

DOI:10.16356/j.1005-2615.2021.03.006

2D 激光 SLAM 中特征角点的提取方法

刘 朋, 任工昌, 何 舟

(陕西科技大学机电学院, 西安 710021)

摘要: 自主机器人定位中, 从激光雷达扫描数据提取出精确的环境特征将能大幅提高即时定位与构图 (Simultaneous localization and mapping, SLAM) 技术中匹配的速度。目前, 特征提取算法大多采用迭代计算的方法, 计算复杂度高, 计算量较大。针对此问题, 提出了一种角点特征的提取方法。该方法避免了迭代计算, 通过角点定位对分割结果进行修正, 在保证精度的前提下, 使用两点拟合直线代替了最小二乘法。首先, 使用激光雷达获得的扫描点对应矢径长度和角度, 计算相邻点的斜率差, 对点集进行初始分割。然后, 计算分割后每部分点集对应线段的斜率, 对过分割的点集进行合并。最后, 通过计算相邻两直线的交点对角点特征进行定位和提取。通过实验验证, 该算法能够准确地提取出数据帧中的角点特征, 并且具有较好的位置精度和计算效率。

关键词: 自主机器人; 特征提取; 角点; 激光雷达; 即时定位与构图

中图分类号: TP242 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2021)03-0366-07

Method for Extracting Corner Feature from 2D Laser SLAM

LIU Peng, REN Gongchang, HE Zhou

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an 710021, China)

Abstract: In localization problems of autonomous robots, if accurate environmental features can be extracted from the scanning data of laser radar, the matching speed in simultaneous localization and mapping (SLAM) will be greatly improved. At present, most approaches for feature extraction adopt the iteration strategy, which have high computational complexity. To overcome these drawbacks, a new algorithm is proposed to extract corner feature. In the method, iteration is avoided, and on the premise of ensuring the accuracy, the least square method is replaced by two-point fitting line by positioning the corner points to modify the segmentation result. First, the length and angle of the scanning points obtained from the laser radar are used to calculate the slope difference of the adjacent points for the initial segmentation of the point set. Then, after calculating the slopes of the line segments corresponding to each point set, the point set is merged to solve the over-segmentation problem. Finally, the corner feature is located and extracted by calculating the intersection point of two adjacent lines. Experimental results show that the developed algorithm can extract corner features from the scanning data accurately and has better position accuracy and computational efficiency.

Key words: autonomous robot; feature extraction; corner point; laser radar; simultaneous localization and mapping (SLAM)

2D 激光即时定位与构图 (Simultaneous localization and mapping, SLAM) 技术由于其相对简

单, 发展时间长, 技术较为成熟, 目前被广泛应用于物流配送、家庭服务等类型的自主移动机器人中。

基金项目: 国家自然科学基金(61803246)资助项目。

收稿日期: 2020-03-28; **修订日期:** 2021-03-15

通信作者: 任工昌, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: rengc@sust.edu.cn。

引用格式: 刘朋, 任工昌, 何舟. 2D 激光 SLAM 中特征角点的提取方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2021, 53(3): 366-372. LIU Peng, REN Gongchang, HE Zhou. Method for extracting corner feature from 2D laser SLAM[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 53(3): 366-372.

该技术的基本方法可以概括为:机器人通过激光雷达对周围环境信息进行观测,同时利用机器人的控制信息(里程计)实现对机器人的即时定位与地图构建。因为里程计信息具有较大的累积误差,为了获得机器人轨迹的长期精确估计,需要将机器人所感知的环境信息与之前建立并实时更新的地图进行匹配。所以,匹配是SLAM中的一个关键问题。

在匹配算法中,观测信息量的大小直接影响着算法的精度和效率。如果能从激光雷达扫描数据中提取出较为精确的特征信息,将会大幅减少整个SLAM算法的运算量。在激光雷达数据中普遍存在断点、角点、线段和圆弧段等几类特征^[1]。由于环境中存在障碍物,造成断点和线段特征会随着观测位置的变化而变化。弧线特征在室内环境下不多见,且其相对复杂,探测比较困难。鉴于以上原因,本文以提取角点特征进行匹配,可以很好地满足SLAM算法的需要^[2-3]。

目前,对于角点特征的提取,一般都是先提取线段特征,再计算两条线段的交点以获得角点特征。线段提取方法中,序贯类的基于点间距离的分割(Point-distance-based segmentation, PDBS)算法和连续边沿跟踪(Successive edge following, SEF)算法^[4],是两种最简单的线段类特征提取方法,但是没有考虑激光雷达以固定间隔进行扫描的特点,效果往往较差。直线跟踪(Line tracking, LT)算法^[5]对阈值敏感,很容易错误地将应属于下一条线段上的点合并到当前线段上;递归类的迭代适应点(Iterative end point fit, IEPF)算法^[6-7]和分割与合并(Split-merge, SM)算法^[8-9],也对噪声和阈值敏感,当采用固定阈值时很容易造成欠分割或过分割现象,而且运算量较大。Hough变换算法^[10-11]特征精度较高,但计算量较大,难以保证局部地图构建的实时性。满增光等^[12]提出了一种通过计算角点函数的方法直接提取角点特征,但该算法在进行角点特征滤波和角点函数计算时,计算量仍然偏大,并且存在从正反两个方向提取时得到不同结果的可能。

综上所述,目前对于从激光雷达扫描点集中提取特征的方法较多,但是依然缺少一种高效、简便和准确的算法。因此,本文根据激光雷达扫描的特点,提出了一种通过点集分割、线段合并和求取交点相结合的角点特征提取方法。该方法只需要一次计算出相邻点所构成的两条直线间的斜率差,即可以实现对点集的分割。与IEPF和SM等递归类算法相比,不需要进行迭代,在一定程度上降低了计算量。另外,该算法避免了由于扫描点之间的间隔造成提取角点误差较大的问题;同时,利用两点拟合直线代替最小二乘法,又可以进一步降低计算量。

1 算法原理

本文提出的算法包括3部分。首先使用激光雷达扫描获得的点集,通过计算斜率差对其进行初步分割。然后,计算分割后每条线段的斜率,对过分割的线段依据线段间的连接关系进行合并,并获得可能的角点位置。最后,对角点进行修正并计算角点坐标。算法总体框图如图1所示。

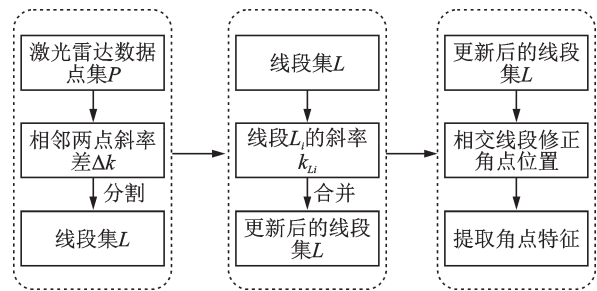


图1 算法总体框图

Fig.1 Overall block diagram of algorithm

1.1 线段分割原理

如图2所示,从O点向直线l以等角度 $\Delta\theta$ 的间隔画直线,交点依次为 $P_1, P_2, P_3, P_4, \dots$, O点到交点的长度依次为 $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, \dots$,然后,由 P_1 点向 OP_2 做垂线相交于 P'_1 点, P_2 点向 OP_3 做垂线相交于 P'_2 点, P_3 点向 OP_4 做垂线相交于 P'_3 点,则 φ_1 为直线l与 $P_1P'_1$ 的夹角,同理可得 φ_2, φ_3 。其中 $\angle P_1OP'_1 = \angle P_2OP'_2 = \angle P_3OP'_3 = \Delta\theta$ 。

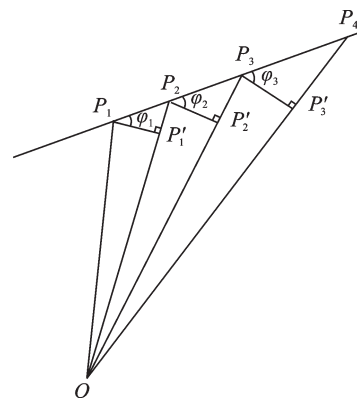


图2 扫描点示意图

Fig.2 Diagram of scanning points

由几何关系可得

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \Delta\theta = \varphi_1 + 2 \cdot \Delta\theta$$

因为

$$\tan \varphi_1 = \frac{P_2 P'_1}{P_1 P'_1}$$

当 $\Delta\theta$ 很小时,令 $k_i = \tan \varphi_i$,则有

$$k_i = \tan \varphi_i \approx \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_i \cdot \Delta\theta} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

所以

$$\tan \varphi_3 - \tan \varphi_2 \approx \tan \varphi_2 - \tan \varphi_1 \approx 0$$

由此可得,当相邻两点处的 k_i 值之差很小时,就认为该两点处于同一条直线上,否则该点为断点或独立点。

斜率差计算公式为

$$\Delta k(i) = \frac{\rho_i - \rho_{i-1}}{\rho_{i-1} \cdot \Delta \theta} - \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_i \cdot \Delta \theta} \quad (2)$$

$$i = 2, 3, \dots, n - 1$$

如图3所示,当点 P^i 和 P^{i+1} 分别为直线 L_1 的末点和直线 L_2 的起点时, $\Delta k(i)$ 和 $\Delta k(i+1)$ 的值如图4所示,在直线 L_1 的末点 P^i 和 L_2 的起点 P^{i+1} 对应的 $\Delta k(i)$ 和 $\Delta k(i+1)$ 处峰值非常明显,且该两处峰值的符号相反。当 $|\Delta k(i)| > dk_{th}$, $|\Delta k(i+1)| > dk_{th}$,且 $\Delta k(i) \cdot \Delta k(i+1) < 0$ 时,第 i 点为前一条直线的末点,第 $i+1$ 点为后一条直线的起点。其中 dk_{th} 为线段分割阈值,该值与激光雷达的测量误差有关,可通过实验的方法选取,同时为了避免出现欠分割的情况, dk_{th} 的值在选取时应尽量偏小。

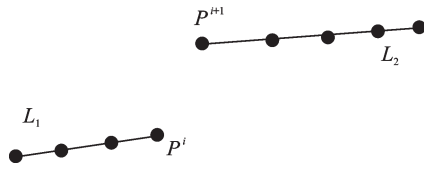


图3 断点示意图

Fig.3 Breakpoint diagram

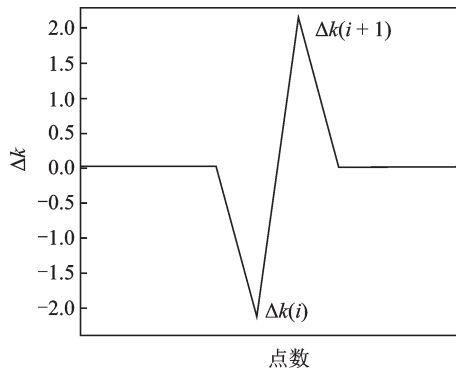


图4 断点处 Δk 分布示意图

Fig.4 Distribution diagram of Δk at the breakpoint

如图5所示,当点 P^i 为直线 L_1 和直线 L_2 的交点时,则 P^i 为两条直线的角点, $\Delta k(i)$ 的值如图6所示,在角点 P^i 处 $\Delta k(i)$ 有较明显的峰值。当 $|\Delta k(i)| > \alpha \cdot dk_{th}$, $|\Delta k(i)| > |\Delta k(i-1)|$,且 $|\Delta k(i)| > |\Delta k(i+1)|$ 时,第 i 点为角点,即为前一条直线的末点,同时也是后一条直线的起点。其中 α 为角点线段分割阈值系数,该值也可通过实验的方法选取,一般取值为0.6。

假设激光雷达扫描数据每帧有 n 个扫描点,本方法使用式(2)计算 $n-2$ 次得到相邻两点的 Δk ,与相应的分割阈值进行比较即可获得较为精确的线

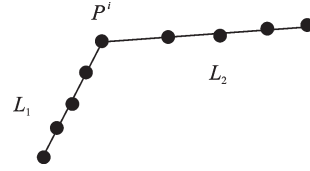


图5 角点示意图

Fig.5 Diagram of angular points

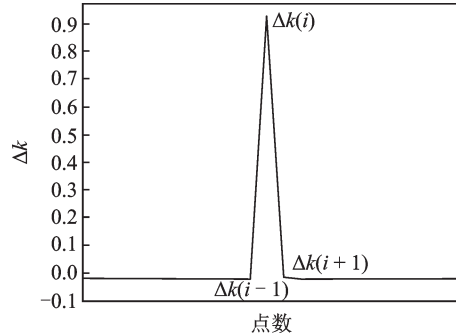


图6 角点处 Δk 分布示意图

Fig.6 Distribution diagram of Δk at the angular point

段分割结果和线段连接关系。而如果使用IEPF算法,由于需要寻找与直线距离最大的点不断进行迭代,至少需要计算 $2n$ 次以上点到直线的距离才可得到相同的分割结果。所以,与IEPF等迭代类算法相比,本算法具有计算简单、计算量小的优点,特别是当扫描点数或分割线段较多时,这种优势更加明显。

1.2 线段合并

经过初步分割后,得到的线段集 L 为

$$L = \{(Lb_i, Le_i, Lp_i), i = 1, 2, \dots, m\}$$

式中: Lb_i 表示第 i 条线段的起点在点集 P 中对应的点数; Le_i 表示第 i 条线段的终点在点集 P 中对应的点数; Lp_i 表示第 i 条线段是否与第 $i+1$ 条线段相连, Lp_i 为1表示两条线段由角点相连,否则为断点断开。

为了避免出现欠分割的情况, dk_{th} 的值一般选择可取范围的下限,所以依据 $\Delta k(i)$ 值进行分割时可能会出现过分割的情况。计算每条线段 L_i 的斜率 k_{L_i} ,如果相邻的两条直线相交且其夹角 $\tan \theta$ 小于线段合并阈值 θ_{th} 时,即可将此两条直线进行合并。经过实验分析, θ_{th} 一般取值为0.3,当 θ_{th} 大于0.4时会造成过多的误合并,而当 θ_{th} 小于0.2时合并效果不明显。

如果线段集中 L_i 和 L_{i+1} 两条直线相交,其斜率分别为 k_{L_i} 和 $k_{L_{i+1}}$,如图7所示,则两条直线的夹角为

$$\tan \theta = \left| \frac{k_{L_i} - k_{L_{i+1}}}{1 + k_{L_i} \cdot k_{L_{i+1}}} \right| \quad (3)$$

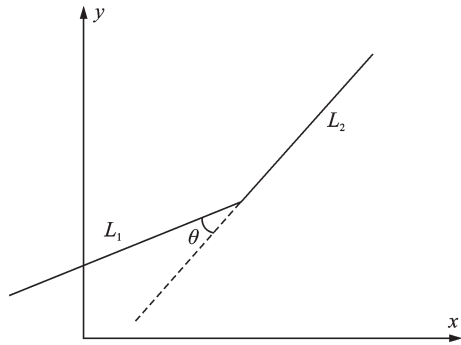


图7 线段夹角示意图

Fig.7 Angular diagram of two intersecting lines

1.3 角点定位与特征提取

激光雷达在对环境进行扫描时,获得的是离散的扫描点。因此,从这些扫描点中提取出的角点特征位置与真实的物理角点位置之间存在一定的误差,特别是物理角点离激光雷达较远的情况,这种误差将会很大。为了减少提取出的角点特征位置与真实物理角点位置之间的差值,需要根据初步线段分割后获得的可能角点进行精确定位。

如图8所示,58~63点在一条直线上,64~70点在另一条直线上,“★”位置为该两条直线相交的真实角点位置。按照前述分割方法,64点处的 Δk 最大(图9),是两条线段相交的角点,很明显此位置与真实角点位置之间差值较大,所以不能直接使用线段分割时获得的可能角点位置直接作为角点特征。

出现此种情况的主要原因在于扫描点是离散的,而真实的角点出现在相邻两个扫描点之间。如图8所示,64点应在第2条直线上,但是分割后其作为第1条直线的末点,同时作为第2条直线起点,因此导致角点位置的差异。

进一步分析 Δk 发现,当 $\Delta k(i)$ 符合角点特征,出现峰值时,如果 $|\Delta k(i) - \Delta k(i-1)| < |\Delta k(i) - \Delta k(i+1)|$,则角点应在第 $i-1$ 和第 i 点之间,相反,角点则应在第 i 点和第 $i+1$ 点之间。如图8、9所示,真实角点位置在第63点和第64点之间,第63点为前一条线段末点,第64点为后一条线段起点。分别拟合出两条直线,求出交点即为角点特征。

在进行直线拟合时,目前普遍采用的方法是最小二乘法,此方法的优点是拟合时考虑到了每一个点,尽量减小了由激光雷达扫描误差而引起的拟合误差,但该方法的缺点是运算量相对偏大。为了减小运算量,本算法已经剔除了不在一条直线上的点,在待拟合的点集中找出起点、末点和中间点,将点集分为前后两段,然后算出前后两部分点集坐标的平均值作为新点,最后以此两点来拟合直线,这

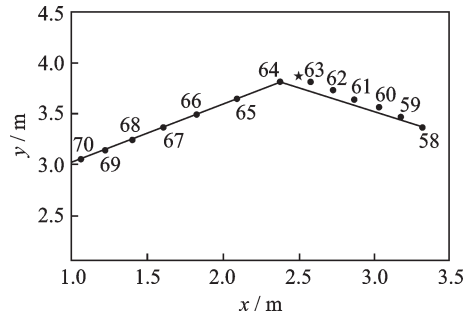


图8 真实角点与扫描点位置

Fig.8 Position of the real corner point and scanning points

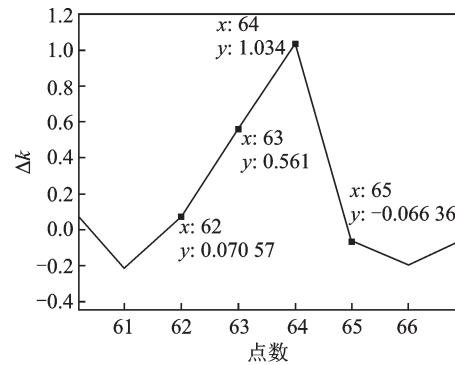


图9 真实角点附近 Δk 分布

Fig.9 Distribution of Δk around the real corner point

样可以大幅减小直线拟合时的计算量。

2 算法详细描述

激光雷达每扫描环境一次,返回一组有序二维激光雷达数据,将此数据预处理后得到点集为

$$P = \{(\theta_i, \rho_i), i = 1, 2, \dots, n\}$$

其中 θ_i 和 ρ_i 分别为扫描第 i 点时转过的角度和返回的距离。

步骤1 根据点集 P ,利用前述原理中式(2)计算相邻扫描点斜率的差值 Δk ,即

$$\Delta k(i) = \frac{\rho_i - \rho_{i-1}}{\rho_{i-1} \cdot \Delta \theta} - \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_i \cdot \Delta \theta}$$

式中 $i=2, 3, \dots, n-1$ 。然后,根据 $\Delta k_i, \Delta k_{i+1}$ 与 dk_{th} 的关系对点集 P 进行分割,获取初步分割后的线段集 L 。其中

$$L = \{(Lb_i, Le_i, Lp_i), i = 1, 2, \dots, m\}$$

步骤2 如果线段集中 $Lp_i=1$,则取出 $Lb_i, Le_i, Lb_{i+1}, Le_{i+1}$ 点对应坐标,计算线段 L_i 和 L_{i+1} 的斜率 $k_{L_i}, k_{L_{i+1}}$;然后依据式(3)计算 $\tan \theta$,如果 $\tan \theta < \theta_{th}$ 则线段 L_i 和 L_{i+1} 合并,将线段 L_i 中的末点 Le_i 修正为 Le_{i+1} ,并将线段 L_{i+1} 从线段集 L 中删除。

步骤3 在合并后的线段集 L 中,当第 i 条线段的 $Lp_i=1$ 时,则在点集 P 中取出该线段末点 Le_i 的对应点 P_q 及其前后两点 P_{q-1} 和 P_{q+1} ,并依据式(2)计算出相应的 $\Delta k(q-1), \Delta k(q), \Delta k(q+1)$;如

果 $|\Delta k(q) - \Delta k(q-1)| < |\Delta k(q) - \Delta k(q+1)|$,则将线段 L_i 的末点 Le_i 修正为点 P_{q-1} ,否则将线段 L_{i+1} 的起点 Lb_{i+1} 修正为 P_{q+1} 。

步骤4 在修正后的线段集 L 中,对于线段 L_i ,找出其首末点之间的中间点 Lm_i ,取 Lb_i 和 Lm_i 之间各点坐标的平均值作为 Lb'_i 点坐标,取 Le_i 和 Lm_i 之间各点坐标的平均值作为 Le'_i 点坐标,再使用 Lb'_i 和 Le'_i 两点坐标拟合直线,并计算该直线斜率 k'_i 。

步骤5 如果线段集中 $Lp_i=1$,则根据拟合后线段 L_i 的斜率 k'_i 、点 Lb'_i (或 Le'_i)的坐标,以及线段 L_{i+1} 的斜率 k'_{i+1} 、点 Lb'_{i+1} (或 Le'_{i+1})的坐标计算出的交点即为角点特征。

3 实验与结果分析

实验数据来自Cartographer ROS提供的德意志博物馆Deutsches Museum的2D激光SLAM数据集^[13]。算法使用Matlab2016b,计算机CPU为Intel Core i5-6300U,内存8G。实验中各参数为: $\theta_m=0.3, dk_m=1.0, \alpha=0.6$ 。从数据集中选取了10帧数据进行角点特征提取和直线拟合。由于篇幅限制,图10和图11给出了第5帧和第10帧的点集数据和特征提取结果,其中圆点表示激光雷达扫描点,直线为拟合的线段,“*”位置表示提取的角点特征位置。

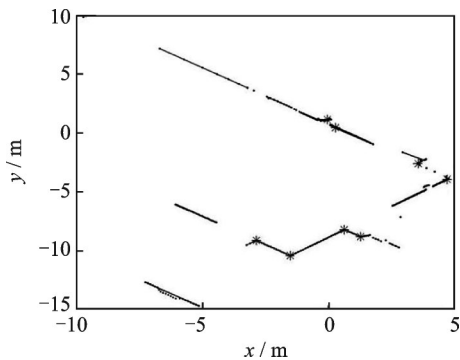


图10 第5帧点集数据和提取的角点特征

Fig.10 Scanning point data and extracted corner features from frame 5

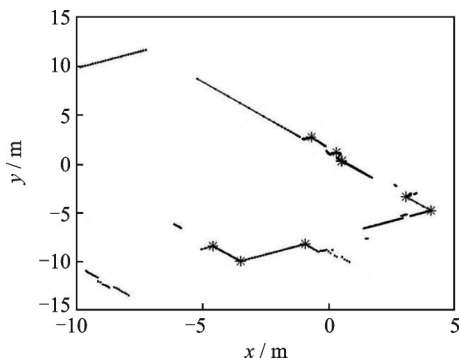


图11 第10帧点集数据和提取的角点特征

Fig.11 Scanning point data and extracted corner features from frame 10

征位置。

为了验证算法的正确性,从结果中挑选了一处具有明显角点特征的环境扫描数据进行分析,如图12所示。其中 A 、 B 、 C 为提取的角点位置,线段 AB 和 BC 为拟合的直线。由于移动机器人在不同位置提取的特征在激光雷达坐标系下具有不同的位置,但是两个特征的相对位置却保持不变。因此,为了衡量提取角点特征的精度,本文以两角点之间的距离和角点两直线的夹角作为评判依据,即线段 AB 和 BC 的长度及 $\angle A$ 、 $\angle B$ 和 $\angle C$ 的大小。

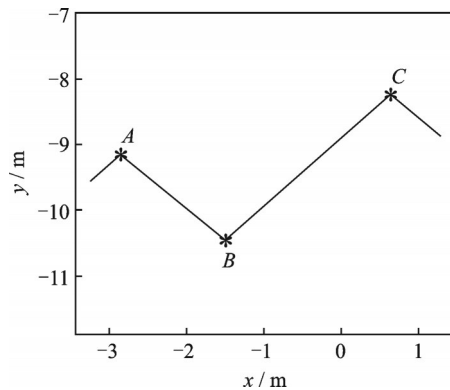


图12 提取角点位置示意图

Fig.12 Location diagram of extracted corner features

如表1所示,根据10帧数据提取的结果,线段长度与均值之间的差值较大的是线段 BC ,差值范围为 $[-0.009, 0.011]$,提取的角度与均值之间差值较大的是 $\angle A$,差值范围为 $[-1.01, 0.86]$ 。由此可见,本文提出的角点特征提取算法具有较高的定位精度,可以满足自主机器人的建图与定位需要。

为了进一步验证本文算法在直线拟合方面的精度和计算效率,从上述10帧数据中选取了5帧,

表1 角点特征提取结果

Table 1 Results of extracting corner features

序号	线段长度/m		角度夹角/(°)		
	AB	BC	A	B	C
1	1.876	3.087	89.35	89.88	88.52
2	1.888	3.081	88.84	89.88	88.44
3	1.878	3.088	89.94	89.99	88.30
4	1.878	3.087	89.99	89.59	89.22
5	1.882	3.079	89.10	89.33	88.59
6	1.867	3.084	88.12	89.34	88.83
7	1.878	3.085	89.48	89.15	89.77
8	1.879	3.096	89.22	89.50	90.00
9	1.869	3.099	88.42	89.43	89.71
10	1.889	3.093	88.88	89.15	89.62
平均值	1.878	3.088	89.13	89.52	89.10
均方差	0.007	0.006	0.60	0.31	0.64

分别采用本文直线拟合方法和最小二乘法对分割后的线段进行拟合,获得角点 B 和 B' 点坐标,结果如表 2 所示。由此对比结果可得,本文算法计算的 B 点与最小二乘法计算的 B' 点之间的距离范围为 $[0.003, 0.007]$, 所以使用本文算法可以得到与最

小二乘法基本相同的结果。表 3 为本算法与使用最小二乘法进行拟合时计算效率的对比,通过对比发现,本算法在直线拟合时相较最小二乘法有较为明显的优势,单帧扫描数据提取特征角点的用时均小于 10 ms。

表 2 特征点提取结果对比

Table 2 Comparison of the results extracting feature point between the two algorithms

序号	本文算法计算角点 B 坐标		最小二乘法计算角点 B' 坐标		B 点与 B' 点间距离 d/m
	x/m	y/m	x/m	y/m	
1	-1.502	-10.460	-1.505	-10.460	0.003
2	-1.613	-10.430	-1.609	-10.430	0.004
3	-2.112	-10.320	-2.115	-10.320	0.003
4	-3.486	-9.925	-3.490	-9.922	0.005
5	-4.209	-9.671	-4.210	-9.664	0.007

表 3 两种算法运算效率对比

Table 3 Comparison of computational efficiency between the two algorithms

序号	激光雷达扫描点数	提取角点数	提取线段数	算法用时(最小二乘法)/ms	本算法用时/ms
1	1 051	16	32	31.4	7.4
2	1 052	18	34	28.4	5.8
3	1 054	17	35	29.4	6.8
4	1 053	20	37	28.3	8.5
5	1 052	18	34	34.1	7.8

4 结 论

本文提出了一种利用激光雷达扫描数据直接提取角点特征的算法。该算法使用激光雷达中获得的扫描点对应矢径长度和角度,计算相邻点的斜率差对点集进行初始分割。然后,计算分割后每部分点集对应线段的斜率,对过分割的点集进行合并。最后,通过计算相邻两直线的交点对角点特征进行定位和提取。在进行点集分割时,本算法只需要一次计算出相邻点的斜率差,与其他迭代类算法相比,减小了计算量。在对直线进行拟合求取角点时,已根据角点处斜率差的分布特点对角点进行了定位,实现对点集分割结果的修正,所以使用两点拟合直线代替传统的最小二乘法,在满足精度的前提下,也在一定程度上提高了计算效率。通过实验表明,本算法能够准确获得角点位置,并且精度较高,特别适用于使用嵌入式系统开发的自主机器人 SLAM 算法中。

本算法仅完成了角点特征的提取,如果需要可以在此基础上进一步提取线段、断点或其他特征。

参考文献:

[1] 康俊民,赵祥模,杨获.二维激光雷达数据角点特征的提取[J].交通运输工程学报,2018,18(3): 228-238.
KANG Junmin, ZHAO Xiangmo, YANG Di. Corner

feature extraction of 2D lidar data[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2018, 18 (3) : 228-238.

[2] 梁明杰,闵华清,罗荣华.基于图优化的同时定位与地图创建综述[J].机器人,2013,35(4): 500-512.
LIANG Mingjie, MIN Huaqing, LUO Ronghua. Graph-based SLAM: A survey[J]. Robot, 2013, 35(4): 500-512.

[3] 刘建华,刘华平,杨建国,等.测距式传感器同时定位与地图创建综述[J].智能系统学报,2015,10(5): 655-662.
LIU Jianhua, LIU Huaping, YANG Jianguo, et al. A survey of range-only SLAM for mobile robots[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2015, 10 (5): 655-662.

[4] 李丹阳,张轲,许如清,等.无反射板激光导航机器人地图创建的特征提取[J].中国机械工程,2018,29(22): 2733-2739.
LI Danyang, ZHANG Ke, XU Ruqing, et al. Feature extraction for map building of automated guided robot based on laser navigation without reflector[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(22): 2733-2739.

[5] VLACHOS M, DERMATAS E. Multi-scale retinal vessel segmentation using line tracking[J]. Computerized Medical Imaging & Graphics the Official Journal of the Computerized Medical Imaging Society, 2010,

- 34(3): 213-227.
- [6] VÁZQUEZ-MARTÍN R, NÚEZ P, BANDERA A, et al. Curvature-based environment description for robot navigation using laser range sensors[J]. *Sensors*, 2009, 9(8): 5894-5918.
- [7] TAN F, YANG J, HUANG J, et al. A navigation system for family indoor monitor mobile robot[C]//Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Taipei, China: IEEE, 2010: 5978-5983.
- [8] CHOI Y H, LEE T K, OH S Y. A line feature based SLAM with low grade range sensors using geometric constraints and active exploration for mobile robot[J]. *Autonomous Robots*, 2008, 24(1): 13-27.
- [9] 满增光, 叶文华, 楼佩煌, 等. 基于分开-合并的激光雷达距离图像特征提取[J]. *中国机械工程*, 2011, 22(19): 2303-2306.
- MAN Zengguang, YE Wenhua, LOU Peihuang, et al. Feature extraction based on split-merge in range image of Lidar[J]. *China Mechanical Engineering*, 2011, 22(19): 2303-2306.
- [10] WANG F C. Fast line extraction algorithm based on improved hough transformation[J]. *Advanced Materials Research*, 2014, 926/927/928/929/930: 3612-3615.
- [11] XU Z, SHIN B S, KLETTE R. Accurate and robust line segment extraction using minimum entropy with hough transform[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2015, 24(3): 813-822.
- [12] 满增光, 叶文华, 肖海宁, 等. 从激光扫描数据中提取角点特征的方法[J]. *南京航空航天大学学报*, 2012, 44(3): 379-383.
- MAN Zengguang, YE Wenhua, XIAO Haining, et al. Method for corner feature extraction from laser scan data[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2012, 44(3): 379-383.
- [13] CARTOGRAPHER R. 2D cartographer backpack-deutsches museum[EB/OL]. (2014-07-01). <https://google-cartographer-ros.readthedocs.io/en/latest/data.html>.

(编辑:陈珺)