

DOI:10.16356/j.1005-2615.2021.05.013

## 基于黎曼流形的数字阵雷达波束驻留时间分配

韩清华<sup>1</sup>, 潘明海<sup>2</sup>, 龙伟军<sup>3</sup>, 杨 振<sup>1</sup>

(1. 枣庄学院人工智能学院, 枣庄 277160; 2. 南京航空航天大学电子信息工程学院, 南京 211106;  
3. 中国电子科技集团公司第十四研究所, 南京 210039)

**摘要:** 针对数字阵列雷达的空域搜索过程, 提出了一种基于黎曼流形的波束驻留时间分配算法。为了补偿天线在扫描阵列侧面时, 波束展宽造成的波束增益损耗, 根据黎曼流形给出  $uv$  平面内波束驻留时间的空间分布, 在满足指定距离上的单次检测概率和累积检测概率的条件下, 实现波束驻留时间在整个空域的优化分配, 最小化雷达系统总的搜索时间消耗。仿真结果表明, 基于黎曼流形的波束驻留时间分配算法消除了波束扫描角变化导致波束增益变化带来的影响, 实现了雷达在不同方向的等威力探测。

**关键词:** 空域搜索; 黎曼流形; 波束驻留时间; 波束展宽; 等威力探测

**中图分类号:** TN959.1      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-2615(2021)05-0759-07

## Beam Dwell Time Allocation of Digital Array Radar Based on Riemannian Manifolds

HAN Qinghua<sup>1</sup>, PAN Minghai<sup>2</sup>, LONG Weijun<sup>3</sup>, YANG Zhen<sup>1</sup>

(1. College of Artificial Intelligence, Zaozhuang University, Zaozhuang 277160, China;  
2. College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China; 3. The 14th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Nanjing 210039, China)

**Abstract:** A beam dwell time allocation algorithm based on Riemannian manifolds is proposed for the spatial search process of digital array radar. In order to compensate for the gain loss resulting from beam broadening as it scans angles of the broadside, the spatial distribution of beam dwell time in  $uv$ -plane is given according to Riemannian manifolds. The dwell time is allocated optimally over the whole space and the transmitting power of beam is minimized under the condition that the one detection probability and the cumulative detection probability of the specified range are satisfied. The simulation results show that the beam dwell time allocation algorithm based on Riemannian manifolds eliminates the effect of beam gain variation caused by the change of direction, and realizes the equal power detection in different directions.

**Key words:** spatial search; Riemannian manifolds; beam dwell time; beam broadening; equal power detection

数字阵列雷达是一种收发波束都采用数字波束形成技术的有源相控阵雷达。通过融合数字技术和雷达阵列处理技术, 数字阵列雷达采用可编程的数字控制系统给雷达的发射波束形成带来灵活

**基金项目:** 国家自然科学基金面上基金(61671241)资助项目; 雷达成像与微波光子技术教育部重点实验室基金(南京航空航天大学)(NJ20210005)资助项目; 枣庄学院‘青檀学者’人才项目经费资助项目; 枣庄学院研究专项基金(102061902)资助项目。

**收稿日期:** 2020-04-24; **修订日期:** 2020-11-03

**通信作者:** 韩清华, 男, 博士, 讲师, E-mail: hanqinghua123@163.com。

**引用格式:** 韩清华, 潘明海, 龙伟军, 等. 基于黎曼流形的数字阵雷达波束驻留时间分配[J]. 南京航空航天大学学报, 2021, 53(5): 759-765. HAN Qinghua, PAN Minghai, LONG Weijun, et al. Beam dwell time allocation of digital array radar based on Riemannian manifolds[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 53(5): 759-765.

性,使得雷达系统可在各个不同的模式或工作方式之间任意切换<sup>[1-2]</sup>。和传统的雷达相比,数字阵列雷达具有更加灵活的系统重构能力和资源管理能力<sup>[3]</sup>。

在高科技的现代战争中,雷达作战范围囊括了陆、海、空、天和电等多种环境,战场环境日益复杂。具有高空、高速和低雷达散射截面(Radar cross section, RCS)等特性的目标不断涌现,也使得雷达系统面临的威胁越来越多。数字阵列雷达灵活的信息处理方式使得雷达系统可以采用空时自适应处理(Space-time adaptive processing, STAP)处理、认知等新技术来提高其探测性能,也可以根据不同方向的威胁等级和载机位置,动态设置搜索扇区宽度、搜索波束宽度和波位驻留时间。

数字阵列雷达在搜索模式下的参数设计需要满足探测威力和时间要求。文献[4]研究了搜索波束驻留时间、搜索帧周期和虚警概率3个参数对搜索性能的影响,建立了相控阵雷达的搜索性能优化模型,通过计算获得最优搜索参数。文献[5]提出了一种半解析的快速求解算法,通过优化波束宽度、波位驻留时间和搜索帧周期等搜索参数,在满足给定的检测概率条件下,最小化雷达总的搜索时间消耗。针对相控阵体制的机载预警雷达搜索参数优化问题,文献[6]根据经典雷达搜索威力方程,研究了不同搜索模式下的等数据率搜索和等威力搜索的搜索参数计算方法和计算步骤。总的来说,上述方法提出了在不同搜索条件下不同资源的合理分配算法,给后续研究打下了坚实的基础。但是存在两个不足:(1)文献[6]考虑了2-D目标的等威力搜索问题,但是实际的目标都位于3-D坐标下,针对3-D坐标的等威力搜索问题还没有研究。(2)等威力搜索算法应该和目标检测性能(单次检测概率和累积检测概率)结合起来考虑,在满足参考点处的目标检测性能条件下,实现雷达在各方向的等威力探测。

针对上述情况,本文在数字阵列雷达平台下,研究了一种3-D坐标下的基于黎曼流形的等威力搜索算法。由于流形特殊的性质,波束在雷达监控区域流形上的照射区域在 $uv$ 平面上的投影面积均相等,这有助于空间的波位划分。驻留时间流形上波束在各波位上时间分布在 $uv$ 平面上的投影面积均相等,且两个面之间的空间体积为各波束的驻留时间。它随着扫描角的增加而增加,这补偿了由于扫描角的增大而导致的波束增益损耗,实现了等威

力探测。在满足参考点处的单次检测概率和累积检测概率条件下,最小化雷达系统总的搜索时间消耗。

## 1 问题描述和波位排布

在数字阵列雷达的目标探测过程中,会遇到一个非常普遍的问题:随着扫描波束偏离天线阵面法线角度的增加,波束展宽,增益下降<sup>[7]</sup>。这就使得在实际的搜索过程中很难确定整个空间中的波位数目和搜索时间。Von Aulock<sup>[8]</sup>通过引入 $uv$ 空间方法解决了前一个问题:这是因为在 $uv$ 空间当中波束的面积是不变的。对于第2个问题:在不同的方向上,天线波束探测性能不同也是一个亟待解决的问题。

由于阵列元素的辐射耦合,在不同的方向上,波束的双向增益为 $g(\theta, \varphi) = (g_0 \cos^{3/2}(\theta, \varphi))^2$ ,其中 $g_0$ 表示阵面法线方向增益, $\theta, \varphi$ 分别是俯仰角和方位角。随着扫描角的增大,波束双向增益 $g(\theta, \varphi)$ 急剧减小。为了补偿这个增益损耗,引入黎曼流形,通过公式 $t_b / \cos^3(\theta, \varphi)$ 来调整波束在各个方向上的驻留时间,其中 $t_b$ 表示阵面法向的波束驻留时间。那么在 $uv$ 空间中,波束在各个方向上的驻留时间 $t_d$ 就可以用时间流形表示<sup>[9]</sup>,而时间流形的全局最小值为 $(\theta, \varphi) = (0, 0) \equiv t_b$ 。时间流形也满足波束在各波位上的驻留时间在 $uv$ 平面上的投影均相等。只要在指定的距离上满足期望检测性能,就可以实现数字阵列雷达对检测空域的等威力探测。

在搜索过程中,优化分配波束在各个波位上的驻留时间 $t_d$ :波位驻留时间是指波束在各个波位上的照射时间。假定搜索波束在各个波位上的发射功率相同,为了保证雷达的等威力探测,波束在各个波位上的驻留时间不一样。

采用交错波位排布方式,其波位排布图如图1所示。其中 $\theta_{bw}$ 表示波束宽度。

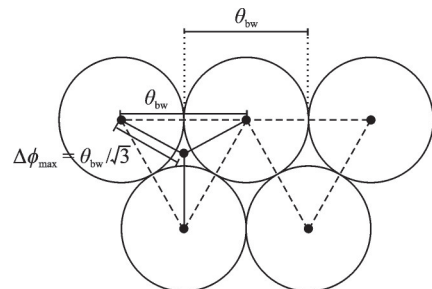


图1 交错波位排布

Fig.1 Staggered beam position arrangement

## 2 黎曼流形距离

黎曼流形<sup>[10-11]</sup>是一种实微分流形,流形上每一个点的切空间都定义了点积,其数值随着点的变化而平滑地改变。在流形上可以定义曲率、体积、面积、角度、散度和矢量空间等。在微分拓扑中的变化可以通过引入度量张量 $g_{uv}$ 进行解释,其中对于任意坐标 $x^a, x^b, g_{uv}$ 可以表示为 $g = g_{uv} \otimes dx^a dx^b$ 。通过定义切线空间的内积,能够获得无穷小平移的长度。当对其积分时,就得到了流形上一条曲线的长度。若: $\gamma: [a, b] \rightarrow M$ 是一条在黎曼流形 $M$ 上的连续可微的曲线,则其长度为

$$s(\gamma) = \int_a^b \|\gamma'(t)\| dt \quad (1)$$

式中: $\gamma'(t)$ 表示切线空间点 $\gamma(t)$ 处的元素, $\|\cdot\|$ 表示切线空间中给定内积的范数。定义切线空间中两条矢量的角度为

$$u = u^u \frac{\partial}{\partial x_u}, \quad v = v^v \frac{\partial}{\partial x_v} \quad (2)$$

也就是说对于一些度量张量 $g_{uv}$ 有

$$\cos(\theta) = \frac{g_{uv} u^u v^v}{\sqrt{|g_{uv} u^u u^v| |g_{uv} v^u v^v|}} \quad (3)$$

更准确地说,在黎曼流形 $M$ 上的两个点 $x_a$ 和 $x_b$ 之间的距离被定义为 $d(x_a, x_b) = \inf\{s(\gamma)\}$ : $\gamma$ 是连接 $x_a$ 和 $x_b$ 连续可微的曲线, $\inf\{\cdot\}$ 是集合的一个子集的下界,它比子集中的其他元素都要小。根据距离的定义,黎曼流形上每一个拓扑点都变成了度量张量 $g_{uv}$ 的度量空间。度量 $g_{uv}(x)$ 是沿着任何平滑曲线的差动测量距离。这个度量不是固定的,而是关于 $x$ 的连续可微的函数。然而在一阶情况下把它当做固定值。因此可以对坐标进行线性变化,从而实现度量张量的对角化。例如一个球坐标系, $(\xi^1, \xi^2, \xi^3) = (\gamma, \theta, \varphi)$ ,可以得出

$$g_{uv} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2(\theta) \end{pmatrix} \quad (4)$$

将式(4)关于点 $x_0$ 进行泰勒级数展开,有

$$g_{uv}(x + x_0) = g_{uv} + g_{uv,a} x^a + \frac{1}{2!} g_{uv,ab} x^a x^b + \frac{1}{3!} g_{uv,abc} x^a x^b x^c + \dots \quad (5)$$

式中 $g_{uv}$ 是在点 $x_0$ 的估计

$$\begin{aligned} \partial g_{uv,a} &= \frac{\partial g_{uv}(x_0)}{\partial x^a} \\ \partial g_{uv,ab} &= \frac{\partial^2 g_{uv}(x_0)}{\partial x^a \partial x^b} \end{aligned}$$

$$\partial g_{uv,abc} = \frac{\partial^3 g_{uv}(x_0)}{\partial x^a \partial x^b \partial x^c} \quad (6)$$

那么, $x_0$ 附近的距离单元可以写为

$$ds^2 = g_{uv} dx^u dx^v + g_{uv,a} x^a dx^u dx^v + \frac{1}{2!} g_{uv,ab} x^a x^b dx^u dx^v + \dots \quad (7)$$

式中: $g_{uv}, g_{uv,a}$ 和 $g_{uv,ab}$ 等是固定的。对于靠近原点的无穷小的路径当中,所有包含 $x^a$ 都变得非常小,从而得到

$$ds = \sqrt{g_{uv} dx^u dx^v} \quad (8)$$

或通过 $t$ 对 $a$ 到 $b$ 的曲线参数化

$$s = \int_a^b \sqrt{g_{uv} \frac{dx^u}{dt} \frac{dx^v}{dt}} dt \quad (9)$$

通过找到合适的共型映射联系真实笛卡尔坐标系的俯仰角 $\theta$ 和方位角 $\varphi$ ,可以采用式(8,9)来分析相控阵雷达的特性。将3-D流形映射到2-D的 $uv$ 平面上,就不需要考虑度量张量 $g_{uv}$ 的复杂形式。在这样的情况下,就将 $g_{uv}$ 转换成一个平面的或是欧几里得空间的度量标准,从而简化了计算。

## 3 搜索约束条件

以目标检测性能作为搜索优化约束条件:在参考距离 $R_0$ 处的单次检测概率 $P_d$ 和累积检测概率 $P_c$ 满足给定的期望检测门限。且此雷达波束只执行搜索任务,则雷达波束在各个波位上的驻留时间之和 $t_t$ 要满足给定的搜索时间帧周期 $t_{f,des}$ 。则约束条件表示为

$$\begin{cases} t_t \leq t_{f,des} \\ P_d \geq P_{d,des} \\ P_c \geq P_{c,des} \end{cases} \quad (10)$$

以下对式(10)中的搜索帧周期和两个检测概率的表达式做详细的推导。在性能要求中,假定检测概率是在雷达瞄准线附近波束扫描损失最小的情况下实现的。

### 3.1 搜索帧周期 $t_t$

随着波束扫描角度偏离阵面法线方向的增加,为了维持等威力探测,波束在各方位上驻留时间流形曲线向上弯曲,且当扫描角度较大时非常陡峭。流形以下空间的总体积表示总搜索时间 $t_t$ ,在 $uv$ 空间中,可以通过二维积分求得。假定在 $uv$ 平面之上的驻留时间流形的函数表达式为 $f(x_1, x_2)$ ,其中 $x_1$ 和 $x_2$ 均是俯仰角 $\theta$ 和方位角 $\varphi$ 的函数。那么,总搜索时间 $t_t$ 为<sup>[9]</sup>

$$t_t = \iint f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (11)$$

为了方便在坐标变量 $\theta$ 和 $\varphi$ 中进行积分,必须

对式(11)中的变量做一个变换

$$t_i = \iint f(x_1(\theta, \varphi), x_2(\theta, \varphi)) \left| \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial x^\alpha}{\partial \theta} \frac{\partial x^\beta}{\partial \varphi} \right| d\theta d\varphi \quad (12)$$

式中  $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$  被称为 Levi-Civita 张量<sup>[10]</sup>

$$\epsilon_{\alpha\beta\gamma} = \begin{cases} +1 & \alpha\beta\gamma \text{ 是 } (1, 2, 3) \text{ 的一个偶排列} \\ -1 & \alpha\beta\gamma \text{ 是 } (1, 2, 3) \text{ 的一个奇排列} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

通过 Jacobian 行列式, 将面元  $dx_1 dx_2$  转换成面元  $d\theta d\varphi$  表示的形式, 即为

$$\det \left| \frac{\partial x_1, \partial x_2}{\partial(\theta, \varphi)} \right| d\theta d\varphi = \left| \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial x^\alpha}{\partial \theta} \frac{\partial x^\beta}{\partial \varphi} \right| d\theta d\varphi \quad (14)$$

式中  $\det|\cdot|$  是由  $(x_1, x_2)$  对  $(\theta, \varphi)$  的偏导数组成的函数行列式(雅可比式),  $\gamma=1, 2, 3$ 。由于本文研究的是 2-D 情况, 则有  $x_3(\equiv \omega(\theta, \varphi))=0$  成立。式(13)是为了保证面积一直是正值。由于式(11)在  $uv$  空间中, 令  $x_1=u(\theta, \varphi)$  和  $x_2=v(\theta, \varphi)$ , 且有

$$\begin{cases} u(\theta, \varphi) = \cos\theta \sin\varphi \\ v(\theta, \varphi) = \cos\alpha \sin\theta - \cos\theta \cos\varphi \sin\alpha \end{cases} \quad (15)$$

则式(12)转化为

$$t_i = \iint \frac{t_B}{\cos^3(\delta)} \det \left| \frac{\partial(u, v)}{\partial(\theta, \varphi)} \right| d\theta d\varphi \quad (16)$$

式中

$$\delta = \arcsin(\sqrt{\sin^2(\theta - \alpha) + \cos^2(\theta - \alpha) \sin^2\varphi}) \quad (17)$$

$\det|\cdot|$  是由  $(u, v)$  对  $(\theta, \varphi)$  的偏导数组成的函数行列式(雅可比式), 其表达式为

$$\det \left| \frac{\partial(u, v)}{\partial(\theta, \varphi)} \right| = \left| \frac{\partial u}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{\partial u}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial v}{\partial \theta} \right| = \left| -\sin\theta \cos\theta \sin\alpha - \cos^2\theta \cos\varphi \cos\alpha \right| \quad (18)$$

式中:  $\delta$  是在雷达球坐标系下, 由  $(\theta, \varphi)$  共同确定的角度;  $\alpha$  表示天线阵面倾斜角。在计算过程中, 只需令  $t_i \leq t_{i, \text{des}}$  即可。

### 3.2 单次检测概率 $P_d$

检测概率是信噪比的函数。计算单次检测概率  $P_d$ , 就必须先求出信噪比  $S$ 。假定波位驻留时间为  $t_d$ , 在自由空间中经典雷达搜索威力方程为<sup>[12]</sup>

$$R_{\max}^4 = t_d \frac{p_s G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 k T S_{\min} L} \quad (19)$$

式中:  $p_s$  为搜索波束平均功率;  $G_t$  为发射波束增益;  $G_r$  为接收波束增益;  $\lambda$  为信号波长;  $\sigma$  为目标 RCS;  $k$  为玻尔兹曼常数;  $T$  为热力学温度;  $S_{\min}$  为最小可检测信噪比;  $L$  为系统总损耗。

同时再考虑到天线波束的形状损耗<sup>[5]</sup>, 则式

(19)变为

$$R_{\max}^4 = t_d \frac{p_s G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 k T S_{\min} L} \cdot \exp(-4a \ln 2 (\Delta\phi / \theta_{\text{bw}})^2) \quad (20)$$

式中: 指数项  $\exp(\cdot)$  近似表示波束的阵列因子; 参数  $a$  依赖于波束形状损耗, 如果雷达执行单元级的数字波束形成, 则  $a=1$ , 否则  $a=2$ ;  $\Delta\phi$  表示目标检测点和波束中心之间的角距离;  $\theta_{\text{bw}}$  是波束宽度。

假定目标检测点是离波束中心最远的点, 即为图1中三角形的中心。则角距离  $\Delta\phi$  为

$$\Delta\phi = \frac{\sqrt{3}}{3} \theta_{\text{bw}} \quad (21)$$

在实际的雷达搜索过程中, 没必要使搜索距离尽量远, 只要在给定的搜索距离上达到期望的检测概率即可。假定给定的探测距离为  $R_0$ , 目标探测点的信噪比  $S$  为

$$S \left( \Delta\phi = \frac{\sqrt{3}}{3} \theta_{\text{bw}}, R_0 \right) = t_d \frac{p_s G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 k T R_0^4 L} \exp \left( -\frac{4}{3} a \ln 2 \right) \quad (22)$$

以天线阵面法线方向波束为例, 波位驻留时间  $t_d$  为式(10)在法向波位投影到  $uv$  平面区间上的积分值。

对于给定的波束参数, 假定参考点在阵面法向波束的中心线上距离为  $R_0$  的点, 参考点不用考虑波束形状损耗

$$S_0(\Delta\phi = 0, R_0) = t_{d_0} \frac{p_{s_0} G_{t_0} G_{r_0} \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 k T R_0^4 L} \quad (23)$$

从而得出

$$\frac{S \left( \Delta\phi = \frac{\sqrt{3}}{3} \theta_{\text{bw}}, R_0 \right)}{S_0(\Delta\phi = 0, R_0)} = \left( \frac{t_d}{t_{d_0}} \right) \left( \frac{p_s}{p_{s_0}} \right) \cdot \exp \left( -\frac{4}{3} a \ln 2 \right) \quad (24)$$

对于 Swerling I 目标波动模型, 目标检测概率  $P_d$  为<sup>[13]</sup>

$$P_d = P_{\text{fa}}^{1/(1+S)} \quad (25)$$

只需令

$$P_d \geq P_{d, \text{des}} \quad (26)$$

就可以计算出在目标检测点处满足期望单次检测概率的最小雷达系统总搜索时间消耗  $T_1$ 。

### 3.3 累积检测概率 $P_c$

累积检测概率  $P_c$  的含义是: 在目标接近雷达的过程中, 在距离为  $R_0$  之前至少有一次被雷达检测到的概率。假定雷达的任意两次扫描之间是独立的, 在  $R_0$  处的累积检测概率表达式为

$$P_c(S_i) = \frac{1}{V_c t_f} \int_0^{V_c t_f} \left[ 1 - \prod_{i=1}^m (1 - P_d(S_i)) \right] dr \quad (27)$$

式中:  $V_c$  是抵近飞行目标的径向速度;  $S_i$  是目标与雷达的距离变为  $R_0$  之前, 在目标所有被雷达扫描到的次数中, 时间上最近的第  $i$  次扫描的信噪比, 那么,  $S_1$  表示目标飞行过程中最后一次被扫描到的回波信噪比,  $S_m$  表示目标飞行过程中第 1 次被扫描到的回波信噪比;  $r$  是目标被扫描到时, 落在  $(0, V_c t_f)$  之间的具体位置;  $P_d(S_i)$  为单次检测概率。

因为有

$$\frac{S_i}{S_1} = \left( \frac{R_0}{R_i} \right)^4 \quad (28)$$

令  $r_s = S_1/S_0$ , 有

$$S_i = S_0 \cdot r_s \cdot \left( \frac{R_0}{R_i} \right)^4 \quad (29)$$

令  $r_f = V_c t_f/R_0$ , 则式(27)转化为

$$P_c(r_s) = \frac{1}{r_f} \int_0^{r_f} \left[ 1 - \prod_{i=1}^m \left( 1 - P_d \left( \frac{S_0 r_s}{(1+y+(i-1)r_f)^4} \right) \right) \right] dy \quad (30)$$

将式(30)代入式(10)的累积检测概率约束条件  $P_c \geq P_{c,des}$  中, 计算出  $r_s$ , 然后再结合式(24), 就得出满足累积检测概率的最小雷达系统总搜索时间消耗  $T_2$ 。

### 4 等威力搜索资源分配模型

通过黎曼流形, 根据角度的变化将搜索时间合理地分配到不同的方向上, 以补偿由于波束扫描角度的增加而导致的增益下降; 同时适当地调整波束驻留时间, 在保证目标检测点的单次检测概率和累积检测概率条件下, 最小化总搜索时间。基于以上目标, 搜索任务的资源管理模型为

$$\begin{aligned} \min \quad & t_f \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} t_f \leq t_{f,des} \\ P_d(p_s, t_d) \geq P_{d,des} \\ P_c(p_s, t_d) \geq P_{c,des} \\ p_{\min} \leq p_s \leq p_{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (31)$$

可采用二分法求解该时间资源管理模型。

### 5 仿真分析

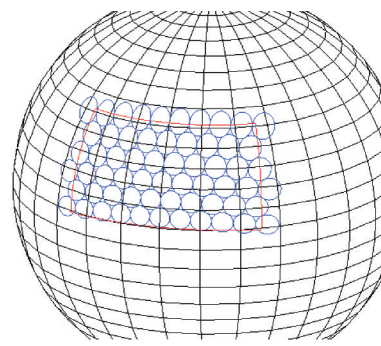
为了说明搜索时波束驻留时间在不同方向上分配的有效性, 本节提供了一些仿真结果。

相关参数: 设机会阵雷达在  $(0, 0, 0)$  处, 阵面

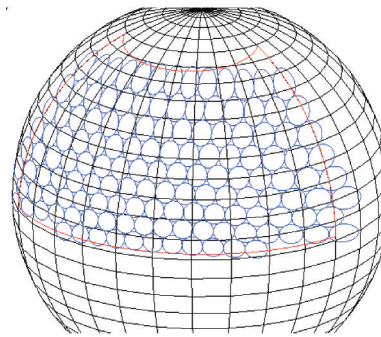
倾角  $\alpha=15^\circ$ , 整个监控区域的最长搜索时间为  $t_f=10$  s; 雷达频率为  $f=10$  GHz, 雷达平均发射功率  $p_{total}=2\,000$  W, 波束宽度  $B_{NN}=2^\circ$ , 虚警概率  $P_{fa}=10^{-6}$ ; 参考点距离  $R_0=103.18$  km, 参考发现概率  $P_{d0}=0.1$ , 参考发射功率为  $p_{s0}=500$  W, 参考驻留时间  $t_{d0}=10^{-3}$  s; 期望单次检测概率  $P_{d,des}=0.3$ , 期望累积检测概率  $P_{c,des}=0.9$ , 雷达系统的最小单次发现概率  $P_{d,min}=0.062\,4$ , 目标的径向速度  $V_c=500$  m/s。

#### 5.1 不同方向上的波束驻留时间分布

图 2 中给出了不同扫描角范围内的波位形状, 图 2(a) 方位角  $\phi$  从  $-30^\circ$  至  $30^\circ$ 、俯仰角  $\theta$  从  $1^\circ$  至  $30^\circ$ , 图 2(b) 方位角  $\phi$  从  $-60^\circ$  至  $60^\circ$ 、俯仰角  $\theta$  从  $1^\circ$  至  $50^\circ$  变化。从图 2 看出, 随着扫描角度逐渐增大, 雷达波束逐渐展宽。当雷达发射功率相同时, 在距雷达的相同距离处, 波束展宽使得探测性能降低。



(a)  $\theta \in (1^\circ, 30^\circ), \phi \in (-30^\circ, 30^\circ)$



(b)  $\theta \in (1^\circ, 50^\circ), \phi \in (-60^\circ, 60^\circ)$

图 2 不同角度对应的波位形状

Fig.2 Shape of beam positions at different angles

为了保证雷达在搜索空域的各个波位上都能实现等威力探测, 图 3 给出了各个方向上的波束驻留时间, 波束在各个方向上的驻留时间构成流形, 而流形下面的空间体积即为整个区域的搜索时间。从图 3 看出, 为了补偿角度变化造成的波束增益损失, 随着照射方向偏离阵面法线方向的角度增加, 驻留时间越来越大。而且随着偏离角度的增加, 上升的斜率也变大。

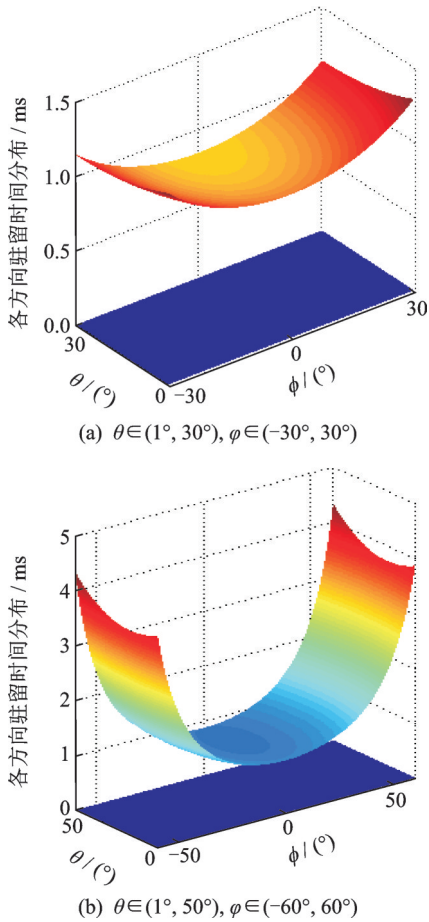


图3 各方向波束驻留时间  
Fig.3 Beam dwell time of each direction

5.2 总搜索时间随着搜索空域的变化

随着搜索空域的增加,为了保证对整个搜索空域的等威力探测,需要增加雷达的总搜索时间。以下给出了在满足参考点处的单次检测概率和累积检测概率条件下,总搜索时间随着俯仰角 $\theta$ 和方位角 $\varphi$ 的变化。

图4中,搜索空域的方位角范围 $\varphi \in (-60^\circ, 60^\circ)$ ,俯仰角范围从 $\theta \in (1^\circ, 10^\circ)$ 增加到 $\theta \in (1^\circ, 50^\circ)$ 。从图4中看出,随着俯仰角的变化,总搜索时间几乎是线性增加的。

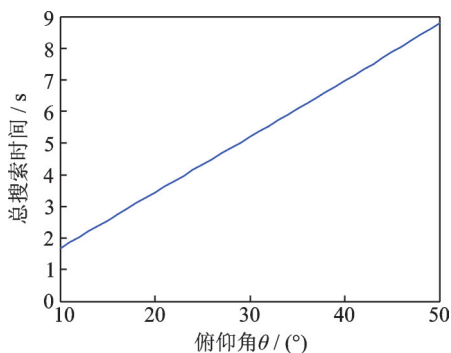


图4 总搜索时间随着俯仰角的变化  
Fig.4 Change of total search time with elevation angle

图5中,搜索空域的俯仰角范围 $\theta \in (1^\circ, 50^\circ)$ ,方位角范围从 $\varphi \in (-30^\circ, 30^\circ)$ 增加到 $\varphi \in (-60^\circ, 60^\circ)$ 。从图5中看出,随着方位角的增加,总搜索时间的变化率逐渐增加。

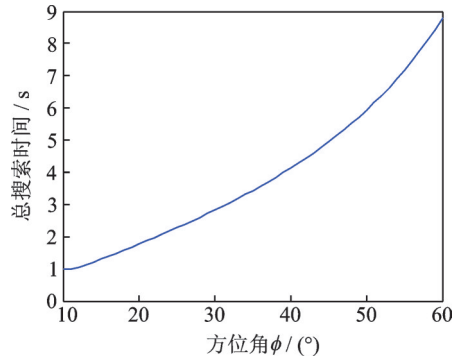


图5 总搜索时间随着方位角的变化  
Fig.5 Change of total search time with azimuth angle

5.3 总搜索时间和检测概率之间的关系

在给定的搜索空域当中,随着雷达总搜索时间的增加,波束在单个波位上的驻留时间在增加,目标检测点的单次检测概率和累积检测概率也在增加。图6,7给出了在 $\theta \in (1^\circ, 50^\circ)$ , $\varphi \in (-60^\circ, 60^\circ)$ 空间中,参考点处的单次检测概率 $P_d$ 和累积检测概率 $P_c$ 随着时间的变化曲线。从图6,7看出,随着参考点处的期望单次检测概率和期望累积检测概率的增加,雷达总搜索时间也在增加。

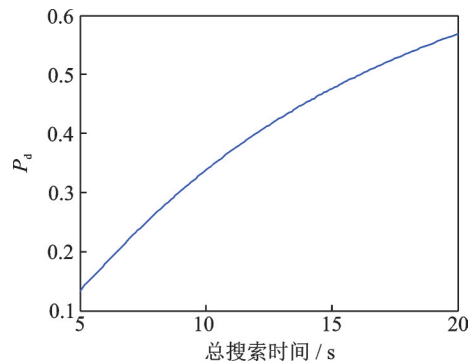


图6 单次检测概率 $P_d$   
Fig.6 One-off detection probability  $P_d$

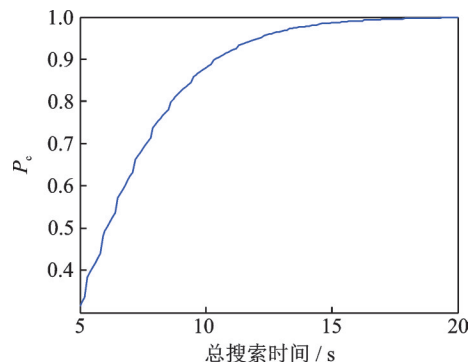


图7 累积检测概率 $P_c$   
Fig.7 Cumulative detection probability  $P_c$

## 6 结 论

在数字阵雷达的基础上,提出了一种基于黎曼流行的波束驻留时间分配算法。该算法采用黎曼流行来表示波束在各个方向的驻留时间,以补偿天线波束方向变化而导致的增益损耗。在满足参考点处的期望单次检测概率和期望累积检测概率条件下,最小化雷达的总搜索时间。从仿真结果看出:(1)为了达到相同的探测性能,不同方向上的波束驻留时间满足黎曼流行分布;(2)随着偏离阵面法向角度的增加,波束驻留时间的变化率也在增加;(3)从图3和图4中看出,通过调整总搜索时间,可以达到期望的目标检测概率。本文波束驻留时间分配算法可以为决策提供可靠依据。

### 参考文献:

- [1] 张明友. 数字阵列雷达和软件化雷达[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008: 361-363.  
ZHANG Mingyou. Digital array radar and software radar[M]. Beijing: Press of Electronics Industry, 2008: 361-363.
- [2] CHAPPELL W, FULTON C. Digital array radar panel development[C]//Proceedings of IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology. Waltham, USA: IEEE, 2010: 50-60.
- [3] 吴曼青. 数字阵列雷达及其进展[J]. 中国电子科学研究院学报, 2006, 1(1): 11-16.  
WU Manqing. The development of digital array radar [J]. Journal of CAEIT, 2006, 1(1): 11-16.
- [4] 张华睿, 杨宏文, 郁文贤. 相控阵雷达最优搜索参数设计研究[J]. 兵工学报, 2012, 33(9): 1062-1065.  
ZHANG Huarui, YANG Hongwen, YU Wenxian. Design of optimal search operation parameters for phased array radar[J]. Acta Armamentarii, 2012, 33(9): 1062-1065.
- [5] JANG D S, CHOI H L, ROH J E. Search optimization for minimum load under detection performance constraints in multi-function phased array radars [J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 40: 86-95.
- [6] 李相如, 曹晨. 机载预警雷达搜索参数研究[J]. 中国电子科学研究院学报, 2015, 10(4): 406-410.  
LI Xiangru, CAO Chen. The research on airborne early warning radar search parameters [J]. Journal of CAEIT, 2015, 10(4): 406-410.
- [7] HANNAN P W. The element-gain paradox for a phased-array antenna [J]. IEEE Trans on Antennas Propag, 1964, 12(4): 423-433.
- [8] VON AULOCK W H. Properties of phased arrays [C]//Proc IRE. Piscataway: IEEE, 1960, 48: 1715-1727.
- [9] ALEXOPOULOS A. Radar systems considerations for phased array aperture design using conformal transformations on Riemannian manifolds [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2007, 55(8): 2239-2246.
- [10] LEMPERS L. On three dimensional Cauchy-Riemann manifolds [J]. Journal of the American Mathematical Society, 1992, 5: 1-50.
- [11] JOST J. Compact riemann surfaces [M]. New York: Springer-Verlag, 2002.
- [12] BARTON D K. Modern radar system analysis [M]. Boston, MA: Artech House, 1988.
- [13] BLANDING W R, KOCH W, NICKEL U. Adaptive phased-array tracking in ECM using negative information [J]. IEEE Trans Aerosp Electron Syst, 2009, 45(1): 152-166.

(编辑:陈琚)