

DOI:10.16356/j.1005-2615.2021.06.011

无人机绕速度矢量轴滚转机动自适应 滑模边界保护控制

刘晓栋, 吴庆宪, 陈 谋, 邵书义

(南京航空航天大学自动化学院, 南京 211106)

摘要: 针对无人机绕速度矢量轴滚转机动下状态易越界的问题, 研究了一种自适应滑模边界保护控制方法。首先, 基于二分法思想改进可达平衡集并引入指令约束方法, 进而实现在线边界解算与约束指令生成。其次, 为抑制不确定性和外部未知干扰对闭环系统的不利影响, 利用径向基神经网络逼近系统不确定性并设计非线性二阶干扰观测器估计复合干扰, 进一步设计自适应滑模边界保护控制器以实现无人机在安全边界内的姿态跟踪。最后, 通过数值仿真验证了自适应滑模边界保护控制方法的有效性。

关键词: 大机动无人机; 可达平衡集; 指令约束; 径向基神经网络; 干扰观测器

中图分类号: V249.1

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2021)06-0918-10

Adaptive Sliding Mode Boundary Protection Control for Rolling Maneuver Around Velocity Vector Axis of UAVs

LIU Xiaodong, WU Qingxian, CHEN Mou, SHAO Shuyi

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: Aiming at the problem that unmanned aerial vehicles (UAVs) are easy to overstep the boundary when rolling around the velocity vector axis, an adaptive sliding mode-based boundary protection control scheme is studied in this paper. Firstly, the attainable equilibrium set is improved based on dichotomy, and the command limitation method is introduced to realize online boundary solution and limited command generation. Then, to restrain the adverse impacts of uncertainties and disturbances to the closed-loop-system, a radial basis function (RBF) neural network is used to approximate the system uncertainties, and a nonlinear second-order disturbance observer is used to estimate the complex disturbances. Accordingly, an adaptive sliding mode-based boundary protection control law is designed to ensure the UAV's safety and simultaneously realize the attitude tracking. Finally, the effectiveness of the adaptive sliding mode-based boundary protection control method is verified by numerical simulation.

Key words: large maneuvering unmanned aerial vehicle; attainable equilibrium set; command limitation; radial basis function (RBF) neural network; disturbance observer

无人机相比有人机, 具有以下优点: 尺寸更小, 的性能包线^[1-3]。随着现代空战理念的发展, 无人机隐身性更好, 不受驾驶员生理条件限制, 具有更大 机作战必须具备大机动能力。大机动能力指无人

基金项目: 江苏省重点研发计划(社会发展)(BE2020704)资助项目; 江苏省“333 高层次人才培养工程”(BRA2019051)资助项目。

收稿日期: 2020-09-09; **修订日期:** 2021-01-11

通信作者: 吴庆宪, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: wuqingxian@nuaa.edu.cn。

引用格式: 刘晓栋, 吴庆宪, 陈谋, 等. 无人机绕速度矢量轴滚转机动自适应滑模边界保护控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2021, 53(6): 918-927. LIU Xiaodong, WU Qingxian, CHEN Mou, et al. Adaptive sliding mode boundary protection control for rolling maneuver around velocity vector axis of UAVs[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 53(6): 918-927.

机在超过失速迎角之后,仍有对姿态做出调整的能力^[4]。大机动无人机应用在现代战场可以实现机头快速指向与小半径转弯使之迅速处于有利位置,所以研究大机动无人机控制技术具有重要的理论意义和应用价值。由于无人机没有经验丰富的驾驶员,如何保证无人机的飞行安全是需要首先解决的问题。

为了保证无人机的飞行安全,可在解算无人机安全边界的基础上进行边界保护控制。安全边界的定义与解算近年来有了新的发展,可以归纳为可达平衡集和可达集两种方法。许多学者已将上述方法应用于各类飞行器的边界解算中。雍可南综合运用可达平衡集与可达集解算出F16飞机的边界^[5]。季雨璇等应用可达平衡集实现战斗机俯仰机动和滚转机动可达区域的求解,为实际飞行提供了参考^[6]。针对状态约束机动,上述文献将可达平衡集和可达集应用于各类飞行器的边界解算,可以准确解算边界,然而其解算过程耗时冗长,不能满足大机动无人机边界保护的实时性要求,所以需要对上述方法进行改进以提高解算实时性。当解算出无人机的安全边界后,可以应用边界保护系统,使飞行状态不越界,进而保证飞行安全。边界保护系统的核心是保证飞行器的安全同时最大化机动能力。但传统施加限幅器的方法很大程度上限制了飞行器的机动性,所以需要发展新型结构的边界保护系统^[7]。于媛媛采用指令约束的新型边界保护系统实现对期望指令的约束,保证了机动安全^[8]。当应用上述新型边界保护系统实现对无人机机动指令的约束后,还需进行无人机姿态跟踪控制器的设计。

无人机大机动属于短周期姿态运动,然而机动过程中迎角远超失速迎角,会产生强耦合和强非线性^[9],使传统线性控制方法不能满足控制精度和性能的要求,需要采用非线性方法设计控制器。近些年,动态逆^[10]和滑模^[11-15]等非线性控制方法广泛应用于飞行控制和工业等领域。滑模控制方法由于其良好的鲁棒性,已成功运用于大机动飞行控制中^[11],并通过采用饱和函数或双曲正切函数替代符号函数的方法,有效抑制了滑模控制器的抖振^[12]。顾攀飞等为研究高超声速飞机再入飞行时面临的不确定故障问题,设计了一种自适应滑模容错控制器^[13]。Cao等提出自适应容错控制方案,用于研究外部干扰和执行器失效作用下的航天器姿态跟踪问题^[14]。然而无人机大机动飞行过程中,如何抑制模型不确定性和外部干扰带来的不利影响是控制器设计必须考虑的。

为抑制模型不确定性和外部干扰的不利影响,

径向基神经网络(Radial basis function neural network, RBFNN)和非线性干扰观测器(Nonlinear disturbance observer, NDO)方法在控制器的设计中得到了广泛的应用。Chen等利用RBFNN逼近系统不确定性,实现了三自由度直升机的容错控制^[15]。Zhang等设计了基于NDO的反步控制器,消除了时变扰动对系统的不良影响^[16]。根据上述研究成果可知,通过综合运用RBFNN和NDO方法可以抑制系统不确定性和外部干扰的不利影响,从而提高控制器的控制精度。

受上述分析启发,本文主要研究大机动无人机绕速度矢量轴滚转机动的边界保护控制。主要内容包括:第1节建立无人机姿态模型,并给出整个保护控制系统的结构框图。第2节基于二分法思想改进可达平衡集并引入指令约束方法,实现在线安全边界解算与期望指令生成功能。第3节引入RBFNN逼近系统不确定项,并利用二阶非线性干扰观测器补偿系统复合干扰,进一步设计自适应滑模边界保护控制器。第4节给出改进可达平衡集边界解算与绕速度矢量轴滚转机动的仿真结果。

1 问题描述

无人机绕速度矢量轴滚转机动属于短周期姿态运动,对于机动过程中的长周期轨迹运动状态量则任其自然演变,因此本文控制器设计只考虑短周期的姿态运动状态量。无人机姿态运动方程可写为^[9]

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{f}_s(\boldsymbol{\Omega}) + \Delta \mathbf{f}_s(\boldsymbol{\Omega}) + \mathbf{g}_s(\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{\omega} + \mathbf{d}_s(t) \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{f}_f(\boldsymbol{\omega}) + \Delta \mathbf{f}_f(\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{g}_f(\boldsymbol{\omega})\mathbf{u} + \mathbf{d}_f(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\boldsymbol{\Omega} = [\alpha, \beta, \mu]^T$ 为姿态角状态向量, α, β, μ 分别为迎角、侧滑角和绕速度矢量轴滚转角; $\boldsymbol{\omega} = [p, q, r]^T$ 为姿态角速率状态向量, p, q, r 分别为滚转、俯仰和偏航角速度; $\mathbf{u} = [\delta_a, \delta_c, \delta_r, \delta_y, \delta_z]^T$ 为系统控制向量, $\delta_a, \delta_c, \delta_r, \delta_y$ 和 δ_z 分别为副翼偏转角、鸭翼偏转角、方向舵偏转角、侧向推力矢量偏转角和纵向推力矢量偏转角; $\mathbf{f}_s(\boldsymbol{\Omega}) = [f_\alpha, f_\beta, f_\mu]^T$ 和 $\mathbf{f}_f(\boldsymbol{\omega}) = [f_p, f_q, f_r]^T$ 为系统状态函数向量; $\mathbf{g}_s(\boldsymbol{\Omega})$ 和 $\mathbf{g}_f(\boldsymbol{\omega})$ 为系统控制系数矩阵; $\Delta \mathbf{f}_s(\boldsymbol{\Omega})$ 和 $\Delta \mathbf{f}_f(\boldsymbol{\omega})$ 为系统不确定项; $\mathbf{d}_s(t)$ 和 $\mathbf{d}_f(t)$ 为外部未知有界干扰向量。

根据式(1),本文定义绕速度矢量轴滚转角速率为 p_s ,且可表示为

$$p_s = p \cos \alpha \cos \beta + q \sin \beta + r \sin \alpha \cos \beta \quad (2)$$

当无人机进行绕速度矢量轴滚转机动时^[17], p_s 易发生越界,超出安全可控范围导致失控。如何在保证安全的前提下进行机动,又避免盲目限制 p_s 导致机动性能的损失,是本文研究的核心。本文围绕

此问题,从边界保护与姿态控制两方面展开研究,整体结构框图如图1所示。

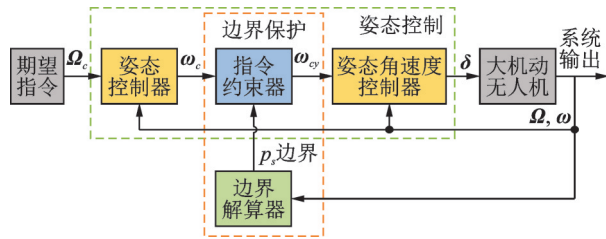


图1 无人机边界保护系统框图

Fig.1 Block diagram of UAV boundary protection system

为了便于对系统稳定性的分析,需要引入如下假设和引理。

假设1^[18] 干扰 $d_s(t)$ 和 $d_f(t)$ 一致有界,即 $\forall t \in [0, \infty]$, 存在未知常数 $\eta_{si} > 0$ 和 $\eta_{fi} > 0$, $i = 1, 2, 3$, 使 $\|d_s(t)\| \leq \eta_{s1}, \|\dot{d}_s(t)\| \leq \eta_{s2}, \|\ddot{d}_s(t)\| \leq \eta_{s3}; \|d_f(t)\| \leq \eta_{f1}, \|\dot{d}_f(t)\| \leq \eta_{f2}, \|\ddot{d}_f(t)\| \leq \eta_{f3}$ 。

假设2^[19] 对于无人机姿态运动模型,理想期望指令 Ω_c 及其导数 $\dot{\Omega}_c$ 和 $\ddot{\Omega}_c$ 有界,即存在集合 $\Pi_0 = \{(\Omega_c, \dot{\Omega}_c, \ddot{\Omega}_c): \|\Omega_c\|^2 + \|\dot{\Omega}_c\|^2 + \|\ddot{\Omega}_c\|^2 \leq M_0\}$, 其中 $M_0 > 0$ 为未知正常数。

引理1^[20] 对于初始条件有界的系统,如果存在一个连续且正定的 Lyapunov 函数 $V(x) \in C^1$, 且满足 $\gamma_0(\|x\|) \leq V(x) \leq \gamma_1(\|x\|)$, 若有 $\dot{V}(x) \leq -\kappa V(x) + c$, 这里 $\gamma_0, \gamma_1: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 为 K^∞ 类函数且 κ, c 为正常数,则系统的解 $x(t)$ 一致有界。

引理2^[12] 对于任意的 $b > 0$ 和 $z \in \mathbf{R}^m$, 有如下不等式成立: $0 < \|z\| - z^T \tanh(z/b) \leq m\zeta b$, 其中 ζ 满足 $\zeta = e^{-(\zeta+1)}$, 即有 $\zeta = 0.2785$ 。

引理3^[15] 对于集合 $Z \in \Omega_Z \subset \mathbf{R}^m$, RBFNN 可以逼近任意连续函数 $f(Z): \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}$, 即可以描述为

$$f(Z) = \hat{W}^T \Phi(Z) + \epsilon \quad (3)$$

式中: $\hat{W} \in \mathbf{R}^n$ 为权值估计向量; $Z = [z_1, z_1, \dots, z_m]^T \in \mathbf{R}^m$ 为输入向量; $\Phi(Z) = [\Phi_1(Z), \Phi_2(Z), \dots, \Phi_n(Z)]^T \in \mathbf{R}^n$ 为基函数; ϵ 为逼近误差; n 为待设计的节点个数。

如果 n 充分大,则可得

$$f(Z) = W^*{}^T \Phi(Z) + \epsilon^* \quad |\epsilon^*| \leq \bar{\epsilon} \quad (4)$$

式中: W^* 为最优权值; ϵ^* 为最小逼近误差, $\bar{\epsilon} > 0$ 为逼近误差的上界。

2 边界解算与约束指令生成

为了实现对无人机绕速度矢量轴滚转机动的

边界保护,首先进行无人机在线边界解算与期望约束指令生成研究。本文在可达平衡集^[5,7-8,21]中引入二分法思想,利用递归方法实现边界的快速解算,并引入指令约束方法实现对 p_s 指令的约束。当解算 p_s 的边界时,将除 μ 以外描述无人机姿态运动的非线性方程简写为

$$\dot{x} = f(x, \delta) \quad x \in X \subset \mathbf{R}^5, \delta \in U \subset \mathbf{R}^5 \quad (5)$$

式中:飞行状态向量 $x = [\alpha, \beta, p, q, r]^T$ 属于有界域 X ; 制向量 $\delta = [\delta_a, \delta_c, \delta_r, \delta_y, \delta_z]^T$ 属于有界域 U 并且此区域由舵面偏转限制; $f(x, \delta)$ 为光滑的非线性函数。

为描述绕速度矢量轴滚转机动的类型特征,引入参变量 y_μ 为如下形式

$$y_\mu = [\alpha, \beta, p_s]^T \quad (6)$$

将式(5,6)增广为求解可达平衡集的系统方程,利用牛顿迭代法求解并将可达平衡集表示为

$$S_\epsilon = \{x_\epsilon: f(x_\epsilon, \delta_\epsilon) = 0, y_\mu = [\alpha, \beta, p_s]^T, x_\epsilon \in X \subset \mathbf{R}^5, \delta_\epsilon \in U \subset \mathbf{R}^5\} \quad (7)$$

式中: x_ϵ 表示稳定状态向量; δ_ϵ 表示稳定控制向量。在进行稳态绕速度矢量轴滚转时,侧滑角 $\beta = 0^\circ$, 则将 α 和 p_s 作为绕速度矢量轴滚转机动的输入^[7], 利用牛顿迭代法对此时飞行状态进行求解。通过设定 α 和 p_s 的变化范围与变化步长,可求解绕速度矢量轴滚转机动的可达平衡集,并将其轮廓作为此类飞行状态的安全边界。

为方便研究,本文假定绕速度矢量轴滚转机动的可达平衡集内部状态连续,进而引入二分法对边界解算的过程进行改进以提高计算速度。但实际在线边界解算时,每一周期飞行状态都在变化,此时无需要求 α 在确定范围内按设定步长变化以进行 p_s 全部边界的解算,只需解算对应此时 α 状态的 p_s 边界。当解算出 p_s 边界后,引入指令约束方法^[8,21]将 p_s 的期望指令 p_{sc} 约束在边界范围内,从而得到受约束的安全期望指令。为阐明 p_s 在线边界解算与约束指令生成的思想,给出流程图(图2)。

由图2可知,基于改进可达平衡集方法的在线解算 p_s 边界与约束指令生成步骤如下:

(1) 从系统中获得 p_{sc} 及 α 等状态量;

(2) 设定 $p_{\min} = 0^\circ/\text{s}$, $p_s = p_{\max} = 180$ 或 $-180^\circ/\text{s}$, 并将解算步长 $s_{ps} = 1^\circ/\text{s}$ 作为递归的终止条件;

(3) 设定牛顿迭代法的最大迭代步数和容许误差;

(4) 解算 (α, p_s) 点状态,得到所有舵面偏转角

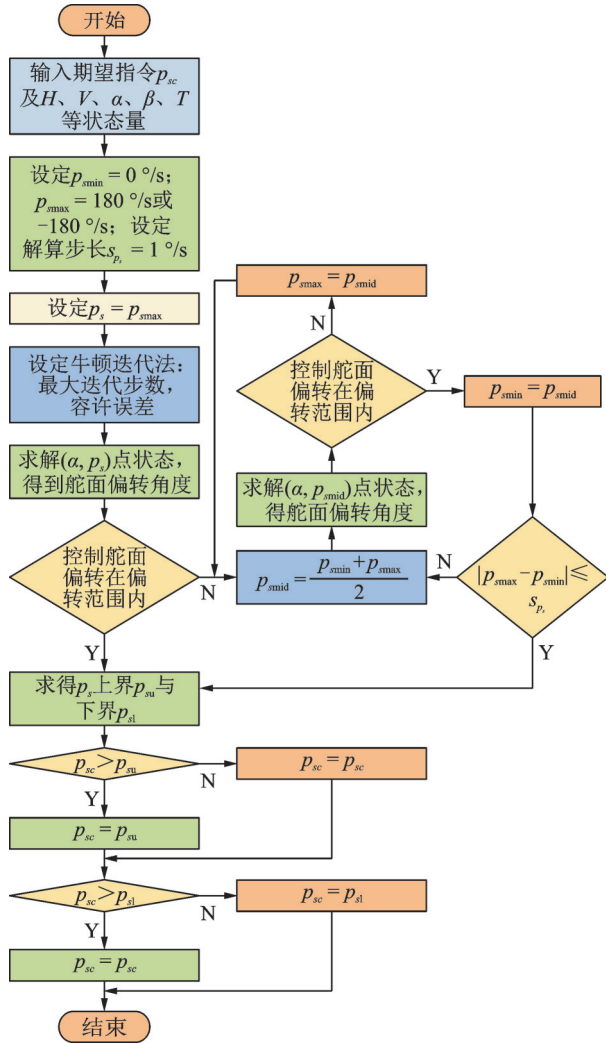


图2 绕速度矢量轴滚转角速率在线边界解算与约束指令生成流程图
Fig.2 Flow chart of online boundary solution and limited command generation for roll angle rate around velocity vector axis

度,若舵面偏转均在偏转限制范围内,转到第(7)步,否则转到第(5)步;

(5) 取 $p_{smid} = (p_{smin} + p_{smax})/2$, 解算 (α, p_{smid}) 点状态, 得到所有舵面偏转角度, 若舵面偏转均在限制范围内, 取 $p_{smin} = p_{smid}$, 否则取 $p_{smax} = p_{smid}$;

(6) 重复进行第(5)步, 当满足条件 $|p_{smax} - p_{smin}| \leq s_{ps}$ 时, 输出 p_{smax} ;

(7) 当初始值 $p_{smax} = 180^\circ/s$ 或 $-180^\circ/s$, 可分别解算 p_s 的上界 p_{su} 和下界 p_{sl} ;

(8) 比较 p_{sc} 与 p_{su} 数值大小, 取值小的作为新 p_{sc} ;

(9) 比较 p_{sc} 与 p_{sl} 数值大小, 取值大的作为新 p_{sc} ;

(10) 获得满足边界约束的期望指令 p_{sc} 。

3 姿态控制器设计

根据引理 3, 当采用 RBFNN 逼近姿态系统不确定项 $\Delta f_s(\boldsymbol{\Omega})$ 和 $\Delta f_f(\boldsymbol{\omega})$, 其逼近结果可表示为

$$\begin{cases} \Delta f_s(\boldsymbol{\Omega}) = \mathbf{W}_s^{*T} \boldsymbol{\Phi}_s(\mathbf{Z}) + \boldsymbol{\epsilon}_s^* \\ \Delta f_f(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{W}_f^{*T} \boldsymbol{\Phi}_f(\mathbf{Z}) + \boldsymbol{\epsilon}_f^* \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\boldsymbol{\epsilon}_s^*$ 和 $\boldsymbol{\epsilon}_f^*$ 分别为 RBFNN 输出与 $\Delta f_s(\boldsymbol{\Omega})$ 和 $\Delta f_f(\boldsymbol{\omega})$ 之间的最小逼近误差, 且有 $\|\boldsymbol{\epsilon}_s^*\| \leq \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_s$ 和 $\|\boldsymbol{\epsilon}_f^*\| \leq \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_f$, 其中 $\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_s$ 和 $\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_f$ 分别为 RBFNN 逼近 $\Delta f_s(\boldsymbol{\Omega})$ 和 $\Delta f_f(\boldsymbol{\omega})$ 的误差上界。

将式(8)代入式(1)可得

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{f}_s(\boldsymbol{\Omega}) + \mathbf{g}_s(\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{\omega} + \mathbf{W}_s^{*T} \boldsymbol{\Phi}_s(\mathbf{Z}) + \mathbf{D}_s(t) \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{f}_f(\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{g}_f(\boldsymbol{\omega})\mathbf{u} + \mathbf{W}_f^{*T} \boldsymbol{\Phi}_f(\mathbf{Z}) + \mathbf{D}_f(t) \end{cases} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{D}_s(t) = \boldsymbol{\epsilon}_s^* + \mathbf{d}_s(t)$, $\mathbf{D}_f(t) = \boldsymbol{\epsilon}_f^* + \mathbf{d}_f(t)$ 为复合干扰。

由于 $\boldsymbol{\epsilon}_s^*$ 和 $\boldsymbol{\epsilon}_f^*$ 是有界的, 则 $\|\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_s^*\|$, $\|\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_f^*\|$, $\|\ddot{\boldsymbol{\epsilon}}_s^*\|$ 和 $\|\ddot{\boldsymbol{\epsilon}}_f^*\|$ 也是有界的, 并由假设 1 中 $\|\dot{\mathbf{d}}_s(t)\|$, $\|\dot{\mathbf{d}}_f(t)\|$, $\|\ddot{\mathbf{d}}_s(t)\|$ 和 $\|\ddot{\mathbf{d}}_f(t)\|$ 有界, 可得复合干扰 $\mathbf{D}_s(t)$ 和 $\mathbf{D}_f(t)$ 的一阶及二阶导数均有界, 即 $\forall t \in [0, \infty]$, 存在未知常数 $\zeta_s, \zeta_f, \psi_s, \psi_f > 0$, 使式(10)成立。

$$\begin{cases} \|\dot{\mathbf{D}}_s(t)\| \leq \zeta_s, & \|\ddot{\mathbf{D}}_s(t)\| \leq \psi_s \\ \|\dot{\mathbf{D}}_f(t)\| \leq \zeta_f, & \|\ddot{\mathbf{D}}_f(t)\| \leq \psi_f \end{cases} \quad (10)$$

为提高控制器的性能和抗干扰能力, 在姿态角回路和姿态角速率回路中引入二阶非线性干扰观测器^[18], 并利用干扰观测器输出进行控制器的设计。

3.1 姿态角回路控制器设计

在姿态角回路中引入二阶非线性干扰观测器, 其表达式可描述为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{D}}_s(t) = \mathbf{z}_{s1} + \mathbf{P}_{s1}(\boldsymbol{\Omega}) \\ \dot{\mathbf{z}}_{s1} = -\mathbf{L}_{s1}(\boldsymbol{\Omega})(\mathbf{f}_s(\boldsymbol{\Omega}) + \mathbf{g}_s(\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{\omega} + \hat{\mathbf{W}}_s^T \boldsymbol{\Phi}_s(\mathbf{Z}) + \hat{\mathbf{D}}_s(t)) + \hat{\mathbf{D}}_s(t) \\ \hat{\mathbf{D}}_s(t) = \mathbf{z}_{s2} + \mathbf{P}_{s2}(\boldsymbol{\Omega}) \\ \dot{\mathbf{z}}_{s2} = -\mathbf{L}_{s2}(\boldsymbol{\Omega})(\mathbf{f}_s(\boldsymbol{\Omega}) + \mathbf{g}_s(\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{\omega} + \hat{\mathbf{W}}_s^T \boldsymbol{\Phi}_s(\mathbf{Z}) + \hat{\mathbf{D}}_s(t)) \end{cases} \quad (11)$$

式中: $\hat{\mathbf{D}}_s(t)$ 和 $\hat{\mathbf{D}}_s(t)$ 分别为 $\mathbf{D}_s(t)$ 和 $\dot{\mathbf{D}}_s(t)$ 的估计值; $\mathbf{z}_{si} \in \mathbb{R}^3, i=1, 2$ 为干扰观测器的内部状态; $\mathbf{P}_{si}(\boldsymbol{\Omega}) = [\mathbf{P}_{si1}(\boldsymbol{\Omega}), \mathbf{P}_{si2}(\boldsymbol{\Omega}), \mathbf{P}_{si3}(\boldsymbol{\Omega})]^T$ 为设计的非线性函数向量; $\mathbf{L}_{si}(\boldsymbol{\Omega}) = \partial \mathbf{P}_{si}(\boldsymbol{\Omega}) / \partial(\boldsymbol{\Omega})$ 。

定义 $\tilde{\mathbf{D}}_s(t) = \hat{\mathbf{D}}_s(t) - \mathbf{D}_s(t)$, $\tilde{\dot{\mathbf{D}}}_s(t) = \hat{\dot{\mathbf{D}}}_s(t) - \dot{\mathbf{D}}_s(t)$ 和 $\tilde{\mathbf{W}}_s = \hat{\mathbf{W}}_s - \mathbf{W}_s^*$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{D}}_s(t) = & -L_{s1}(\boldsymbol{\Omega})\tilde{D}_s(t) + \tilde{D}_s(t) - \\ & L_{s1}(\boldsymbol{\Omega})\tilde{\mathbf{W}}_s^T\boldsymbol{\Phi}_s(Z) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{D}}_s(t) = & -L_{s2}(\boldsymbol{\Omega})\tilde{D}_s(t) - \ddot{D}_s(t) - \\ & L_{s2}(\boldsymbol{\Omega})\tilde{\mathbf{W}}_s^T\boldsymbol{\Phi}_s(Z) \end{aligned} \quad (13)$$

定义 $\tilde{\mathbf{d}}_s(t) = [\tilde{D}_s(t), \tilde{D}_s(t)]^T$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{d}}}_s(t) = & A_s\tilde{\mathbf{d}}_s(t) - B_s\ddot{D}_s(t) - Q_s\tilde{\mathbf{W}}_s^T\boldsymbol{\Phi}_s(Z) \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $A_s = \begin{bmatrix} -L_{s1}(\boldsymbol{\Omega}) & I_3 \\ -L_{s2}(\boldsymbol{\Omega}) & 0_3 \end{bmatrix}$, $B_s = \begin{bmatrix} 0_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$, $Q_s = \begin{bmatrix} L_{s1}(\boldsymbol{\Omega}) \\ L_{s2}(\boldsymbol{\Omega}) \end{bmatrix}^T$

针对矩阵 A_s , 若给定矩阵 $P_s = P_s^T > 0$, 则存在一个正定矩阵 $R_s = R_s^T > 0$, 使式(15)成立。

$$A_s^T P_s + P_s A_s \leq -R_s \quad (15)$$

为了分析干扰估计误差 $\tilde{\mathbf{d}}_s(t) = [\tilde{D}_s(t), \tilde{D}_s(t)]^T$ 的稳定性, 选取 Lyapunov 函数为

$$V_{os} = \tilde{\mathbf{d}}_s^T(t) P_s \tilde{\mathbf{d}}_s(t) \quad (16)$$

对 V_{os} 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{os} = & \dot{\tilde{\mathbf{d}}}_s^T(t) P_s \tilde{\mathbf{d}}_s(t) + \tilde{\mathbf{d}}_s^T(t) P_s \dot{\tilde{\mathbf{d}}}_s(t) = \\ & \tilde{\mathbf{d}}_s^T(t) (A_s^T P_s + P_s A_s) \tilde{\mathbf{d}}_s(t) - \\ & 2\tilde{\mathbf{d}}_s^T(t) (P_s B_s \ddot{D}_s(t)) - \\ & 2\tilde{\mathbf{d}}_s^T(t) (P_s Q_s \tilde{\mathbf{W}}_s^T \boldsymbol{\Phi}_s(Z)) \end{aligned} \quad (17)$$

根据式(15), 有如下不等式成立

$$\tilde{\mathbf{d}}_s^T(t) (A_s^T P_s + P_s A_s) \tilde{\mathbf{d}}_s(t) \leq -\tilde{\mathbf{d}}_s^T(t) R_s \tilde{\mathbf{d}}_s(t) \quad (18)$$

此外根据式(10), 有如下不等式成立。

$$-2\tilde{\mathbf{d}}_s^T(t) (P_s B_s \ddot{D}_s(t)) \leq \|P_s\|^2 \|\tilde{\mathbf{d}}_s(t)\|^2 + \bar{\psi}_s^2 \quad (19)$$

式中 $\bar{\psi}_s = \|B_s\| \psi_s$, 且有

$$-2\tilde{\mathbf{d}}_s^T(t) (P_s Q_s \tilde{\mathbf{W}}_s^T \boldsymbol{\Phi}_s(Z)) \leq \kappa_s \tau_s^2 \|P_s\|^2 \|\tilde{\mathbf{d}}_s(t)\|^2 + \frac{1}{\kappa_s} \|Q_s\|^2 \|\tilde{\mathbf{W}}_s\|^2 \quad (20)$$

式中: $\|\boldsymbol{\Phi}_s(Z)\| \leq \tau_s$, $\kappa_s > 0$ 为设计参数。

将式(18, 19, 20)代入式(17), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{os} \leq & -\tilde{\mathbf{d}}_s^T(t) \left(R_s - (1 + \kappa_s \tau_s^2) \|P_s\|^2 I_6 \right) \tilde{\mathbf{d}}_s(t) + \\ & \bar{\psi}_s^2 + \frac{1}{\kappa_s} \|Q_s\|^2 \|\tilde{\mathbf{W}}_s\|^2 \end{aligned} \quad (21)$$

在上述设计的二阶非线性干扰观测器基础上, 设计姿态角跟踪控制器。定义姿态角 $\boldsymbol{\Omega}$ 跟踪误差 $\boldsymbol{\Omega}_e = \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}_c$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\Omega}}_e = & f_s(\boldsymbol{\Omega}) + g_s(\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{\omega} + \\ & \mathbf{W}_s^T \boldsymbol{\Phi}_s(Z) + D_s(t) - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_c \end{aligned} \quad (22)$$

滑模面 S_s 设计为^[22]: $S_s = C_s \boldsymbol{\Omega}_e = [S_{s1}, S_{s2}, S_{s3}]^T$, 其中

$$C_s = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (23)$$

选择 $c_{ij} (1 \leq i \leq 3, 1 \leq j \leq 3)$, 使 $c_{23}s^2 + c_{22}s + c_{21} = 0$ 为 Hurwitz 稳定且 $(C_s g_s(\boldsymbol{\Omega}))^{-1}$ 存在。

为减小姿态角系统抖振, 此处采用双曲正切函数 $\tanh(\cdot)$ 代替滑模控制的符号函数^[12], 从而设计姿态角回路虚拟控制律 $\boldsymbol{\omega}_c$ 为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\omega}_c = -(C_s g_s(\boldsymbol{\Omega}))^{-1} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_s = C_s f_s(\boldsymbol{\Omega}) + C_s \hat{\mathbf{W}}_s^T \boldsymbol{\Phi}_s(Z) + C_s \hat{D}_s(t) - \\ C_s \dot{\boldsymbol{\Omega}}_c + k_s S_s + \varphi_s \text{Tanh}(S_s/b) \end{cases} \quad (24)$$

式中: $k_s > 0$, $\varphi_s > 0$ 和 $b > 0$ 为设计参数; $\text{Tanh}(S_s/b) = [\tanh(S_{s1}/b), \tanh(S_{s2}/b), \tanh(S_{s3}/b)]^T$ 。

为实现对 p_s 的保护控制, 将姿态角回路控制输出作为姿态角速率回路的输入。无人机在大迎角下进行稳态绕速度矢量轴滚转机动时, 由于侧滑角 $\beta = 0^\circ$, 此时稳定性坐标系的 x_s 轴方向与速度矢量方向重合^[7], 则绕机体轴角速率到绕速度矢量轴角速率存在如下转换关系

$$\begin{bmatrix} p_{sc} \\ q_{sc} \\ r_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_c \\ q_c \\ r_c \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中: $[p_c, q_c, r_c]^T$ 为绕机体轴期望角速率指令, $[p_{sc}, q_{sc}, r_{sc}]^T$ 为绕速度矢量轴期望角速率指令。则由式(25)可得 $p_{sc} = p_c \cos\alpha + r_c \sin\alpha$ 。将 p_{sc} 指令输入在线边界解算与指令约束模块中, 实现对 p_{sc} 的约束保护, 然后进行式(25)的逆转换, 得到受约束的姿态角虚拟控制律 $\boldsymbol{\omega}_{cy} = [p_{cy}, q_{cy}, r_{cy}]^T$, 再进行姿态角速率控制器的设计, 进而实现无人机绕速度矢量轴滚转机动的边界保护控制。

为避免直接对受约束虚拟控制律 $\boldsymbol{\omega}_{cy}$ 求导, 利用动态面控制方法解算其导数的近似值。设计时间常数为 $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}\{\tau_{11}, \tau_{12}, \tau_{13}\}$ 的滤波器如下

$$\boldsymbol{\Gamma} \dot{\bar{\boldsymbol{\omega}}}_{cy} + \bar{\boldsymbol{\omega}}_{cy} = \boldsymbol{\omega}_{cy} \quad (26)$$

式中 $\bar{\boldsymbol{\omega}}_{cy}$ 为滤波器的输出, $\bar{\boldsymbol{\omega}}_{cy}(0) = \boldsymbol{\omega}_{cy}(0)$ 。

定义滤波误差 $\boldsymbol{\epsilon} = \bar{\boldsymbol{\omega}}_{cy} - \boldsymbol{\omega}_{cy}$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\epsilon}} = & -\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \boldsymbol{\epsilon} + \left(-\frac{\partial \boldsymbol{\omega}_c}{\partial \boldsymbol{\Omega}_c} \dot{\boldsymbol{\Omega}}_c - \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_c}{\partial \hat{\mathbf{W}}_s} \dot{\hat{\mathbf{W}}}_s - \right. \\ & \left. \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_c}{\partial \dot{\boldsymbol{\Omega}}_c} \ddot{\boldsymbol{\Omega}}_c - \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_c}{\partial S_s} \dot{S}_s \right) = \\ & -\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \boldsymbol{\epsilon} + M(\boldsymbol{\Omega}_c, \hat{\mathbf{W}}_s, \dot{\boldsymbol{\Omega}}_c, \ddot{\boldsymbol{\Omega}}_c, S_s) = \\ & -\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \boldsymbol{\epsilon} + M(\cdot) \end{aligned} \quad (27)$$

式中: $M(\cdot)$ 为紧集 Π_0 与紧集 $\Pi_1:(\hat{W}_s, S_s)$ 上光滑函数向量,则 $M(\cdot)$ 在集合 $\Pi_0 \times \Pi_1$ 存在上界 \bar{M} 。同时由式(27)可得

$$\dot{\epsilon} \leq -\Gamma^{-1}\epsilon + \bar{M} \quad (28)$$

为证明姿态角回路控制律的有效性,选取 Lyapunov 函数为

$$V_{cs} = \frac{1}{2}S_s^T S_s + \frac{1}{2}\epsilon^T \epsilon \quad (29)$$

对 V_{cs} 求导,同时根据引理 2,可得 $-S_s^T \varphi_s \text{Tanh}(S_s/b) \leq -\varphi_s \|S_s\| + 3\varphi_s \zeta b$,进一步将式(24,28)代入式(29)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{cs} &\leq -S_s^T C_s \tilde{W}_s^T \Phi_s(Z) - S_s^T C_s \tilde{D}_s(t) - S_s^T k_s S_s - \\ &\varphi_s \|S_s\| + 3\varphi_s \zeta b - \epsilon^T \Gamma^{-1} \epsilon + \frac{1}{2}\epsilon^T \epsilon + \frac{1}{2}\bar{M}^2 \leq \\ &-S_s^T \left(k_s - \frac{1}{2}I_3\right) S_s + \frac{1}{2}\|C_s\|^2 \|\tilde{D}_s(t)\|^2 + 3\varphi_s \zeta b - \\ &S_s^T C_s \tilde{W}_s^T \Phi_s(Z) - \left(\lambda_{\max} \Gamma^{-1} - \frac{1}{2}\right) \epsilon^T \epsilon + \frac{1}{2}\bar{M}^2 \end{aligned} \quad (30)$$

为了估计最优权值,设计神经网络权值估计的自适应律为如下形式

$$\dot{\hat{W}}_s = \Lambda_s [\Phi_s(Z) S_s^T C_s - \sigma_s \hat{W}_s] \quad (31)$$

式中: $\Lambda_s = \Lambda_s^T > 0, \sigma_s > 0$ 为设计参数。

3.2 姿态角速率回路控制器设计

与姿态角跟踪控制器设计类似,设计姿态角速率回路二阶非线性干扰观测器为

$$\begin{cases} \hat{D}_f(t) = z_{f1} + P_{f1}(\omega) \\ \dot{z}_{f1} = -L_{f1}(\omega)(f_f(\omega) + g_f(\omega)u + \\ \quad \hat{W}_f^T \Phi_f(Z) + \hat{D}_f(t)) + \hat{D}_f(t) \\ \hat{D}_f(t) = z_{f2} + P_{f2}(\omega) \\ \dot{z}_{f2} = -L_{f2}(\omega)(f_f(\omega) + g_f(\omega)u + \\ \quad \hat{W}_f^T \Phi_f(Z) + \hat{D}_f(t)) \end{cases} \quad (32)$$

式中: $\hat{D}_f(t)$ 和 $\hat{D}_f(t)$ 分别为 $D_f(t)$ 和 $\dot{D}_f(t)$ 的估计值; $z_{fi} \in \mathbb{R}^3, i=1,2; P_{fi}(\omega)$ 和 $L_{fi}(\omega)$ 的定义参考式(11)。

定义 $\tilde{D}_f(t) = \hat{D}_f(t) - D_f(t), \tilde{\dot{D}}_f(t) = \hat{\dot{D}}_f(t) - \dot{D}_f(t)$ 和 $\tilde{W}_f = \hat{W}_f - W_f^*$,则有

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{D}}_f(t) &= -L_{f1}(\omega) \tilde{D}_f(t) + \tilde{\dot{D}}_f(t) - \\ &L_{f1}(\omega) \tilde{W}_f^T \Phi_f(Z) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\dot{D}}}_f(t) &= -L_{f2}(\omega) \tilde{\dot{D}}_f(t) - \ddot{D}_f(t) - \\ &L_{f2}(\omega) \tilde{W}_f^T \Phi_f(Z) \end{aligned} \quad (34)$$

定义 $\tilde{d}_f(t) = [\tilde{D}_f(t), \tilde{\dot{D}}_f(t)]^T$,则有

$$\dot{\tilde{d}}_f(t) = A_f \tilde{d}_f(t) - B_f \ddot{D}_f(t) - Q_f \tilde{W}_f^T \Phi_f(Z) \quad (35)$$

$$\text{式中: } A_f = \begin{bmatrix} -L_{f1}(\omega) & I_3 \\ -L_{f2}(\omega) & 0_3 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} 0_3 \\ I_3 \end{bmatrix}, Q_f = \begin{bmatrix} L_{f1}(\omega) \\ L_{f2}(\omega) \end{bmatrix}^T$$

同上,针对矩阵 A_f ,若给定矩阵 $P_f = P_f^T > 0$,则存在一个正定矩阵 $R_f = R_f^T > 0$,使式(36)成立。

$$A_f^T P_f + P_f A_f \leq -R_f \quad (36)$$

为了分析干扰估计误差 $\tilde{d}_f(t) = [\tilde{D}_f(t), \tilde{\dot{D}}_f(t)]^T$ 的稳定性,选取如下 Lyapunov 函数

$$V_{of} = \tilde{d}_f^T(t) P_f \tilde{d}_f(t) \quad (37)$$

对 V_{of} 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{of} &\leq -\tilde{d}_f^T(t) \left(R_f - (1 + \kappa_f \tau_f^2) \|P_f\|^2 I_6 \right) \tilde{d}_f(t) + \\ &\bar{\psi}_f^2 + \frac{1}{\kappa_f} \|Q_f\|^2 \|\tilde{W}_f\|^2 \end{aligned} \quad (38)$$

式中 $\bar{\psi}_f = \|B_f\| \psi_{fo}$ 。则有 $\|\Phi_f(Z)\| \leq \tau_f, \kappa_f > 0$ 为设计参数。

在上述设计的二阶非线性干扰观测器基础上,设计姿态角速率跟踪控制器。定义受约束安全姿态角速率 ω 的跟踪误差 $\omega_e = \omega - \omega_{cy}$,则有

$$\dot{\omega}_e = f_f(\omega) + g_f(\omega)u + W_f^{*T} \Phi_f(Z) + D_f(t) - \dot{\omega}_{cy} \quad (39)$$

滑模面 S_f 设计为: $S_f = C_f \omega_e = [S_{f1}, S_{f2}, S_{f3}]^T$,其中 C_f 设计要求同 C_s 。

由于姿态角速率在机动过程中变化速率快,所以在指数趋近律中引入幂次项 $\|S_f\|^a$ 以提高收敛速度,同时采用带边界层的饱和函数 $\text{Sat}(\cdot)$ 代替符号函数,以获得更好的抗抖振性能^[23],从而设计受约束姿态角速率回路滑模控制律 u 为

$$\begin{cases} u = -(C_f g_f(\omega))^{-1} v_f \\ v_f = C_f f_f(\omega) + C_f \hat{W}_f^T \Phi_f(Z) + C_f \hat{D}_f(t) - \\ \quad C_f \dot{\omega}_{cy} + k_f S_f + \varphi_f \|S_f\|^a \text{Sat}(S_f) \end{cases} \quad (40)$$

式中: $k_f > 0, \varphi_f > 0$ 和 $0 < a < 1$ 为设计参数, $\text{Sat}(S_f) = [\text{Sat}(S_{f1}), \text{Sat}(S_{f2}), \text{Sat}(S_{f3})]^T$,且带边界层的饱和函数 $\text{Sat}(\cdot)$ 的定义如下所示

$$\text{Sat}(S_{fi}) = \begin{cases} S_{fi}/\Delta & |S_{fi}| \leq \Delta \\ \text{sgn}(S_{fi}) & |S_{fi}| > \Delta \end{cases} \quad i=1,2,3 \quad (41)$$

式中: $\Delta > 0$ 为边界层厚度; $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数,定义如下

$$\operatorname{sgn}(S_{\beta_i}) = \begin{cases} 1 & S_{\beta_i} > 0 \\ 0 & S_{\beta_i} = 0 \\ -1 & S_{\beta_i} < 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, 3 \quad (42)$$

为证明姿态角速率回路控制律的有效性,选取 Lyapunov 函数为

$$V_{cf} = \frac{1}{2} S_f^T S_f \quad (43)$$

对 V_{cf} 求导,并将式(40)代入式(43)得

(1) 当所有 $|S_{\beta_i}| > \Delta$ 时, $\operatorname{Sat}(S_{\beta_i}) = \operatorname{sgn}(S_{\beta_i})$, $i = 1, 2, 3$, 且有 $S_f^T \operatorname{sgn}(S_f) = \sum_i |S_{\beta_i}| \geq \|S_f\|$, 其中

$\operatorname{sgn}(S_f) = [\operatorname{sgn}(S_{\beta_1}), \operatorname{sgn}(S_{\beta_2}), \operatorname{sgn}(S_{\beta_3})]^T$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{cf} = & -S_f^T C_f \widetilde{W}_f^T \Phi_f(Z) - S_f^T C_f \widetilde{D}_f(t) - S_f^T k_f S_f - \\ & \varphi_f \|S_f\|^a \sum_i |S_{\beta_i}| - S_f^T C_f \Gamma^{-1} \epsilon + S_f^T C_f M(\cdot) \leq \\ & -S_f^T C_f \widetilde{W}_f^T \Phi_f(Z) + \frac{1}{2} \|C_f\|^2 \|\widetilde{D}_f(t)\|^2 - \\ & S_f^T \left(k_f - \frac{3}{2} I_3\right) S_f + \frac{1}{2} \|C_f \Gamma^{-1}\|^2 \epsilon^2 + \frac{1}{2} \|C_f\|^2 \bar{M}^2 \end{aligned} \quad (44)$$

(2) 当所有 $|S_{\beta_i}| \leq \Delta$ 时, $\operatorname{Sat}(S_{\beta_i}) = S_{\beta_i}/\Delta$, $i = 1, 2, 3$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{cf} \leq & -S_f^T C_f \widetilde{W}_f^T \Phi_f(Z) - S_f^T C_f \widetilde{D}_f(t) - S_f^T k_f S_f - \\ & \|S_f\|^{a+2} \varphi_f / \Delta - S_f^T C_f \Gamma^{-1} \epsilon + S_f^T C_f M(\cdot) \leq \\ & -S_f^T C_f \widetilde{W}_f^T \Phi_f(Z) + \frac{1}{2} \|C_f\|^2 \|\widetilde{D}_f(t)\|^2 - \\ & S_f^T \left(k_f - \frac{3}{2} I_3\right) S_f + \frac{1}{2} \|C_f \Gamma^{-1}\|^2 \epsilon^2 + \frac{1}{2} \|C_f\|^2 \bar{M}^2 \end{aligned} \quad (45)$$

(3) 当 S_{β_i} 为任意项时, 设 $S_{\beta_i}^u = \{|S_{\beta_i}| > \Delta, i = 1, 2, 3\}$, $S_{\beta_i}^l = \{|S_{\beta_i}| \leq \Delta, i = 1, 2, 3\}$, 则有 $S_{\beta_i} = r S_{\beta_i}^u + (1-r) S_{\beta_i}^l$, 其中 $r = \operatorname{diag}\{r_1, r_2, r_3\}$ 且 $0 \leq r_i \leq 1, i = 1, 2, 3$, 即有

$$\operatorname{Sat}(S_{\beta_i}) = r \operatorname{sgn}(S_{\beta_i}) + (1-r) S_{\beta_i} / \Delta \quad (46)$$

此时,结合式(41~43),有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{cf} = & S_f^T \left(-C_f \widetilde{W}_f^T \Phi_f(Z) - C_f \widetilde{D}_f(t) - k_f S_f\right) + \\ & S_f^T \left(-\varphi_f \|S_f\|^a (r \operatorname{sgn}(S_f) + (1-r) S_f / \Delta)\right) - \\ & S_f^T C_f \Gamma^{-1} \epsilon + S_f^T C_f M(\cdot) \leq \\ & -S_f^T C_f \widetilde{W}_f^T \Phi_f(Z) - S_f^T C_f \widetilde{D}_f(t) - S_f^T k_f S_f - \\ & r \|S_f\| \varphi_f - (1-r) \|S_f\| \varphi_f - S_f^T C_f \Gamma^{-1} \epsilon + \\ & S_f^T C_f M(\cdot) \leq -S_f^T C_f \widetilde{W}_f^T \Phi_f(Z) + \\ & \frac{1}{2} \|C_f\|^2 \|\widetilde{D}_f(t)\|^2 - S_f^T \left(k_f - \frac{3}{2} I_3\right) S_f + \\ & \frac{1}{2} \|C_f \Gamma^{-1}\|^2 \epsilon^2 + \frac{1}{2} \|C_f\|^2 \bar{M}^2 \end{aligned} \quad (47)$$

综合以上3种情况,有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{cf} \leq & -S_f^T C_f \widetilde{W}_f^T \Phi_f(Z) + \frac{1}{2} \|C_f\|^2 \|\widetilde{D}_f(t)\|^2 - \\ & S_f^T \left(k_f - \frac{3}{2} I_3\right) S_f + \frac{1}{2} \|C_f \Gamma^{-1}\|^2 \epsilon^2 + \frac{1}{2} \|C_f\|^2 \bar{M}^2. \end{aligned}$$

为了估计最优权值,设计神经网络权值估计的自适应律为如下形式

$$\dot{\hat{W}}_f = \Lambda_f (\Phi_f(Z) S_f^T C_f - \sigma_f \hat{W}_f) \quad (48)$$

式中: $\Lambda_f = \Lambda_f^T > 0, \sigma_f > 0$ 为设计参数。

3.3 稳定性证明

上述基于 RBFNN 和二阶干扰观测器的自适应滑模姿态控制器可以归纳为如下定理1。

定理1 针对无人机绕速度矢量轴滚转机动边界保护控制系统,在式(10)成立的条件下,如果二阶干扰观测器的形式设计为式(11,32),神经网络权值估计自适应律设计为式(31,48),则在所设计的姿态角控制律式(24)和受约束安全姿态角速率控制律式(40)的作用下,无人机姿态系统式(9)的跟踪误差是有界收敛的,并且闭环系统的所有信号是一致有界的。

为证明定理1,选取闭环系统 Lyapunov 函数为

$$V = V_{os} + V_{of} + V_{cs} + V_{cf} + \frac{1}{2} \operatorname{tr}(\widetilde{W}_s^T \Lambda_s^{-1} \widetilde{W}_s) + \frac{1}{2} \operatorname{tr}(\widetilde{W}_f^T \Lambda_f^{-1} \widetilde{W}_f) \quad (49)$$

对 V 求导,并将式(31,48)代入式(49)得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\widetilde{d}_s^T(t) \left(R_s - (1 + \kappa_s \tau_s^2) \|P_s\|^2 I_6 - \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \|C_s\|^2 N_s\right) \widetilde{d}_s(t) - \widetilde{d}_f^T(t) \left(R_f - (1 + \right. \\ & \left. \kappa_f \tau_f^2) \|P_f\|^2 I_6 - \frac{1}{2} \|C_f\|^2 N_f\right) \widetilde{d}_f(t) + \bar{\psi}_s^2 + \\ & \frac{1}{\kappa_s} \|Q_s\|^2 \|\widetilde{W}_s\|^2 + \bar{\psi}_f^2 + \frac{1}{\kappa_f} \|Q_f\|^2 \|\widetilde{W}_f\|^2 - \\ & S_s^T \left(k_s - \frac{1}{2} I_3\right) S_s + 3\varphi_s S_b + \frac{1}{2} (\|C_f\|^2 + 1) \bar{M}^2 - \\ & \left(\lambda_{\max}(\Gamma^{-1}) - \frac{1}{2} \|C_f \Gamma^{-1}\|^2 - \frac{1}{2}\right) \epsilon^T \epsilon - \\ & S_f^T \left(k_f - \frac{3}{2} I_3\right) S_f - \sigma_s \operatorname{tr}(\widetilde{W}_s^T \hat{W}_s) - \sigma_f \operatorname{tr}(\widetilde{W}_f^T \hat{W}_f) \end{aligned} \quad (50)$$

式中 $N_s = N_f = \begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & 0_3 \end{bmatrix}$ 。此外,有如下不等式成立

$$\begin{cases} 2\operatorname{tr}(\widetilde{W}_s^T \hat{W}_s) = \|\widetilde{W}_s\|^2 + \|\hat{W}_s\|^2 - \|W_s^*\|^2 \geq \\ \quad \|\widetilde{W}_s\|^2 - \|W_s^*\|^2 \\ 2\operatorname{tr}(\widetilde{W}_f^T \hat{W}_f) = \|\widetilde{W}_f\|^2 + \|\hat{W}_f\|^2 - \|W_f^*\|^2 \geq \\ \quad \|\widetilde{W}_f\|^2 - \|W_f^*\|^2 \end{cases} \quad (51)$$

将式(51)代入式(50)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\tilde{d}_s^T(t) \left(R_s - (1 + \kappa_s \tau_s^2) \|P_s\|^2 I_6 - \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \|C_s\|^2 N_s \right) \tilde{d}_s(t) - \tilde{d}_f^T(t) \left(R_f - (1 + \right. \\ & \left. \kappa_f \tau_f^2) \|P_f\|^2 I_6 - \frac{1}{2} \|C_f\|^2 N_f \right) \tilde{d}_f(t) + \bar{\psi}_s^2 + \\ & \bar{\psi}_f^2 - S_s^T \left(k_s - \frac{1}{2} I_3 \right) S_s + 3\varphi_s \zeta b - \\ & \left(\lambda_{\max}(\Gamma^{-1}) - \frac{1}{2} \|C_f \Gamma^{-1}\|^2 - \frac{1}{2} \right) \epsilon^T \epsilon + \\ & \frac{1}{2} \left(\|C_f\|^2 + 1 \right) \bar{M}^2 - S_f^T \left(k_f - \frac{3}{2} I_3 \right) S_f + \\ & \frac{\sigma_s}{2} \|W_s^*\|^2 + \frac{\sigma_f}{2} \|W_f^*\|^2 - \left(\frac{\sigma_s}{2} - \right. \\ & \left. \frac{1}{\kappa_s} \|Q_s\|^2 \right) \|\bar{W}_s\|^2 - \left(\frac{\sigma_f}{2} - \frac{1}{\kappa_f} \|Q_f\|^2 \right) \|\bar{W}_f\|^2 \leq \\ & -\lambda V + \psi \end{aligned} \quad (52)$$

式中

$$\lambda = \min \left\{ \begin{aligned} & \lambda_{\min} \left(R_s - (1 + \kappa_s \tau_s^2) \|P_s\|^2 I_6 - \frac{1}{2} \|C_s\|^2 N_s \right), \\ & \lambda_{\min} \left(R_f - (1 + \kappa_f \tau_f^2) \|P_f\|^2 I_6 - \frac{1}{2} \|C_f\|^2 N_f \right), \\ & \lambda_{\min} \left(k_s - \frac{1}{2} I_3 \right), \lambda_{\min} \left(k_f - \frac{3}{2} I_3 \right), \\ & \lambda_{\max}(\Gamma^{-1}) - \frac{1}{2} \|C_f \Gamma^{-1}\|^2 - \frac{1}{2}, \\ & \frac{2 \left(\frac{\sigma_s}{2} - \frac{1}{\kappa_s} \|Q_s\|^2 \right)}{\lambda_{\max}(\Lambda_s^{-1})}, \frac{2 \left(\frac{\sigma_f}{2} - \frac{1}{\kappa_f} \|Q_f\|^2 \right)}{\lambda_{\max}(\Lambda_f^{-1})} \end{aligned} \right\}$$

$$\psi = \bar{\psi}_s^2 + \bar{\psi}_f^2 + 3\varphi_s \zeta b + \frac{1}{2} \left(\|C_f\|^2 + 1 \right) \bar{M}^2 +$$

$$\frac{\sigma_s}{2} \|W_s^*\|^2 + \frac{\sigma_f}{2} \|W_f^*\|^2$$

根据式(52),由引理1可知,闭环系统所有信号是一致有界的,即上述定理1成立。

4 仿真结果

4.1 边界解算仿真对比

为了说明改进可达平衡集方法进行边界解算的快速性与准确性,本文给出 p_s 的一类非在线边界解算结果,并对比传统可达平衡集。首先给定迎角的变化范围为 $\alpha \in [0^\circ, 90^\circ]$,绕速度矢量轴滚转角速度的变化范围为 $p_s \in [-180^\circ/\text{s}, 180^\circ/\text{s}]$,同时给定初始条件为 $H = 3000 \text{ m}, V = 100 \text{ m/s}, \beta = 0^\circ, \mu = 0^\circ$ 。

本文通过构建 α 与 p_s 的二维坐标图表示所解

算的安全边界,两种方法的边界解算结果如图3、4所示。图3中的蓝色区域为对应无人机状态的安全飞行区域,蓝色区域的外围轮廓为安全边界;图4蓝色右轮廓为安全上边界,红色左轮廓为安全下边界,两者之间的区域为安全飞行区域。对比解算结果图3、4可知,改进可达平衡集可以准确求得可达平衡集的轮廓,即安全边界。同时由两种方法的耗时对比表1可知,改进可达平衡集解算点数更少,且解算时间更少。

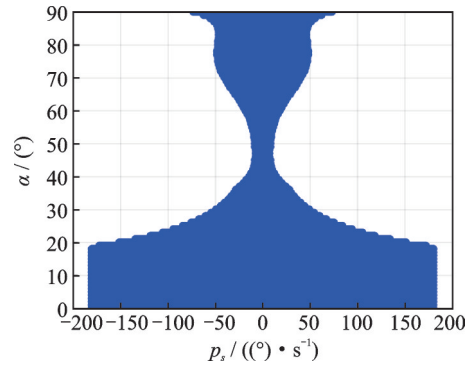


图3 传统可达平衡集解算结果

Fig.3 Result of traditional attainable equilibrium set

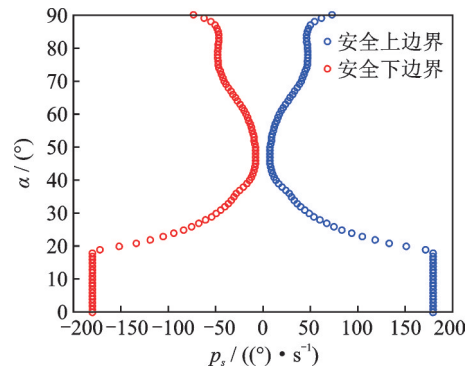


图4 改进可达平衡集解算结果

Fig.4 Result of improved attainable equilibrium set

表1 耗时对比

Table 1 Time consumption comparison

类型	传统	改进
总耗时/s	206.227	12.272
牛顿迭代求解耗时/s	168.645	11.394
解算状态点数/个	32 851	2 486

4.2 边界保护控制系统仿真验证

给定绕速度矢量轴滚转机动仿真初始条件为:高度 $H_0 = 3000 \text{ m}$,速度 $V_0 = 100 \text{ m/s}$;初始姿态角为 $\alpha_0 = 60^\circ, \beta_0 = 0^\circ, \mu_0 = 0^\circ$;初始姿态角速率为 $p_0 = q_0 = r_0 = 0^\circ/\text{s}$;参考输入信号为迎角 $\alpha_c = 60^\circ$,侧滑角 $\beta_c = 0^\circ$,绕速度矢量轴滚转角 μ_c ^[5]。

仿真时,在无人机姿态模型中加入参数不确定性和外部数值干扰,其中气动系数不确定性为 $\pm 20\%$,姿态角回路和姿态角速率回路干扰为

$$\begin{cases} \mathbf{d}_s(t) = [0.1\sin(0.5t) \ 0.1\cos(0.3t) \ 0.1\sin(0.4t)]^T \\ \mathbf{d}_f(t) = [0.2\sin(5t) \ 0.2\cos(3t) \ 0.2\sin(4t)]^T \end{cases} \quad (53)$$

姿态角回路干扰观测器设计参数为: $p_{s1}(\boldsymbol{\Omega}) = p_{s2}(\boldsymbol{\Omega}) = 3[\alpha, \beta, \mu]^T$ 和 $L_{s1}(\boldsymbol{\Omega}) = L_{s2}(\boldsymbol{\Omega}) = 3\mathbf{I}_3$ 。

姿态角速率回路干扰观测器设计参数为: $p_{f1}(\boldsymbol{\omega}) = p_{f2}(\boldsymbol{\omega}) = 3[p, q, r]^T$ 和 $L_{f1}(\boldsymbol{\omega}) = L_{f2}(\boldsymbol{\omega}) = 3\mathbf{I}_3$ 。

控制器参数的选择为: $b = 0.4$; $\Delta = 0.05$; $C_s = C_f = [4, 3, 2; 1, 4, 2; 2, 3, 4]$; $a = 0.9$; $\varphi_s = \varphi_f = 0.5$; $k_s = \text{diag}\{4, 4, 4\}$; $k_f = \text{diag}\{8, 8, 8\}$; $\kappa_s = \kappa_f = 10$; $\mathbf{A}_s = \mathbf{A}_f = \text{diag}\{5, 5, 5\}$; $\sigma_s = \sigma_f = 0.5$; 滤波器时间常数为 $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}\{0.08, 0.08, 0.08\}$ 。则仿真结果如图5~7所示。

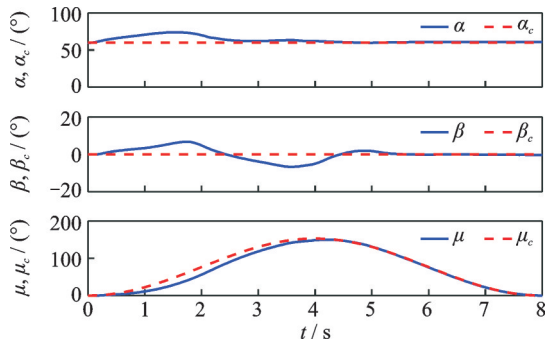


图5 姿态角跟踪曲线

Fig.5 Attitude angle tracking curves

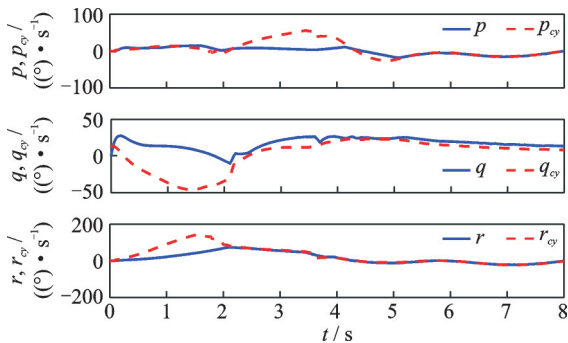


图6 姿态角速率跟踪曲线

Fig.6 Attitude angle rate tracking curves

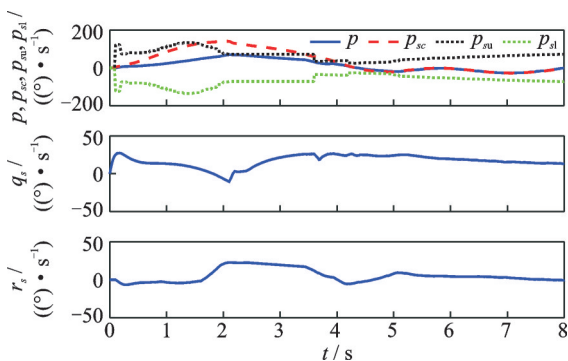


图7 绕速度矢量轴姿态角速率曲线

Fig.7 Attitude angle rate tracking curves around velocity vector axis

由仿真曲线图5、6可知,所设计的自适应滑模姿态控制器可以使无人机有效跟踪期望姿态角指令 $[\alpha, \beta, \mu]^T$ 及受约束后的姿态角速率指令 $[p_{sc}, q_{sc}, r_{sc}]^T$ 。由仿真曲线图7可知,当绕速度矢量轴滚转角速度的期望指令 p_{sc} 超出在线解算的上边界 p_{su} 或下边界 p_{sl} 时,指令约束器就会将其约束在边界范围内,既保证了机动的安全性,又不损失机动性能。绕速度矢量轴滚角速度 p 在整个机动过程中没有越界,因此所设计的边界保护控制方法是有效的。

5 结 论

本文针对无人机绕速度矢量轴滚转机动边界保护控制系统,首先研究了基于二分法思想的改进可达平衡集确定安全边界算法,加快了在线解算边界的速度,同时引入指令约束方法实现了对期望指令的约束。其次,设计了基于RBFNN和二阶非线性干扰观测器的滑模控制器,实现了外部扰动和系统不确定性综合作用下的大机动无人机姿态系统的指令跟踪控制。通过选取闭环系统Lyapunov函数,证明了所设计控制系统的稳定性。最后,通过数字仿真验证了所设计边界保护控制方法的有效性。

参考文献:

- [1] 车竞,何开锋,钱炜祺.制空型无人机的关键技术、气动布局及特性[J].空气动力学学报,2017,35(1):13-19.
CHE Jing, HE Kaifeng, QIAN Weiqi. Key technique and aerodynamic configuration characteristic of UCAV with command of the air[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2017, 35(1): 13-19.
- [2] 徐啟云,王洁,郝文渊,等.国外无人战斗机发展历程和趋势[J].飞航导弹,2016,375(3):28-32.
XU Qiyun, WANG Jie, HAO Wenyuan, et al. Development history and trend of foreign UCAV[J]. Aerodynamic Missile Journal, 2016, 375(3): 28-32.
- [3] 李炳乾,董文瀚,马小山.基于滑模观测器的无人推力矢量飞机反步容错控制[J].西北工业大学学报,2018,36(5):978-987.
LI Bingqian, DONG Wenhan, MA Xiaoshan. Back-stepping fault-tolerant control for unmanned thrust-vectoring aircraft based on sliding-mode observer[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2018, 36(5): 978-987.
- [4] 汤伟,黄勇,傅瀚.推力矢量对飞机大迎角动态气动特性的影响[J].航空学报,2018,39(4):88-94.
TANG Wei, HUANG Yong, FU Hao. Effect of thrust vector on dynamic aerodynamic characteristics of aircraft at high angle of attack[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(4): 88-94.

- [5] 雍可南. 歼击机过失速机动边界判定与保护控制[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.
YONG Kenan. Envelope predicating and protecting for the post-stall maneuver of fighters[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2015.
- [6] 季雨璇, 朱玉莲, 文梁栋. 基于可达平衡集分析战斗机大迎角机动性能[J]. 电光与控制, 2020, 27(8): 80-83.
JI Yuxuan, ZHU Yulian, WEN Liangdong. Analysis of fighter maneuverability at high angle-of-attack based on attainable equilibrium sets[J]. Electronics Optics & Control, 2020, 27(8): 80-83.
- [7] 叶辉. 推力矢量飞机过失速机动的鲁棒控制与边界保护[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016.
YE Hui. Robust control and envelope protection for post-stall maneuver of TVC aircraft[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016.
- [8] 于媛媛. 先进歼击机超机动危险状态边界判定与保护控制[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2014.
YU Yuanyuan. Predicating and protecting control of the dangerous state envelope for super maneuver flight motion of advance fighters[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014.
- [9] 吴大伟. 大迎角过失速机动危险状态分析与鲁棒自适应控制[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2019.
WU Dawei. Analysis and robust adaptive control of dangerous state in post-stall maneuver at high angle of attack[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2019.
- [10] 万航, 徐胜利, 张庆振, 等. 基于动态逆的空天变体飞行器姿态控制[J]. 空天防御, 2019, 2(4): 25-31.
WAN Hang, XU Shengli, ZHANG Qingzhen, et al. Dynamic inversion-based attitude control of aerospace morphing vehicle[J]. Air and Space Defense, 2019, 2(4): 25-31.
- [11] 于媛媛, 吴庆宪, 姜长生. 基于幂次趋近律的单向辅助面滑模控制[J]. 电光与控制, 2014, 21(4): 29-33.
YU Yuanyuan, WU Qingxian, JIANG Changsheng. Sliding mode control with unidirectional auxiliary surfaces based on power reaching law[J]. Electronics Optics & Control, 2014, 21(4): 29-33.
- [12] 熊英, 陈谋, 吴庆宪, 等. 基于干扰观测器的变后掠翼近空间飞行器鲁棒跟踪控制[J]. 中国科学: 信息科学, 2019, 49(5): 83-96.
XIONG Ying, CHEN Mou, WU Qingxian, et al. Robust tracking control of variable swept-wing near space vehicle based on disturbance observers[J]. Scientia Sinica Informationis, 2019, 49(5): 83-96.
- [13] 顾攀飞, 齐瑞云, 郭小平. 高超声速飞行器再入自适应容错制导控制一体化设计[J]. 南京航空航天大学学报, 2018, 50(6): 763-775.
GU Panfei, QI Ruiyun, GUO Xiaoping. Integrated design of reentry adaptive fault-tolerance guidance and control for hypersonic vehicle[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2018, 50(6): 763-775.
- [14] CAO T, GONG H, HAN B. Sliding mode fault tolerant attitude control scheme for spacecraft with actuator faults[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 36(1): 119-127.
- [15] CHEN M, SHI P, LIM C C. Adaptive neural fault-tolerant control of a 3-DOF model helicopter system[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2016, 46(2): 260-270.
- [16] ZHANG Z, WANG F, GUO Y, et al. Multivariable sliding mode backstepping controller design for quadrotor UAV based on disturbance observer[J]. Science China Information Sciences, 2018, 61(11): 155-170.
- [17] 高慧琴, 高正红. 典型过失速机动运动规律建模研究[J]. 飞行力学, 2009, 27(4): 9-13.
GAO Huiqing, GAO Zhenghong. Motion modeling of typical post stall maneuvers[J]. Flight Dynamics, 2009, 27(4): 9-13.
- [18] CHEN M, REN Y, LIU J. Antidisturbance control for a suspension cable system of helicopter subject to input nonlinearities[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2017, 48(12): 9-13.
- [19] LI F, HU J B. Dynamic surface control with nonlinear disturbance observer for uncertain flight dynamic system[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 32(4): 469-476.
- [20] CHEN M. Disturbance attenuation tracking control for wheeled mobile robots with skidding and slipping[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(4): 3359-3368.
- [21] 宫庆坤. 歼击机超机动飞行临界失控状态判定与控制[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2014.
GONG Qingkun. The determine of loss of control and envelope protection for supper-maneuverable fighters[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014.
- [22] 于靖, 陈谋, 姜长生. 基于干扰观测器的非线性不确定系统自适应滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(8): 993-999.
YU Jing, CHEN Mou, JIANG Changsheng. Adaptive sliding mode control for nonlinear un-certain systems based on disturbance observer[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(8): 993-999.
- [23] 李蒙蒙, 叶洪涛, 罗文广. 带饱和函数的幂次新型滑模趋近律设计与分析[J]. 计算机应用研究, 2019, 36(5): 1400-1402, 1414.
LI Mengmeng, YE Hongtao, LUO Wenguang. Novel power reaching law with saturation function of sliding mode control design and analysis[J]. Application Research of Computers, 2019, 36(5): 1400-1402, 1414.