Vol. 52 No. 6 Dec. 2020

DOI:10.16356/j.1005-2615.2020.06.013

# 基于GRASP算法的飞机旅客一体化恢复优化研究

胡玉真,张 溥,张 耸

(哈尔滨工程大学经济管理学院,哈尔滨,150001)

摘要:针对航班调整中较常用的手段——航班取消-合并方法,对飞机旅客一体化恢复问题进行研究。首先,基于连接网络和旅客转机网络建立数学规划模型,然后基于贪婪随机自适应搜索方法(Greedy randomized adaptive search procedure, GRASP),设计启发式算法求解该问题,并且在算法的每一次迭代中,都能得到基于航班调整的旅客转机的最优方案。最后,通过案例证明了算法的有效性,并且说明了相对飞机和旅客先后进行恢复,飞机和旅客的一体化恢复能够有效降低恢复成本以及受干扰的旅客数量。

关键词:航班调整;一体化恢复;贪婪随机自适应搜索方法算法;取消-合并

中图分类号:O224 文献标志码:A 文章编号:1005-2615(2020)06-0937-11

# Optimization of Integrated Recovery for Aircraft and Passengers Based on GRASP Algorithm

HU Yuzhen, ZHANG Pu, ZHANG Song

(School of Economics and Management, Harbin Engineering University, Harbin, 150001, China)

**Abstract:** The integrated recovery problem of aircraft routing and passengers is considered based on the common flight rescheduling method of cancellation-combination. A mathematic model is established based on connection network and passenger transiting network. A greedy randomized adaptive search procedure (GRASP) algorithm is constructed to solve the problem. Data tests are given to illustrate the effectiveness of the algorithm, and to present that the integrated recovery of aircraft and passengers can decrease the recovery cost and disrupted passengers, compared to the recovery without consideration of passenger reassignment.

**Key words:** flight rescheduling; integrate recovery; greedy randomized adaptive search procedure (GRASP) algorithm; cancellation-combination

在过去20年,经济的迅速发展,极大地促进了中国航空事业的飞速发展。根据《2014—2018年中国民用航空行业分析与市场前景预测报告》,中国航空运输业将保持持续增长的强大势头,预计20年后,中国的国内航空客运周转量将超过美国,成为全球航空客运周转量第一的国内航空客运市场。虽然中国民航业总体发展形势很好,但是对于航空公司来说,仍然面临很多挑战:诸如碳排放的限制、航空燃油价

格的上涨以及高铁的竞争等。因此,保持自己的核心竞争力是航空公司取得生存与发展的关键因素。

安全、准时、快捷是航空公司的3大核心竞争力,激烈的竞争使得航空运输排班越来越紧凑。然而,很多不可预测的事件:如恶劣天气、空中交通管制以及航空公司自身原因等都会导致航班计划不能正常执行,旅客行程受到干扰,甚至会发生大规模航班延误。如果航班计划不能得到及时调整,将

基金项目:国家自然科学基金(71801061,71401162,71771061)资助项目;黑龙江省哲学社会科学研究规划(18GLC208)资助项目;黑龙江省自然科学基金(QC2016095)资助项目;黑龙江省博士后科研启动金(LBH-Q18047)资助项目;中国博士后科学基金(2016M590276)资助项目;黑龙江省科学基金(LBH-Z15047)资助项目。

**收稿日期:**2019-04-20;**修订日期:**2020-01-03

通信作者:胡玉真,女,副教授,E-mail:yuzhenhu@hrbeu.edu.cn。

引用格式: 胡玉真, 张溥, 张耸. 基于 GRASP 算法的飞机旅客一体化恢复优化研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2020, 52(6): 937-947. HU Yuzhen, ZHANG Pu, ZHANG Song. Optimization of integrated recovery for aircraft and passengers based on GRASP algorithm[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2020, 52(6): 937-947.

会给航空公司带来巨大的经济和信誉损失。因此, 在遇到干扰时,如何安排各种资源,使得航班计划 尽快恢复正常,是航空公司提高核心竞争力和满足 旅客需求的关键问题。

关于航班干扰管理的研究始自 20 世纪 80 年代<sup>[13]</sup>,截止到目前已有诸多研究成果<sup>[13]</sup>。一般来说,航班调整需要对飞机、机组和旅客 3 种资源进行恢复:飞机恢复和机组恢复是保证航班运行的必要条件,而旅客行程恢复是决定航班生产服务质量的重要举措。根据资源恢复的集成程度,相关研究大致分为单一资源恢复、分阶段恢复、部分一体化恢复和整体一体化恢复等几个阶段。

从20世纪80年代中期开始[4],对飞机和机组 等单个资源的恢复研究已逐渐取得了丰硕的研究 成果,但是起初很多求解方法都基于飞机排班模型 设计[5-9]。文献[10]引进经典的时空网络模型用于 解决飞机恢复问题。文献[11]在飞机恢复中提出 了旅客失望溢出成本和失望溢出率概念,并将其用 来衡量航班恢复的效果,最后运用匈牙利算法对问 题进行了求解。文献[12]在飞机和机组恢复计划 基础上建立旅客流恢复模型,运用深度优先搜索算 法构造出可行行程并以单纯形法求解该模型,以保 证旅客流的快速恢复。文献[13]将飞机恢复问题 转化为基于时间段的网络模型,并以飞机流的平衡 性为约束进行求解。文献[14]对每架飞机建立时 空网络模型,并结合肯尼亚航空公司的实际数据进 行案例分析和模拟仿真。文献[15-17]用基于多商 品网络流的列生成算法求解大规模的飞机恢复问 题。文献[18]针对航班干扰问题,考虑使用备用飞 机、延误航班与取消航班等不正常航班调度策略, 运用并行贪婪随机自适应搜索方法(Greedy randomized adaptive search procedure, GRASP)算法优化 飞机路径和取消路线。文献[19]针对飞机故障修复 时间的不确定性,建立了飞机路线恢复的两阶段随 机规划模型,并设计随机启发式算法进行求解,并通 过算例验证了随机模型相对于确定性模型的优势。 文献[20]针对机场关闭引起的航班中断问题,运用 定点迭代式的分布式网络以及整数规划模型对问题 进行描述,并运用CPLEX 优化器进行求解。

飞机、旅客以及机组等多种资源的恢复问题是一项具有挑战性的研究工作,只有少部分学者成功求解该类问题。文献[21]是第一个尝试一体化恢复的研究,但是只有一部分模型实现了求解。文献[22]建立了两个模型:DPM (Disrupted passenger metric)和 PDM (Passenger delay metric)。DPM 模型中旅客的延误成本是近似值;PDM 模型中的延误成本较准确,但是 PDM 模型不具有可操作性。文献

[23]建立了基于飞机周转的飞机旅客一体化恢复模 型,并与文献[24]中的飞机恢复求解进行对比,但是 该模型没有讨论运行效率且只针对小规模航班计划 调整问题。文献[25-27]运用大规模邻域搜索算法和 列生成思想求解飞机旅客一体化恢复问题,但是是 针对ROADEF<sup>[28]</sup>,而非实际运行案例。文献[29-30]针对飞机旅客一体化恢复问题展开研究,并在模 型中考虑旅客的失望溢出成本,前者运用CPLEX Solver 商业软件进行求解得到飞机和旅客的重新调 配方案,后者则建立了多目标飞机和旅客一体化恢 复模型,并设计分阶段启发式算法进行求解。文献 [31-32]针对飞机旅客一体化恢复问题,但都是直接 运用商业优化软件直接进行求解。文献[33]则在机 场终端航班恢复的研究中,综合考虑旅客满意度和 航空公司的公平性约束,将群体情绪模拟引入到了 航班计划恢复模型中,并用模拟退火算法对机场航 班恢复进行仿真求解,以优化机场运行服务质量。

综上所述,还未发现有文献运用GRASP算法对飞机旅客一体化恢复问题进行研究并结合实际运行案例进行验证。本文结合航空公司目前常用的取消合并的航班调整手段,基于连接网络和旅客转机网络,建立整数规划模型,并运用GRASP算法对问题进行求解,在算法的每一次迭代中,都可得到旅客的最优转机方案。最后用实际运行案例对算法的有效性进行了验证。

# 1 问题描述

一般情况下,当干扰发生后,运行控制中心会根据收集到的航班计划、飞机路线、飞机维修计划以及机组状态等信息,运用飞机交换、航班延误以及取消一合并等手段,控制干扰的蔓延,并使得航班计划能够在一段时间内恢复正常。鉴于不同机型的飞机的座位数以及适航特征不尽相同,在飞机交换时,应根据相关飞行政策执行。一般来说,大容量的飞机可以通过飞机交换去执行旅客数量较少的航班,但是反之则不行。取消一合并手段是指航班被取消,且其旅客被安排到其他目的地相同的航班中,目前是中国国际航空公司等大型航空公司航班调整时比较常用的手段之一。

本文考虑飞机和旅客的一体化恢复问题,其目标是最小化与旅客延误、转机以及退票等相关的总成本。此外,模型还需满足以下假设条件:(1)飞机资源受到干扰而产生延误或必须停驻在机场,不考虑机组等资源计划的改变对航班计划的影响;(2)航班计划需要在当天恢复正常,以免影响第二天的航班生产运行;(3)不考虑调机手段对航班计划的调

整;(4) 假设机组的值勤时间在一天内能够满足要 求,不考虑机组的重新安排。一般情况下,如果航班 未被取消,旅客会继续乘坐原航班,否则,将由航空 公司进行合理安排。假设受干扰旅客完全服从航空 公司的安排,共有两种安排渠道:第一是将其安排在 该航空公司内部相同目的地的其他航班中;第二是 退票或者为旅客提供住宿以便第二天的行程安排。

当重新优化飞机路径和安排旅客时,需要满足 以下约束限制:(1)一个航班最多只能被一架飞机 执行;(2)新的飞机路径中,航班的出港时间不能 早于其原计划出港时间;(3) 航班延误时间不能超 过最大延误时间限制;(4)新的飞机路径优化要满 足前后航班的衔接性:(5)新的飞机路径需满足机 场宵禁时刻的要求;(6)在当天航班运行结束时, 每个机场需有足够数量的飞机以满足后续的航班 计划执行:(7) 在考虑旅客转机时,接受旅客的航 班与转出旅客的航班之间需要满足旅客转机的时 间要求:(8)接受旅客的航班需要满足其旅客人数 不能超过执行该航班的飞机座位数。

# 数学模型

基于航班连接网络[10]以及旅客转机网络[23], 本文构建了求解一体化恢复的整数规划模型。

索引:

机型索引

飞机路线索引

飞机索引

*k*, *f* 航班索引

机场索引

集合:

E机型集合

F航班集合

R飞机路线集合

S机场集合

P 飞机集合

P(e)属于机型e的飞机集合, $e \in E$ 

 $R_{\scriptscriptstyle E}(f)$ 覆盖航班f的飞机路线集合, $f \in F$ 

终点是机场s的飞机路线集合, $s \in S$  $R_s(s)$ 

 $R_P(p)$ 能够被飞机 p 执行的飞机路线集合,  $p \in P$ 

能够被属于机型e的飞机执行的飞  $R_{\scriptscriptstyle F}(e)$ 机路线集合, $e \in E$ 

能够接受从航班付的旅客转机的航 Q(f)班集合, $f \in F$ 

M(f)其旅客可以转机到航班 f的航班集 合, $f \in F$ 

参数:

航班 f 中每位旅客的平均退票成本,  $C_f$  $f \in F$ 

航班f被飞机路线r覆盖,并被飞机p $d_{rfp}$ 执行,其每位旅客的延误成本, $r \in$  $R_F(f)$ ,  $f \in F$ ,  $p \in P$ 

航班 f被飞机路线 r覆盖,并被飞机 p  $t_{rfb}$ 执行,其航班延误时间, $r \in R_F(f)$ ,  $f \in F$ ,  $p \in P$ 

在恢复时间窗结束后,停驻在机场s  $h_s^e$ 且属于机型 e 的飞机数量;  $s \in S$ ,  $e \in E$ 

M最大航班延误时间限制

航班f中原计划的旅客数量, $f \in F$  $N_{bf}$ 

属于机型e的飞机上座位数; $e \in E$  $N_e$ 

从航班/转机到被飞机路线 r和飞机 p覆盖的航班 k上的每位旅客的转机 成本,  $f \in F$ ,  $k \in Q(f)$ ,  $r \in O(k$ ,  $f), p \in P$ 

决策变量:

值为1表示飞机路线r被执行,否则 值为 $0, r \in R$ 

从航班f转机到被飞机路线r和飞机 p覆盖的航班k上的旅客数量; $f \in$  $F, k \in Q(f), r \in O(k, f), p \in P$ 

因为航班 f被取消而退票的旅客数 量, $f \in F$ 

 $\min c(x_r, t_f^{rkp}, r_f) = \sum_{s \in P} \sum_{r \in P} \sum_{s \in P} d_{rfp} N_{p_f} x_r +$ 

$$\sum_{f \in F} \sum_{k \in Q(f)} \sum_{p \in P} \sum_{r \in R_v(k)} e_f^{rkp} t_f^{rkp} + \sum_{f \in F} c_f r_f \tag{1}$$

s.t.

$$\sum_{r \in R_F(f)} x_r \leqslant 1 \qquad \forall f \in F \tag{2}$$

$$\sum_{r \in R_S(s) \cap R_E(e)} xr = h_s^e \qquad \forall s \in S, e \in E$$
 (3)

$$\sum_{r \in R_{r}(p)} x_{r} \leqslant 1 \qquad \forall p \in P \tag{4}$$

$$\sum_{r \in R_{p}(p)} x_{r} \leq 1 \qquad \forall p \in P$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{r \in R_{p}(f)} t_{rfp} x_{r} \leq M \qquad \forall f \in F$$

$$(5)$$

$$\sum_{k \in Q(f)} \sum_{p \in P} \sum_{r \in R_F(k)} t_f^{rkp} + r_f = N_{p_f} \left( 1 - \sum_{r \in R_F(f)} x_r \right)$$

$$\forall f \in F$$
(6)

$$\sum_{k \in M(f)} \sum_{p \in P(e)} \sum_{r \in R_k(f)} t_k^{rfp} \leq (N_e - 1)$$

$$N_{p_f}) \sum_{p \in P(e)} \sum_{r \in R_E(f) \cap R_P(p)} x_r \qquad \forall f \in F, e \in E \qquad (7)$$

$$x_r = \{0, 1\} \quad \forall r \in R \tag{8}$$

$$r_f = \{0, 1, 2, \cdots\} \quad \forall f \in F \tag{9}$$

 $t_f^{rkp} = \{0, 1, 2, \cdots\}$ 

 $\forall f \in F, k \in Q(f), r \in R_F(k), p \in P \qquad (10)$ 

在模型中,航班连接网络中的飞机路径满足航班衔接约束以及机场宵禁约束。该模型来源于带边界限制的集合分割问题,即如何把有限的飞机资源分割给各种航班,且满足航班唯一性的边界条件;以及把有限的飞机座位数分配给各种类型旅客,且满足旅客数量的平衡性。

上述模型中,目标函数(1)是最小化延误成本、转机成本以及退票成本之和。约束条件(2)保证了航班的唯一性;约束条件(3)保证了在当天运行结束时,各机场飞机数量的平衡。约束条件(4)说明每架飞机只能覆盖一条飞机路径。约束条件(5)保证航班延误时间不能超过最大限制。约束条件(6)保证了旅客数量的平衡性。约束条件(7)限制一个航班中旅客的总量不能超过执行该航班的飞机座位数。约束条件(8)—(10)决策变量是整数或者0-1变量。

随着求解规模的增加,飞机路径的数量会呈指数级增长,想找出所有的飞机路径是非常困难的和耗时的。鉴于航班调整问题在实际应用中时效性方面的考虑,本文基于GRASP,设计启发式算法求解飞机旅客一体化恢复问题。

#### 3 基于GRASP的算法设计

GRASP最早是由Feo and Resende<sup>[24]</sup> 1989年提出,它是求解组合优化问题比较常用的一种智能算法。一般分为两个阶段:第一阶段是通过贪婪随机自适应函数设计初始解;第二阶段是应用邻域搜索程序改进满意解。

当航班计划受到干扰时,直接顺延受干扰的 航班,若不满足宵禁条件,则取消一部分航班串, 基于得到的可行飞机路线,合理安排旅客转机,这 样得到的初始解与原计划的飞机路径差别较小, 也符合干扰管理的基本思想。因此,本文的启发 式算法,结合了GRASP算法的一部分思路,贪婪-随机思想则用于局部搜索程序,以避免陷入局部 优化。

综上所述,有3个疑问需要解决:(1)对每一次 飞机路径的迭代搜寻,如何设计旅客的最优安排; (2)在每次迭代循环时,如何确定搜索的邻域;(3) 如何设计贪婪-随机的局部搜索程序以完成算法的 设计。

### 3.1 旅客最优安排

每个可行解都是由可行的飞机路径、取消航班 集合以及可行的旅客安排组成的。本部分就设计 相应算法求得旅客的最优安排。

设取消的航班集合为F',把F'按照出港机场、进港机场进行分类,即 $F' = \{F_1', F_2', \cdots, F_m'\}$ 。子集 $F_i', \forall i = \{1, 2, \cdots, m\}$ 中的所有航班的出港机场和进港机场相同。针对子集 $F_i'$ ,从飞机路径中查找航班并放入集合T(F'),使得T(F')的所有航班的出港机场、进港机场与 $F_i'$ 中航班的出港机场、进港机场相同。 $F_i'$ 和 $T(F_i')$ 之间的旅客安排问题,是一个很典型的运输问题,可以运用最小费用路算法来得到 $F_i'$ 和 $T(F_i')$ 之间旅客安排问题的最优解。下面给出 $F_i'$ 和 $T(F_i')$ 之间旅客安排问题的最小费用路算法。

首先  $\forall i = \{1, 2, \dots, m\}$ ,需要建立旅客改签网络  $N_i = (V, g, h, A, c, b)$ ,其中网络  $N_i$ 的点集  $V = F_i' \cup T(F_i') \cup \{t_{n+1}\}$ ; g 为人工源; h 为人工汇; A 为有向弧集,包括 3 个子集; c 为弧上的容量大小; b 为弧上的费用。设  $F_i'$  中航班为  $f_1', f_2', \dots, f_{m(i)}', T(F_i')$  中的航班分别为  $t_{j_1}, t_{j_2}, \dots, t_{j_n}$ ,并给出虚拟航班  $t_{n+1}$ 。对于任意的  $I \in \{1, 2, \dots, m(i)\}$ 和  $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,如果  $t_{j_i}$  的实际出港时刻大于等于  $f_i'$  的计划出港时刻,则建立  $f_i'$  和  $t_{j_i}$ 之间的有向链接,所有  $f_i'$ 都和  $t_{n+1}$  建立链接,为网络添加人工源 g、和人工汇 h。

下面给出网络中的点和弧的信息:

- $F'_{i}$  取消航班集合中出港机场、进港 机场分别相同的一类航班子集;  $F'_{i} = \{F'_{1}, F'_{2}, \cdots, F'_{m}\}$
- T(F<sub>i</sub>) 飞机路径中和F<sub>i</sub>中的航班出港 机场和进港机场分别相同航班 集合
- *t*<sub>n+1</sub> 设计的虚拟航班,用来接收退票的旅客
- $(f', t_f)$  取消路径中的航班f'到和f'的 出港机场、进港机场分别相同的 航班 $t_f$ 的有向弧,且满足 $t_f$ 的实际出港时刻大于等于f'的计划 出港时刻; $f' \in F'_i$ ,  $t_f \in T(F'_i)$ ;c  $(f', t_f) = \min\{N_{p_f'}, N_e N_{p_f}\}$ ,e 为执行 $t_f$ 所在的飞机路径的机 型; $b(f', t_f) = e^{r_f t_f p}_f$ ,其中r 为航班 $t_f$ 所在的飞机路径,p 为执行该路径的飞机
- $(f', t_{n+1})$  表示航班 f'上的旅客退票;

 $f' \in F'_i; c(f', t_{n+1}) = N_{p_{f'}}; b(f', t_{n+1}) = c_{f'}$ 

 $(t_f, h)$  接收改签旅客的航班  $t_f$ 到人工 汇h的有向弧;  $t_f \in T(F_i')$ ;  $c(t_f, h) = N_e - N_{pif}$ , e 为执行  $t_f$ 所在的飞机路径的机型;  $b(t_f, h) = 0$ 

 $(t_{n+1},h)$  从虚拟航班  $t_{n+1}$ 到人工汇 h 的有向弧 ;  $c(t_{n+1},h)=\sum_{l'\in F'}N_{pl'}$ 

设 $F'_i$ 中的所有航班的旅客总量为w,旅客安排的算法(PRA)如下所示:

第1步 输入F',取i=1。

第2步 若 i > m, 则 算 法 停 止; 否 则 转 第3步。

第3步 针对 $F'_i$ ,计算其旅客总量为w,在飞机路径中搜索 $T(F'_i)$ ,根据旅客改签的时间衔接关系,构造旅客改签网络 $N_i = (V, g, h, A, c, b)$ 。

第4步 取零值流作为初始可行流 fi。

第5步 若 $f_i = w$ ,则停止,当前的 $f_i$ 即为所求的最小费用流,i = i + 1,转第2步; 否则,转第6步。

第6步 构造增量网络 $N(f_i)$ ,找出 $N(f_i)$ 中一条最小费用g-h有向路P,转第7步。

第7步 用 C(P)表示 P上最小的弧容量,令  $\theta = \min\{C(P), f_i\}$ ,在 N中沿 P对  $f_i$  增流  $\theta$ ,得到新流  $f_i$ ,转第5步。

**定理1** 对邻域中的每一个可行的飞机路径来说,都可以找到旅客改签的最优安排。

证明 首先, $\forall i, j \in \{1, 2, \dots, m\}$ 且  $i \neq j, F_i'$   $\cap F_i' = \varphi$ ,  $T(F_i') \cap T_F(F_j') = \varphi$ , 所以  $N_i$ 和  $N_j$ 是相互独立的。只需要证明对于 $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$ , $N_i$ 都能够找到最优解即可。

上述算法,针对 N<sub>i</sub>网络,上述算法中第 4 步到 第 7 步是最小费用路算法,由文献[25]得到证明,最小费用路算法能够得到最小费用流。

#### 3.2 搜索邻域的定义

在介绍邻域的定义以前,先来介绍几个概念:  $pair=\{S_1,S_2\}$  路径对,可以是两条飞机路径,即  $S_1,S_2\in R$ ;也可以是一条飞机路径和一条取消路径,即  $S_1\in R_C,S_2\in R$ 

 $U_i$  飞机  $p_i$ 的座位数,也称作飞机  $p_i$ 的容量

d<sub>f</sub> 航班f的出港机场

a<sub>f</sub> 航班f的进港机场

定义3种产生邻域的方式:插入、交换和取消。

插入和交换发生在路径对中,而且,原计划被小容量机型的飞机执行的航班可以插入到大容量的飞机中,反之则不行。交换只限于同机型的飞机路径之间进行。取消操作是针对单个飞机路径来说的。

设 $S_1 = \{f_{1,1}, f_{1,2}, \cdots, f_{1,n}\}, S_2 = \{f_{2,1}, f_{2,2}, \cdots, f_{2,m}\}_{\circ}$ 

(1) 插入:如果航班串 $S_2$ 满足 $S_2 \in R$ ,且 $U_1 \leq U_2$ ,则从 $S_1$ 中寻找一个航班串 $S_1'=\{f_{1,u},f_{1,u+1},\cdots,f_{1,v}\}\supseteq S_1,S_1'插入<math>S_2$ 的方式有4种:①前端插入(Fore-insert);②中间插入(Mid-insert);③尾端插入(Tail-insert);④尾端删除插入(Tail-delinsert)。

① Fore-insert: 如果  $d_{f_{1,u}} = a_{f_{1,v}} = d_{f_{2,1}}$ , 则  $S_2 = S_2 \cup S_1', S_1 = S_1 / S_1'$ , 使得

$$S_1 = \{f_{1,1}, \dots, f_{1,u-1}, f_{1,v+1}, \dots, f_{1,n}\}$$
  

$$S_2 = \{f_{1,u}, \dots, f_{1,v}, f_{2,1}, \dots, f_{2,m}\}$$

② Mid-insert: 如果  $\exists$ ND = NODE $_5$   $\cap$  NODE $_s$ , 满足条件  $d_{f_{1,u}}=a_{f_{1,v}}=d_{f_{2,j}}$ ,则令  $S_2=S_2\cup S_1'$ ,  $S_1=S_1/S_1'$ ,使得

$$S_1 = \{f_{1,1}, \cdots, f_{1,u-1}, f_{1,v+1}, \cdots, f_{1,n}\}$$

$$S_2 = \{f_{2,1}, \cdots, f_{2,j-1}, f_{1,u}, \cdots, f_{1,v}, f_{2,j}, \cdots, f_{2,m}\}$$

③ Tail-insert: 如果  $d_{f_{1,u}}=a_{f_{1,v}}=a_{f_{2,m}}$ ,则  $S_2=S_2\cup S_1',S_1=S_1\setminus S_1'$ ,使得

$$S_1 = \{f_{1,1}, \dots, f_{1,u-1}, f_{1,v+1}, \dots, f_{1,n}\}$$
  
$$S_2 = \{f_{2,1}, \dots, f_{2,m}, f_{1,u}, \dots, f_{1,v}\}$$

④ Tail-del-insert: 如果  $S_1\in R$  , v=n 且  $d_{f_{1.u}}=a_{f_{2.u}}$  ,则  $S_2=S_2\cup S_1',S_1=S_1/S_1'$  ,使得

$$S_1 = \{f_{1,1}, \cdots, f_{1,u-1}\}$$
  $S_2 = \{f_{2,1}, \cdots, f_{2,u}, f_{1,u}, \cdots, f_{1,v}\}$ 

(2) 交换:如果  $S_2 \in R$  或者  $S_1 \in R$ ,且  $U_1 = U_2$ ,则从  $S_1$ 中任取一个航班串  $S_1' = \{f_{1,u}, f_{1,u+1}, \dots, f_{1,v}\} \supseteq S_1$ ,从  $S_2$ 中任取一个航班串  $S_2' = \{f_{2,j}, f_{2,j+1}, \dots, f_{2,l}\} \supseteq S_2$ ,两条路径交换的方式有两种:①中部交换(Mid-cross);②尾部交换(Tail-cross)。

① Mid-cross: 如果  $d_{f_{1,u}} = a_{f_{2,i}}$  且  $a_{f_{1,u}} = a_{f_{2,i}}$ ,则 令  $S_2 = S_2 / S_2' \cup S_1', S_1 = S_1 / S_1' \cup S_2'$ ,使得

$$\begin{split} S_1 &= \{f_{1,1}, \cdots, f_{1,u-1}, f_{2,j}, \cdots, f_{2,l}, f_{1,v+1}, \cdots, f_{1,n}\} \\ S_2 &= \{f_{2,1}, \cdots, f_{2,j-1}, f_{1,u}, \cdots, f_{1,v}, f_{2,l+1}, \cdots, f_{2,m}\} \end{split}$$

② Tail-cross: 如果满足条件  $S_2 \in R$ ,  $S_1 \in R$ 且  $d_{f_{1,u}} = a_{f_{2,j}}$ , 则令  $S_2 = S_2 / S_2' \cup S_1'$ ,  $S_1 = S_1 / S_1' \cup S_2'$ , 使得

$$S_1 = \{f_{1,1}, \dots, f_{1,u-1}, f_{2,j}, \dots, f_{2,m}\}$$
  

$$S_2 = \{f_{2,1}, \dots, f_{2,j-1}, f_{1,u}, \dots, f_{1,n}\}$$

(3) 取消:如果  $S_1 \in R$ ,则从  $S_1$ 中任取一个航 班环  $f_c = \{f_{1,u}, f_{1,u+1}, \dots, f_{1,v}\} \supseteq S_1, \diamondsuit S_1 = S_1 / f_c$ ,

 $R_c = R_c \cup f_c$ 

无论哪种搜索邻域方式,都需要在执行后判断 每个航班是否满足最大航班延误时间的限制,如果 满足则判定其属于可行邻域集中的一个解,否则, 找到的则不是邻域可行解。

#### 3.3 启发式算法设计

在给出启发式算法以前需要确定邻域候选集 $r_{cl}$ 的容量大小,然后从候选集 $r_{cl}$ 中随机选取一个邻域解作为下一次迭代的初始解。一般来说有两种规则:一种是数量规则,另一种是质量规则。数量规则是指给出一个常数m,从搜索邻域中选取m个最好的解放入邻域候选集;质量规则是指给定一个参数 $\alpha$  (0  $\leq \alpha \leq$ 1),邻域值在区间[ $c^{\min}$ ,  $c^{\min}$  +  $\alpha$ ( $c^{\max}$  -  $c^{\min}$ )]的解将被放入邻域候选集 $r_{cl}$ ,其中 $c^{\min}$  和  $c^{\max}$ 分别指搜索邻域中所有解的最小值和最大值。鉴于 $c^{\min}$  较难获得,因此本文采用数量规则确定领域候选集 $r_{cl}$ 的容量。

基于 GRASP 算法的启发式算法 (Integrated recovery metric, IRM)流程图如图 1所示。

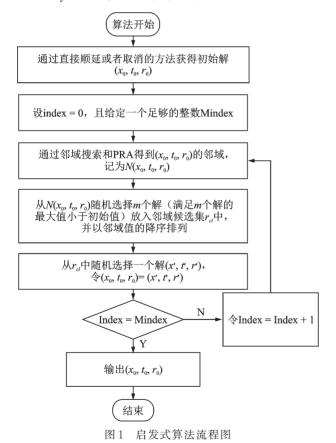


Fig.1 Heuristic algorithm flow chart

#### 4 算例设计及分析

本文基于中国某一航空公司的实际航班运行数据,分别运用小规模算例和大规模算例验证方法的有效性。程序的开发语言是C++,算例的运行

环境是 DELL INSPIRON N4110 以及 i5-2410 CPU, RAM 2.3 GB。

虽然在现实航班调整中飞机和旅客是先后分别进行恢复,但是在算法设计中,本文发现飞机和旅客同时进行恢复的方案比先后进行恢复的方案要优。由此本文设计一个基准算法(记为ARM):先恢复飞机路线,针对最优的飞机路线再恢复旅客行程。

小规模算例的原计划航班信息以及飞机可用 信息如表1和图2所示,共有5架飞机,其可用时刻 晚于航班计划出港时刻(其中飞机尾号为2580, 2627和2630的3架飞机分别延误2h,飞机尾号为 2587 和 2588 的两架飞机当天停驻在 PEK 机场)。 在算例中,机场最小过站时间为40 min,航班最大延 误时间为4h,恢复时间窗口为7:00~24:00。基准 算法 ARM 求得的飞机路线如图 3 所示,其中航班 1101和航班1106被取消,无旅客可转机到其他航 班。算法IRM求得的飞机路线以及旅客转机信息 如图 4 所示,其中航班 1105 和航班 1106 被取消,部 分旅客由航班1105转机到航班1101。并且从图3 和图 4 的对比可以看出,更多航班被原计划的飞机 覆盖,因此IRM得到的飞机路线与原计划飞机路线 偏离更小。相关指标的详细对比信息见表2,表2中 第1列表示算法 IRM 的初始解。从表中对比看出, 算法 IRM 求得的方案中,相关指标如:航班延误的 数量、航班取消的数量、旅客退票的数量、退票成本 以及总成本都优于算法ARM以及初始解。

为了进一步验证算法的有效性及实用性,选取国内某大型航空公司波音737机型1天的实际运行数据进行验证,波音737机型大概包括87架飞机,主要执行国内近340个航班,并覆盖全国95个机场,涉及到的旅客数量达43328位,所需要输入的部分旅客信息如表3所示。第1列为旅客原计划搭载的航班号,第2列的旅客数量是根据航班原计划执行飞机的最大座位数的80%得到的,第3列的退票成本表示根据航班的距离假设得到的每位旅客的退票成本。

基于原航班计划,干扰及恢复情形设计如下:设2架飞机全天停驻在机场,2架飞机在起飞机场延误一段时间;设在不同算例中,5~87架飞机参与飞机调换以尽快恢复航班计划和飞机旅客的行程;设所有机场的过站时间为40 min;设航班的最大延误时间为4h;设每位旅客的延误成本为0.1元/min;设每个航班原计划旅客数量为飞机座位数的80%。在航班取消合并时,旅客的签转成本主要由签转的接受航班实际出港时刻与原计划航班的计划出港时刻之差确定,假设为0.15元/min,航班计划调整时间窗口为7:00~24:00。

#### 表1 小规模算例信息

Table 1 Information of small-scale examples

						•		
飞机	可用时刻	航班	出港机场	进港机场	计划出港时刻	计划进港时刻	旅客数量/位	退票成本/元
	11:00	1385	PEK	XFN	9:00	10:44	96	1 040
2500		1386	XFN	PEK	11:25	13:02	96	970
2580		1635	PEK	SHE	17:43	18:43	96	600
		1636	SHE	PEK	19:40	20:51	96 96	710
		1103	PEK	HET	9:58	10:46	96	480
2587	04.00	1104	HET	PEK	11:42	12:35	96	530
2301	24:00	1105	PEK	HET	19:55	20:45	96	500
		1106	HET	PEK	21:32	22:21	96	490
	24:00	1827	PEK	WEH	7:13	8:14	96	610
2588		1828	WEH	PEK	10:16	11:25	96	690
2300		1283	PEK	HLH	15:44	17:16	96	920
		1284	HLH	PEK	18:34	20:12	96	980
	9:47	1102	HET	PEK	7:47	8:31	96	440
		1285	PEK	CHG	10:45	11:26	96	410
2627		1286	CHG	PEK	12:20	13:05	96	450
		1593	PEK	YNT	19:47	20:41	96	540
		1594	YNT	PEK	21:27	22:27	96	600
	9:46	1123	PEK	TGO	7:46	8:50	96	640
		1124	TGO	PEK	10:07	11:18	96	710
2630		1591	PEK	YNZ	13:41	15:02	96	810
		1592	YNZ	PEK	16:13	17:58	96	1 050
		1101	PEK	HET	21:31	22:16	96	450

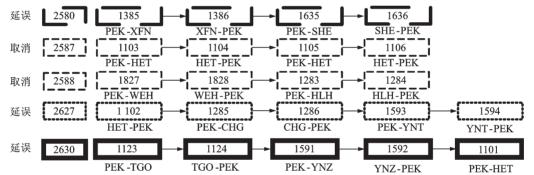


图 2 小规模算例的原始飞机路线

Fig.2 Original aircraft route of a small-scale example

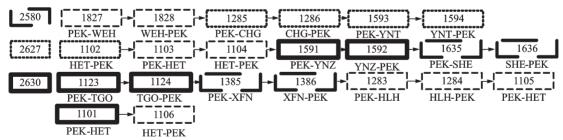


图 3 小规模算例由算法 ARM 得到的飞机路线

Fig.3 A small-scale example of the aircraft route obtained from the algorithm ARM

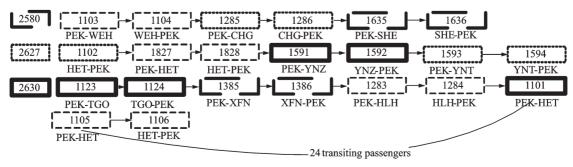


图 4 小规模算例由算法 IRM 得到的飞机路线和旅客转机信息

Fig. 4 Information of aircraft route and passenger transfer obtained from the algorithm IRM in a small-scale example

#### 表 2 小规模算例 3 种算法求解方案对比

Table 2 Comparison of three algorithms for small-scale examples

相关指标	初始解	ARM	IRM
旅客转机数量/位	24	0	24
旅客退票数量/张	744	192	168
延误成本/元	3 386	10 327	9 901
转机成本/元	345	0	345
退票成本/元	487 200	90 240	83 040
总成本/元	490 931	100 567	93 286

表3 航班计划的部分旅客信息

Table 3 Part of the passenger information of the flight plan

航班号	旅客数量/位	退票成本/元
1385	96	1 040
1386	96	970
1635	96	600
1636	96	710
1103	96	480
1104	96	530
1105	96	500
1106	96	490
1827	96	610
1828	96	690
1283	96	920
<u>:</u>	:	:

波音737机型包括3个子机型,在航班调整时,允许子机型之间相互调换飞机,调换关系见表4,其中"y"表示所在行的飞机可以代替所在列的飞机去执行其航班;"n"表示不可以代替执行。为了保证每个算例具有可行解,本文假设飞机发生干扰的机场与飞机计划在恢复时间窗口结束之时要停驻的机场相同。

表 4 子机型之间相互代替关系和飞机容量

Table 4 Substitution relationship between sub-types and aircraft capacity

子机型	733	73D	738
飞机容量/位	120	160	160
733	_	n	n
73D	У	_	у
738	У	у	_

算例中GRASP的解是通过运行GRASP算法 10次,最后选择成本最小的解作为GRASP算法的 满意解,所以对应的程序运行时间为GRASP算法 运行10次的时间。表5是针对由于2架飞机延误 (短时间不可用)、2架飞机停场(在整个恢复时间 窗内不可用)而导致的干扰情景(记为2d2g),飞机 总数不同带来的不同航班调整结果对比。由 GRASP算法得到的17个不同算例的总成本和对 应的程序运行时间分别见图5和图6。在同样的干 扰情境下,随着备选飞机数量的增加,恢复成本会 从显著降低到最后慢慢趋于稳定,但是程序运行时 间会一直增加,并呈指数级增加状态。由图5和图 6的对比分析可以看出,当干扰发生后,飞行签派 人员选择适当数量的备选飞机参与航班调整,会有 效地提高航班调整的效率。

表6列出了基准算法ARM和本文的方法IRM之间的相关指标对比情况。由对比看出,IRM可以显著降低因航班干扰造成的恢复的成本(降低32%左右),且退票的旅客数量也降低了37%,但是同时,运行成本也有所增加(增加26%),出现这种情况的原因主要是飞机和旅客的一体化恢复充分考虑到旅客的转机意愿,降低了因旅客不得不退票造成的航空公司直接或间接经济损失,但在每一

表 5 相同干扰情景不同搜索范围的算例对比

Table 5 Comparison of calculation examples with different search areas in the same disruption circumstance

,	算例	1	2	3	4	5
	延误的飞机数量/架	2	2	2	2	2
干扰及恢复情景	停场的飞机数量/架	2	2	2	2	2
	飞机总数/架	5	25	45	65	87
	延误的航班数量/个	10	21	20	17	20
	最大航班延误时间/min	13 620	10 860	7 200	8 940	10 860
	航班延误时间总和/min	66 900	78 780	53 100	36 900	76 560
	取消的航班数量/个	2	0	0	0	0
	改签的旅客数量/位	0	0	0	0	0
GRASP	退票的旅客数量/位	192	0	0	0	0
	旅客的延误成本/元	16 752	11 897.6	13 123.2	11 747.2	11 644.8
	旅客的改签成本/元	0	0	0	0	0
	旅客的退票成本/元	82 560	0	0	0	0
	总成本/元	99 312	11 897.6	13 123.2	11 747.2	11 644.8
	程序运行时间/min	0.027	0.94	3.24	8.48	31.93

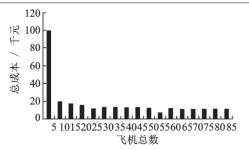


图 5 干扰情景 2d2g 通过 GRASP 算法得到的不同算例运行结果对比

Fig.5 Comparison of running time of different examples obtained by GRASP algorithm for disruption circumstance 2d2g

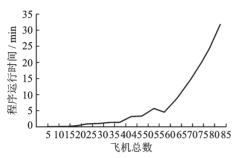


图 6 干扰情景 2d2g 通过 GRASP 算法得到的不同算例运 行时间对比

Fig.6 Comparison of running results of different examples obtained by GRASP algorithm for disruption circumstance 2d2g

表 6 实际算例结果平均值对比

Table 6 Comparison of the average values of practical examples

算例	总成本/	退票旅客	转机旅客	平均运行
异ツ	元	数量/位	数量/位	时间/min
ARM	27 289.7	275	0	4.92
IRM	20 581.9	201	73	6.73
$\frac{[(IRM-ARM)/}{ARM}]/\frac{1}{9}$	-32	-37	100	26

次迭代中考虑旅客转机会使得算法运行时间有所增加,但是运行时间增加的百分比小于成本降低的比例,因此在一定的恢复规模,并合理地控制干扰恢复算法运行时间的情况下,飞机旅客一体化恢复能显著地降低航班干扰恢复的成本。以上数据表明,与传统的飞机和旅客先后进行恢复的方法而言,在航班调整时对飞机和旅客同时恢复能够显著地降低航班调整运作成本和受干扰旅客的数量,进而既能有效提高旅客对航空公司的满意度,又能降低不正常航班给航空公司带来的经济损失。

# 5 结 论

本文针对航班调整以及飞机和旅客的一体化

恢复问题,以航班实际调整中常用的航班取消一合 并手段为基础,建立了基于航班连接网络和旅客签 转关系网络,站在旅客的角度,以最小化旅客的延 误成本、旅客在航班之间的签转以及被取消航班中 旅客的退票成本为目标函数,考虑航班唯一性、飞 机流的平衡以及旅客改签约束限制,建立了数学模 型表达式;并基于GRASP算法和邻域搜索思想, 设计启发式算法求解该问题。在算法中,用最小费 用流问题很好地描述并解决了旅客的签转子问 题。为了能够验证一体化恢复问题以及GRASP 算法的有效性,与两种基准算法得到的方案进行对 比,一种在进行随机贪婪自适应邻域搜索之前的初 始解,另一种是传统的飞机路径和旅客路径先后进 行恢复的方案。3种算法分别在小规模算例和实 际大规模算例中的对比说明, IRM 算法能够在较 短时间内得到较好的满意解,充分验证了算法的有 效性和实用性。

在实际中还有一部分旅客的行程可能横跨多个航班段,因此未来有必要针对多航班段的旅客行程如何恢复以及其最优性分析作进一步研究;另外,后续还可以与实际部门进行多方面沟通对研究中用到的相关参数(如单位时间延误成本、旅客的转机成本以及退票成本等)调整,以更贴近航班运行的实际情况,为航班运行提供更准确的辅助决策支持。最后,航班调整问题一般需要对飞机、机组和旅客3种资源先后进行恢复,很显然,结合航空公司的实际运作需要,针对3种资源的一体化恢复问题进行研究将会非常有理论价值和实际应用前景。

#### 参考文献:

- [1] 朱金福. 航空运输规划[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2010.
- [2] CLAUSEN J, LARSEN A, LARSEN J, et al. Disruption management in the airline industry: Concepts, models and methods[J]. Computers & Operations Research, 2010, 37(5): 809-821.
- [3] LE M, WU C, ZHAN C, et al. Airline recovery optimization research: 30 years' march of mathematical programming: A classification and literature review[C]//Proceedings 2011 International Conference on Transportation, Mechanical, and Electrical Engineering (TMEE). Changchun, China: IEEE, 2011: 113-117.
- [4] TEODOROVIC D, GUBERINIC S. Optimal dispatching strategy on an airline network after a schedule perturbation[J]. European Journal of Operational Re-

- search, 1984, 15(2): 178-182.
- [5] CAO J, KANAFANI A. Real-time decision support for integration of airline flight cancellations and delays: Mathematical formulation[J]. Transportation Planning and Technology, 1997, 20(3): 183-199.
- [6] CAO J, KANAFANI A. Real-time decision support for integration of airline flight cancellations and delays: Algorithm and computational experiments[J]. Transportation Planning and Technology, 1997, 20(3): 201-217.
- [7] JARRAH A, YU G, KRISHNAMURTHY N, et al. A decision support framework for airline flight cancellations and delays[J]. Transportation Science, 1993, 27: 266-280.
- [8] RAKSHIT A, KRISHNAMURTHY N, YU G. System operations advisor: A real-time decision support system for managing airline operations at united airlines
  [J]. Interfaces, 1996, 26(2): 50-58.
- [9] MATHAISEL D. Decision support for airline system operations control and irregular operations[J]. Computers & Operations Research, 1996, 23(11): 1083-1098.
- [10] YAN S, YANG D. A decision support framework for handling schedule perturbations[J]. Transportation Research; Part B, 1996, 30(6); 405-419.
- [11] 赵秀丽,朱金福,郭梅.不正常航班延误调度模型及 算法[J]. 系统工程理论与实践,2008,32(4): 129-134. ZHAO Xiuli, ZHU Jinfu, GUO Mei. Study on modelling and algorithm of irregular flight delay operation [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2008, 32(4): 129-134.
- [12] 高强,严俊,陆宏兰.不正常航班旅客流恢复方法[J]. 科学技术与工程,2011, 11(27): 6670-6673. GAO Qiang, YAN Jun, LU Honglan. Method of passenger recovery for irregular flight recovery [J]. Science Technology and Engineering, 2011, 11(27): 6670-6673.
- [13] 乐美龙,马彬. 基于时间段网络模型的飞机路线恢复研究[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程), 2012, 36(11): 63-68.

  LE Meilong, MA Bin. Study on aircraft routing recovery based on time-band network model[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2012, 36(11): 63-68.
- [14] VOS M, SANTOS B F, OMONDI T. Aircraft schedule recovery problem: A dynamic modeling framework for daily operations[J]. Transportation Research Procedia, 2015, 10: 931-940.
- [15] EGGENBERG N, BIERLAIRE M, SALANI M. A

- column generation algorithm for disrupted airline schedules[R].[S.l.]: Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 2007.
- [16] 白凤,朱金福,高强.基于列生成法的不正常航班调度[J].系统工程理论与实践,2010,30(11):2036-2045.
  - BAI Feng, ZHU Jinfu, GAO Qiang. Disrupted airline schedules dispatching based on column generation methods [J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2010, 30(11): 2036-2045.
- [17] 吴刚,严峻. 不正常航班恢复的一种改进的列生成算法[J]. 南京航空航天大学学报,2014, 46(2): 329-334. WU Gang, YAN Jun. Improved column generation algorithm for disrupted airline schedules recovery[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 46(2): 329-334.
- [18] 张力菠,鲍和映. 基于并行 GRASP 的不正常航班调度算法[J]. 运筹与管理,2016, 25(5): 196-205.

  ZHANG Libo, BAO Heying. Irregular flight scheduling algorithm based on parallel GRASP [J]. Operations Research and Management Science, 2016, 25 (5): 196-205.
- [19] 朱博,朱金福,吴薇薇.飞机路线恢复问题的两阶段随机规划方法研究[J].武汉理工大学学报(信息与管理工程版),2016,36(5):591-596,601.

  ZHU Bo, ZHU Jinfu, WU Weiwei. Two-stage sto-chastic programming in aircraft routing recovery problem [J]. Journal of Wuhan University of Technology (Information & Management Engineering), 2016,36 (5):591-596,601.
- [20] WU Z, GAO Q, LI B, et al. A rapid solving method to large airline disruption problems caused by airports closure[J]. IEEE Access, 2017, 5: 26545-26555.
- [21] LETTOVSKY L. Airline operations recovery: An optimization approach[D]. Atlanta, USA: Georgia Institute of Technology, 1997.
- [22] BRATU S, BARNHART C. Flight operations recovery: New approaches considering passenger recovery [J]. Journal of Scheduling, 2006, 9(3): 279-298.
- [23] JAFARI N, ZEGORDI S. Simultaneous recovery model for aircraft and passengers[J]. Journal of the Franklin Institute, 2010, 348(7): 1638-1655.
- [24] FEO T A, RESENDE M G C. A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem [J]. Operations Research Letters, 1989, 8: 67-71.
- [25] BISAILLON S, CORDEAU J, LAPORTE G, et al. A large neighborhood search heuristic for the aircraft and passenger recovery problem[J]. A Quarterly Journal of Operations Research, 2011, 9(2): 139-

157.

- [26] SINCLAIR K, CORDEAU J, LAPORTE G. Improvements to a large neighborhood search heuristic for an integrated aircraft and passenger recovery problem[J]. European Journal of Operational Research, 2014, 233(1): 234-245.
- [27] SINCLAIR K, CORDEAU J, LAPORTE G. A column generation post-optimization heuristic for the integrated aircraft and passenger recovery problem[J]. Computers & Operations Research, 2016, 65: 42-52.
- [28] ARTIGUES C. Disruption management for commercial airlines: Methods and results for the ROADEF 2009 Challenge[J]. European Journal of Industrial Engineering, 2012, 6: 669-689.
- [29] 乐美龙,黄文秀. 不正常航班恢复的飞机和乘客优化 调配模型[J]. 计算机工程与应用,2014,50(7):242-246.
  - LE Meilong, HUANG Wenxiu. Optimization allocation models for recovery of disrupted flights' aircrafts and passengers [J]. Computer Engineering and Applications, 2014, 50(7): 242-246.
- [30] 李晓岚,乐美龙.多目标飞机和旅客恢复分阶段启发

- 式算法[J]. 计算机应用研究, 2014, 32(8): 2270-2274.
- LI Xiaolan, LE Meilong. Heuristic algorithm in stages of multi-objective aircraft and passenger recovery [J]. Application Research of Computers, 2014, 32 (8): 2270-2274.
- [31] HU Y, XU B, BARD J F, et al. Optimization of multi-fleet aircraft routing considering passenger transiting under airline disruption[J]. Computers & Industrial Engineering, 2015, 80: 132-144.
- [32] HU Y, SONG Y, ZHAO K, et al. Integrated recovery of aircraft and passengers after airline operation disruption based on a GRASP algorithm[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2016, 87: 97-112.
- [33] 宾云鹏, 邵荃, 姜柯, 等. 基于旅客满意度与公平性的 机场航班计划恢复[J]. 科学技术与工程, 2018, 18 (14): 275-278.
  - BIN Yunpeng, SHAO Quan, JIANG Ke, et al. Airport flight plan recovery based on passenger satisfaction and fairness [J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(14): 275-278.

(编辑:张蓓)