

DOI:10.16356/j.1005-2615.2021.S.006

输入受限乘波体飞行器的最优跟踪控制方法

齐 强¹, 卜祥伟², 姜宝续¹, 唐 骁¹, 钟伟杰¹

(1. 空军工程大学研究生院, 西安 710051; 2. 空军工程大学防空反导学院, 西安 710051)

摘要: 针对存在输入受限的乘波体飞行器最优跟踪问题, 基于反演控制设计了最优跟踪控制器。将控制分为稳态跟踪控制和瞬态最优控制两部分。首先基于反演控制框架, 引入有限时间收敛跟踪器对虚拟控制律进行估计, 避免了普遍存在的“微分项膨胀”问题。其次, 考虑系统中存在不确定项, 设计了非线性干扰观测器对不确定项进行估计, 确保控制器的鲁棒性。同时, 充分考虑输入受限情况, 基于辅助误差补偿策略对控制输入进行修正。然后, 为了实现最优控制, 基于自适应动态规划设计瞬态最优控制器。最终通过数字仿真, 验证所设计控制方法的有效性。

关键词: 反演控制; 输入受限控制; 有限时间收敛微分器; 自适应动态规划; 最优控制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2021)S-0038-07

An Optimal Tracking Control Method for Complex Systems with Input Constraints

QI Qiang¹, BU Xiangwei², JIANG Baoxu¹, TANG Xiao¹, ZHONG Weijie¹

(1. College of Graduate, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: An optimal tracking controller based on the backstepping method is designed for a complex system with input constraints. The control is divided into two parts, steady-state tracking control and transient optimal control. First, the finite-time-convergent differentiator is introduced to obtain the time derivatives of virtual control laws to avoid the problem of “explosion of terms” within the backstepping structure. Considering the uncertainty in the system, a nonlinear disturbance observer is designed to ensure the robustness of the controller. Second, an auxiliary error compensation strategy correct the control input. To fulfil the optimal control, the adaptive dynamic programming is used to design the transient optimal controller. Finally, the effectiveness of the control method are proved by simulation results.

Key words: backstepping control; input constraints; finite-time-convergent differentiator; adaptive dynamic programming; optimal control

对于存在高不确定性、强非线性以及多约束与快时变的复杂跟踪系统, 其控制系统的设计存在诸多困难。乘波体飞行器(Waverider vehicle, WV)就是其中的代表。

针对WV的飞行控制问题, 国内外诸多学者提供了许多行之有效的方法^[1]。如基于非线性干扰观测器的Backstepping方法^[2], 针对WV快时变

特性的预设性能控制方法^[3], 考虑WV迎角受限的自学习控制方法^[4], 以及利用神经网络的智能控制方法^[5]。但是, 缺少对WV的最优跟踪问题的研究。

近些年, 自适应动态规划(Adaptive dynamic programming, ADP)作为一种针对复杂系统的最优控制方法受到人们普遍关注。通过与Backstep-

收稿日期: 2021-05-10; 修订日期: 2021-06-25

通信作者: 卜祥伟, 男, 副教授, 硕士生导师, E-mail: buxiangwei1987@126.com。

引用格式: 齐强, 卜祥伟, 姜宝续, 等. 输入受限乘波体飞行器的最优跟踪控制方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2021, 53(S): 38-44. QI Qiang, BU Xiangwei, JIANG Baoxu, et al. An optimal tracking control method for complex systems with input constraints[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 53(S): 38-44.

ping有效结合,ADP可以促使形成对复杂系统的近似最优控制。文献[6]利用ADP实现了对WV的最优控制,但是没有考虑模型中存在不确定项问题。文献[7]将控制分为两部分,分别处理稳态跟踪问题和最优控制问题,在最优控制器的设计中采用执行-评价网的双网络结构进行设计。文献[8]同样将控制分为2部分,但相较于前者,采用了更加简单的单网络结构^[8]。很明显,这些文献都没有考虑输入受限情形下的最优控制问题。

基于以上分析,本文针对输入受限情形,基于反演控制设计了最优跟踪控制器。将控制分为稳态控制和最优控制两部分,分别处理稳态跟踪和最优控制问题。主要有以下优势:(1)相较于文献[7]中的ADP方法,本文采用了文献[9]中的单网络模糊评价器(Fuzzy critic estimator, FCE),大幅降低了神经网络的个数;(2)相较于文献[8],本文解决了输入受限情形下WV的近似最优控制问题。

1 乘波体飞行器模型及问题分析

1.1 乘波体飞行器运动模型

本文采用Parker等^[10]在Bolender与Doman^[11]研究基础上建立的WV纵向运动参数拟合模型

$$\dot{V} = \frac{\cos(\theta - \gamma)}{m} T - \frac{D}{m} - g \sin \gamma \quad (1)$$

$$\dot{h} = V \sin \gamma \quad (2)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{L}{Vm} + \frac{\sin(\theta - \gamma)}{Vm} T - \frac{g}{V} \cos \gamma \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = Q \quad (4)$$

$$\dot{Q} = \frac{M}{I_{yy}} + \frac{\tilde{\psi}_1}{I_{yy}} \ddot{\eta}_1 + \frac{\tilde{\psi}_2}{I_{yy}} \ddot{\eta}_2 \quad (5)$$

$$k_1 \ddot{\eta}_1 = N_1 - \omega_1^2 \eta_1 - 2\zeta_1 \omega_1 \dot{\eta}_1 - \tilde{\psi}_1 \frac{M + \tilde{\psi}_2 \ddot{\eta}_2}{I_{yy}} \quad (6)$$

$$k_2 \ddot{\eta}_2 = N_2 - \omega_2^2 \eta_2 - 2\zeta_2 \omega_2 \dot{\eta}_2 - \tilde{\psi}_2 \frac{M + \tilde{\psi}_1 \ddot{\eta}_1}{I_{yy}} \quad (7)$$

式中包括5个刚体状态(速度 V ,高度 h ,航迹角 γ ,俯仰角 θ ,俯仰角速度 Q)以及2个弹性状态(η_1 , η_2); T 、 D 、 L 、 M 分别代表WV的推力、阻力、升力与俯仰力矩, N_1 、 N_2 为广义弹性力,并且它们的参数拟合形式如下

$$T \approx C_T^{\alpha^3} \alpha^3 + C_T^{\alpha^2} \alpha^2 + C_T^{\alpha} \alpha + C_T^0$$

$$L \approx \bar{q} S C_L^{\alpha} \alpha + \bar{q} S C_L^{\delta_e} \delta_e + \bar{q} S C_L^0$$

$$D \approx C_D^{\alpha^2} \alpha^2 \bar{q} S + C_D^{\alpha} \alpha \bar{q} S + C_D^{\delta_e^2} \delta_e^2 \bar{q} S + C_D^{\delta_e} \delta_e \bar{q} S + C_D^0 \bar{q} S$$

$$M \approx z_T T + \bar{q} S \bar{c} C_{M,\alpha}^{\alpha^2} \alpha^2 + \bar{q} S \bar{c} C_{M,\alpha}^{\alpha} \alpha + \bar{q} S \bar{c} C_{M,\alpha}^0 + \bar{q} S \bar{c} c_e \delta_e$$

$$N_1 = N_1^{\alpha^2} \alpha^2 + N_1^{\alpha} \alpha + N_1^0$$

$$N_2 = N_2^{\alpha^2} \alpha^2 + N_2^{\alpha} \alpha + N_2^{\delta_e} \delta_e + N_2^0$$

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \bar{\rho} V^2, \bar{\rho} = \bar{\rho}_0 \exp\left(-\frac{h-h_0}{h_s}\right)$$

式中

$$C_T^{\alpha^3} = \beta_1(h, \bar{q}) \Phi + \beta_2(h, \bar{q})$$

$$C_T^{\alpha^2} = \beta_3(h, \bar{q}) \Phi + \beta_4(h, \bar{q})$$

$$C_T^{\alpha} = \beta_5(h, \bar{q}) \Phi + \beta_6(h, \bar{q})$$

$$C_T^0 = \beta_7(h, \bar{q}) \Phi + \beta_8(h, \bar{q})$$

上述模型的具体几何参数与气动参数见于文献[10]。

1.2 模型转换

对于WV,可以将其控制系统分为速度子系统和高度子系统两部分,并且转换为以下形式^[12]

$$\dot{V} = f_V + g_V(\Phi^a + \Phi^*) + d_V \quad (8)$$

式中

$$f_V = \frac{\cos \alpha}{m} [\beta_2(h, \bar{q}) \alpha^3 + \beta_4(h, \bar{q}) \alpha^2 + \beta_6(h, \bar{q}) \alpha + \beta_8(h, \bar{q})] - \frac{\bar{q} S}{m} (C_D^{\alpha^2} \alpha^2 + C_D^{\alpha} \alpha + C_D^0) - g \sin \gamma$$

$$g_V = \frac{\cos \alpha}{m} [\beta_1(h, \bar{q}) \alpha^3 + \beta_3(h, \bar{q}) \alpha^2 + \beta_5(h, \bar{q}) \alpha + \beta_7(h, \bar{q})] \neq 0$$

$$d_V = -\frac{\bar{q} S}{m} [(C_D^{\delta_e^2} + \Delta C_D^{\delta_e^2}) \delta_e^2 + (C_D^{\delta_e} + \Delta C_D^{\delta_e}) \delta_e] + \Delta f_V + \Delta g_V + d_{V0}$$

$$\Delta f_V + \Delta g_V + d_{V0}$$

$$d_V = -\frac{\bar{q} S}{m} [(C_D^{\delta_e^2} + \Delta C_D^{\delta_e^2}) \delta_e^2 + (C_D^{\delta_e} + \Delta C_D^{\delta_e}) \delta_e] +$$

$$\Delta f_V + \Delta g_V + d_{V0}$$

式中: Φ^a 为稳态控制输入, Φ^* 为瞬态控制输入, d_V 为总不确定项。

同理,高度子系统可以转换为以下形式

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = f_\gamma + g_\gamma \theta + d_\gamma \\ \dot{\theta} = Q \\ \dot{Q} = f_Q + g_Q \delta_e + d_Q \end{cases} \quad (9)$$

式中

$$g_\gamma = \frac{\bar{q} S C_L^{\alpha}}{m V} \neq 0$$

$$g_Q = -\frac{\bar{q} S \bar{c} c_e}{I_{yy}} \neq 0$$

$$f_\gamma = \frac{\bar{q} S (C_L^0 - C_L^{\alpha} \gamma) + T \sin \alpha}{m V} - g \cos \gamma$$

$$f_Q = \frac{z_T T + \bar{q} S \bar{c} C_{M,\alpha}(\alpha)}{I_{yy}}$$

$$d_\gamma = \frac{\bar{q} S (C_L^{\delta_e} + \Delta C_L^{\delta_e}) \delta_e}{I_{yy}} + \Delta g_\gamma + \Delta f_\gamma + d_{\gamma 0}$$

$$d_Q = \frac{\tilde{\psi}_1 \ddot{\eta}_1 + \tilde{\psi}_2 \ddot{\eta}_2}{I_{yy}} + \Delta g_Q + \Delta f_Q + d_{Q0}$$

式中 d_γ 与 d_Q 为总不确定项。参考相关文献[12]的做法,将弹性状态看做总不确定项 d_γ 与 d_Q 的一部分。

控制的目的是确定合适的控制输入 Φ 和 δ_e ,使WV稳定跟踪参考输入。在实际飞行中,为使Sc-

ramjet正常工作,一般取 $\Phi \in [0.05, 1.5]$;受到偏转角度的物理限制,通常 $\delta_e \in [-20^\circ, 20^\circ]$ 。但是考虑到WV的飞行姿态限制,尽量保证飞行的安全性, Φ 和 δ_e 的实际可执行范围还要更小。本文将控制输入受限问题定义为

$$\Phi = \begin{cases} \Phi_{\max} & \Phi_c > \Phi_{\max} \\ \Phi_c & \Phi_{\min} \leq \Phi_c \leq \Phi_{\max} \\ \Phi_{\min} & \Phi_c < \Phi_{\min} \end{cases} \quad (10)$$

$$\delta_e = \begin{cases} \delta_{e\max} & \delta_{ec} > \delta_{e\max} \\ \delta_{ec} & \delta_{e\min} \leq \delta_{ec} \leq \delta_{e\max} \\ \delta_{e\min} & \delta_{ec} < \delta_{e\min} \end{cases} \quad (11)$$

1.3 单网络估计器

对于系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (12)$$

式中: x 为状态变量, $f(x) \in \mathbb{R}^n$, $g(x) \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $u \in \mathbb{R}^p$, $f(x)$ 为Lipschitz连续的非线性函数,且在 $\Omega \in \mathbb{R}^n$ 上, Ω 包含原点。

引理1 对于以上系统,可以通过FCE去逼近函数值

$$V(X) = \beta^T \tanh(\Phi X) + \varepsilon \quad (13)$$

式中 $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 为模糊系统的输入向量; $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 为权系数向量, $\tanh(\Phi X) = [\tanh(\phi_1 x_1), \dots, \tanh(\phi_n x_n)]^T$,并且 $\Phi = \text{diag}\{\phi_i\}$, $i = 1, \dots, n$; ε 为估计误差^[9]。

2 控制器设计及稳定性分析

2.1 速度稳态控制器设计

将速度误差定义为

$$z_V = V - V_{\text{ref}} - \kappa_V \quad (14)$$

式中 κ_V 为辅助系统,用来处理输入受限问题,且

$$\dot{\kappa}_V = -\frac{\omega_V \kappa_V}{|\kappa_V| + \delta_V} + g_V(\Phi - \Phi_c) \quad (15)$$

式中 ω_V, δ_V 为待设计参数。

设计稳态控制输入 Φ^a 为

$$\Phi^a = g_V^{-1} \left(-k_{V1} z_V - k_{V2} \int_0^t z_V d\tau - f_V - \hat{d}_V + \dot{V}_{\text{ref}} \right) \quad (16)$$

式中: $k_{V1}, k_{V2} \in \mathbb{R}^+$ 为待设计参数; \hat{d}_V 为 d_V 的估计值,并且由以下NDO得到

$$\begin{cases} \dot{\hat{V}} = f_V + g_V \Phi + \hat{d}_V \\ \dot{\hat{d}}_V = B_V^2 \left(-a_{V2} \frac{\hat{d}_V / B_V}{|\hat{d}_V / B_V| + d_V^d} - a_{V1} \frac{\hat{V} - V}{|\hat{V} - V| + d_V^d} \right) \end{cases} \quad (17)$$

式中: $B_V, a_{V1}, a_{V2}, d_V^d \in \mathbb{R}^+$ 为待设计参数, \hat{V}, \hat{d}_V 分

别为 V, d_V 的估计值。由文献[13]可知,如果选择合适的参数,则存在有界常数 $\bar{d}_V \in \mathbb{R}^+$ 使得 $|\hat{d}_V| \leq \bar{d}_V$ 。

$$\bar{d}_V = \hat{d}_V - d_V \quad (18)$$

对式(14)求微分,并把式(9)和式(16)代入得

$$\dot{z}_V = -k_{V1} z_V - k_{V2} \int_0^t z_V d\tau - \bar{d}_V \quad (19)$$

选取Lyapunov函数

$$W_{V1} = \frac{z_V^2}{2} + \frac{k_{V2}}{2} \left(\int_0^t z_V d\tau \right)^2 \quad (20)$$

对式(20)求一阶导数后代入式(19)得

$$\dot{W}_{V1} = -k_{V1} z_V^2 - z_V \bar{d}_V + z_V g_V \Phi^* \quad (21)$$

2.2 高度稳态控制器设计

步骤1 将航迹角跟踪误差定义为

$$z_\gamma = \gamma - \gamma_d \quad (22)$$

对式(22)求导,并将式(9)代入得到

$$\dot{z}_\gamma = f_\gamma + g_\gamma(z_\theta + \theta_d) + d_\gamma - \dot{\gamma}_d \quad (23)$$

式中 $\theta_d = \theta_d^a + \theta_d^*$ 。

虚拟控制律 $\bar{\theta}_d^a$ 为

$$\bar{\theta}_d^a = g_\gamma^{-1} \left(-k_{\gamma1} z_\gamma - k_{\gamma2} \int_0^t z_\gamma d\tau - f_\gamma - \hat{d}_\gamma + \dot{\gamma}_d \right) \quad (24)$$

式中: $k_{\gamma1}, k_{\gamma2} \in \mathbb{R}^+$ 为待设计参数; \hat{d}_γ 为 d_γ 的估计值。

步骤2 俯仰角跟踪误差定义为

$$z_\theta = \theta - \theta_d \quad (25)$$

对式(25)求导,并将式(9)代入得到

$$\dot{z}_\theta = z_Q + Q_d - \dot{\theta}_d \quad (26)$$

式中 $Q_d = Q_d^a + Q_d^*$ 。

虚拟控制律 \bar{Q}_d^a 为

$$\bar{Q}_d^a = -k_{\theta1} z_\theta - k_{\theta2} \int_0^t z_\theta d\tau - g_\gamma z_\gamma + \dot{\theta}_d \quad (27)$$

式中 $k_{\theta1}, k_{\theta2} \in \mathbb{R}^+$ 为待设计参数。

步骤3 俯仰角速度跟踪误差定义为

$$z_Q = Q - Q_d - \kappa_Q \quad (28)$$

式中 κ_Q 为处理 $\delta_e = \delta_e^a + \delta_e^*$ 输入受限问题的辅助系统,且

$$\dot{\kappa}_Q = -\frac{\omega_Q \kappa_Q}{|\kappa_Q| + \delta_Q} + g_Q(\delta_e - \delta_{ec}) \quad (29)$$

式中 ω_Q, δ_Q 为待设计参数。

对式(29)求时间的一阶导数,并代入式(14)得

$$\dot{z}_Q = f_Q + g_Q \delta_e + d_Q - \dot{Q}_d - \dot{\kappa}_Q \quad (30)$$

式中 $\delta_e = \delta_e^a + \delta_e^*$ 。

稳态控制输入 δ_e^a 被设计为

$$\delta_e^a = g_Q^{-1} \left(-k_{Q1} z_Q - k_{Q2} \int_0^t z_Q d\tau - f_Q - \hat{d}_Q - z_\theta + \dot{Q}_d \right) \quad (31)$$

式中: $k_{Q1}, k_{Q2} \in \mathbb{R}^+$ 为待设计参数, \hat{d}_Q 为 d_Q 的估

计值。

与速度子系统设计相似,采用相同的NDO对 d_γ 和 d_Q 进行估计

$$\begin{cases} \dot{\hat{\gamma}} = f_\gamma + g_\gamma \theta + \hat{d}_\gamma \\ \dot{\hat{d}}_\gamma = B_\gamma^2 \left(-a_{\gamma 2} \frac{\hat{d}_\gamma / B_\gamma}{|\hat{d}_\gamma / B_\gamma| + d_\gamma^d} - a_{\gamma 1} \frac{\hat{\gamma} - \gamma}{|\hat{\gamma} - \gamma| + d_\gamma^d} \right) \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{Q}} = f_Q + g_Q \delta_{ed}^a + \hat{d}_Q \\ \dot{\hat{d}}_Q = B_Q^2 \left(-a_{Q2} \frac{\hat{d}_Q / B_Q}{|\hat{d}_Q / B_Q| + d_Q^d} - a_{Q1} \frac{\hat{Q} - Q}{|\hat{Q} - Q| + d_Q^d} \right) \end{cases} \quad (33)$$

式中 $B_\gamma, B_Q, a_{\gamma 1}, a_{\gamma 2}, a_{Q1}, a_{Q2}, d_\gamma^d, d_Q^d \in R^+$ 为待设计参数。

定义NDO估计误差为

$$\begin{cases} \bar{d}_\gamma = \hat{d}_\gamma - d_\gamma, y_\gamma = \hat{\gamma} - \gamma \\ \bar{d}_Q = \hat{d}_Q - d_Q, y_Q = \hat{Q} - Q \end{cases} \quad (34)$$

利用FD对 $\bar{\theta}_d^a$ 和 \bar{Q}_d^a 的一阶导数进行估计,分别为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}_d^a = \psi_{\theta 1} \\ \dot{\hat{\psi}}_{\theta 1} = B_1^2 \left(-a_{12} \frac{\psi_{\theta 1} / B_1}{|\psi_{\theta 1} / B_1| + d_1^d} - a_{11} \frac{\theta_d^a - \bar{\theta}_d^a}{|\theta_d^a - \bar{\theta}_d^a| + d_1^d} \right) \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{Q}}_d^a = \psi_{Q1} \\ \dot{\hat{\psi}}_{Q1} = B_2^2 \left(-a_{22} \frac{\psi_{Q2} / B_2}{|\psi_{Q2} / B_2| + d_2^d} - a_{21} \frac{Q_d^a - \bar{Q}_d^a}{|Q_d^a - \bar{Q}_d^a| + d_2^d} \right) \end{cases} \quad (36)$$

式中 $B_1, B_2, a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, d_1^d, d_2^d \in R^+$ 为待设计参数。

定义FD估计误差为

$$\begin{cases} y_1 = \theta_d^a - \bar{\theta}_d^a \\ y_2 = Q_d^a - \bar{Q}_d^a \end{cases} \quad (37)$$

同理,由文献[13]可知,通过选择适当的参数,存在有界常数 $\bar{d}_\gamma, \bar{y}_\gamma, \bar{d}_Q, \bar{y}_Q, \bar{y}_1, \bar{y}_2 \in R^+$,使得 $|\bar{d}_\gamma| \leq \bar{d}_\gamma, |y_\gamma| \leq \bar{y}_\gamma, |\bar{d}_Q| \leq \bar{d}_Q, |y_Q| \leq \bar{y}_Q, |y_1| \leq \bar{y}_1, |y_2| \leq \bar{y}_2$ 。

选取以下Lyapunov函数

$$\begin{cases} W_{\gamma 1} = \frac{z_\gamma^2}{2} + \frac{k_{\gamma 2}}{2} \left(\int_0^t z_\gamma d\tau \right)^2 \\ W_{\theta 1} = \frac{z_\theta^2}{2} + \frac{k_{\theta 2}}{2} \left(\int_0^t z_\theta d\tau \right)^2 \\ W_{Q1} = \frac{z_Q^2}{2} + \frac{k_{Q2}}{2} \left(\int_0^t z_Q d\tau \right)^2 \end{cases} \quad (38)$$

对式(38)求时间的一阶导数,并分别将式(23,24,26,27,30,31)代入可得

$$\begin{cases} \dot{W}_{\gamma 1} = -k_{\gamma 1} z_\gamma^2 + z_\gamma g_\gamma y_1 + z_\gamma (-\bar{d}_\gamma + g_\gamma (z_\theta + \theta_d^*)) \\ \dot{W}_{\theta 1} \leq -k_{\theta 1} z_\theta^2 - z_\theta g_\gamma z_\gamma + z_\theta y_2 + z_\theta (z_Q + Q_d^*) \\ \dot{W}_{Q1} \leq -k_{Q1} z_Q^2 - z_Q z_\theta + z_Q (-\bar{d}_Q + g_Q \delta_{ed}^*) \end{cases} \quad (39)$$

2.3 瞬态控制器设计

考虑如下系统

$$\dot{z}_j = g_j u_j \quad j = V, \gamma, \theta, Q \quad (40)$$

式中: $u_V = \Phi^*, u_\gamma = \theta_d^*, u_\theta = Q_d^*, u_Q = \delta_{ed}^*, z_j (j = V, \gamma, \theta, Q)$ 为状态变量。

这一部分的设计目标是通过设计最优控制器 u_j ,保证跟踪误差 z_j 稳定,并保证以下性能指标最小

$$V_j = \int_0^\infty (Q_j z_j^2 + R_j u_j^{*2}) d\tau \quad (41)$$

式中 $Q_j \geq 0$ 与 $R_j \geq 0 (j = V, \gamma, \theta, Q)$ 为待设计参数。

定义该系统的Hamiltonian函数为

$$\begin{aligned} H(z_j, u_j, \nabla V_j(z_j)) = \\ Q_j z_j^2 + R_j u_j^2 + (\nabla V_j(z_j))^T g_j u_j \end{aligned} \quad (42)$$

式中 $\nabla V_j(z_j)$ 为 V_j 对 z_j 的微分。

最优值函数 $V_j^*(z_j)$ 满足

$$\begin{aligned} 0 = \min_{u_j \in \Phi(\Omega)} H(z_j, u_j, \nabla V_j^*(z_j)) = \\ Q_j z_j^2 + R_j u_j^2 + (\nabla V_j^*(z_j))^T g_j u_j \end{aligned} \quad (43)$$

则根据最优原理,最优控制的表达式为

$$u_j^* = -\frac{1}{2} R_j^{-1} g_j^T \nabla V_j^*(z_j) \quad (44)$$

由式(43)直接求解HJB方程困难,因此选择FCE逼近函数值

$$V_j^*(z_j) = \beta_j^T \tanh(\phi_j z_j) + \epsilon_j \quad (45)$$

式中: β_j 为权系数参数; ϕ_j 为待设计参数; ϵ_j 为估计误差,且 $|\epsilon_j| \leq \bar{\epsilon}_j$ 。则 $V_j^*(z_j)$ 关于 z_j 的导数为

$$\nabla V_j^*(z_j) = \mathbf{A}_j(z_j) \nabla \beta_j + \nabla \epsilon_j \quad (46)$$

式中: $\mathbf{A}_j(z_j) = (\phi_j - \phi_j \tanh^2(\phi_j z_j)), \nabla \epsilon_j = \partial \epsilon_j / \partial z_j$ 。

令 $\hat{\beta}_j$ 为 β_j 的估计值,则 $V_j^*(z_j)$ 与 $\nabla V_j^*(z_j)$ 的估计值为

$$\hat{V}_j(z_j) = \hat{\beta}_j^T \tanh(\phi_j z_j) \quad (47)$$

$$\hat{\nabla} V_j(z_j) = \mathbf{A}_j(z_j) \nabla \hat{\beta}_j \quad (48)$$

进而得到近似的Hamiltonian函数

$$\begin{aligned} H(z_j, \hat{u}_j, \nabla \hat{V}_j(z_j)) = \\ Q_j z_j^2 + R_j \hat{u}_j^2 + (\nabla \hat{V}_j(z_j))^T g_j \hat{u}_j = e_j \end{aligned} \quad (49)$$

设计 $\hat{\beta}_j$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\beta}}_j = -b_j \sigma_j (\sigma_j^T \hat{\beta}_j + Q_j z_j^2 + R_j \hat{u}_j^2) \quad (50)$$

式中: b_j 为自适应律的增益, $\sigma_j = \mathbf{A}_j(z_j) g_j u_j \hat{\beta}_j$ 。

选取以下Lapunov函数

$$W = W_{v1} + W_{\gamma1} + W_{\theta1} + W_{Q1} + W_{j1} + W_{j2} \quad (51)$$

式中： $W_{j1} = \sum_j \frac{1}{2b_j} \text{tr}(\bar{\beta}_j^T \bar{\beta}_j)$, $W_{j2} = \sum_j (z_j^2 + 2\Gamma_j V_j)$, $\Gamma_j > 0$ 为待设计参数。

对 W_{j1} 求导得

$$\dot{W}_{j1} = \sum_j \left(-\bar{\beta}_j^T \sigma_j \sigma_j^T \bar{\beta}_j - 2 \frac{b_j}{\sqrt{2b_j}} \bar{\beta}_j^T \sigma_j \frac{1}{\sqrt{2b_j}} \epsilon_j \right) \quad (52)$$

因为 $\bar{\beta}_j^T \sigma_j \sigma_j^T \bar{\beta}_j > 0$, 所以有 $q_j > 0$ 使

$$q_j \|\bar{\beta}_j\|^2 \leq \bar{\beta}_j^T \sigma_j \sigma_j^T \bar{\beta}_j \quad q_j \leq \|\sigma_j\|^2 \quad (53)$$

所以

$$\dot{W}_{j1} \leq \sum_j \left[\left(-q_j + \frac{b_j}{2} \|\sigma_j\|^2 \right) \|\bar{\beta}_j\|^2 + \frac{1}{2b_j} \bar{\epsilon}_j \right] \quad (54)$$

又

$$\begin{aligned} \dot{W}_{j2} &= \sum_j 2z_j^T z_j + 2\Gamma_j \dot{V}_j \leq \\ &\sum_j [(2 - 2\Gamma_j \lambda_{\min}(Q_j)) \|z_j\|^2 + \\ &(\bar{\beta}_j^2 - 2\Gamma_j \lambda_{\min}(R_j)) \|u_j\|^2] \end{aligned} \quad (55)$$

假设 $\|g_j u_j^*\| \leq c_j \sqrt{\|z_j\|}$, 其中 $c_j > 0$, 则 $z_j g_j u_j^* \leq \frac{1}{2} z_j^2 + \frac{c_j^2}{2} \|z_j\|$ 。结合FD以及NDO估计误差, 可得式(51)的微分

$$\begin{aligned} \dot{W}_h &\leq -(k_{v1} - 1) z_v^2 - \left(k_{\gamma1} - \frac{|g_\gamma|}{2} - \frac{1}{2} \right) z_\gamma^2 - \\ &(k_{\theta1} - 1) z_\theta^2 - (k_{Q1} - 1) z_Q^2 + |g_\gamma| \frac{\bar{y}_1^2}{2} + \frac{\bar{y}_2^2}{2} + \\ &\frac{\bar{d}_v^2}{2} - z_\gamma \bar{d}_\gamma - z_Q \bar{d}_Q + \sum_j \frac{c_j^2}{2} \|z_j\| + \\ &\sum_j \left[\left(-q_j + \frac{b_j}{2} \|\sigma_j\|^2 \right) \|\bar{\beta}_j\|^2 + \frac{1}{2b_j} \bar{\epsilon}_j \right] + \\ &\sum_j [(2 - 2\Gamma_j \lambda_{\min}(Q_j)) \|z_j\|^2 + \\ &(\bar{\eta}_j^2 - 2\Gamma_j \lambda_{\min}(R_j)) \|u_j\|^2] \end{aligned} \quad (56)$$

如果对于选择的 k_{j1} 、 b_j 、 Γ_j 、 $\|\bar{\theta}_j\|$ 、 $\|z_j\|$ 满足 $0 <$

$$b_j < \frac{2b_j}{\|\sigma_j\|^2}, \Gamma_j > \max \left\{ \frac{1}{\lambda_{\min}(Q_j)}, \frac{\bar{\eta}_j^2}{2\Gamma_j \lambda_{\min}(R_j)} \right\} \text{且满}$$

足以下不等式

$$|z_v| >$$

$$\max \left\{ \sqrt{\left(\frac{\bar{d}_v^2}{2} \right) / (k_{v1} - 1)}, \sqrt{\frac{1}{2b_v} \bar{\epsilon}_v^2 / 2\Gamma_v \lambda_{\min}(Q_v) - 2} \right\}$$

或

$$|z_\gamma| >$$

$$\max \left\{ \sqrt{i / \left(k_{\gamma1} - \frac{|g_\gamma|}{2} - \frac{1}{2} \right)}, \sqrt{\left(\frac{1}{2b_\gamma} \bar{\epsilon}_\gamma^2 \right) / \Xi_\gamma} \right\}$$

或

$$|z_\theta| > \max \left\{ \sqrt{i / (k_{\theta1} - 1)}, \sqrt{\left(\frac{1}{2b_\theta} \bar{\epsilon}_\theta^2 \right) / \Xi_\theta} \right\}$$

或

$$|z_Q| > \max \left\{ \sqrt{i / (k_{Q1} - 1)}, \sqrt{\left(\frac{1}{2b_Q} \bar{\epsilon}_Q^2 \right) / \Xi_Q} \right\}$$

式中： $i = |g_\gamma| \frac{\bar{y}_1^2}{2} + \frac{\bar{d}_\gamma^2}{2} + \frac{\bar{d}_Q^2}{2} + \frac{\bar{y}_2^2}{2}$, $\Xi_\gamma = 2\Gamma_\gamma \lambda_{\min}(Q_\gamma) - 2$, $\Xi_\theta = 2\Gamma_\theta \lambda_{\min}(Q_\theta) - 2$, $\Xi_Q = 2\Gamma_Q \lambda_{\min}(Q_Q) - 2$, 且 $\|\bar{\theta}_j\| > \sqrt{\frac{1}{2b_j} \bar{\epsilon}_j^2 / q_j - \frac{b_j}{2} \|\sigma_j\|}$

成立, 则 $W < 0$ 。跟踪误差 z_j 权值估计误差 $\bar{\beta}_j$ ($j = V, \gamma, \theta, Q$)是半全局一直最终有界的。证毕。

3 仿真校验

WV的初始速度 $V = 2500 \text{ m/s}$, 初始高度 $h = 27000 \text{ m}$, 速度阶跃幅度为 700 m/s , 高度阶跃为 1000 m 。为了考量系统在输入受限情况下的效果, 假设控制输入受到约束, 取 $\Phi \in [0.05, 1]$, $\delta_e \in [-16.5^\circ, 16.5^\circ]$ 。同时, 假设WV模型存在40%的摄动量。控制器的各项参数如表1所示, 其中 $\hat{\beta}_{j0}$ ($j = V, \gamma, \theta, Q$)为FCE的初始权值。

表1 控制器各项参数

Table 1 Parameters of controllers

参数	取值	参数	取值	参数	取值	参数	取值	参数	取值	参数	取值		
k_{v1}	1.1	$k_{\theta2}$	0.2	B_γ	0.1	d_Q^d	0.5	a_{22}	0.4	R_γ	0.2	Q_Q	1.5
k_{v2}	0.8	k_{Q1}	0.6	$a_{\gamma1}$	0.5	B_1	0.1	d_γ^d	0.5	φ_γ	0.2	R_Q	0.2
k_{h1}	0.6	k_{Q2}	0.1	$a_{\gamma2}$	0.4	a_{11}	0.5	Q_v	1.5	b_γ	2×10^9	b_Q	2×10^6
k_{h2}	0.1	B_v	0.1	d_γ^d	0.5	a_{12}	0.4	R_v	0.2	Q_θ	1.5	$\hat{\beta}_{v0}$	0.06
$k_{\gamma1}$	0.3	a_{v1}	0.5	B_Q	0.1	d_1^d	0.5	φ_v	0.2	R_θ	0.2	$\hat{\beta}_{\gamma0}$	0.06
$k_{\gamma2}$	0.2	a_{v2}	0.4	a_{Q1}	0.5	B_2	0.1	b_v	0.08	φ_θ	0.2	$\hat{\beta}_{\theta0}$	0.06
$k_{\theta1}$	0.6	d_v^d	0.5	a_{Q2}	0.4	a_{21}	0.5	Q_γ	1.5	b_θ	5×10^6	$\hat{\beta}_{Q0}$	-0.06

由图1~8可知,在系统存在理想输入受限、并且存在大幅度输入受限的情况下的情况下,在辅助系统的帮助下,仍然可以实现对理想轨迹的跟踪。

图9说明采用的NDO可以对不确定项进行有效估计。图10说明采用的FCE的权值在有限时间内收敛。

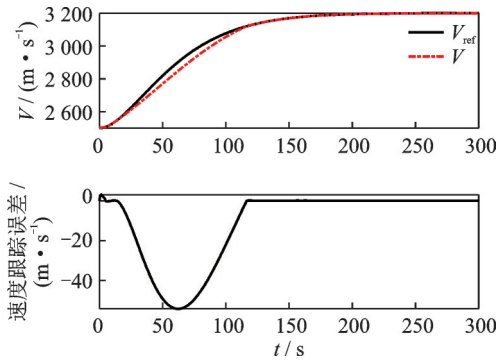


图1 速度跟踪效果及误差

Fig.1 Velocity tracking performance and error

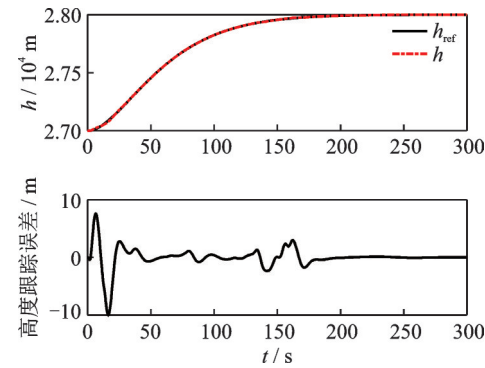


图2 高度跟踪效果及误差

Fig.2 Altitude tracking performance and error

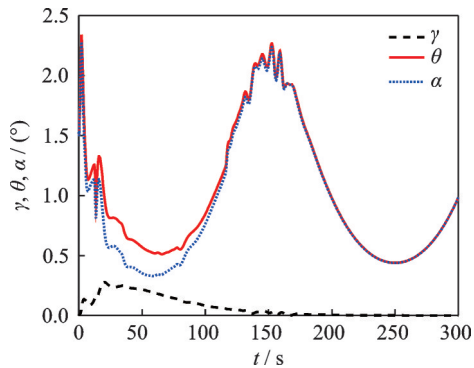


图3 高度角

Fig.3 Altitude angles

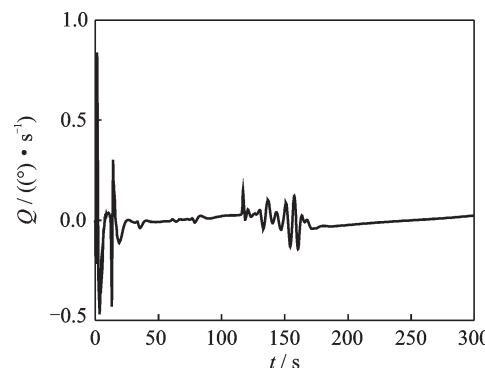


图4 俯仰角速度

Fig.4 Pitch velocity

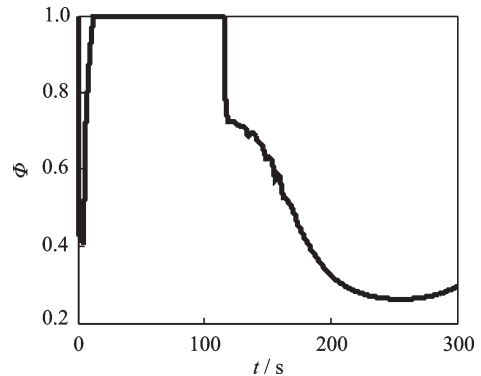


图5 Phi变化曲线

Fig.5 Change curve of Phi

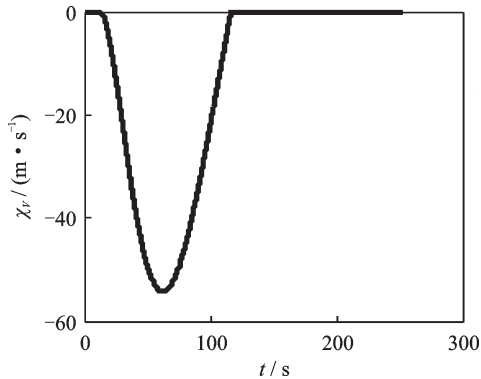


图6 chi_v变化曲线

Fig.6 Change curve of chi_v

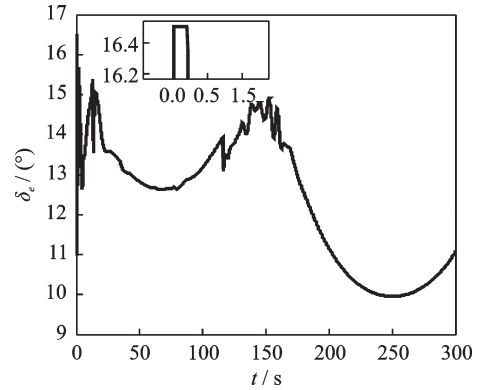


图7 delta_e变化曲线

Fig.7 Change curve of delta_e

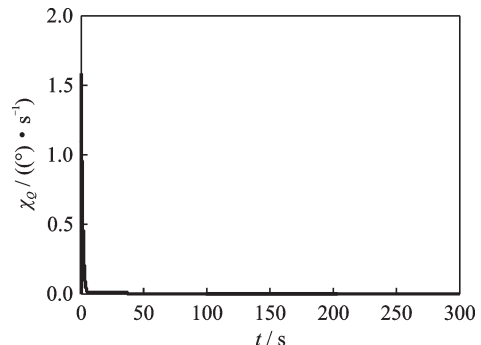
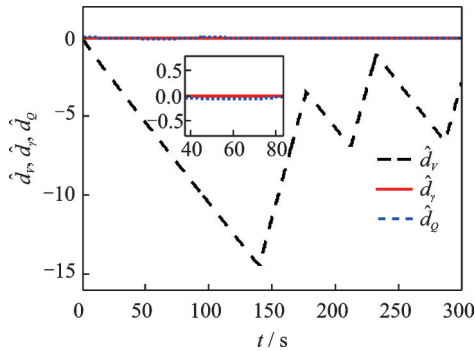
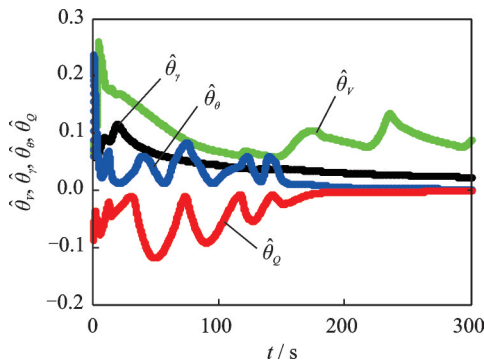


图8 chi_q变化曲线

Fig.8 Change curve of chi_q

图9 模型不确定项的估计值 $\hat{d}_v, \hat{d}_p, \hat{d}_Q$ Fig.9 Model uncertainty estimation of $\hat{d}_v, \hat{d}_p, \hat{d}_Q$ 图10 单网络估计权值 $\hat{\theta}_v, \hat{\theta}_p, \hat{\theta}_Q$ Fig.10 Fuzzy critic estimator weights of $\hat{\theta}_v, \hat{\theta}_p, \hat{\theta}_Q$

4 结 论

对于存在输入受限并且含有大幅度输入受限的最优轨迹跟踪问题,本文提供了backstepping的ADP控制方法。通过对控制输入进行分解,既保证了输入受限情况下的稳定性,又实现了局部的最优控制。最终使系统渐近跟踪参考输入。文中给出的仿真实例说明了该方法的有效性。

参 考 文 献:

[1] 卜祥伟. 高超声速飞行器控制研究进展[J]. 航空兵器, 2018(1): 47-61.
BU Xiangwei. Progress on flight control of hypersonic flight vehicles[J]. Aero Weaponry, 2018(1): 47-61.

[2] BU X W, WU X Y, CHEN Y X, et al. Design of a class of new nonlinear disturbance observers based on tracking differentiators for uncertain dynamic systems[J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2015, 13(3): 595-602.

[3] 李小兵, 赵思源, 卜祥伟, 等. 高超声速飞行器保预设性能的反演控制方法[J]. 国防科技大学学报, 2020, 42(1): 73-82.
LI Xiaobing, ZHAO Siyuan, BU Xiangwei, et al. Backstepping control method for hypersonic vehicles

to guarantee prescribed performance[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2020, 42(1): 73-82.

- [4] XU B, SHI Z, SUN F, et al. Barrier Lyapunov function based learning control of hypersonic flight vehicle with AOA constraint and actuator faults[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(3): 1047-1057.
- [5] MENG W, YANG Q, SI J, et al. Adaptive neural control of a class of output-constrained nonaffine systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 1(6): 85-95.
- [6] 郭超, 梁晓庚, 王雯. 基于ADP的高超声速飞行器非线性最优控制[J]. 火力与控制, 2014, 39(6): 77-81.
GUO Chao, LIANG Xiaowen, WANG Wen. Nonlinear optimal control for a hypersonic vehicle based on ADP[J]. Fire Control & Command Control, 2014, 39(6): 77-81.
- [7] MU C X, NI Z, SUN C Y, et al. Air-breathing hypersonic vehicle tracking control based on adaptive dynamic programming[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning systems, 2017, 28(3): 584-598.
- [8] BU X W, QI Q. Fuzzy optimal tracking control of hypersonic flight vehicles via single-network adaptive critic design[J]. IEEE Transactions on Fuzzy System, 2020. DOI: 10.1109/TFUZZ.2020.3036706.
- [9] 张吉烈. 基于单网络模糊及无模型自适应动态规划最优控制方法的研究[D]. 辽宁: 东北大学, 2014.
ZHANG Jilie. Researches on fuzzy and model-free optimal control based on single-network adaptive dynamic programming[D]. Liaoning: Northeastern University, 2014.
- [10] PARKER J T, SERRANI A, YURKOVIC S, et al. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(3): 856-869.
- [11] BOLENDER M A, DOMAN D B. Nonlinear longitudinal dynamical model of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2007, 44(2): 374-387.
- [12] BU X W, WU X Y, CHEN Y X, et al. Design of a class of new nonlinear disturbance observers based on tracking differentiators for uncertain dynamic systems[J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2015, 13(3): 595-602.
- [13] WANG X H, CHEN Z Q, GENG Y. Finite-time-convergent differentiator based on singular perturbation technique[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(9): 1731-1737.