 、 N_2 分别为外齿轮和内齿轮的曲率中心。 r_{a1} 、 r_{a2} 分别为外齿轮和内齿轮的齿顶高半径; v_{K1} 、 v_{K2} 分别为外齿轮和内齿轮啮合点处的速度。啮合点 K 到节点 P 的距离为

$$\overline{PK} = |r_1 \sin \alpha - r_k \sin \alpha_{k1}| \quad (11)$$

式中: r_1 为外齿轮节圆半径, r_k 为啮合点到外齿轮中心的距离; α_{k1} 为外齿轮上接触点处的压力角。

内、外齿轮的切向速度为

$$v_{K1t} = \overline{N_1 K} \omega_4^H \quad (12)$$

$$v_{K2t} = \overline{N_2 K} \omega_5^H \quad (13)$$

相对滑动速度为

$$v_k = \overline{PK} (\omega_5^H - \omega_4^H) \quad (14)$$

由于每一个不同的 r_k 值都对对应着渐开线上的一个啮合点,所以由式(14)就可以得到任意啮合位置处内外齿轮的相对滑动速度。如图 4 所示,当啮

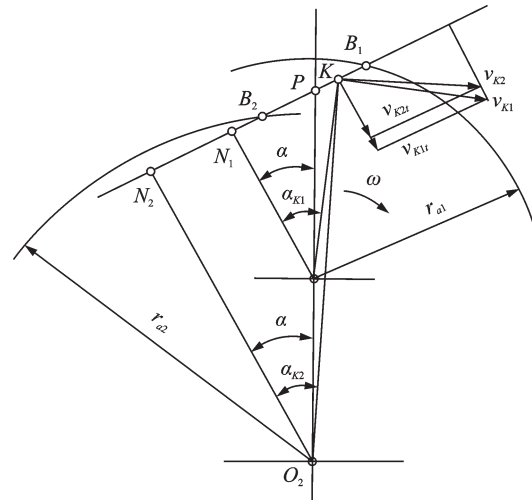


图 3 齿轮啮合示意图

Fig.3 Schematic diagram of gear meshing

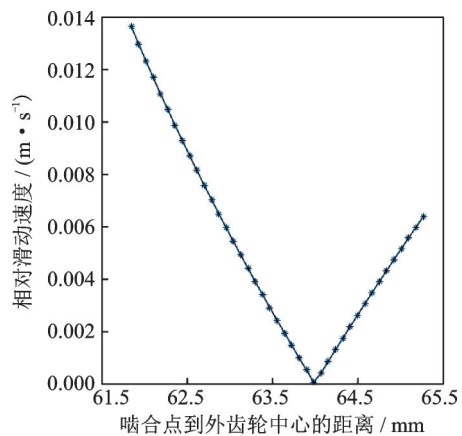


图 4 啮合点处的相对速度

Fig.4 Relative velocity at different meshing positions

合点在外齿轮的齿根和齿顶附近时,相对滑动速度比较大,节点处的相对滑动速度为零。

2.3 齿面间的平均接触应力

根据赫兹理论,内齿轮和外齿轮啮合时可以等效为两个圆柱体接触,圆柱体的半径为啮合点处的等效曲率半径^[12]。齿轮的参数如表 1 所示。

表 1 齿轮基本参数

Table 1 Basic parameter of gear

参数	外齿轮	内齿轮
模数/mm	2	
齿数	64	66
压力角/(°)	20	
齿宽/mm	25	
输入转矩/(N·m)	500	
输入轴角速度/(rad·s ⁻¹)	300	

计算啮合齿面的法向载荷

$$F_n = \frac{KT}{r_k \cos \alpha_K} \quad (15)$$

式中: T 为外齿轮上的输入转矩; α_k 为接触点处的压力角; K 为载荷分布系数, 取0.5。

齿面平均接触压力为

$$\sigma_k = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi F_n}{b} \frac{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}{\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}}} \quad (16)$$

式中: $R_1 = \overline{PK} + r_1 \sin \alpha$, $R_2 = \overline{PK} + r_2 \sin \alpha$, R_1, R_2 为啮合点处外齿轮和内齿轮的等效曲率半径; b 为齿宽; μ_1, μ_2 和 E_1, E_2 分别为外、内齿轮的泊松比和弹性模量。

接触区域半宽为

$$L = \sqrt{\frac{4F_n}{\pi b} \frac{\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}} \quad (17)$$

2.4 啮合周期内平均热流量的计算

由式(7)所确定的摩擦热流量在内外齿轮上不是均匀分布的。此时需要引入摩擦热流量的分配系数 β 来确定内外齿轮上的热流量。

$$\beta = \frac{\sqrt{\lambda_1 \rho_1 c_1 v_{k1}}}{\sqrt{\lambda_1 \rho_1 c_1 v_{k1}} + \sqrt{\lambda_2 \rho_2 c_2 v_{k2}}} \quad (18)$$

$$\begin{cases} q_1 = q\beta \\ q_2 = q(1-\beta) \end{cases} \quad (19)$$

式(19)计算出的 q_1, q_2 为单位时间、单位面积产生的热流量。在实际传动过程中, 曲柄轴自转一周, 外齿轮上的某个轮齿进入下次啮合。将外齿轮上的某个齿从此次啮合到下次啮合所用的时间作为一个周期 t 。在一个周期内外齿轮实际参与啮合的时间为 t_1 。计算结果如下

$$t_1 = \frac{2L}{v_{k1t}} \quad (20)$$

$$t = \frac{2\pi}{Z_4 \omega_2} \quad (21)$$

式中 ω_2 为行星轮角速度。

当齿轮系统达到稳态热平衡状态时, 把内、外齿轮在啮合面上实际接触时间内产生的热流量等效为一个啮合周期内的平均值。内、外齿轮上的平均热流量为

$$\begin{cases} \bar{q}_1 = \frac{Z_4 L \omega_2}{\pi v_{k1t}} q_1 \\ \bar{q}_2 = \frac{Z_4 L \omega_2}{\pi v_{k2t}} q_2 \end{cases} \quad (22)$$

利用 MATLAB 绘制外齿轮摩擦热流量分布曲线, 如图5所示。总体来看, 在齿根附近的摩擦热流量比较大。

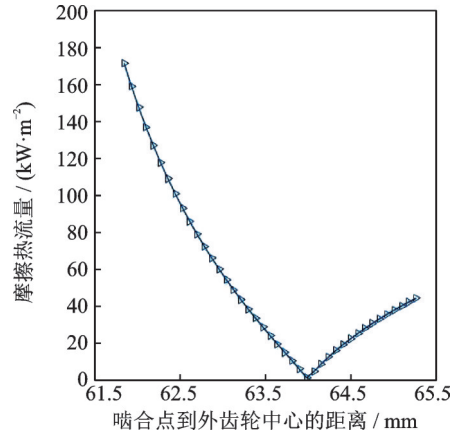


图5 外齿轮摩擦热流量的分布

Fig.5 Distribution of frictional heat flux at external gear

3 轮齿表面对流边界的分析

当齿轮系统达到稳态温度时, 润滑油的温度为 70°C 时润滑油的性能参数如表2所示。

表2 润滑油参数

Table 2 Parameter of lubricant oil

型号	密度 $\rho / (\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	运动黏度 $\nu_f / (\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1})$	比热容 $c / (\text{J}\cdot(\text{kg}\cdot\text{K})^{-1})$	导热率 $\lambda_f / (\text{W}\cdot(\text{m}\cdot\text{K})^{-1})$
SCH632	870	92.5×10^{-6}	2 000	0.14

根据表面在轮齿的部位不同, 对流换热系数的计算分为以下3种情况^[5,13]。这里不再过多赘述。

3.1 端面对流换热

经计算此种工况下端面的雷诺数 $Re = 2\,673.1$, 润滑油在端面的流动属于层流, 轮齿端面的对流换热系数 h_n 可以表示为

$$h_n = \frac{0.6\lambda_f P_r}{(0.56 + 0.26P_r^{1/2} + P_r)^{2/3}} \left(\frac{\omega_4^H}{\nu_f} \right) \quad (23)$$

式中 $P_r = \frac{\rho v_f c}{\lambda_f}$ 。

3.2 齿廓面对流换热

由于内外齿轮啮合的时间非常短, 大部分时间齿廓的工作面和非工作面的散热情况是相同的, 故认为两个面的对流换热系数相等。齿面的对流换热系数为

$$h_k = \frac{0.228Re^{0.731} P_r^{1/3} \lambda_f}{d} \quad (24)$$

式中 d 为外齿轮节圆直径。

3.3 齿根面和齿顶端面对流换热

齿根面和齿顶端面均可以等效成细长平板, 故它们的对流换热系数可以认为是相等的。

$$h_g = 0.664\lambda_f P_f^{1/3} \left(\frac{\omega_4^H}{\nu_f} \right)^{1/2} \quad (25)$$

4 齿轮温度场有限元分析

利用 Creo 软件绘制齿轮的三维模型,并切下单独一个轮齿导入 Workbench,并将工作齿面沿齿宽方向划分成若干长条形区域,如图 6 所示。

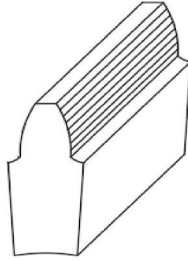


图 6 条形区域的划分

Fig.6 Division of the strip area

4.1 摩擦热流量的加载

经过上面分析可知,摩擦热流量的值随啮合点位置的不同沿着渐开线方向变化,而沿齿宽方向是不变的。所以,在加载热流量的时候可以取每个长条区域的两个端点处的摩擦热流量的平均值,将此平均值作为这个条形区域的热流量来加载^[14]。

4.2 有限元结果分析

当条形区域的数量分别为 15、30、40、60 时,轮齿的稳态温度场如图 7 所示。由仿真结果可知,齿轮的稳态温度场沿齿宽方向是对称分布的,沿齿宽方向上中间位置温度高,两侧温度比较低。这是由于齿轮两侧的散热情况比较好且中间位置摩擦生热量比较大。

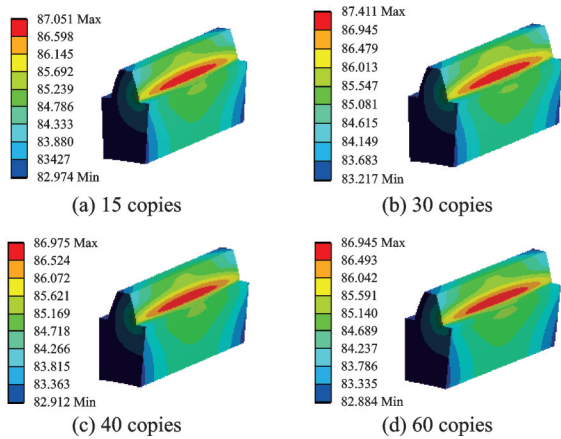


图 7 齿轮稳态温度场

Fig.7 Steady-state temperature field of gear

4.3 条形区域的数量对结果的影响

分别取条形区域的数量为 10、15、30、40、50、60 时齿轮的最高温度和最低温度,如图 8 所示。分析可知,随着条形区域数量的增多齿轮稳态温度场的分布大致不变,当划分的条形区域数量大于 50

份时,最低温度和最高温度变化幅度越来越小,基本趋于稳定。所以,以划分份数为 60 的情况作为轮齿的稳态温度场。

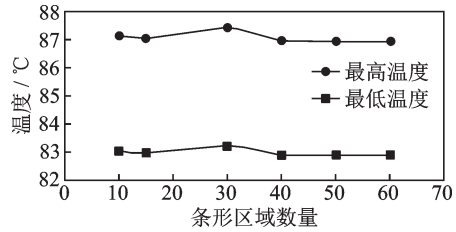


图 8 不同划分份数的温度变化

Fig.8 Temperature variation of different divisions

取条形区域数量为 60 的轮齿进行分析,在啮合面上沿渐开线方向选取 3 条路径线,如图 9 所示,每条路径上点的温度分布如图 10 所示。

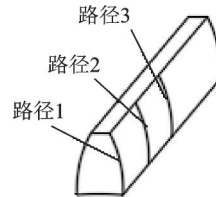


图 9 齿面上的 3 条路径

Fig.9 Three paths on tooth surface

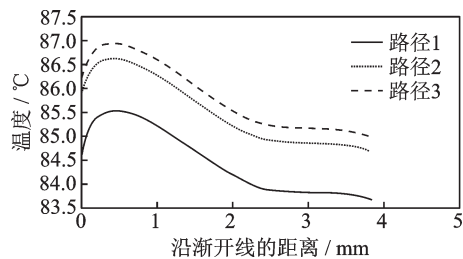


图 10 沿渐开线方向的温度分布

Fig.10 Temperature distribution along involute

由图 10 可知,3 条曲线的走势一致。说明沿着渐开线方向,不同位置的温度变化趋势是一样的且最高温度出现在齿根靠近节圆的部分。

5 结 论

(1) 摩擦热流量的值和啮合点的位置有关,并不是恒定不变的值。当齿轮处于热平衡状态时,温度沿着齿宽方向是对称分布的,两侧温度低,中间温度高。

(2) 划分的条形区域数量越多,结果越精确。当数量达到 50 时,继续增加划分的数量,齿轮的温度场基本不变。

(3) 在齿宽方向上的不同位置,温度沿着渐开线方向的变化趋势是一致的,最高温度出现在齿根附近。

参考文献:

- [1] MAO K. A numerical method for polymer composite gear flash temperature prediction[J]. *Wear*, 2007, 262(11): 1321-1329.
- [2] FRATILA D, RADU A. Modeling and comparing of steady thermal state at gear milling by conventional and environment-friendly cooling method[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2010, 47(9/10/11/12): 1003-1012.
- [3] 薛建华, 李威. 齿轮系统的温度场预测方法[J]. *北京科技大学学报*, 2014, 36(2): 252-259.
XUE Jianhua, LI Wei. Prediction methods of gear system temperature fields[J]. *Journal of University of Science and Technology Beijing*, 2014, 36(2): 252-259.
- [4] 罗彪, 叶江, 李威, 等. 齿轮稳态温度场及热变形研究[J]. *南华大学学报(自然科学版)*, 2016, 30(4): 38-43.
LUO Biao, YE Jiang, LI Wei, et al. Study on steady-state temperature field and thermal deformation of gear[J]. *Journal of University of South China (Science and Technology)*, 2016, 30(4): 38-43.
- [5] 龚宪生, 王欢欢, 张干清, 等. 行星齿轮轮齿本体温度场与闪温研究[J]. *农业机械学报*, 2011, 42(10): 209-216.
GONG Xiansheng, WANG Huanhuan, ZHANG Ganqing, et al. Analysis of bulk temperature field and flash temperature for planet gear teeth[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2011, 42(10): 209-216.
- [6] 任敏强, 吴绍峰, 段晓飞. 基于ANSYS Workbench齿轮稳态温度场有限元分析[J]. *机械工程与自动化*, 2020, 49(3): 42-44, 47.
REN Minqiang, WU Shaofeng, DUAN Xiaofei. Finite element analysis of gear steady-state temperature field based on ANSYS Workbench[J]. *Mechanical Engineering & Automation*, 2020, 49(3): 42-44, 47.
- [7] HANDSCHUH R F, KICHER T P. A method for thermal analysis of spiral bevel gears[J]. *Journal of Mechanical Design*, 1996, 118(4): 580-585.
- [8] 龙慧, 张光辉, 罗文军. 旋转齿轮瞬时接触应力和温度的分析模拟[J]. *机械工程学报*, 2004(8): 24-29.
LONG Hui, ZHANG Guanghui, LUO Wenjun. Analysis and simulation of instantaneous contact stress and temperature of rotating gear[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2004(8): 24-29.
- [9] 龙慧. 高速齿轮传动轮齿的温度模拟及过程参数的敏感性分析[D]. 重庆: 重庆大学, 2001.
- [10] HE S, CHO S M, SINGH R. Prediction of dynamic friction forces in spur gears using alternate sliding friction formulations[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 309(3): 843-851.
- [11] 王聪聪. 定日镜行星齿轮减速器热分析及试验研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2013.
WANG Congcong. Analysis and experimental research for heliostat planetary gear transmission thermal properties[D]. Chongqing: Chongqing University, 2013.
- [12] 陈磊. 基于ANSYS的行星减速器温度场分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2009.
CHEN Lei. The temperature analysis of planet gear reducer based on ANSYS[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009.
- [13] 孙首群, 朱卫光, 赵玉香. 渐开线轮齿温度场影响因素分析[J]. *机械设计*, 2009, 26(2): 59-62.
SUN Shouqun, ZHU Weiguang, ZHAO Yuxiang. Analysis of influencing factors of involute gear tooth temperature field[J]. *Journal of Machine Design*, 2009, 26(2): 59-62.
- LONG Hui. Modeling of surface temperature in high-speed gears and sensitivity analysis[D]. Chongqing: Chongqing University, 2001.
- [14] 李威, 胡岳龙. RV减速器摆线齿轮热分析[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2017, 38(10): 1560-1567.
LI Wei, HU Yuelong. Thermal analysis of cycloidal gear for the RV reducer[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2017, 38(10): 1560-1567.

(编辑: 胥橙庭)