

DOI:10.16356/j.1005-2615.2021.01.015

基于快速平行因子分解的声矢量传感器阵二维 DOA 估计

陈未央, 徐 乐, 张小飞

(南京航空航天大学电子信息工程学院, 南京 211106)

摘要: 将声矢量传感器阵列参数估计问题与平行因子(Parallel factor, PARAFAC)模型相结合,提出了一种基于快速 PARAFAC 分解的二维波达方向(Direction of arrival, DOA)估计算法。该算法首先将接收信号构建为 PARAFAC 模型,然后在数据域对参数矩阵进行初估计,最后利用 PARAFAC 分解获得信号二维 DOA 估计。该算法能够应用于任意结构的声矢量传感器阵列,同时能够得到和信源一一匹配的仰角和方位角估计。借助于参数矩阵的初始估计,所提算法收敛速度较快,其计算复杂度大大降低。该算法角度估计性能接近于 PARAFAC 算法,同时优于借助旋转不变性进行信号参数估计(Estimation of signal parameters via rotational invariance technique, ESPRIT)算法和传播算子(Propagator method, PM)算法。

关键词: 声矢量传感器;波达方向;平行因子;快速平行因子分解

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2021)01-0130-06

Two-Dimensional DOA Estimation Algorithm for Acoustic Vector-Sensor Array via Fast PARAFAC Decomposition Method

CHEN Weiyang, XU Le, ZHANG Xiaofei

(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: This paper combines the parameters estimation problem of acoustic vector-sensor array with the parallel factor (PARAFAC) model, and proposes a fast PARAFAC decomposition-based two-dimensional direction of arrival (DOA) estimation algorithm. The proposed algorithm first constructs the received data as PARAFAC model, then the parameter matrices are initially estimated in data field and the two-dimensional DOA estimation can be obtained via fast PARAFAC decomposition. The proposed algorithm is effective for arbitrary acoustic vector-sensor array and can acquire automatically paired angle estimations. Furthermore, owing to the initial estimation of the PARAFAC model, the proposed algorithm owns the faster PARAFAC decomposition and the lower computational complexity. The simulation results indicate that the angle estimation performance of the proposed algorithm is close to that of the traditional PARAFAC algorithm and better than that of the estimation of signal parameters via rotational invariance techniques (ESPRIT) and the propagator method (PM).

Key words: acoustic vector-sensor; direction of arrival; parallel factor; fast PARAFAC decomposition

基金项目: 国家自然科学基金(61971217,61971218,61631020)资助项目;江苏省自然科学基金(BK20200444)资助项目。

收稿日期: 2019-06-08; **修订日期:** 2020-12-11

通信作者: 陈未央,女,助理研究员, E-mail: weiweigenes@nuaa.edu.cn。

引用格式: 陈未央,徐乐,张小飞. 基于快速平行因子分解的声矢量传感器阵二维 DOA 估计[J]. 南京航空航天大学学报, 2021, 53(1): 130-135. CHEN Weiyang, XU Le, ZHANG Xiaofei. Two-dimensional DOA estimation algorithm for acoustic vector-sensor array via fast PARAFAC decomposition method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 53(1): 130-135.

阵列信号处理中的接收信号波达方向(Direction of arrival, DOA)估计,近年来获得了广泛的关注和迅速的发展^[1-3],而在水声信号处理中,新型的声矢量传感器也越来越多地被应用到信号参数估计中。声矢量传感器一般由声压传感器和振速传感器组成,相比于传统的信号接收传感器,声矢量传感器可以同时测量空间中某点声场的标量和矢量,即同步共点测量声场中一点处的声压和质点振速若干正交分量,具备较强的抗各向同性噪声干扰的能力^[4],这些特点使得声矢量传感器阵列对于信号参数估计具有较大优势。

近年来,学者们已相继提出了许多关于声矢量传感器阵列 DOA 估计的算法^[5-11],包括多重分类(Multiple signal classification, MUSIC)算法^[5-6]、借助旋转不变性进行信号参数估计(Estimation of signal parameters via rotational invariance technique, ESPRIT)算法^[7-8]、传播算子(Propagator method, PM)^[9],以及最大似然(Maximum likelihood, ML)算法^[10]等。其中,基于子空间类的方法,如 MUSIC 算法和 ESPRIT 算法,通常要对接接收信号协方差矩阵进行特征值分解,其计算复杂度较高。而 PM 算法利用传播算子矩阵获得信号参数估计,避免了接收信号协方差矩阵分解过程,其复杂度较低,但在低信噪比的情况下,该算法参数估计性能较差。

平行因子(Parallel factor, PARAFAC)模型最早于生理学中提出,用于对多维数据分析^[12-13],近年来,该技术被成功地运用到了信号处理领域。文献[14]利用平行因子模型中的 PARAFAC 分解方法,能够得到声矢量传感器阵列二维 DOA 估计。然而传统 PARAFAC 算法直接利用随机矩阵进行初始化,如采用高斯随机矩阵初始化,后进行循环迭代更新,直到分解收敛。但该过程所需收敛次数较多,迭代分解过程收敛较慢,导致算法计算复杂度很高,特别是在阵列阵元数较大或信号采样快拍数较大的情况下。

为了降低平行因子方法的复杂度,本文提出了一种适合任意矢量传感器阵列结构的基于快速 PARAFAC 分解的二维 DOA 估计算法。该算法首先将接收信号构建为平行因子模型,然后在数据域对该模型中的参数矩阵进行初始估计,最后利用三线性交替最小二乘(Trilinear alternating least square, TALS)算法^[15-16]得到和信号一一匹配的仰角和方位角估计。所提算法基于减少迭代分解的次数、加快收敛速度的思想,对传统平行因子方法改进,对所构建的平行因子模型中的参数矩阵进行了初始化估计,大大加快了 PARAFAC 分解的迭

代过程。与普通的 PARAFAC 算法相比,该算法复杂度较低。同时,其二维 DOA 估计性能非常接近于 PARAFAC 算法,同时优于 ESPRIT 算法和 PM 算法。

1 数据模型

假设有 K 个远场信号被阵列所接收,其中信源数 K 已知,阵列由 M 个任意分布在三维空间中的声矢量传感器组成,其结构如图 1 所示。

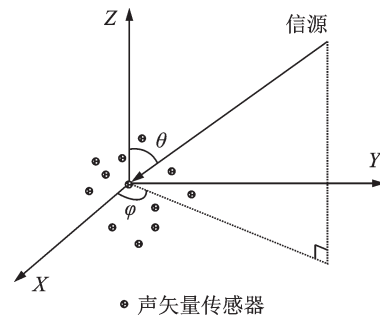


图 1 信号接收阵列结构图

Fig.1 Structure of signal receiving array

假设阵列所接收的信号均为非相干的窄带信号,所含噪声均为加性高斯白噪声,且与信号独立^[14]。第 k 个信号的波达方向为 (φ_k, θ_k) ,其中 φ_k 为信号方位角, θ_k 为信号仰角。则阵列中第 m 个阵元在 t 时刻的接收信号可以表示为^[14]

$$x_m(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_k e^{j2\pi\tau_m} s_k(t) + n_m(t) \quad (1)$$

式中: $s_k(t)$ 为第 k 个信源的传输信号; τ_m 为相较于参考阵元,信号到达第 m 个传感器的时延; $n_m(t)$ 为接收噪声; \mathbf{h}_k 为第 k 个信源的方位矢量,表示信号在各个方向上的正交分量,可写为^[4]

$$\mathbf{h}_k = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos\varphi_k \sin\theta_k \\ \sin\varphi_k \sin\theta_k \\ \cos\theta_k \end{bmatrix} \quad (2)$$

整个阵列在 t 时刻的接收信号可以写为^[14]

$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{A} \circ \mathbf{H}] \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (3)$$

式中:“ \circ ”表示矩阵的 Khatri-Rao 积; $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 为整个阵列的方向矩阵^[14]; $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 为信源矢量; $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_K] \in \mathbb{C}^{4 \times K}$ 。则阵列 J 个快拍的接收信号可以表示为

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1), \dots, \mathbf{x}(t_J)] = [\mathbf{A} \circ \mathbf{H}] \mathbf{S}^T + \mathbf{N}_x =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \mathbf{D}_1(\mathbf{A}) \\ \mathbf{H} \mathbf{D}_2(\mathbf{A}) \\ \vdots \\ \mathbf{H} \mathbf{D}_M(\mathbf{A}) \end{bmatrix} \mathbf{S}^T + \mathbf{N}_x \quad (4)$$

式中: $\mathbf{D}_m(\cdot)$ 表示取矩阵的第 m 行组成的对角阵,

(22)即可得到矩阵 A 的初始估计 $\hat{A}_{\text{ini}} = B_1$ 。同时可以得到 $B_3 = B_1 D_3(H)$, $B_4 = B_1 D_4(H)$, 然后可以得到 $D_3(H)$ 和 $D_4(H)$ 的估计为

$$D_3(\hat{H}) = B_1^\dagger B_3 \quad (23)$$

$$D_4(\hat{H}) = B_1^\dagger B_4 \quad (24)$$

至此,已经获得了矩阵 A 的估计 \hat{A}_{ini} 。同时, $D_2(\hat{H})$, $D_3(H)$ 和 $D_4(H)$ 的对角元素即分别为矩阵 H 第 2、3、4 行的估计, 由于 H 第 1 行全部由元素 1 组成, 因此最终也可获得 H 的初始估计 \hat{H}_{ini} 。

2.2 三线性分解与二维 DOA 估计

三线性交替最小二乘算法是平行因子模型中常用的分解方法, 该算法每次更新模型中的一个矩阵的估计, 直到收敛。

通过式(4)可以得到最小二乘拟合为^[14]

$$\min_{A, H, S} \|X - [A \circ H] S^T\|_F \quad (25)$$

由式(25)可以得到 S 的估计为

$$\hat{S}^T = [\hat{A} \circ \hat{H}]^\dagger X \quad (26)$$

式中 \hat{A} 和 \hat{H} 为上一次迭代所得到的 A 和 H 的估计值。

类似地, 式(6)的最小二乘拟合为

$$\min_{A, H, S} \|Y - (H \circ S) A^T\|_F \quad (27)$$

由式(27)可以得到 A 的估计为

$$\hat{A}^T = [\hat{H} \circ \hat{S}]^\dagger Y \quad (28)$$

式中 \hat{H} 和 \hat{S} 为上一次的迭代所得到的 H 和 S 的估计值。

同理, 通过式(7)可以得到 \hat{H} 的估计为

$$\hat{H}^T = [\hat{S} \circ \hat{A}]^\dagger Z \quad (29)$$

式中 \hat{S} 和 \hat{A} 为上一次迭代所得到的 S 和 A 的估计值。

在模型迭代分解过程中, 首先利用 2.1 节的方法得到 A 和 H 的初始估计, 然后通过式(26, 28, 29), 重复地更新矩阵 S , A 和 H 的估计值, 直到收敛。设第 k 次分解的残差平方和 (Sum of squared residual, SSR) 为 $SSR_k = \sum_{i=1}^{4M} \sum_{j=1}^J |c_{ij}|^2$, 其中 c_{ij} 为矩阵 $C = X - [\hat{A} \circ \hat{H}] \hat{S}^T$ 第 (i, j) 元素。定义上述分解过程收敛速率 $SSR_{\text{rate}} = (SSR_k - SSR_{k-1}) / SSR_k$ 。当 SSR_{rate} 小于某个设定的较小值时, 即可认为上述迭代过程收敛^[12]。

定理^[16] 考虑平行因子模型 $X_m = HD_m(A)S^T + N_{xm}$ ($m = 1, 2, \dots, M$), 其中, $H \in \mathbb{C}^{4 \times K}$, $A \in \mathbb{C}^{M \times K}$, $S \in \mathbb{C}^{J \times K}$, 3 个矩阵的 k 秩^[15] 分别为 k_H , k_A 和 k_S 。如果

$$k_H + k_A + k_S \geq 2K + 2 \quad (30)$$

则 S , A 和 H 对于列交换和尺度变换是唯一的。

最终可以获得矩阵 H 的估计为

$$\hat{H} = H \Pi \Lambda + W \quad (31)$$

式中: Π 为列模糊矩阵, Λ 为尺度因子, W 为估计误差。列模糊问题对角度的估计没有影响, 尺度模糊则可以通过归一化方法解决。

对 \hat{H} 进行归一化后, 设其第 k 列为 \hat{h}_k , 定义 $r_k = \hat{h}_k(2) + j\hat{h}_k(3)$, 则可以得到接收信号的仰角和方位角的估计分别为

$$\hat{\varphi}_k = \text{angle}(r_k) \quad (32)$$

$$\hat{\theta}_k = \arcsin(\text{abs}(r_k)) \quad (33)$$

式中: $\arcsin(\cdot)$ 为反正弦函数, $\text{angle}(\cdot)$ 表示取元素相角; $k = 1, 2, \dots, K$ 。上述过程中, 由于仰角和方位角从矩阵 \hat{H} 同一列中得到, 因此所获得的二维角度已自动配对。此外, 由于 \hat{H} 中只包含信号的角度信息, 与阵元位置无关, 因此本算法能够应用于任意结构的声矢量阵列。

2.3 算法步骤及复杂度、优点分析

上述已经给出了基于快速 PARAFAC 分解的二维 DOA 估计算法, 其主要步骤总结如下:

- (1) 计算接收信号协方差矩阵, 并根据式(14)对协方差矩阵进行分块, 然后通过式(17~24)获得矩阵 A 和 H 的初始估计;
- (2) 根据式(26, 28, 29), 重复地更新矩阵 S , A 和 H 的估计值, 直到收敛;
- (3) 根据所获得的 H 的估计值, 通过式(32, 33)得到接收信号的方位角和仰角估计。

对于本文所提算法, 参数矩阵初估计过程计算复杂度为 $O\{16M^2(J+K) + 14K^2M + 4K^3\}$, 单次迭代分解过程复杂度为 $O\{3K^3 + K^2(J+M+4) + 6K^2(4M+JM+4J)\}$, 因此所提算法总的复杂度为 $O\{16M^2(J+K) + 14K^2M + 4K^3 + n(3K^3 + K^2(J+M+4) + 6K^2(4M+JM+4J))\}$ 。其中 n 为分解迭代次数。图 2 和图 3 分别为本文所提算法与 PARAFAC 算法的收敛速度对比图以及在不同的快拍数下计算复杂度对比图。从图 2 和图 3

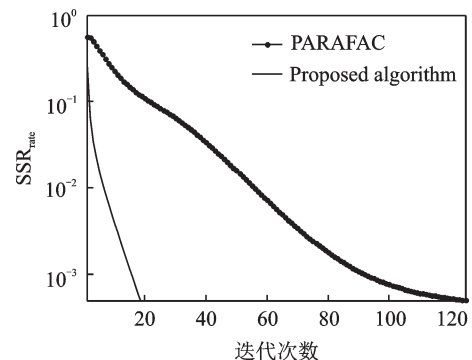


图 2 迭代分解收敛速度对比

Fig.2 Comparison of decomposition convergence rate

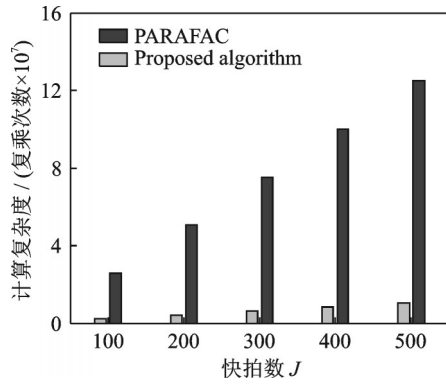


图3 计算复杂度对比

Fig.3 Comparison of computational complexity

中可以看出,所提算法加快了迭代分解过程,计算复杂度大大降低。

本文所提算法有如下优点:

- (1) 本文所提算法能够应用于任意结构的声矢量阵列,同时能得到配对的二维 DOA 估计;
- (2) 本文所提算法借助于矩阵的初估计过程,加快了分解收敛速度,降低了算法的复杂度;
- (3) 本文算法角度估计性能非常接近于 PARAFAC 算法,同时优于 ESPRIT 算法和 PM 算法。

3 仿真结果

根据前文描述的算法原理及应用场景,本节通过 MATLAB 仿真验证本文所提算法的有效性。在仿真中,假设有 3 个不相干的远场信号源发射的信号,被声矢量传感器阵列所接收,信号波达方向分别为 $(\varphi_1, \theta_1) = (10^\circ, 15^\circ)$, $(\varphi_2, \theta_2) = (20^\circ, 25^\circ)$ 和 $(\varphi_3, \theta_3) = (30^\circ, 35^\circ)$ 。 M, J 分别为阵元数和快拍数。仿真中,采用 L 次蒙特卡洛仿真来评估算法的角度估计性能,定义角度估计的求根均方误差 (Root mean squares error, RMSE) 为

$$\text{RMSE} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L [(\hat{\varphi}_{k,l} - \varphi_k)^2 + (\hat{\theta}_{k,l} - \theta_k)^2]} \quad (34)$$

式中: φ_k, θ_k 分别为第 k 个信号源的准确方位角和仰角; $\hat{\varphi}_{k,l}$ 和 $\hat{\theta}_{k,l}$ 分别为第 l 次仿真中 φ_k 和 θ_k 的估计值; L 为仿真次数,仿真中 L 取 1000。

图 4 为本文所提出的算法在信噪比 (Signal noise ratio, SNR) 为 15 dB 下仿真 100 次的估计结果分布图。仿真中阵元数 $M=15$ 、快拍数 $J=200$ 。从图 4 可以看出本算法可以有效地用于声矢量传感器阵列的二维 DOA 估计。图 5 为本文算法与 PARAFAC 算法^[14]、ESPRIT 算法^[8]以及 PM 算法^[9]角度估计性能对比仿真结果。仿真中 $M=10$, $J=200$ 。从图中可以看出,所提算法角度估计性能

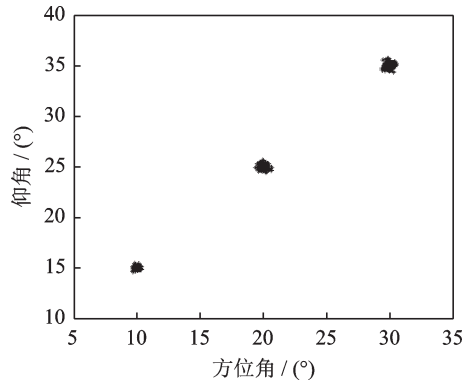


图4 本文所提算法角度估计结果

Fig.4 Angle estimation of the proposed algorithm

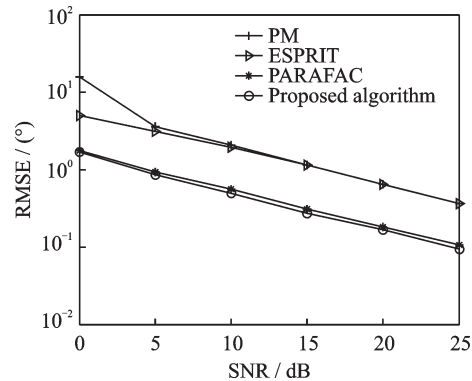


图5 不同算法的角度估计性能对比

Fig.5 Comparison of angle estimation performance of different algorithms

非常接近于 PARAFAC 算法,同时优于 ESPRIT 算法和 PM 算法。

图 6 给出了本文算法在不同阵元数下的仿真结果,仿真中快拍数 $J=200$ 。从图 6 可以看出,该算法性能随着阵元数 M 的增大而提高,其原因是阵元数的增多提高了空间分集增益。图 7 为本文算法在不同快拍数下的仿真结果,仿真中阵元数 $M=14$ 。从图 7 可知,该算法角度估计误差随着快拍数的增大而减小,其原因为快拍数增大提高了时间分集增益。

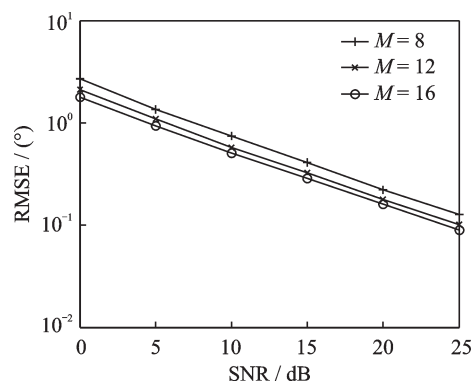


图6 本文算法在不同阵元数下的角度估计性能

Fig.6 Angle estimation performance under different M of the proposed algorithm

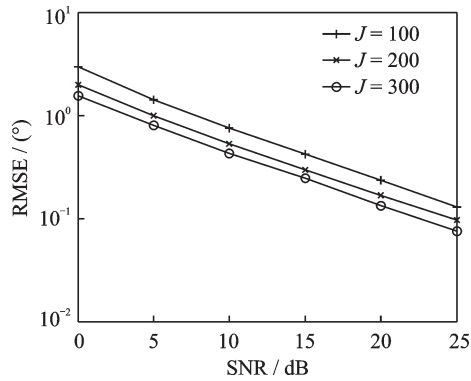


图 7 在不同快拍数下的角度估计性能

Fig.7 Angle estimation performance under different J of the proposed algorithm

4 结 论

针对任意结构的声矢量传感器阵列中的二维 DOA 估计问题,本文提出的快速 PARAFAC 分解算法,能够以较低的计算复杂度得到接收信号匹配的二维 DOA 估计。仿真表明,该算法的二维角度估计性能接近于 PARAFAC 算法,同时优于 ESPRIT 算法和 PM 算法。

参考文献:

- [1] YU H, ZHANG X, CHEN X, et al. Computationally efficient DOA tracking algorithm in monostatic MIMO radar with automatic association[J]. International Journal of Antennas & Propagation, 2016, 2014(12): 1-10.
- [2] FAYAD Y, WANG C, CAO Q. A sequential adaptive method for enhancing DOA tracking performance[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016, 33(6): 739-746.
- [3] CUI K, WU W, HUANG J, et al. DOA estimation of LFM signals based on STFT and multiple invariance ESPRIT[J]. AEU-International Journal of Electronics and Communications, 2017, 77: 10-17.
- [4] NEHORAI A, PALDI E. Acoustic vector-sensor array processing[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1994, 42(9): 2481-2491.
- [5] WONG K T, ZOLTOWSKI M D. Root-MUSIC-based azimuth-elevation angle-of-arrival estimation with uniformly spaced but arbitrarily oriented velocity hydrophones[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(12): 3250-3260.
- [6] WONG K T, ZOLTOWSKI M D. Self-initiating MUSIC-based direction finding in underwater acoustic particle velocity-field beamspace[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2000, 25(2): 262-273.
- [7] WONG K T, ZOLTOWSKI M D. Closed-form underwater acoustic direction-finding with arbitrarily spaced vector-hydrophones at unknown locations[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1997, 22(3): 566-575.
- [8] HE J, JIANG S, WANG J, et al. Direction finding in spatially correlated noise fields with arbitrarily-spaced and far-separated subarrays at unknown locations[J]. IET Radar Sonar Navigation, 2009, 3(3): 278-284.
- [9] HE J, LIU Z. Two-dimensional direction finding of acoustic sources by a vector sensor array using the propagator method[J]. Signal Processing, 2008, 88(10): 2492-2499.
- [10] SUN G, YANG D, LZHANG L. Maximum likelihood ratio detection and maximum likelihood DOA estimation based on the vector hydrophone[J]. Acta Acustica, 2003, 28(1): 66-72.
- [11] 陈未央, 张小飞, 张立岑. 声矢量传感器阵中基于 Kalman 滤波和 OPASTd 的 DOA 跟踪算法[J]. 南京航空航天大学学报, 2015, 47(3): 377-383.
CHEN Weiyang, ZHANG Xiaofei, ZHANG Licen. DOA tracking algorithm for acoustic vector-sensor array via kalman filter and OPASTd[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2015, 47(3): 377-383.
- [12] 许凌云, 张小飞, 许宗泽. 基于任意声矢量传感器阵列的角度和频率估计算法[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(10): 2234-2240.
XU Lingyun, ZHANG Xiaofei, XU Zongze. Novel joint angle and frequency estimation algorithm based on arbitrary acoustic vector array[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(10): 2234-2240.
- [13] GARDLO A, SMILDE A K, HRON K, et al. Normalization techniques for PARAFAC modeling of urine metabolomic data[J]. Metabolomics, 2016. DOI:10.1007/s11306-016-1059-9.
- [14] ZHANG X, CHEN H, XU D. Trilinear decomposition-based two-dimensional DOA estimation algorithm for arbitrarily spaced acoustic vector-sensor array subjected to unknown locations[J]. Wireless Personal Communications, 2012, 67(4): 859-877.
- [15] SIDIROPOULOS N D, LATHAUWER L D, FU X, et al. Tensor decomposition for signal processing and machine learning[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 65(13): 3551-3582.
- [16] FAVIER G, GOULART J. An algebraic solution for the candecomp/PARAFAC decomposition with circulant factors[J]. SIAM Journal on Matrix Analysis & Applications, 2015, 35(4): 1543-1562.