

DOI:10.16356/j.1005-2615.2020.06.003

## 基于网络复杂性的最小刚性编队通信拓扑生成

杨秀霞<sup>1</sup>, 严 瑄<sup>1</sup>, 张 毅<sup>2</sup>

(1. 海军航空大学岸防兵学院, 烟台, 264001; 2. 海军航空大学航空作战勤务学院, 烟台, 264001)

**摘要:** 基于编队通信拓扑的网络复杂性, 提出了一种多智能体系统最小刚性编队通信拓扑生成算法。首先基于刚度矩阵生成最小刚性编队通信拓扑的方式, 找出智能体编队的最小刚性通信拓扑集; 然后从降低通信消耗等方面建立网络复杂性评价指标, 采用熵权法对各指标权重进行求解, 给出网络复杂性的计算方法; 基于此评价指标, 在最小刚性通信拓扑集中找出网络复杂性最小的编队通信拓扑。仿真结果表明, 该算法能有效减少编队通信拓扑网络复杂性, 简化通信拓扑结构。

**关键词:** 多智能体编队; 通信拓扑; 网络复杂性; 刚性图; 最小刚性图

**中图分类号:** TJ273      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-2615(2020)06-0855-06

## Topology Generation of Minimum Rigid Formation Communication Based on Network Complexity

YANG Xiuxia<sup>1</sup>, YAN Xuan<sup>1</sup>, ZHANG Yi<sup>2</sup>

(1. Coast Guard Academy, Naval Aviation University, Yantai, 264001, China; 2. Air Combat Service Academy, Naval Aviation University, Yantai, 264001, China)

**Abstract:** Based on the network complexity of formation communication topology, a minimum rigid formation communication topology generation algorithm is proposed for multi-agent system. First, the minimum rigid communication topology set of the agent formation is found by generating the minimum rigid communication topology based on the stiffness matrix. Second, the evaluation index of network complexity is established through reducing the collision probability between the members of the formation and reducing the communication consumption. The entropy weight method is used to solve the weight of each index. The calculation method of network complexity is given. Third, in the minimal rigid communication topology set, the formation communication topology with the minimum network complexity is found. Simulation results show that the algorithm can effectively reduce the complexity of formation communication topology and simplify the communication topology structure.

**Key words:** multi agent formation; communication topology; network complexity; rigidity graph; minimum rigidity graph

**基金项目:** 总装预研基金(6142055040203)资助项目。

**收稿日期:** 2020-05-12; **修订日期:** 2020-11-22

**作者简介:** 杨秀霞, 女, 教授, 博士生导师, 长期从事飞行器制导与控制、多智能体协同控制等领域的教学和科研工作。承担各类科研项目 20 余项, 发表论文 60 余篇, 申请国家发明专利 10 余项。获省部级教学成果三等奖 1 项, 省部级科技进步二等奖 1 项, 三等奖 4 项。

**通信作者:** 严瑄, 男, 硕士, E-mail: 1652932574@qq.com。

**引用格式:** 杨秀霞, 严瑄, 张毅. 基于网络复杂性的最小刚性编队通信拓扑生成[J]. 南京航空航天大学学报, 2020, 52(6): 855-860. YANG Xiuxia, YAN Xuan, ZHANG Yi. Topology generation of minimum rigid formation communication based on network complexity[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2020, 52(6): 855-860.

由于群体协同行为比个体单独行动会获得更大的收益,使得多智能体编队控制得到了大量的研究。对于多智能体系统的编队控制,许多学者做了很多工作并提出了各种方法和策略。本文研究基于复杂网络最小刚性理论的编队控制。所得结果可以应用于多种类型的智能体系统,如导弹、无人机、机器人、水下工具等。

为了减少编队的通信复杂度,刚性图理论已经被大量应用于编队控制中。方斌等<sup>[1]</sup>基于刚性图理论对多智能体编队操作进行形式化描述和数学建模,重点研究了结点增减、编队集结、分离等操作下编队刚性保持的条件,并给出保持编队刚性的理论证明。Smith等<sup>[2]</sup>中提出了基于PebbleGame的分布式策略来产生最小刚性图的算法。任锐等<sup>[3]</sup>给出了最优刚性图定义并提出了4个命题,论证了分布式生成最优刚性图的可行性。但是,这种方法会导致顶点和它的邻居组成的子图都是最优刚性图,由最小刚性图的定义可知它的子图可以不是刚性的。所以这种分布式算法会少考虑到包含不是刚性的子图的最小刚性图。Hou等<sup>[4]</sup>中提出几种策略,通过连接非刚性结构来形成刚性编队。刘春等<sup>[5]</sup>给出了基于Henneberg序列有向增加顶点操作生成持久编队(无向图为最小刚性编队),并且通过持久图与势场函数的有效结合,可以使得双轮机器人在简捷的通讯下完成刚性队形的形成、保持与变换。罗小元等<sup>[6]</sup>将最优刚性编队进行持久化生成最优持久编队,进一步减少了减少智能体间通信链路的能量消耗问题。所提算法能对任意最小刚性图进行持久化,并从理论上证明了算法的可操作性。文献[1-6]在做刚性编队时,都只是考虑了通信边的数量以及对应的权值,把减少通信边数量和边权值的总和最小作为目标。Nolan<sup>[7]</sup>指出任何包含大量组成部分的复杂系统,只要能各组成部分抽象为节点,其中相互关联关系抽象为连边,就可以看作是一个复杂网络。复杂网络理论在复杂性科学中起着核心作用<sup>[8]</sup>。

本文将复杂网络理论<sup>[9-11]</sup>引入到刚性编队中,给出网络复杂性的计算方法。所提算法在保证编队是最小刚性编队的同时使得编队的通信拓扑复杂性最小。最终形成的编队,减少了多智能体编队的通信能耗,从而能够延长编队存活时间。

## 1 图论相关知识

假设多智能体网络由 $n$ 个智能体组成,记为 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 即 $i \in N$ 表示智能体 $i$ 。定义系统的时间间隔为 $T = [0, \infty)$ 。对于 $\forall i \in N$ ,定义一个

位置 $x_i: T \rightarrow R^2, x_i(t)$ 表示智能体 $i$ 在时间 $t \in T$ 时刻的位置。将网络轨迹表示为 $X: T \rightarrow R^{2n}, X(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_n^T(t)]^T$ 。进一步假设 $x_i$ 在时间上是连续可微的,则 $X$ 在时间上也是连续可微的。为了表征智能体的感知和通信能力,定义邻近界限 $\Delta \in R^+$ 。智能体 $(i, j) \in N \times N$ 能在 $t$ 时刻直接建立通信的充要条件为: $|x_i(t) - x_j(t)| \leq \Delta$ 。

### 1.1 刚性

对于大小为 $n$ 的网络,定义 $G = (V, E)$ 来描述。 $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ 表示顶点集合, $E \subset V \times V$ 表示边的集合其中 $\forall (v_i, v_j) \in E$ 有 $v_i \neq v_j$ 。 $|V|$ 表示顶点数目, $|E|$ 表示边的数目。

**定义1** 表示多智能体连续运动的运动轨迹 $X$ ,对 $\forall ((v_i, v_j), t) \in E \times T$ ,有 $\|x_i - x_j\| = x$ ( $x$ 为常量),则称 $X$ 为刚性运动。

**定义2** 如果 $X$ 为刚性运动,则称这个网络是刚性网络,否则称这个网络为可变形网络。

刚性网络可以表示一个刚性编队,即多智能体编队在运动过程中,任意两个节点之间的距离保持不变。如图1所示,图1(a)和图1(b)是可变形多智能体网络,图1(c)是刚性多智能体网络。

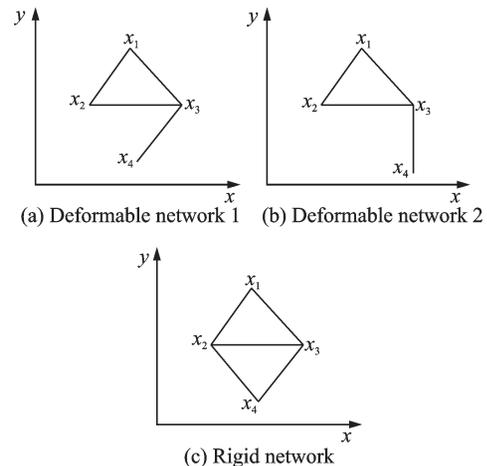


图1 刚性和可变形网络

Fig.1 Rigid and deformable networks

二维空间中,当 $|x_i(t) - x_j(t)| \leq \Delta$ 时,智能体 $i$ 和智能体 $j$ 之间存在距离约束,每一个智能体只有一个自由度。智能体 $j$ 是智能体 $i$ 的邻居,智能体 $i$ 的邻居集合记为 $N_i, N_i = \{j: (i, j) \in E\}$ 。智能体 $i$ 邻居个数称为其连通度,记作 $d(i)$ 。

**推论1** 多智能体编队( $n \geq 3$ )是刚性编队,则编队中任意一个智能体都存在至少两个距离约束,即对 $\forall i \in N, d(i) \geq 2$ 。

证明:刚性编队中存在智能体 $m$ 和智能体 $n$ ,使得 $d(m) = 0$ 和 $d(n) = 1$ 。这样智能体 $m$ 有2个

自由度,能在二维空间中自由移动。智能体  $n$  有 1 个自由度,能在它的邻居的圆域内移动。智能体  $m$  和智能体  $n$  的运动破坏整个编队的稳定性,故该编队不是刚性编队,推论 1 成立。

### 1.2 无穷小刚性

网络是无穷小刚性比刚性要有更强的条件。所有的无穷小刚性网络都是刚性的,但是刚性网络不一定是无穷小刚性的。无穷小刚性包含刚性。如图 2 所示,网络是刚性但不是无穷小刚性。

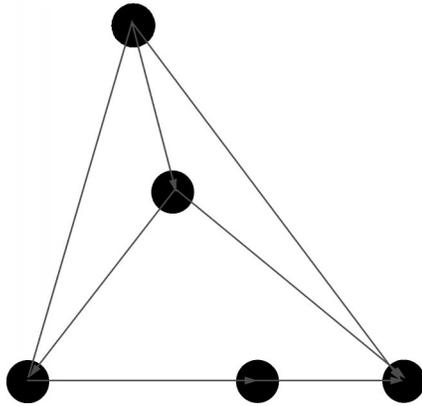


图 2 非无穷小刚性网络

Fig.2 Non-infinitesimal rigid network

假设对  $\forall i \in N$ , 有  $x_i(t)$  是连续可微的。由上文定义的刚性运动,  $x_i(t)$  和  $x_j(t)$  沿轨迹相对距离保持不变。这意味着对  $\forall ((v_i, v_j), t) \in E \times T$ , 有

$$(x_i(t) - x_j(t))^T (\dot{x}_i(t) - \dot{x}_j(t)) = 0 \quad (1)$$

对  $\forall (v_i, v_j) \in E$ , 定义  $u_i = \dot{x}_i(0)$  满足式(1)时网络是无穷小运动。  $U = [u_1^T, u_2^T, \dots, u_n^T]^T$ ,  $U \in R^{2n}$  定义为网络的无穷小运动。则式(1)可以被写成, 对  $\forall ((v_i, v_j), t) \in E \times T$  有

$$MU = 0 \quad (2)$$

式中:  $M$  为刚度矩阵, 刚度矩阵有  $|E|$  行和  $2n$  列。每一条边代表一行, 一行元素中除了对应边的顶点位置为两点的坐标差, 其余元素均为 0。先将顶点坐标按顺序排列成集合如下

$$\{x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2, \dots, x_n^1, x_n^2\}$$

对于  $\forall (v_i, v_j) \in E$ , 刚度矩阵  $M$  每一行  $m_{ij}$  为  $m_{ij} = (0, \dots, (x_i - x_j)^T, 0, \dots, 0, (x_j - x_i)^T, \dots, 0)$ , 式中  $(x_i - x_j)^T = (x_i^1 - x_j^1, x_i^2 - x_j^2)$ ,  $(x_j - x_i)^T = (x_j^1 - x_i^1, x_j^2 - x_i^2)$ 。

**引理 1**<sup>[12]</sup>  $M$  是  $R^2$  内  $n(n \geq 2)$  顶点网络的刚度矩阵, 当且仅当  $\text{rank}(M) = 2n - 3$  时, 多智能体网络为无穷小刚性。

**引理 2**<sup>[13]</sup> 无穷小刚性图属于刚性图。

### 1.3 最小刚性

在通信距离允许的条件下增加刚性网络的通

信边不会影响网络的刚性。一个最小刚性网络是刚性的, 但是删除任意一个通信边它将不再保持刚性。

**定义 3** 二维空间中, 对于  $n \geq 2$  的多智能体刚性网络是最小刚性网络, 当且仅当它的边数为  $2n - 3$  和对任意的非空顶点子集  $V' \subset V$ , 对应边集  $E'$  有  $E' \leq 2n' - 3$ 。

由定义 3、引理 1 和引理 2 可以得到,  $2n - 3$  个边组成的网络, 如果其刚度矩阵满秩, 那么这个网络是最小刚性网络。刚度矩阵为寻找最小刚性网络提供了一种有效的办法。

## 2 网络复杂性评估

### 2.1 网络拓扑评价指标

网络拓扑指标是研究复杂网络的基础, 不同指标从不同角度对网络进行了分析。下面给出常用的网络评价指标。

#### (1) 网络效率

网络效率是一个衡量网络信息交换性能的指标。网络内部信息传递效率取决于节点之间的最短路径长度, 网络效率是由所有节点之间的最短路径倒数和取平均值得到的。由以上定义可知, 网络效率可以表示为

$$E_N = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} 1/d_{ij} \quad (3)$$

式中:  $n$  为节点个数,  $d_{ij}$  为网络中任两个顶点之间的最短路径距离(路径需要经过网络中存在的通信边)。网络效率可以反映网络信息交换的效率,  $E_N$  越大, 节点对之间的距离越近, 编队成员越容易发生碰撞, 多智能体网络越复杂。网络效率能很好地反映网络内部的复杂程度, 所以经常被用来进行网络复杂性分析。

#### (2) 加权连接密度

连接密度是网络中现有连边和可能存在连边之间的比值。由于本文评价的网络均为最小刚性网络, 连接密度的计算值一样导致无法评价。本文定义加权连接密度

$$D_C = \frac{2 \sum_i \sum_j w_{ij} a_{ij}}{n(n-1)} \quad (4)$$

式中:  $n$  为节点个数,  $w_{ij}$  为两节点之间的距离,  $a_{ij}$  为网络节点之间的连接关系。如果节点  $v_i$  和节点  $v_j$  之间存在连接边  $a_{ij} = 1$ , 否则  $a_{ij} = 0$ 。可以看出  $D_C$  越大, 通信消耗越大, 网络结构越复杂。

#### (3) 聚集系数

聚集系数表示一个网络中节点聚集程度的系数。在网络中, 如果节点  $i$  连接于节点  $j$ , 节点  $i$  连

接于节点  $k$ , 那么节点  $j$  很可能与节点  $k$  相连接, 这种现象体现了部分节点间存在的密集连接性质, 可以用局部聚类系数来表示, 在无向网络中, 局部聚类系数定义为

$$C_i = 2c/k(k-1) \quad (5)$$

式中  $c$  表示在节点  $i$  的所有邻居间的边数。

整个网络的聚集系数为所有结点的局部聚集系数的均值, 由 Watts 和 Strogatz 定义为<sup>[14]</sup>

$$C_c = \frac{\sum C_i}{n} \quad (6)$$

网络的聚集系数越大, 网络中节点聚集程度越大, 网络结构越复杂。

## 2.2 熵权法求解指标权重

由于网络复杂性计算方法中需要知道 3 个指标的权值, 下面采用熵权法计算两指标权值。

熵权法是根据各指标的变异大小来确定客观权重。指标值变异程度越大, 提供的信息量越多, 在综合评价中所能起到的作用也越大, 其权重也就越大。算法步骤如下。

**步骤 1** 建立初始指标数据矩阵。假设参加评价多智能体网络的数量为  $n$ , 评价指标的数量为  $m$ 。初始指标数据矩阵为

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1} & \cdots & g_{nm} \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中  $g_{ij}$  为第  $i$  个网络中第  $j$  个指标的值。

**步骤 2** 数据标准化, 将各个指标的数据进行标准化处理。由于各数据之间存在数量级之间的差异, 进行归一化处理。指标采用 min-max 进行归一化

$$b_{ij} = (g_{ij} - g_{j\min}) / (g_{j\max} - g_{j\min}) \quad (8)$$

$$c_{ij} = \frac{b_{ij}}{\sum_{i=1}^n b_{ij}} \quad (9)$$

将初始指标数据矩阵按照上述两个公式进行标准化后得到决策矩阵  $C = (c_{ij})_{n \times m}$ 。

**步骤 3** 求各指标的信息熵。根据信息熵的定义可以得到各指标的信息熵

$$e_j = -(\ln(n))^{-1} \sum_{i=1}^n C_{ij} \ln C_{ij} \quad (10)$$

**步骤 4** 确定各个指标的权重。根据信息熵计算公式, 计算出各个指标的信息熵值  $e_1, e_2, \dots, e_m$ 。

通过信息熵计算各指标的权重

$$W_i = \frac{1 - e_i}{m - \sum_{i=1}^m e_i} \quad (11)$$

## 2.3 复杂性计算方法

网络的复杂性应充分考虑网络效率、加权连接密度和聚集系数, 具体公式如下

$$F = W_1 \cdot E_N + W_2 D_c + W_3 C_c \quad (12)$$

## 3 最小刚性编队生成算法

编队是由有通信范围  $\Delta$  限制的网络构成, 可以表示为  $G = (V, E)$ 。如果  $d_{ij} \leq \Delta$ , 则顶点  $i$  和顶点  $j$  连接边属于边集  $E$ 。根据刚性矩阵的性质可以找到最小刚性通信拓扑集(多智能体编队中所有存在的最小刚性通信拓扑)。根据网络复杂性计算方法, 计算最小刚性通信拓扑集中所有通信拓扑的复杂性, 复杂性最小的通信拓扑就是要找的目标编队。具体算法流程如下。

**步骤 1**  $\Delta$  通信范围内的节点建立连边, 计算节点的连通度。由推论 1 可知要保证网络的刚性, 需删除  $d(i) < 2$  的节点。

**步骤 2** 删除不符合要求的节点后形成的网络为  $G' = (V', E')$ 。

**步骤 3** 在边集  $E'$  中选择  $2n - 3$  个边组成新的边集  $E_1, E_2, \dots, E_{\lfloor \frac{2n-3}{|E'|} \rfloor}$ 。判断新边集对应网络的刚度矩阵是否满秩。将满秩的刚度矩阵对应的边集记录到  $E_1, E_2, \dots, E_m$ 。

**步骤 4** 计算由边集  $E_1, E_2, \dots, E_m$  组成的网络的网络复杂性  $E_1, E_2, \dots, E_m$ , 找出最小  $E_{\min}$  对应的边集  $E_{\min}$ 。

**步骤 5** 画出边集  $E_{\min}$  对应的最小刚性网络。

## 4 仿真实验

根据上述算法流程, 进行仿真实验。假设多智能体编队有 8 个成员, 并且通信范围限制为  $\Delta = 20$ 。这些成员的位置都是随机选取的。首先随机生成 200 个大小为 8 的网络, 采用熵权法对 2 个指标的权重进行求解, 具体过程如下。

**步骤 1** 建立初始指标数据矩阵, 参加评价的网络数量为 200, 评价指标的数量为 3, 初始指标数据矩阵为

$$G = \begin{bmatrix} 5.9941 & 6.4942 & 1.4792 \\ 6.3340 & 5.6948 & 0.7083 \\ 6.1879 & 6.3957 & 0.8048 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 8.7244 & 4.9811 & 0.9702 \\ 7.1983 & 4.6103 & 0.8536 \\ 7.7353 & 5.4116 & 0.8464 \end{bmatrix} \quad (13)$$

**步骤 2** 数据标准化,将各个指标的数据进行标准化处理,得到决策矩阵  $A$

$$A = \begin{bmatrix} 0.0036 & 0.0070 & 0.0108 \\ 0.0041 & 0.0056 & 0.0047 \\ 0.0039 & 0.0068 & 0.0040 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.0075 & 0.0043 & 0.0063 \\ 0.0053 & 0.0036 & 0.0053 \\ 0.0061 & 0.0051 & 0.0052 \end{bmatrix} \quad (14)$$

**步骤 3** 求各指标的信息熵

$$[l_1, l_2, l_3] = [0.9894, 0.9907, 0.9921] \quad (15)$$

**步骤 4** 确定各个指标的权重

$$W = [W_1, W_2, W_3] = [0.3806, 0.3359, 0.2835] \quad (16)$$

最后按照第 3 节所提算法进行仿真,仿真结果如图 3—6 所示。通过选择性删除图 3 中的边,可以得到图 4—6 中的最小刚性通信拓扑。如图 4 所示,它的网络复杂性为 5.229 9,是最小刚性通信拓扑集中网络复杂性最大的一种通信拓扑。图 5 是最小刚性通信拓扑集中随机选择的一种通信拓扑,它的复杂性是 4.573 1。图 6 是目标最小刚性通信拓扑,它的网络复杂性最小为 3.848 1。

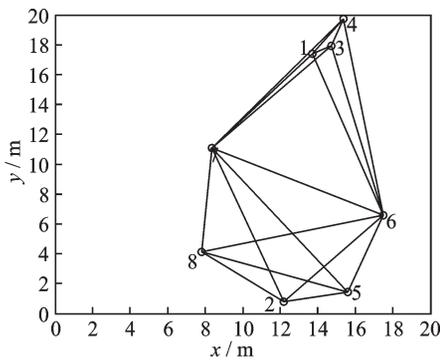


图 3 通信范围内所有可能的边

Fig.3 All possible edges in the communication range

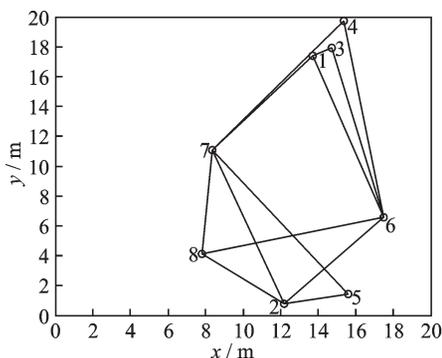


图 4 最大复杂性对应的最小刚性通信拓扑

Fig.4 Minimum rigid communication topology corresponding to maximum complexity

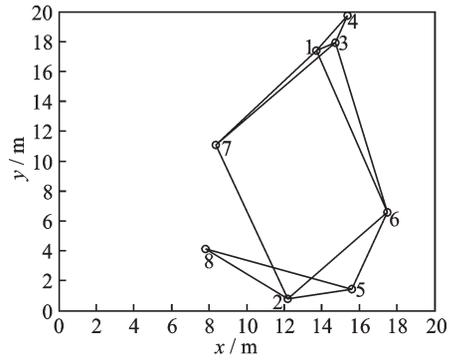


图 5 一种最小刚性通信拓扑

Fig.5 One of the minimum rigid communication topologies

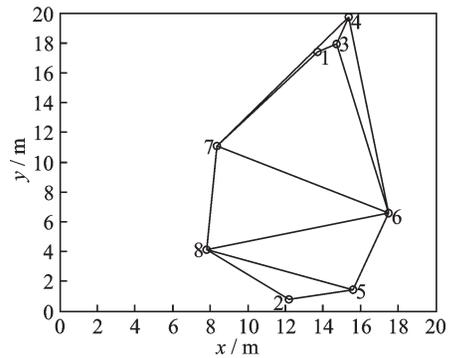


图 6 最小复杂性对应的最小刚性通信拓扑

Fig.6 Minimum rigid communication topology corresponding to minimum complexity

## 5 结 论

本文引入复杂网络理论确定一个最小刚性编队通信拓扑,在简化编队通信拓扑结构的同时,还能够降低了编队的通信消耗。从复杂网络理论的角度出发,优化了编队通信拓扑。所得结果可以应用于多种类型的智能体系统,如导弹、无人机、机器人、水下工具等。

### 参考文献:

[1] 方斌,陈特放.基于刚性图的多智能体编队控制研究[J].控制工程,2014,21(2):178-181,188.  
FANG Bin, CHEN Tefang. Research on multi-agent formation control based on rigid graph[J]. Control Engineering, 2014, 21(2): 178-181, 188.

[2] SMITH B S, EGERSTEDT M, HOWARD A. Automatic generation of persistent formations for multi-agent networks under range constraints[C]//Proceedings of International Conference on Robot Communication & Coordination. [S.l.]: ACM, 2007: 1-8.

[3] 任锐,周浚,丁岩松.基于最优刚性编队分布式生成算法[J].装甲兵工程学院学报,2012,26(3):74-78.  
REN Rui, ZHOU Xun, DING Yansong. Distributed

- generation algorithm based on optimal rigid formation [J]. *Journal of Armored Force Engineering College*, 2012, 26(3): 74-78.
- [4] HOU Y, YU C. Rigid formation construction from non-rigid components[C]//Proceedings of 2014 European Control Conference (ECC). Strasbourg, France: EUCA, 2014: 1542-1547.
- [5] 刘春, 宗群, 窦立谦. 基于持久图的双轮机器人编队生成与控制[J]. *控制工程*, 2017(3): 518-523.  
LIU Chun, ZONG Qun, DOU Liqian. Formation generation and control of two wheeled robots based on persistent graph[J]. *Control Engineering*, 2017 (3): 518-523.
- [6] 罗小元, 杨帆, 李绍宝, 等. 多智能体系统的最优持久编队生成策略[J]. *自动化学报*, 2014, 39(7): 1311-1319.  
LUO Xiaoyuan, YANG Fan, LI Shaobao, et al. Optimal persistent formation generation strategy of multi-agent system[J]. *Journal of Automation*, 2014, 39(7): 1311-1319.
- [7] NOLAN M S. *Fundamentals of air traffic control* [M]. Belmont, United States: Wadsworth PUB CO, 1990.
- [8] NEWMAN M E J. The structure and function of complex networks[J]. *SIAM Review*, 2003, 45(2): 167-217.
- [9] BOCCALETTI S, LATORA V, MORENO Y, et al. *Complex networks: Structure and dynamics*[J]. *Complex Systems and Complexity Science*, 2006, 424(4/5): 175-308.
- [10] WANG Zekun, WEN Xiangxi, WU Minggong. Identification of key nodes in aircraft state network based on complex network theory[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 60957-60967.
- [11] LATORA V, MARCHIORI M. Efficient behavior of small-world network[J]. *Physical Review Letters*, 2001, 87: 651-654.
- [12] ASIMOW L, ROTH B. The rigidity of graphs[J]. *Transactions of the American Mathematical Society*, 1979, 68(1): 171-190.
- [13] TAY T S, WHITELEY W. Generating isostatic frameworks[J]. *Structural Topology*, 1985, 11(11): 21-69.
- [14] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of "small-world" networks[J]. *Nature*, 1998, 393(6684): 440-442.

(编辑:张蓓)