

DOI:10.16356/j.1005-2615.2021.06.006

## 稀缺国际客运航权资源优化配置

赵俊, 刘志硕, 李秋雨, 陈旭梅

(北京交通大学交通运输学院, 北京 100044)

**摘要:** 为了合理配置国际航权资源, 避免稀缺客运航权资源的恶性争夺, 首次提出了国际客运航权资源优化配置问题, 并构建了一个混合整数规划模型。该模型在旅客始发地-终到地(Origin-destination, OD)分布已知的基础上, 针对两国多通航点的国际航权资源分配需求, 以旅客出行总里程最小为目标, 并综合考虑国际枢纽机场地位、航空公司的竞争力水平和市场份额。以国际航权资源、航空公司运营能力和航班客座率等为约束条件, 将稀缺的航权资源合理分配给国内的航空公司和国际机场。然后设计了遗传算法求解该问题, 并分别采用 CPLEX 和遗传算法进行算例实验, 验证了模型的正确性和算法的有效性。最后针对中法两国间的航权资源分配进行了实际应用。

**关键词:** 民航运输; 混合整数规划模型; 稀缺国际航权; 资源配置; 遗传算法

**中图分类号:** U8      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-2615(2021)06-0872-09

## Optimal Allocation of Scarce Passenger Air Traffic Right Resources

ZHAO Jun, LIU Zhishuo, LI Qiuyu, CHEN Xumei

(School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** To rationally allocate air traffic rights (ATR) and avoid vicious competition of airlines for scarce passenger air traffic right resources, the air traffic right allocation problem (ATRAP) is proposed originally, and a mixed integer programming (MIP) model for this problem was established. The model aims at reasonably allocating scarce ATR resources to domestic airlines and international airports. With the known origin-destination (OD) distribution of passengers of two countries, the objective of this model is to minimize the travel mileage of passengers, and comprehensively considers the level of international hub airport, the competitiveness level of airlines and market share. Constraints include air traffic right resources, airline operating capacity, flight load, etc. Then a genetic algorithm is designed to solve the problem, and the optimization solver named CPLEX as well as the genetic algorithm is used to carry out calculation example experiments to verify the correctness of the model and the effectiveness of the algorithm. Finally, the practical application of the allocation of ATR between China and France is carried out.

**Key words:** civil aviation transportation; mixed integer programming (MIP) model; scarce air traffic rights; resource allocation; genetic algorithm

国际航权(Air traffic rights)是航空公司开展国际航空运输业务不可或缺的关键资源。然而, 航权资源的总量往往需要通过国家之间的双边或多边谈判确定。中国与欧美多数国家之间设置了航权限制, 体现在承运人数量、通航点及数量、运

力额度等方面, 航空公司往往无法不限量的获取自身发展所需的航权资源。当前, 民航局主要依据 2017 年 7 月实施的《定期国际航空运输管理规定》和 2018 年 5 月颁发的《国际航权资源配置与使用管理办法》对航空公司经营国际航线进行管

**收稿日期:** 2021-09-06; **修订日期:** 2021-11-12

**通信作者:** 刘志硕, 男, 副教授, 博士, E-mail: zhisliu@bjtu.edu.cn。

**引用格式:** 赵俊, 刘志硕, 李秋雨, 等. 稀缺国际客运航权资源优化配置[J]. 南京航空航天大学学报, 2021, 53(6): 872-880. ZHAO Jun, LIU Zhishuo, LI Qiuyu, et al. Optimal allocation of scarce passenger air traffic right resources[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 53(6): 872-880.

理<sup>[1]</sup>。其中对稀缺国际航权资源的配置主要考虑了大型网络型航空公司的打造和国际航空枢纽建设,未考虑旅客出行的便捷度和成本,尚存在配置指标权重不够客观、对区域经济发展的精准支持程度不够等问题,需要不断对现有配置办法加以研究改进。

国外航权资源配置方法中,美国运输部放松远程航线准入标准,美航、达美和美联航三大航空公司成为美国远程国际航线市场的主要承运人。这是美国1978年《航空业放松管制法》出台以来,经过几十年的市场化运营,由航空公司作为市场主体自主决策形成的结果。欧洲多国制定了航权分配规则。欧洲航权分配的考虑因素主要包括:航权分配结果是否能使旅客利益最大化、通过开辟新的航线是否能促进航线市场发展、航空公司是否能最优地应用所分配的航权、航权的分配方式能否促进航空公司之间的竞争、是否能促进区域发展等<sup>[2]</sup>。总体而言,国外的国际航权分配基本以定性分析为主,缺乏定量的客观方法研究,而且不同国家和地区受各地政策和市场环境的影响,航权分配方法有很大的不同,只能提供参考。

在学术上,目前国内外关于国际航权资源优化配置的研究很少,多是针对方便量化的航班时刻资源配置开展,如潘卫军等利用层次分析法将影响航班时刻多因素进行权重划分及航班时刻资源配置建模<sup>[3]</sup>;杨新渥等结合机场容量评估结果,以降低机场延误水平为目的开展了航班时刻资源配置模型研究与验证仿真<sup>[4]</sup>;李国政通过建立航班时刻资源配置的一般均衡模型来开展配置效率计算与分析<sup>[5]</sup>;单玉清将多属性群决策方法运用到航班时刻资源配置以提升配置效率<sup>[6]</sup>;汪梦蝶将机场容量和走廊口等资源限制因素定量化,构建了兼顾效率性和公平性的机场航班时刻配置优化模型,并建立了基于航班时刻配置优先权的改进粒子群算法<sup>[7]</sup>。上述学者在航班时刻资源配置方面的研究为稀缺航权资源的优化配置研究提供了一定建模参考。

国际航权资源配置需要解决的问题是,根据两国的航权协定,明确两国给定通航点的航线具体分配给哪个航空公司、哪个机场以及相应的航班频次。本文尝试采用运筹学的方法对该问题进行研究,首次提出国际航权资源优化配置问题(Air traffic rights allocation problem, ATRAP),建立分区条件下的航权资源优化配置问题的数学模型,并设计遗传算法求解,为国际航权资源合理分配提供方法参考和决策支持。

## 1 国际航权资源优化配置问题

在客运航权方面,中国与国外民航主管部门签订的航空运输协定主要分为3类。(1)全面航空自由化协定,不限指定承运人、航线表、运力额度,航空公司可自行安排航线航班,取得航班预先飞行计划许可后即可实际执行;(2)部分航线市场自由化协定,根据双边会谈,结合本国航空运输发展实际,双边市场尚没有条件实现全面自由化,则实施部分市场自由化的航空运输安排;(3)稀缺国际客运航权协定,这一类市场限制指定承运人数量、航线表和运力额度,就通航点而言,一般与大多数国家的协定是任意点,有一些国家是限定几个具体的航点。中国与欧美发达国家一般缔结的是第3类协定,也是本文的研究对象。对于这类协定,运力额度,特别是稀缺的运力额度是航空公司争夺的热点,所以这类协定往往划分多个区域,分别制定航权资源限制条件。比如在中国与法国之间的航权资源协定中,分为3个区域。一区为巴黎与北京、上海、广州之间;二区为巴黎与北京、上海、广州以外城市之间;三区为巴黎以外城市与中国任意城市之间。3个区域的航班数量限制分别为每周60、31、35。中方承运人数量限制为8家指定的航空公司,中国境内通航点为任意城市,而法国境内通航点为指定的12个城市。

针对占据主要市场份额的稀缺国际客运航权资源,政府需要实施公平、公正、公开的航权配置方法,将有限的航权资源发挥最大效益,本文将将其归结为ATRAP问题加以研究。

### 1.1 问题描述与基本假设

ATRAP问题描述如下。已知中国与某个外国之间所缔结的航权协定,明确了两国之间国际航权资源,包括承运人、航线表、运力额度等方面。已知从中国出发,去往该国的国际旅客的地理分布,即旅客的始发地和目的地以及数量。在考虑所申请该航权的航空公司的运营能力和竞争力,以及相应机场的中转水平基础上,将国际航班资源合理分配给各个航空公司以及机场,使得旅客总体出行里程最小。基本假设如下。

(1)已知两国之间旅客的始发地-终到地(Origin-destination, OD)分布和数量,要求所分配的航班能够满足所有旅客的出行需求。尽管从短期(如一个星期、一个月)来看,两国之间往返旅客数量可能不均衡,但从长期(如一年)来看,两国之间往返旅客数量和OD分布基本相同,而航权资源分配属于战略规划范畴,不会因为短期旅客流的变化而调整。因此在航权资源分配时,一般取旅客OD流

的长期平均数,并且往返相等。因此,本文仅考虑中国去往外国的航班。

(2) 基于双边协定的对等原则,外国航空公司的取得的运力额度资源与国内航空公司的基本相同,并由对方民航主管部门实施配置管理。因此,可假设国内外航空公司的旅客份额各占一半,从而忽略外国航空公司的市场份额。本文按照民航局管理实务,在配置中国的航权资源时,只需要分配给国内的航空公司。

(3) 各航班执飞国际航线的机型基本相似,每个航班均有旅客最大装载量的限制,并且考虑到航空公司的经济效益,设置最小装载量约束。

(4) 各航空公司所能投入的飞机、机组、海外机场地面服务保障等资源不是无限的,即能投入与该国国际航线的每周航班数量有限。

(5) 旅客从出发地至出发机场的成本(陆路或航空)、国际机票价格,以及从到达机场至该旅客的国外目的地的成本,均用里程来衡量。

(6) 国际旅客一般提前几周甚至数月订票,对出行日期不敏感,因此忽略旅客对出行时间的偏好。

1.2 符号说明

ATRAP问题的数学模型符号如表1~3所示。

表1 集合  
Table 1 Setting

| 集合         | 描述                                     |
|------------|--|
| $P$        | 旅客始发地集合, $p \in P$                     |
| $Q$        | 旅客终到地集合, $q \in Q$                     |
| $R$        | 航空公司集合, $r \in R$                      |
| $K$        | 航班集合, $k \in K$                        |
| $V_n, C_n$ | 分别表示第 $n$ 区的外国、中国机场集合,共设置 $N$ 个区域      |
| $V$        | $V = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_n$ |
| $C$        | $C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_n$ |

表2 模型参数  
Table 2 Model parameters

| 参数                       | 描述                               |
|--------------------------|----------------------------------|
| $l_{pj}/\text{km}$       | 始发地 $p$ 到中国机场 $j$ 的里程            |
| $l_{ji}/\text{km}$       | 中国机场 $j$ 到国外机场 $i$ 的里程           |
| $l_{iq}/\text{km}$       | 国外机场 $i$ 到终到地 $q$ 的里程            |
| $\alpha_j$               | 中国机场 $j$ 的中转水平                   |
| $\beta_r$                | 航空公司 $r$ 的竞争力                    |
| $\theta_{rj}$            | 航空公司 $r$ 在中国机场 $j$ 的市场份额         |
| $\rho_1, \rho_2, \rho_3$ | 机场中转水平、航空公司竞争力、航空公司市场份额的权重系数     |
| $D_r/\text{架次}$          | 航空公司 $r$ 的运营能力,即对该国航线上所能投入的最大航班量 |
| $Q_{pq}/\text{人次}$       | 始发地 $p$ 到终到地 $q$ 的旅客量            |
| $a_n/\text{架次}$          | 第 $n$ 区的航班量限制                    |
| $L^+/\text{人次}$          | 每个航班所能承载的最大旅客量限制                 |
| $L^-/\text{人次}$          | 每个航班所能承载的最小旅客量限制                 |
| $C/\text{个}$             | 航空公司数量限制                         |

表3 决策变量

Table 3 Decision variables

| 变量                    | 描述  |
|-----------------------|---|
| $W_r$                 | 是否启用航空公司 $r$ , 是取1, 否则取0  |
| $x_{jrk}$             | 航班 $k$ 是否分配给航空公司 $r$ 执飞 $j \rightarrow i$ 航线, 是取1, 否则取0             |
| $Z_{pqjrk}/\text{人次}$ | 航空公司 $r$ 承运航班 $k$ 搭载的 $p \rightarrow q$ 经由航线 $j \rightarrow i$ 的旅客量 |

1.3 模型建立

目标函数

$$\min Z = \sum_{p \in P, q \in Q} \sum_{j \in C, i \in V} \sum_{r \in R, k \in K} Z_{pqjrk} (l_{pj} + l_{ji} + l_{iq}) \times \left(\frac{1}{\alpha_j}\right)^{\rho_1} \left(\frac{1}{\beta_r}\right)^{\rho_2} \left(\frac{1}{\theta_{rj}}\right)^{\rho_3} \quad (1)$$

约束条件

$$\sum_{j \in C} \sum_{i \in V} \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} Z_{pqjrk} = Q_{pq} \quad \forall p \in P; q \in Q \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in C} \sum_{r \in R} x_{jrk} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V_n} \sum_{j \in C_n} \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} x_{jrk} \leq a_n \quad \forall n \leq N \quad (4)$$

$$W_r = \begin{cases} 1 & \sum_{j \in C} \sum_{i \in V} \sum_{k \in K} x_{jrk} > 0; \forall r \in R \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

$$\sum_{r \in R} W_r \leq N \quad (6)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in C} \sum_{k \in K} x_{jrk} \leq D_r \quad \forall r \in R \quad (7)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{q \in Q} Z_{pqjrk} \leq x_{jrk} L^+ \quad \forall j \in C; i \in V; k \in K; r \in R \quad (8)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{q \in Q} Z_{pqjrk} \geq x_{jrk} L^- \quad \forall j \in C; i \in V; k \in K; r \in R \quad (9)$$

$$x_{jrk} \in \{0, 1\} \quad (10)$$

$$Z_{pqjrk} \geq 0 \quad (11)$$

式(1)为目标函数,最小化旅客出行成本(里程),包括旅客从始发地  $p$  到中国机场  $j$ 、从中国机场  $j$  到国外机场  $i$  以及国外机场  $i$  到终到地  $q$  的里程。同时,为了促进国际机场枢纽建设、提升航空公司综合竞争力,在目标函数中引入了机场中转水平  $\alpha_j$ 、航空公司竞争力  $\beta_r$  以及航空公司在机场的市场份额  $\theta_{rj}$  3个系数,按一定比例对旅客的出行里程进行折算。式(2)确保满足旅客的出行需求。式(3)保证每个航班只被分配一次。式(4)指各个区开通的航班量须满足该区的航班量限制。式(5)表示变量间相关关系,只有航班被分配给机场的航空公司时,航空公司才会启用。式(6)表示启用的航空公司数量不得超过航权资源约束中的航空公司数量限制。式(7)表示航空公司的运营能力限制。式(8~9)表示所启用的航班必须满足载客量要求。式

(10~11)表示变量的取值范围。

## 2 混合整数规划模型解算

上述模型是一个混合整数规划模型(Mixed integer programming, MIP),当问题规模较小时,可以采用 Matlab、Gurobi、CPLEX 等数学规划求解器来求解。而当节点规模很大时,存在组合爆炸现象,可考虑设计启发式算法求解。目前性能较好的启发式算法主要有遗传算法<sup>[8-9]</sup>、蚁群算法<sup>[10]</sup>、模拟退火算法<sup>[11]</sup>、禁忌搜索算法<sup>[12]</sup>和邻域搜索算法<sup>[13]</sup>等。

考虑到遗传算法对问题没有特定限制、对搜索空间没有特殊要求,且全局寻优能力、适应性强<sup>[14]</sup>,因此本文针对问题特点,设计遗传算法(Genetic algorithm, GA)求解,算法流程图如图 1 所示。

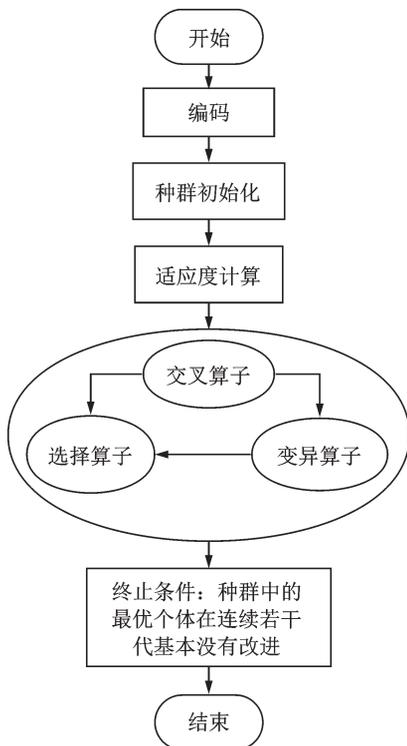


图 1 遗传算法流程图

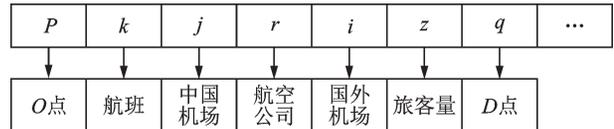
Fig.1 Flow chart of genetic algorithm

### 2.1 编码与初始种群生成

采用自然数编码,将所有 OD 旅客量分配到各中国机场经由各个航空公司飞往各国外机场的各个航班上,形成一个可行解,即为一条染色体。具体如图 2 所示,一个  $pq$  段由  $O$  点、航班号、中国机场、航空公司、国外机场、旅客量和  $D$  点组成,表述该 OD 对的旅客中有  $z$  个旅客分配给航班  $k$ ,该航班从中国机场  $j$  飞往外国机场  $i$ ,承运人为航空公司  $r$ 。一条染色体由多个这样的  $pq$  段组成。

采用贪婪算法生成初始种群,具体步骤如下。

**步骤 1**  $O$  点、航班和  $D$  点基因点位在其排列范围内随机生成一个自然数,中国机场的基因点位



注:一组  $pq$  表示一个航班, 所以一个 OD 可能有多组  $pq$ 。

图 2 编码染色体示意图

Fig.2 Schematic diagram of coding chromosomes

按照其中转水平的高低生成,航空公司的基因点位按照其竞争力的大小生成,国外机场的基因点位按照其距离  $D$  点的远近生成,旅客量基因按给定规则生成,当所有 OD 需求得到满足时,生成一条染色体。

**步骤 2** 按照问题特点对染色体内的各类基因进行调整。首先调整航班  $k$  基因以及对应载客量基因,直至满足航班载客量要求;然后调整航班  $k$  基因、中国机场  $j$  基因、国外机场  $i$  基因,直至满足分区限制;最后调整航空公司  $r$  基因以及其对应航班  $k$  基因的数量,直至满足航空公司运营能力要求。

**步骤 3** 重复上述过程,直至生成  $N$  条染色体。

### 2.2 选择

首先计算各个体相对适应度的大小,然后计算出群体中所有个体的适应度之和,最后采用轮盘赌方法,按概率选择个体。

设群体大小为  $N$ ,其中个体  $n$  的适应度值为  $f_n$ ,则  $n$  被选择的概率为

$$P_n = f_n / \sum_{n=1}^N f_n \quad (12)$$

显然  $P_n$  反映了个体  $n$  的适应度在整个群体的个体适应度总和中所占的比例。个体适应度越大,其被淘汰概率越小。个体适应度计算方式为目标函数的倒数

$$f_n = 1/Z_n \quad (13)$$

### 2.3 交叉

对交叉算子的设计 requirements 是:对任意两个个体进行交叉操作之后,得到的 2 个新个体必须是可行解,即满足模型的约束条件。

(1) 首先对种群按顺序两两配对,种群数量为奇数的,将适应度最高的个体直接复制纳入交叉配对的父代群体中;

(2) 按顺序选择一对染色体  $P_1$  和  $P_2$ ,随机生成一个  $[0,1)$  区间的随机数,若大于交叉概率,则实施交叉操作,否则,选择下一对染色体;

(3) 两个交叉点  $a, b$  选在任一个 OD 的开始和结束位置;

(4) 将  $P_1$  中的  $[a, b]$  区间的基因片段赋给  $T_2$ ,将  $P_2$  中的  $[a, b]$  区间的基因片段赋给  $T_1$ ,如图 3 所示;

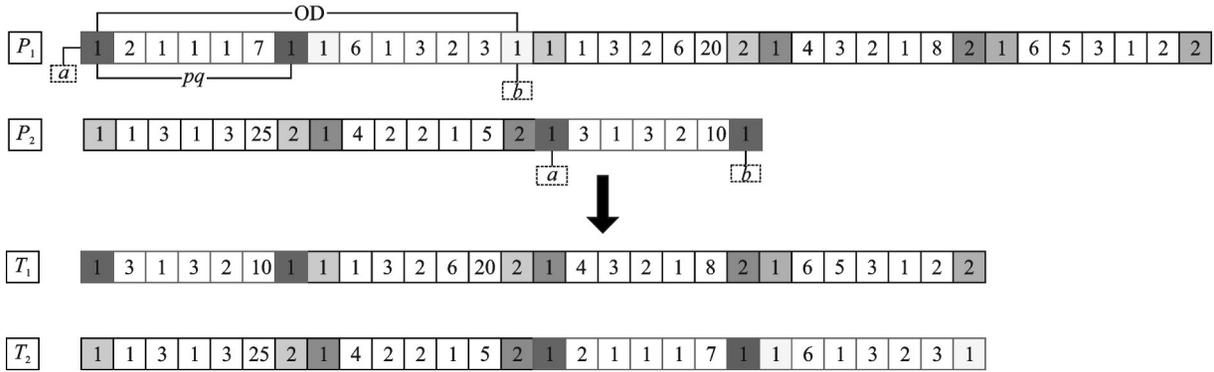


图3 交叉算子示意图

Fig.3 Schematic diagram of crossover operator

(5)依据初始解生成条件调整备选子代染色体  $T_1$ 、 $T_2$ ,直到其为可行解;

(6)返回第(2)步,直到所有配对染色体交叉完毕。

### 2.4 变异

采用染色体  $r$  基因突变的方式进行变异。

(1)从种群中顺序选择一条染色体,执行以下步骤的操作。

(2)生成一个  $[0, 1)$  的随机数,判断是否大于变异概率,需要说明的是变异概率随着进化次数有所调整,具体如式(14)所示。若是,则执行步骤(3),否则,转到步骤(1)。

$$p_b = \begin{cases} 0.05 & g \leq G/4 \\ 0.075 & G/4 < g \leq 3G/4 \\ 0.1 & 3G/4 < g \leq G \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $g$  为当前迭代次数;  $G$  为最大迭代次数。

(3)一一识别该条染色体各个配对的  $j$ 、 $r$  基因,判断与  $j$  基因对应的  $r$  基因是否为在  $j$  机场占有最大市场份额的航空公司  $r$ ,如果是,执行步骤(6),否则,执行步骤(4)。

(4)将原本的  $r$  基因突变成在  $j$  机场占有最大市场份额的航空公司  $r$  基因。

(5)依据初始解生成条件调整变异后染色体,直到其为可行解。

(6)不断执行步骤(1~5),直至所有染色体均被选择一次。

## 3 仿真实验与结果分析

### 3.1 算例制作

为了验证本文提出的模型和算法的正确性,拟根据现有稀缺客运航权双边协定的情况,抽象出一个“虚拟协定”,即:指定承运人限制为4家,航线表为中方境内4个点至对方国家境内2个点,运力额度实施分区管理,在此基础上基于国际航线实际经

营数据制作实验算例。该算例中,假设有6个旅客始发地,4个旅客终到地,各组OD的旅客需求已知,如表4所示。航空公司数量限制为4家,而申请航权的候选航空公司为6家,即  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$ 、 $R_4$ 、 $R_5$ 、 $R_6$ ;考虑中国4个国际机场,即  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  和  $C_4$ ,6家航空公司在这4个国际机场均开展了运营,各自的市场份额如表5所示。国外2个国际机场,即  $V_1$ 、 $V_2$ 。里程数据如表6所示。划分为3个区,  $C_1$ 、 $C_2$  和  $C_3$  到  $V_1$  的航线属于一区,  $C_4$  到  $V_1$  的航线属于二区,其余机场间航线属于三区。各区每周的航班数量资源限制分别为35、10、5架次。

此外,中国各国际机场的中转水平根据2019年机场实际数据通过式(15)计算得到,分别为0.09、0.1、0.1、0.02;各航空公司的竞争力分别为10、9.01、8.64、6.82、3.94、3.21,采用文献[15-16]的方法获得;权重系数  $\rho_1$ 、 $\rho_2$ 、 $\rho_3$  的确定参照《国际航权资源配置与使用管理办法》,分别取0.4、0.3、0.3;各家航空公司所能投入的运营能力(最大航班数量)分别为121、83、98、6、10、76架次;假设每个航班载客量上限为150,下限为75。

$$\text{机场中转水平} = \frac{\text{总中转量} \times 2}{\text{机场吞吐量}} \quad (15)$$

表4 OD需求  
Table 4 OD demand

| 出发地   | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| $O_1$ | 2 000 | 200   | 100   | 50    |
| $O_2$ | 3 000 | 50    | 70    | 30    |
| $O_3$ | 50    | 3     | 0     | 0     |
| $O_4$ | 100   | 2     | 3     | 0     |
| $O_5$ | 700   | 10    | 2     | 3     |
| $O_6$ | 30    | 0     | 0     | 0     |

### 3.2 结果分析

算例求解采用2种方法:(1)数学规划方法,采用Python3.7调用CPLEX优化求解器12.9.0;(2)遗传算法,采用Python3.7编程。实验环境为:

表 5 各航空公司在中国各机场的市场份额

Table 5 Market share of each airline of airports in China

| 候选公司  | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| $R_1$ | 38    | 7     | 7     | 7     |
| $R_2$ | 12    | 8     | 26    | 7     |
| $R_3$ | 14    | 47    | 8     | 25    |
| $R_4$ | 1     | 7     | 1     | 26    |
| $R_5$ | 1     | 2     | 10    | 1     |
| $R_6$ | 11    | 9     | 2     | 12    |

表 6 里程数据

Table 6 Mileage data

| 出发地   | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $O_1$ | 0     | 1 900 | 1 100 | 2 000 | —     | —     | —     | —     |
| $O_2$ | 1 000 | 1 100 | 0     | 1 200 | —     | —     | —     | —     |
| $O_3$ | 2 500 | 500   | 1 700 | 400   | —     | —     | —     | —     |
| $O_4$ | 900   | 2 500 | 1 500 | 2 600 | —     | —     | —     | —     |
| $O_5$ | 1 100 | 800   | 700   | 900   | —     | —     | —     | —     |
| $O_6$ | 1 300 | 1 700 | 1 750 | 1 800 | —     | —     | —     | —     |
| $V_1$ | 8 200 | 9 400 | 9 200 | 9 500 | 0     | 700   | 500   | 600   |
| $V_2$ | 8 300 | 9 500 | 9 300 | 9 600 | 400   | 300   | 450   | 250   |

Windows 10, CPU Intel i7-6700, 3.40 GHz, 内存 16 GB。两种方法均得到了相同的结果。具体的航权资源分配情况如图 4 所示。计算得到的目标函数约为 25 941.9 万,计算时长分别为 2.5、1.8 s。

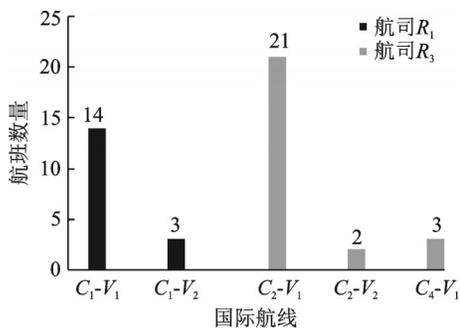


图 4 航权资源分配结果

Fig.4 Allocation results of air traffic rights

从求解结果可以看出,航权资源被分配给了 2 家航空公司  $R_1$  和  $R_3$ , 3 个国内机场  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_4$ 。其中,分配给机场  $C_1$  的航空公司  $R_1$  共 17 个航班, $C_2$  的航空公司  $R_3$  共 23 个航班, $C_4$  的航空公司  $R_3$  共 3 个航班。显然,93% 的航班分配给了机场  $C_1$  的航空公司  $R_1$  和  $C_2$  的航空公司  $R_3$ ,而机场  $C_4$  的航空公司  $R_3$  只占 7%。此分配结果的合理性分析如下。

(1) 始发地  $O_1$  旅客量较大,距离机场  $C_1$  最近,由于  $C_1$  的中转水平较高、航空公司  $R_1$  的竞争力较强,在  $C_1$  的市场份额也很高,因而  $O_1$  的旅客全部经  $C_1$  机场飞往外国,承运人均为航空公司  $R_1$ 。

(2) 始发地  $O_2$  旅客量最多,距离机场  $C_3$  最近,且  $C_3$  的中转水平很高,相较于航空公司  $R_1$  在机场  $C_1$ ,航空公司  $R_3$  在机场  $C_2$  的高市场份额,机场  $C_3$  中市场份额最高的航空公司  $R_2$  并不占优势,并且由于里程差异不明显,因而  $O_2$  的旅客经距离次近的  $C_1$  和  $C_2$  机场飞往外国,其中  $C_1$  机场的承运人为航空公司  $R_1$ , $C_2$  机场的承运人为航空公司  $R_3$ 。

(3) 竞争力最差的两家航空公司  $R_5$ 、 $R_6$  均被淘汰,未入选的航空公司  $R_2$ ,虽然竞争力水平较高,但其在各个机场的市场份额总体不高。

(4) 一区投入的航班数量为 35 个,二区 3 个,三区 5 个。中转水平较差的机场  $C_4$  可以得到航权资源的原因是,一区航班量限制导致一区无法满足所有旅客需求,在一区航班分配完毕后必须由二、三区航班资源满足剩余旅客需求。相较于三区,二区是市场需求较高区域,而机场  $C_1$  是唯一属于二区的机场。

(5) 各组 OD 的旅客需求得到满足。

总之,实验结果表明,采用本文模型和算法进行航权资源分配的结果是合理的,即在考虑旅客需求分布的同时,将航班资源分配给中转水平高的机场和竞争力强的航空公司,并在一定程度上优先分配给了市场份额较高的航空公司,比较符合实际情况。

### 3.3 灵敏度分析

通过上述实验结果分析,不难发现机场中转水平、航空公司竞争力以及航空公司在机场的市场份额对航权资源分配结果有较大影响。因此,在上述实验的基础上,本节针对模型中这 3 个参数,采用控制变量法进行灵敏度分析,结果如表 7~9 所示。分析表 7~9 可得如下结果。

(1) 从机场中转水平来看,原求解结果未将航权资源分配给  $C_3$ ,但当逐渐提高机场  $C_3$  的中转水平时(由 0.1 以步长 0.02 逐渐提升到 0.2),分配结果显著改变。当中转水平提高到 0.16 时,开始向机场  $C_3$  分配航班,且随着中转水平的提高,分配给机场  $C_3$  的航班越来越多。这表明本文所建模型倾向于将航权资源分配给中转水平高的机场,符合建设枢纽机场的要求。

(2) 从航空公司竞争力来看,原求解结果中给  $R_1$  分配了 17 个航班,而当显著降低  $R_1$  的竞争力值时(由 10 以步长 0.5 逐渐降低到 7.5),分配给航空公司  $R_1$  的航班越来越少,甚至当竞争力水平降低到 8.5 以下时, $R_1$  未被分配航班。这表明本文模型优先将航权资源分配给运营服务品质高的航空公司,以期更好满足航空旅客需求。

(3) 从航空公司在各机场的市场份额来看,原求解结果未将航权资源分配给  $C_3$  和  $R_2$ ,但当提高  $R_2$  在  $C_3$  的市场份额时(由 26% 以步长 5% 逐渐提

表7 机场中转水平灵敏度分析结果

Table 7 Sensitivity analysis result of airport transit level

| 机场中<br>转水平        | 航权资源分配结果              |        |      |    |
|-------------------|-----------------------|--------|------|----|
|                   | 经由航线                  | 经由航空公司 | 航班数量 | 区域 |
| $\alpha_3 = 0.12$ | $C_1 \rightarrow V_1$ | $R_1$  | 14   | 一区 |
|                   | $C_2 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 21   | 一区 |
|                   | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 3    | 二区 |
|                   | $C_1 \rightarrow V_2$ | $R_1$  | 3    | 三区 |
|                   | $C_2 \rightarrow V_2$ | $R_3$  | 2    | 三区 |
| $\alpha_3 = 0.14$ | $C_1 \rightarrow V_1$ | $R_1$  | 14   | 一区 |
|                   | $C_2 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 21   | 一区 |
|                   | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 3    | 二区 |
|                   | $C_1 \rightarrow V_2$ | $R_1$  | 3    | 三区 |
|                   | $C_2 \rightarrow V_2$ | $R_3$  | 2    | 三区 |
| $\alpha_3 = 0.16$ | $C_1 \rightarrow V_1$ | $R_1$  | 14   | 一区 |
|                   | $C_2 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 1    | 一区 |
|                   | $C_3 \rightarrow V_1$ | $R_2$  | 20   | 一区 |
|                   | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 3    | 二区 |
|                   | $C_1 \rightarrow V_2$ | $R_1$  | 3    | 三区 |
|                   | $C_2 \rightarrow V_2$ | $R_3$  | 1    | 三区 |
|                   | $C_3 \rightarrow V_2$ | $R_2$  | 1    | 三区 |
| $\alpha_3 = 0.18$ | $C_1 \rightarrow V_1$ | $R_1$  | 13   | 一区 |
|                   | $C_3 \rightarrow V_1$ | $R_2$  | 22   | 一区 |
|                   | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 4    | 二区 |
|                   | $C_1 \rightarrow V_2$ | $R_1$  | 2    | 三区 |
|                   | $C_3 \rightarrow V_2$ | $R_2$  | 3    | 三区 |
| $\alpha_3 = 0.2$  | $C_3 \rightarrow V_1$ | $R_2$  | 35   | 一区 |
|                   | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 3    | 二区 |
|                   | $C_3 \rightarrow V_2$ | $R_2$  | 5    | 三区 |

表8 航空公司竞争力灵敏度分析结果

Table 8 Sensitivity analysis results of airline competitiveness

| 航空公司<br>竞争力     | 航权资源分配结果              |        |      |    |
|-----------------|-----------------------|--------|------|----|
|                 | 经由航线                  | 经由航空公司 | 航班数量 | 区域 |
| $\beta_1 = 9.5$ | $C_1 \rightarrow V_1$ | $R_1$  | 13   | 一区 |
|                 | $C_2 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 22   | 一区 |
|                 | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 3    | 二区 |
|                 | $C_1 \rightarrow V_2$ | $R_1$  | 3    | 三区 |
|                 | $C_2 \rightarrow V_2$ | $R_3$  | 2    | 三区 |
| $\beta_1 = 9$   | $C_1 \rightarrow V_1$ | $R_1$  | 13   | 一区 |
|                 | $C_2 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 22   | 一区 |
|                 | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 3    | 二区 |
|                 | $C_1 \rightarrow V_2$ | $R_1$  | 3    | 三区 |
|                 | $C_2 \rightarrow V_2$ | $R_3$  | 2    | 三区 |
| $\beta_1 = 8.5$ | $C_2 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 35   | 一区 |
|                 | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 4    | 二区 |
|                 | $C_2 \rightarrow V_2$ | $R_3$  | 5    | 三区 |
| $\beta_1 = 8$   | $C_2 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 35   | 一区 |
|                 | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 3    | 二区 |
|                 | $C_2 \rightarrow V_2$ | $R_3$  | 5    | 三区 |
| $\beta_1 = 7.5$ | $C_2 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 35   | 一区 |
|                 | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 3    | 二区 |
|                 | $C_2 \rightarrow V_2$ | $R_3$  | 5    | 三区 |

表9 市场份额灵敏度分析结果

Table 9 Sensitivity analysis results of market share

| 市场份额                 | 航权资源分配结果              |        |      |    |
|----------------------|-----------------------|--------|------|----|
|                      | 经由航线                  | 经由航空公司 | 航班数量 | 区域 |
| $\theta_{23} = 0.31$ | $C_1 \rightarrow V_1$ | $R_1$  | 14   | 一区 |
|                      | $C_2 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 21   | 一区 |
|                      | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 3    | 二区 |
|                      | $C_1 \rightarrow V_2$ | $R_1$  | 3    | 三区 |
|                      | $C_2 \rightarrow V_2$ | $R_3$  | 2    | 三区 |
| $\theta_{23} = 0.36$ | $C_1 \rightarrow V_1$ | $R_1$  | 14   | 一区 |
|                      | $C_2 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 21   | 一区 |
|                      | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 4    | 二区 |
|                      | $C_1 \rightarrow V_2$ | $R_1$  | 3    | 三区 |
|                      | $C_2 \rightarrow V_2$ | $R_3$  | 2    | 三区 |
| $\theta_{23} = 0.41$ | $C_1 \rightarrow V_1$ | $R_1$  | 14   | 一区 |
|                      | $C_2 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 1    | 一区 |
|                      | $C_3 \rightarrow V_1$ | $R_2$  | 20   | 一区 |
|                      | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 3    | 二区 |
|                      | $C_1 \rightarrow V_2$ | $R_1$  | 3    | 三区 |
|                      | $C_2 \rightarrow V_2$ | $R_3$  | 2    | 三区 |
|                      | $C_3 \rightarrow V_2$ | $R_2$  | 1    | 三区 |
| $\theta_{23} = 0.46$ | $C_1 \rightarrow V_1$ | $R_1$  | 13   | 一区 |
|                      | $C_1 \rightarrow V_2$ | $R_1$  | 2    | 三区 |
|                      | $C_3 \rightarrow V_1$ | $R_2$  | 22   | 一区 |
|                      | $C_3 \rightarrow V_2$ | $R_2$  | 3    | 三区 |
|                      | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 3    | 二区 |
| $\theta_{23} = 0.51$ | $C_3 \rightarrow V_1$ | $R_2$  | 35   | 一区 |
|                      | $C_4 \rightarrow V_1$ | $R_3$  | 3    | 二区 |
|                      | $C_3 \rightarrow V_2$ | $R_2$  | 5    | 三区 |

升到51%)分配结果发生改变。当 $R_2$ 在 $C_3$ 的市场份额提高到41%时,开始向 $C_3$ 和 $R_2$ 分配航班,且随着市场份额的提高,分配给 $C_3$ 和 $R_2$ 的航班越来越多。这表明本文模型支持大型网络型航空公司的打造和国际航空枢纽建设,更符合实际情况。

(4)在所有灵敏度分析实验中,均将航权资源分配给了 $C_4$ 的 $R_3$ ,原因是一区航班量限制无法满足所有旅客的需求,在一区航班分配完毕后必须由二、三区航班资源满足剩余旅客需求。

## 4 实际应用

本节针对中法两国缔结的航权协议中的航权资源,从国际民航客运数据库IATA中统计了2019年9月1日至2019年9月7日由中国航空公司承运的从中国各省前往法国的旅客人数。基于航空公司申请情况和实际运行情况,使用本文所设计的遗传算法对中法两国的航权资源进行优化分配。

实验10次,并记录每次求解得到的目标值以及程序的运行时间。其中运行结果的最优值,即目标函数值为39 412.44万对应的分配方案如表10所示。

表 10 中法两国航权资源分配结果

Table 10 Results of allocation of ATR between China and France

| 航线         | 航空公司 | 航班数量 | 区域 |
|------------|------|------|----|
| 北京首都—巴黎戴高乐 | 国航   | 20   | 一区 |
| 北京大兴—巴黎戴高乐 | 南航   | 9    | 一区 |
| 广州白云—巴黎戴高乐 | 南航   | 7    | 一区 |
| 上海浦东—巴黎戴高乐 | 东航   | 24   | 一区 |
| 成都双流—巴黎戴高乐 | 国航   | 4    | 二区 |
| 昆明长水—巴黎戴高乐 | 东航   | 11   | 二区 |
| 西安咸阳—巴黎戴高乐 | 东航   | 5    | 二区 |
| 北京首都—尼斯    | 国航   | 2    | 三区 |
| 北京大兴—尼斯    | 南航   | 1    | 三区 |
| 上海浦东—尼斯    | 东航   | 1    | 三区 |
| 上海浦东—里昂    | 东航   | 1    | 三区 |

由表 10 可知,中法航权资源被分配给了 3 家航空公司,分别为国航、东航和南航;7 个国内机场,分别是北京首都国际机场、北京大兴国际机场、广州白云国际机场、上海浦东国际机场、成都双流国际机场、昆明长水国际机场和西安咸阳国际机场。其中分配给首都国际机场的国航共 22 个航班;大兴国际机场的南航共 10 个航班;白云国际机场的南航共 7 个航班;浦东国际机场的东航共 26 个航班;双流国际机场的国航共 4 个航班;长水国际机场的东航共 11 个航班;咸阳国际机场的东航共 5 个航班。与中法两国目前的航权资源分配情况的对比分析如表 11 所示,其中方案 1 表示通过本文方法得到的分配结果,方案 2 表示当前的分配方案。

由表 11 可以得出以下结论。

(1)从各区分分配的航班量来看,两种分配方案均用足了一区的运力额度,二区的运力额度使用了 65% 左右,三区运力额度使用了 10% 左右。相比于实际分配方案,本文提出的方法分配给二、三区的航班资源略少,可能是旅客需求和航班载客量的波动造成的。

(2)从分配给的航空公司来看,两种分配方案都将大量的航权资源分配给了国航、东航和南航。实际使用的方案中将 15% 左右的航权资源分配给了其他航空公司,比如海航、厦航和上海航空,但本文的分配方案没有将航权资源分配这些航空公司,其原因可能是这些航空公司的竞争力较弱。

(3)从分配给的机场看,两种分配方案均将 75% 左右的航权资源分配给了北上广地区的机场。此外,实际方案中航权资源的分配情况更丰富些,涉及到 9 个地区的机场。而本文的分配方法考虑到昆明长水国际机场的中转水平、航空公司竞争力与市场份额在同类型机场中优势明显,所以将更

表 11 中法航权资源分配方案对比

Table 11 Comparison of China-France ATR allocation plans

| 航权范围               | 总额度/架次 | 剩余量/架次 |      | 公司 | 航线      | 班次量/架次 |      |
|--------------------|--------|--------|------|----|---------|--------|------|
|                    |        | 方案 1   | 方案 2 |    |         | 方案 1   | 方案 2 |
| 一区:巴黎至北京/上海/广州     | 60     | 0      | 0    | 国航 | 北京首都—巴黎 | 20     | 21   |
|                    |        |        |      | 国航 | 上海浦东—巴黎 | 0      | 7    |
|                    |        |        |      | 东航 | 北京大兴—巴黎 | 0      | 7    |
|                    |        |        |      | 南航 | 北京大兴—巴黎 | 9      | 0    |
|                    |        |        |      | 东航 | 上海浦东—巴黎 | 24     | 18   |
|                    |        |        |      | 南航 | 广州白云—巴黎 | 7      | 7    |
|                    |        |        |      | 国航 | 成都—巴黎   | 4      | 3    |
|                    |        |        |      | 东航 | 昆明—巴黎   | 11     | 3    |
|                    |        |        |      | 东航 | 青岛—巴黎   | 0      | 3    |
|                    |        |        |      | 东航 | 南京—巴黎   | 0      | 4    |
| 二区:巴黎至北京/上海/广州以外城市 | 31     | 11     | 4    | 海航 | 西安—巴黎   | 0      | 3    |
|                    |        |        |      | 东航 | 西安—巴黎   | 5      | 0    |
|                    |        |        |      | 海航 | 重庆—巴黎   | 0      | 2    |
|                    |        |        |      | 海航 | 贵阳—巴黎   | 0      | 1    |
|                    |        |        |      | 海航 | 深圳—巴黎   | 0      | 3    |
|                    |        |        |      | 厦航 | 福州—巴黎   | 0      | 5    |
|                    |        |        |      | 国航 | 北京首都—尼斯 | 2      | 3    |
|                    |        |        |      | 上航 | 上海浦东—尼斯 | 0      | 4    |
|                    |        |        |      | 南航 | 北京大兴—尼斯 | 1      | 0    |
|                    |        |        |      | 东航 | 上海浦东—尼斯 | 1      | 0    |
| 三区:巴黎以外城市至中国任意城市   | 35     | 30     | 28   | 东航 | 上海浦东—里昂 | 1      | 0    |

多二区的航权资源分配给了该机场。

(4)从航空公司在各个机场的市场份额来看,除大兴机场外,两种分配方案均将航权资源分配给占据各机场市场份额最高的航空公司。而实际方案中将航权资源分配给大兴国际机场的东航,可能是北京“一市两场”的转场激励政策所致。此外,实际方案除了分配给各机场市场份额最高的航空公司外,还向市场份额次高的航空公司分配了航权资源,比如向上海浦东国际机场的国航分配了 7 个航班。但是本文提出的方案没有出现这种情况,其原因可能是市场份额次高的航空公司与市场份额最高的航空公司之间的市场份额差别较大,导致市场份额次高的航空公司无法从竞争中突围出来。

总之,本文提出的配置方法将中法航权资源优先分配给旅客需求旺盛、中转水平较高的机场以及竞争力较强且在各机场市场份额最高的航空公司,满足民航局提出的国际航权资源配置原则,是比较合理的。

## 5 结 论

本文将旅客出行需求作为基础条件,针对稀缺国际客运航权资源配置,运用运筹学理论,创新性提出了国际航权资源优化配置问题,建立了混合整数规划模型,并设计遗传算法求解,最后通过CLPEX和GA对算例进行求解,验证了模型的正确性和算法的有效性,并应用于中法两国间的航权资源配置中。灵敏度分析结果表明本模型反映了机场中转水平、航空公司竞争力以及航空公司在机场的市场份额对航权资源分配的影响,即机场中转水平越高、航空公司竞争力越强、航空公司在机场的市场份额越高,获得航权资源的机会越大。当然,稀缺国际客运航权资源的优化配置涉及多方利益,如何平衡各方,实现共赢一直是一个难题,因此需要在本文所建模型的基础上进一步研究,考虑更多的实际因素,比如从旅客角度除考虑里程外,可加入城市通达性对旅客出发机场选择的影响。并且中国高铁网络日益完善,未来还应考虑空铁联运对旅客出行选择的影响。

### 参考文献:

- [1] 中国民用航空局. 国际航权资源配置与使用管理办法[EB/OL]. (2018-05-02)[2021-08-30]. [http://www.caac.gov.cn/XXGK/XXGK/ZFGW/201805/t20180514\\_187934.html](http://www.caac.gov.cn/XXGK/XXGK/ZFGW/201805/t20180514_187934.html).  
Civil Aviation Administration of China. The management measures of air traffic rights resources allocation and use[EB/OL]. (2018-05-02)[2021-08-30]. [http://www.caac.gov.cn/XXGK/XXGK/ZFGW/201805/t20180514\\_187934.html](http://www.caac.gov.cn/XXGK/XXGK/ZFGW/201805/t20180514_187934.html).
- [2] Official Journal of the European Union. Guidelines for the allocation of limited air traffic rights[EB/OL]. (2006-07-29) [2021-08-30]. <https://op.europa.eu/en/publication-detail/-/publication/066c3719-77fc-466a-aed9-4fa0498ba981/language-en>, 2006.
- [3] 潘卫军, 卢国盼. 航班时刻配置的多因素权重确定方法研究[J]. 自动化技术与应用, 2015, 34(9): 19-23.  
PAN Weijun, LU Guopan. Research on multi-factor weighting confirmation method to slot configuration[J]. Techniques of Automation and Applications, 2015, 34(9): 19-23.
- [4] 杨新涅, 齐莉, 翟文鹏, 等. 航班时刻资源优化配置与延误水平评估[J]. 河南科技大学学报(自然科学版), 2016, 37(3): 19-23.  
YANG Xinsheng, QI Li, ZHAI Wenpeng, et al. Optimal allocation of flight time resources and evaluation of delay level[J]. Journal of Henan University of Science and Technology (Natural Science), 2016, 37(3): 19-23.
- [5] 李国政. 航班时刻资源配置效率:公共产品的视角[J]. 兰州交通大学学报, 2016, 35(5): 73-78.  
LI Guozheng. The allocative efficiency of resources for time schedules: The view of public products[J]. Journal of Lanzhou Jiaotong University, 2016, 35(5): 73-78.
- [6] 单玉清. 基于多属性群决策的航班时刻资源分配研究[D]. 天津:中国民航大学, 2016.  
SHAN Yuqing. The research on multiple attribute group decision-making of flight schedule resources allocation[D]. Tianjin: Civil Aviation University of China, 2016.
- [7] 汪梦蝶. 机场航班时刻资源优化配置研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2019.  
WANG Mengdie. Research on configuration of airport flight schedule resources optimization[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2019.
- [8] 李思国, 郭宇, 王益聪, 等. 基于改进遗传算法的物料配送路径实时规划方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2017, 49(6): 786-792.  
LI Siguo, GUO Yu, WANG Yicong, et al. Real-time planning method of material distribution path based on improved genetic algorithm[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2017, 49(6): 786-792.
- [9] ABIDI H, HASSINE K, MGUI S F. Genetic algorithm for solving a dynamic vehicle routing problem with time windows[C]//Proceedings of 2018 International Conference on High Performance Computing & Simulation. Orleans, France: IEEE, 2018: 782-788.
- [10] HUANG Yinghua, BLAZQUEZ C A, HUANG Shanhuo, et al. Solving the feeder vehicle routing problem using ant colony optimization[J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 127: 520-535.
- [11] YU V F, REDDI A A N P, HIDAYAT Y A, et al. A simulated annealing heuristic for the hybrid vehicle routing problem[J]. Applied Soft Computing, 2017, 53: 119-132.
- [12] NGUYEN D T, THANH D D. Improved tabu search algorithm for vehicle routing problem with time windows[J]. Science and Technology, 2017, 10: 283-291.
- [13] AKPINAR S. Hybrid large neighbourhood search algorithm for capacitated vehicle routing problem[J]. Expert Systems with Applications, 2016, 61: 28-38.
- [14] 沐阿华, 周绍磊, 于晓丽. 一种快速自适应遗传算法及其仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2004, 10(1): 122-125.  
MU Ahua, ZHOU Shaolei, YU Xiaoli. Research on fast self-adaptive genetic algorithm and its simulation[J]. Journal of System Simulation, 2004, 10(1): 122-125.
- [15] ZHAO Jun, CHEN Xumei. Evaluation and analysis of airlines' operation and service quality based on grey system theory[C]//Proceeding of World Transport Conference. Xi'an, China: China Highway and Transportation Society, 2021.
- [16] ZHAO Jun, CHEN Xumei, SHEN Jun. An intelligent evaluation method to analyze the competitiveness of airlines[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2020(3): 1-9.