

DOI:10.16356/j.1005-2615.2020.04.014

## 基于连续损伤模型的复合材料波纹梁压溃分析

蔡彤辉<sup>1</sup>, 王新峰<sup>1</sup>, 崔浩<sup>2</sup>, 毕世权<sup>2</sup>

(1. 南京航空航天大学航空学院, 南京, 210016; 2. 航空工业沈阳飞机设计研究所, 沈阳, 110035)

**摘要:** 复合材料的耐撞性受到了广泛重视, 而波纹梁因其优异的抗屈曲构型被广泛应用于飞机翼梁和直升机底板等经常发生碰撞的结构中。进行了复合材料波纹梁的屈曲分析, 研究了高度对波纹梁破坏模式的影响。建立复合材料波纹梁的连续损伤单波模型, 层内基于 Hashin 判据建立含损伤因子的损伤刚度矩阵, 层间根据二次名义应力准则和 B-K 准则模拟损伤演化, 并通过典型复合材料波纹梁压溃试验验证了所建立模型的正确性。基于单波分析模型, 通过施加周期性边界条件和反对称边界条件, 研究了多波结构的吸能特性。

**关键词:** 复合材料; 耐撞性; 波纹梁; 屈曲; 连续损伤模型; 边界条件

**中图分类号:** TB33      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-2615(2020)04-0624-08

## Collapse Analysis of Composite Corrugated Beams Based on Progressive Damage Model

CAI Tonghui<sup>1</sup>, WANG Xinfeng<sup>1</sup>, CUI Hao<sup>2</sup>, BI Shiquan<sup>2</sup>

(1. College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;  
2. Shenyang Aircraft Design and Research Institute of AVIC, Shenyang, 110035, China)

**Abstract:** The impact resistance of composite materials has been widely valued, and corrugated beams are widely used in aircraft spar and helicopter floor structures that often collide due to their excellent buckling-resistant configuration. The buckling analysis of corrugated composite beams is performed, and the effect of height on the failure mode of corrugated beams is studied. A single-wave continuous damage model for composite corrugated beams is established. The damage stiffness matrix with damage factors is established in the layers based on the Hashin criterion. The damage evolution is simulated between the layers according to the quadratic nominal stress criterion and B-K criterion. The burst test verifies the correctness of the model. Based on the single-wave analysis model, the energy absorption characteristics of multi-wave structures are studied by applying periodic boundary conditions and antisymmetric boundary conditions.

**Key words:** composite material; crash resistance; corrugated beam; buckling; continuous damaged model; boundary condition

碰撞问题发生于航空航天、汽车工业、武器装备、海洋工程及建筑等多个领域, 造成大量的财产损失和人员伤亡, 因此研究材料及结构的耐撞性显得尤为重要。耐撞性是指物体受到低速或者高速碰撞时, 以耗散内能的形式, 将碰撞产生的动能吸收。耐撞性主要有 3 个指标, 即结构在碰撞中产生

的最大载荷、单位质量的材料吸收能量和整个碰撞过程中的平均载荷。

复合材料由于其优异的性能, 逐渐取代铝、钛合金等传统金属材料的地位。复合材料的破坏模式从细观力学上来说, 有纤维的拉伸断裂、压缩断裂、屈曲、脱粘, 基体的断裂和纤维基体的剪切耦合

**收稿日期:** 2020-02-11; **修订日期:** 2020-03-29

**通信作者:** 崔浩, 男, 高级工程师, E-mail: cuihao8716@163.com。

**引用格式:** 蔡彤辉, 王新峰, 崔浩, 等. 基于连续损伤模型的复合材料波纹梁压溃分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2020, 52(4): 624-631. CAI Tonghui, WANG Xinfeng, CUI Hao, et al. Collapse analysis of composite corrugated beams based on progressive damage model[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2020, 52(4): 624-631.

失效<sup>[1-2]</sup>,以及层间开裂等,更细致一点从工艺上来说,纤维的体积含量、层间胶粘固化技术、基体层压技术都是影响破坏模式的因素。从宏观上来说,破坏模式与材料的几何构型、铺层方式<sup>[3]</sup>相关,其中薄弱环节<sup>[4]</sup>是复合材料能否稳定压溃的关键部分,合理的薄弱环节能够有效地减小初始阶段的最大载荷,减小机载人员的伤亡和设备、贵重物品的损失,并且能够使得结构整体破坏过程更加稳定,吸收碰撞时的动能。王璠等<sup>[5]</sup>针对不同薄弱环节的触发方式、铺层进行了纤维增强复合材料圆柱壳的冲击试验研究,研究表明铺层45°,60°与铺层70°,75°,90°的损伤方式不同,前者容易发生整体失效的情况,后者耐撞性高于前者。在不同触发形状的对比中,圆倒角、尖倒角能够有效地减少峰值载荷,并且使得载荷位移曲线趋势平缓,复合材料圆柱壳比吸能提高。

复合材料的几何构型对于吸能效果也有很大影响,常见的元件有方管、圆管、C形梁、波纹梁等。经过大量的试验及仿真研究,验证了圆管及半圆形截面形状的管件比吸能最高,波纹梁次之,为圆管的80%~90%,正方形管件的比吸能约为圆管的80%,矩形管件为圆管的50%~60%。复合材料波纹梁元件不需要加筋结构的支持,在法向上具有其他结构不具备的刚度及剪切屈曲强度。复合材料分析的关键在于选择合适的损伤初始判据、损伤演化方案、边界条件<sup>[6]</sup>等。考虑到复合材料的破坏模式,如纤维断裂等,基于破坏模式建立的强度准则往往更适用于判断复合材料是否开始出现损伤。当复合材料的初始破坏发生后,必须考虑合适的损伤演化方案。Maimí等<sup>[7-8]</sup>建立了复合材料的损伤本构,推导出含有损伤变量的柔度矩阵,以此模拟材料的渐变过程;David等<sup>[9]</sup>和徐庚<sup>[10]</sup>采用基于应变率的损伤演化方案,建立了在动态载荷条件下复合耐撞结构的细观模型,模拟动态压溃行为,并研究了应变率对于动态压溃响应的影响。

尽管波纹梁的研究工作已经非常深入,但是有限元仿真分析与试验结果依旧存在较大偏差,一些理论仍待完善,比如损伤演化方案、边界条件、优化算法等,至今没有形成较为完整的理论体系。本文采用基于损伤变量的连续损伤模型来模拟复合材料波纹梁在受轴向载荷作用下的响应过程,使用Abaqus建立模型,利用其开发功能Vumat子程序编写材料本构、强度准则及损伤演化方程。面内损伤起始判据采用Hashin准则,并建立含损伤变量的连续损伤演变方程。层间损伤则采用黏性接触面,损伤起始判据采用二次名义应力分层失效准则,损伤演化采用基于断裂能的B-K准则。在有限

元分析中研究薄弱环节和边界条件对波纹梁准静态压溃过程的影响,并进行试验验证有限元模型的合理性。

## 1 连续损伤的有限元理论

考虑到复合材料的破坏模式,如纤维断裂等,基于破坏模式建立的强度准则往往更适用于判断复合材料是否开始出现损伤。当复合材料的初始破坏发生后,必须考虑合适的损伤演化方案。

### 1.1 面内失效的强度准则和损伤演化

Hashin强度准则综合考虑了复杂工况下复合材料的纤维、基体的断裂情况,最广泛地运用于复合材料冲击破坏的数值模拟中。Hashin准则的不足是当复合材料单层板受到横向载荷的作用时,忽略了剪切强度的变化,但在本文的模拟中,波纹梁仅受轴向即纵向载荷的作用,因此Hashin准则较为合适。Hashin强度准则如表1所示。

表1 Hashin强度准则

Table 1 Hashin criterion

失效模式	失效准则
纤维拉伸失效 $R_{ft}$ ( $\sigma_1 \geq 0$ )	$\left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1$
纤维压缩失效 $R_{fc}$ ( $\sigma_1 < 0$ )	$\left(\frac{\sigma_1}{X_C}\right)^2 = 1$
基体拉伸失效 $R_{mt}$ ( $\sigma_2 \geq 0$ )	$\left(\frac{\sigma_2}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1$
基体压缩失效 $R_{mc}$ ( $\sigma_2 < 0$ )	$\left(\frac{\sigma_2}{2S}\right)^2 + \frac{\sigma_2 Y_C}{(2S)^2} - \frac{\sigma_2}{Y_C} + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1$
纤维基体剪切失效 $R_s$ ( $\sigma_1 < 0$ )	$\left(\frac{\sigma_1}{X_C}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 = 1$

表1中: $X_T$ 、 $X_C$ 分别为纤维拉伸和压缩强度; $Y_T$ 、 $Y_C$ 分别为基体拉伸和压缩强度; $S$ 为面内剪切强度。

材料发生初始损伤后,损伤区域及周边的单元材料属性开始改变,为了模拟真实的损伤过程,需要对发生改变和即将发生改变的单元材料属性进行退化处理,退化方式是影响模型能否反映真实情况的主要因素。刚度折减方案大致分为3种,包括直接折减、线性折减和基于损伤变量的连续折减。直接折减易造成应力集中、载荷突变等问题,而线

性折减大多从经验得来,只适用于单个模型,不适用于普遍模型。因此,考虑损伤变量的连续折减方案相对来说更具有普适性。

正交各向异性复合材料损伤本构为

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} d_f E_{11} & d_f d_m \nu_{12} E_{22} & 0 \\ d_f d_m \nu_{12} E_{11} & d_m E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D d_s G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $D = 1 - d_f d_m \nu_{12} \nu_{21}$ ;  $d_f$ 和 $d_m$ 分别为纤维和基体的损伤变量; $d_s$ 为面内剪切损伤变量,并且

$$\begin{cases} d_f = d_{ft} \Leftrightarrow \sigma_{11} \geq 0 \\ d_f = d_{fc} \Leftrightarrow \sigma_{11} < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} d_m = d_{mt} \Leftrightarrow \sigma_{22} \geq 0 \\ d_m = d_{mc} \Leftrightarrow \sigma_{22} < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$d_s = d_s \Leftrightarrow \sigma_1 < 0 \quad (4)$$

$d_{fi}$ 和 $d_{mi}$ ( $i=t, c$ )均使用基于幂指数的衰减公式

$$\begin{cases} d_{fi} = \frac{1}{r_{fi}} e^{L_c^2(X_i)(1-r_{fi})/E_{11}G_{fi}} \\ d_{mi} = \frac{1}{r_{mi}} e^{L_c^2(X_i)(1-r_{mi})/E_{22}G_{mi}} \end{cases} \quad (5)$$

$$d_s = \frac{1}{r_s} e^{L_c^2(S)(1-r_s)/G_{12}G_s} \quad (6)$$

式中: $L_c$ 为单元特征长度; $G_s$ 、 $G_{fi}$ 和 $G_{mi}$ ( $i=t, c$ )分别为剪切断裂韧性、纤维方向和基体方向的断裂韧性; $R_{mi}$ 和 $R_{fi}$ ( $i=t, c$ )为Hashin准则中的失效模式。单元特征长度的引入减小了刚度折减对于网格密度的敏感性。

当材料达到一定损伤值,对于抵抗冲击吸收能量完全不起作用时,有限元软件本身并不能自动删除完全失效的单元。而用户开发子程序Vumat除了编写损伤本构、初始及演化外,也能达到删除单元这一要求。本文设置了一个状态变量,对 $R_{mi}$ 和 $R_{fi}$ 进行加权求和,具体权重可根据纤维、基体的破坏程度决定。当所得求和超过规定的数值,状态变量即为0,单元被删除。

## 1.2 层间失效的强度准则和损伤演化

界面的分层模拟分为起始和扩展两个部分。分层起始采用的是二次名义应力分层失效准则,分层扩展则采用基于断裂能的B-K准则。

黏性接触面的本构关系为

$$\begin{bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_n & & \\ & K_s & \\ & & K_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \\ \delta_t \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: $t$ 为应力矩阵, $\delta$ 为位移矩阵, $K_n$ 为法向黏性刚度, $K_s$ 和 $K_t$ 为切向黏性刚度。

损伤初始判据采用二次名义应力准则

$$\left( \frac{t_n + |t_n|}{2t_n^0} \right)^2 + \left( \frac{t_s}{t_s^0} \right)^2 + \left( \frac{t_t}{t_t^0} \right)^2 = 1 \quad (8)$$

式中: $t_n^0$ 为法向强度, $t_s^0$ 和 $t_t^0$ 为两个切向强度。

损伤演化采用基于断裂韧性的B-K准则

$$\left( \frac{G_I}{G_{IC}} \right)^2 + \left( \frac{G_{II}}{G_{IIC}} \right)^2 + \left( \frac{G_{III}}{G_{IIIC}} \right)^2 = 1 \quad (9)$$

式中: $G_I$ 、 $G_{II}$ 和 $G_{III}$ 分别为一个法向和两个切向的应变能释放率; $G_{IC}$ 、 $G_{IIC}$ 和 $G_{IIIC}$ 分别为一个法向和两个切向的断裂韧性。

## 2 波纹梁压溃试验

制备铺层顺序为 $[45^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ 的试验件,长度分别为160和120 mm的试验件各2件,其中无薄弱环节和含薄弱环节各1件,试件横截面为波长120 mm、幅值20 mm的正弦曲线,厚度1.2 mm,材料均选择碳纤维/环氧树脂,试件如图1所示。

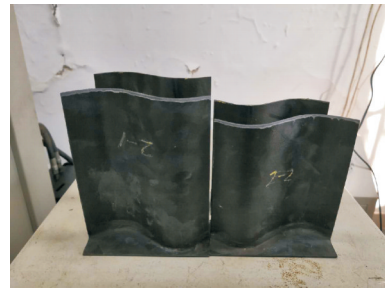


图1 波纹梁试件

Fig.1 Corrugated beam test piece

试验使用电子万能试验机,最大加载能力50 kN,静态试验精度 $\pm 0.5\%$ FS,有力、位移两种控制模式。可进行各种小型零部件的力学试验。采用准静态的位移加载方式,加载速率为5 mm/min,环境温度为室温。试验时上下夹头处均放置平台,将波纹梁带有平板的一侧紧贴上夹头平板,保证波纹梁装夹后轴向与加载方向一致。试验初始阶段,如图2所示,未设置薄弱环节的两种不同长度的波纹梁均发生局部屈曲的情况,屈曲大多发生在靠近薄弱环节的区域,并且长度为160 mm的波纹梁屈曲状况更加严重,发生了边缘倾斜的情况(定义160 mm长的单波复合材料波纹梁为Type I梁,120 mm长的单波复合材料波纹梁为Type II梁)。

随着试验的进行,局部屈曲状况消失,边缘也恢复至垂直。而在端部打磨出薄弱环节的波纹梁



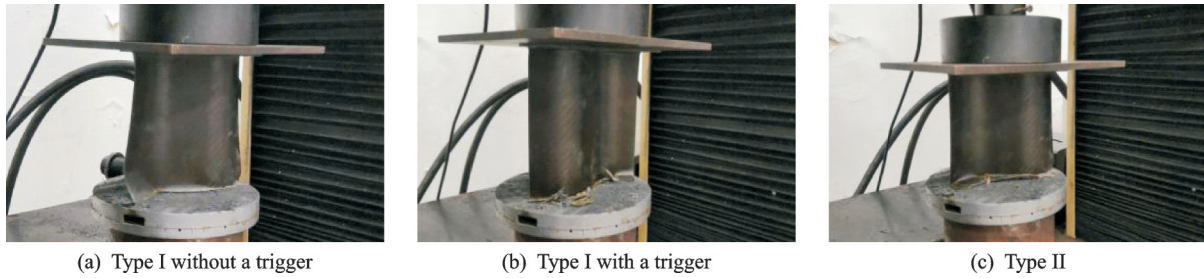


图2 试验-压溃初始阶段

Fig.2 Test-initial stage of crush

屈曲状况得到缓解,整个压溃过程平稳进行,如图 3 所示。

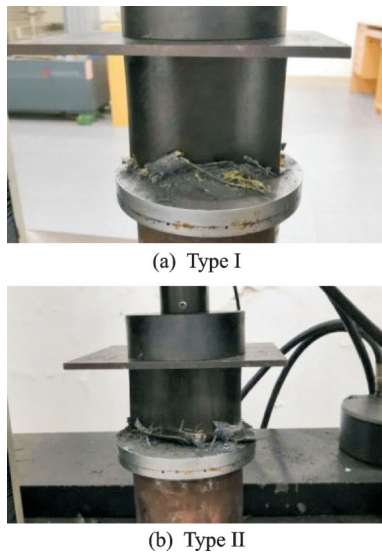


图3 试验-压溃中期阶段

Fig.3 Test-middle stage of crush

载荷-位移曲线如图 4 所示。长度稍短的波纹梁峰值载荷较高,平稳阶段的载荷均接近 10 kN。同种长度的波纹梁,未带薄弱环节,其峰值载荷明显较高,且在达到峰值载荷后的瞬间落至低谷值,然后慢慢回到一个平稳的载荷。带有薄弱环节的波纹梁,其峰载和低载都相对平缓,平均载荷则与未带薄弱环节时的平均载荷一致。

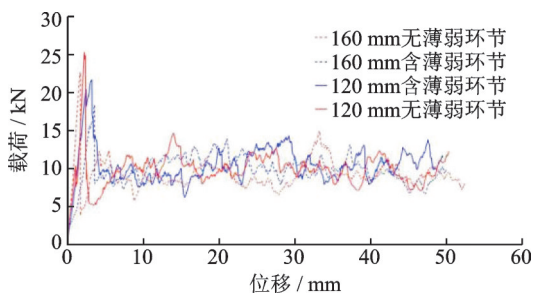


图4 波纹梁压溃试验载荷-位移曲线

Fig.4 Load-displacement curves of corrugated beam crush test

### 3 有限元分析

#### 3.1 有限元模型

采用连续壳单元建立 Abaqus 复合材料波纹梁有限元模型,模型尺寸根据试验样件真实尺寸得来。截面曲线是一条波长 120 mm,幅值 20 mm 的正弦曲线。梁身总厚度为 1.2 mm,单层厚度为 0.15 mm,共铺 8 层,铺层顺序采取 $[45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]$ 。波纹梁长度分为 160 和 120 mm 两种,并且每种长度波纹梁均采用无薄弱环节和有薄弱环节两种情况。薄弱环节采用 V 形的触发方式,接近薄弱环节的网格划分更加细密,如图 5 所示,用以引导更好的分层破坏模式。

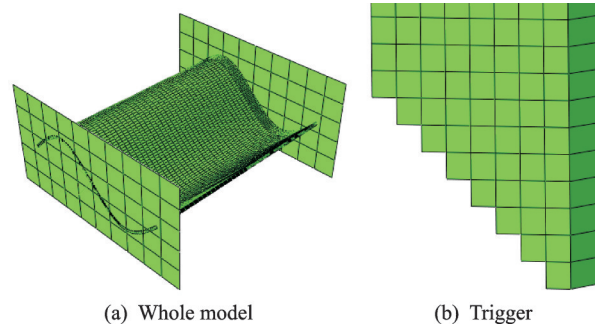


图5 波纹梁有限元模型

Fig.5 Corrugated beam finite element model

层与层之间建立黏性接触关系,面内材料参数<sup>[4,11]</sup>及层间参数<sup>[12]</sup>见表 2。在波纹梁两端创建刚性板,一端固支,另一端给与轴向 5 mm/min 的位移加载速率,并约束其他自由度。梁身与刚性板之间采用通用接触,法向设置为硬接触,切向则采用罚函数的方式,摩擦因数取 0.17。由于在 Vumat 子程序中,定义了单元删除,而伴随着压溃过程的进行,一些单元因为失效被删去,形成了新的内面。新的内面与刚性板之间无接触关系,因此会有单元穿透的情况出现,影响计算结果,因此通用接触的从面应选取所有单元内面。

#### 3.2 屈曲分析

在对波纹梁进行压溃分析前,需要先进行屈曲分析,用以判断波纹梁是否会发生失稳的情况。一

表2 面内及层间材料参数

Table 2 In-plane and inter-layer material parameters

碳纤维/ 环氧树脂	数值
面内材料属性	$E_{11}=121\text{ GPa}, E_{22}=9.5\text{ GPa},$ $G_{12}=5.2\text{ GPa}, G_{23}=3.2\text{ GPa},$ $G_{13}=3.2\text{ GPa}, \nu_{12}=0.31, X_T=1\ 014\text{ MPa},$ $X_C=721\text{ MPa}, Y_T=41\text{ MPa},$ $Y_C=184\text{ MPa}, S=73\text{ MPa}$
面内断裂韧性	$G_{II}=125\text{ kJ/m}^2, G_{IC}=246\text{ kJ/m}^2,$ $G_{mI}=92\text{ kJ/m}^2, G_{mC}=238\text{ kJ/m}^2,$ $G_s=2.3\text{ kJ/m}^2$
层间强度及断裂 韧性	$K_n=15\ 035\text{ MPa},$ $K_s=K_r=91\ 267\ 012\text{ MPa},$ $t_n^0=54\text{ MPa}, t_r^0=t_s^0=71\text{ MPa},$ $G_{IC}=0.526\text{ kJ/m}^2,$ $G_{IIIC}=G_{IIIIC}=1.506\text{ kJ/m}^2$

且发生屈曲失稳,则复合材料的吸能能力会显著降低。一端刚性板固支,另一端给予1 kN的轴向压缩载荷,波纹梁的一阶屈曲模式如图6所示。

临界屈曲载荷为一阶屈曲特征值与给定轴向压缩载荷的乘积。两种不同长度波纹梁的临界屈曲载荷如表3所示,表中还给出了试验所获得的无薄弱环节的峰值载荷。

试验峰值载荷均未超过临界屈曲载荷,从理论

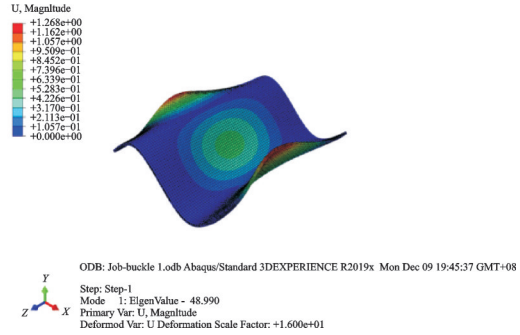


图6 一阶屈曲

Fig.6 First-order buckling

表3 临界屈曲载荷及试验峰值载荷

Table 3 Critical buckling load and peak test load

长度/mm	临界屈曲载荷/kN	试验峰值载荷/kN
160	40.23	23.14
120	48.99	25.06

上来说,波纹梁并不会发生屈曲失稳的状况。而且长度为120 mm的波纹梁临界屈曲载荷大于160 mm的波纹梁,也印证了越细长的试件越易发生失稳。

### 3.3 自由边界条件下的准静态压溃分析

验证了临界屈曲载荷大于峰值载荷,即可进行压溃分析。整个压溃距离大致为30 mm,图7、8分别为波纹梁在无薄弱环节和有薄弱环节情况下,压溃初始、压溃中期时的应力云图。

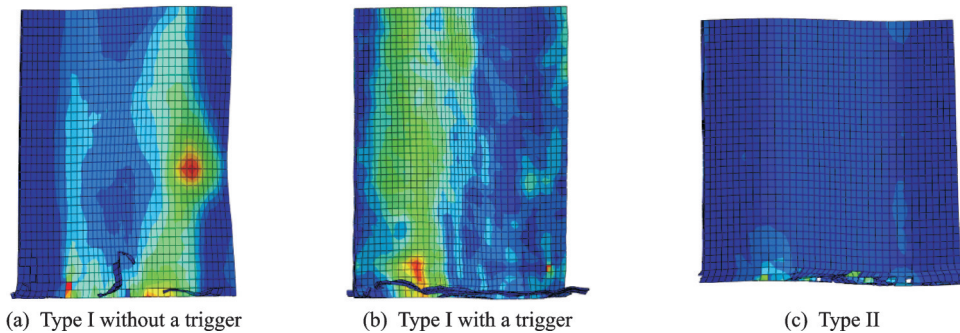


图7 仿真-压溃初始阶段

Fig.7 Simulation-initial stage of crush

从图7、8可以看出,波纹梁未设置薄弱环节时,长度为160 mm的波纹梁会在压溃初始阶段于梁身边缘局部地区发生屈曲现象,而120 mm的波纹梁几乎没有屈曲现象。波纹梁是反对称结构,受载后,位于反对称位置上的单元变形并不完全一致。单元变形的不对称导致载荷不对称,会产生局部受载过大的情况而发生屈曲。尤其是处于压溃初始阶段,载荷水平大于中期的平稳阶段,屈曲更容易发生。而当波纹梁设置薄弱环节,屈曲虽然也会发生,但屈曲变形的程度已大为减少。

以上侧刚性板中心位置的支反力为y轴,以下侧刚性板的位移为x轴,绘制载荷-位移曲线,分别如图9、10所示。

仿真和试验的载荷-位移曲线相近。因为仿真中材料属性、摩擦因数等参数的不确定性和试验件制备等问题,导致仿真和试验的数值有误差。未设置薄弱环节时,仿真和试验的峰值载荷均大于含薄弱环节的峰值载荷,且在峰值载荷后会有明显的波谷,而后回升至10 kN左右的均载。当设置薄弱环节后,峰值载荷有所降低,波谷的载荷有所提高,显

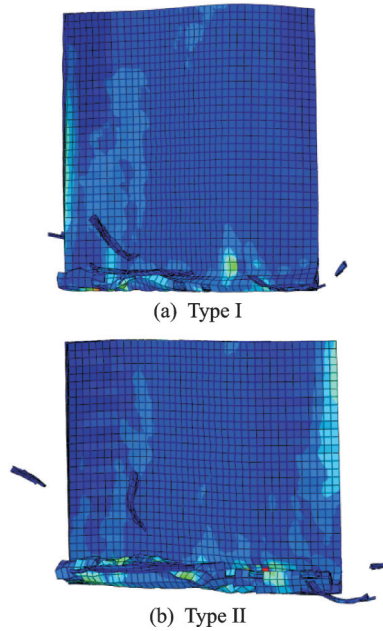


图 8 仿真-压溃中期阶段

Fig.8 Simulation-middle stage of crush

然薄弱环节的设置能有效抑制屈曲的发生,从而触发更加稳定的压溃过程。波纹梁压溃性能指标有峰值载荷、比吸能等,比吸能的定义为行程内单位质量吸收的能量,其数值如表 4 所示,表中也给

表 4 峰值载荷、平均载荷及比吸能

Table 4 Peak load, average load and specific energy absorption

长度/mm	工况	峰值载荷/kN		平均载荷/kN		比吸能/(N·m·g <sup>-1</sup> )	
		无薄弱环节	含薄弱环节	无薄弱环节	含薄弱环节	无薄弱环节	含薄弱环节
160	仿真	28.68	23.82	10.83	10.39	29.62	28.43
	试验	23.14	18.11	9.33	10.01	25.52	27.36
	比例偏差/%	23.94	31.53	16.07	3.91	16.07	3.91
120	仿真	31.74	25.79	11.58	11.41	31.66	31.21
	试验	25.06	21.99	9.63	9.47	26.35	25.91
	比例偏差/%	26.66	17.28	20.25	20.49	20.25	20.49

从表 4 可以看出,长度、薄弱环节在波纹梁压溃过程中主要影响峰值载荷。无薄弱环节的、较短的波纹梁峰值载荷较高,而平均载荷、比吸能的变化不大。

### 3.4 周期性边界和反对称边界条件下的准静态压溃分析

单波波纹梁在轴向压溃的过程中,均发生了明显的边缘倾斜情况。而在实际的工程应用中,波纹梁均以多波形式存在,单波与单波之间的平滑连接,使得边缘倾斜的情况不会发生。在有限元分析中,可以通过添加合适的边界条件来模拟多波的压溃过程。

#### 3.4.1 周期性边界条件

周期性边界条件不同于循环对称边界条件,后

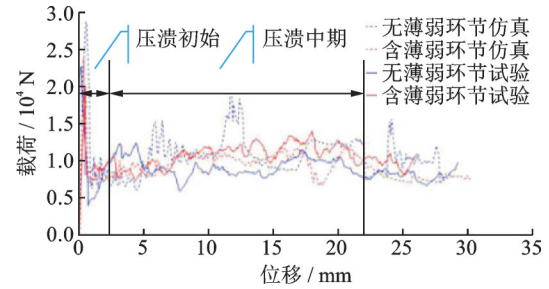


图 9 160 mm 波纹梁压溃载荷-位移曲线

Fig.9 Crushing load-displacement curves of 160 mm corrugated beam

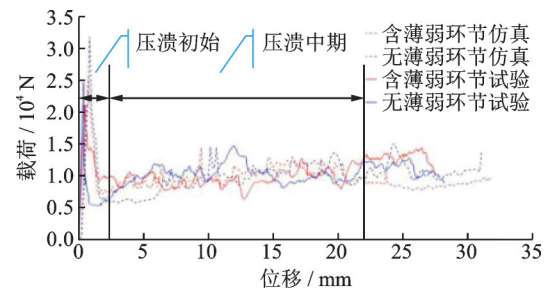


图 10 120 mm 波纹梁压溃载荷-位移曲线

Fig.10 Crushing load-displacement curves of 120 mm corrugated beam

出了根据试验得出的峰值载荷及比吸能。

者针对周向循环,在模型边界处使用相当于“tie”连接,而周期性边界条件可以理解为最小单胞模型在 3 个方向的无穷多次阵列,即在边界处位移连续且相等。对于波纹梁来说,只要实现横向的周期性边界条件即可。波纹梁左右端面上对应节点建立约束,使得其 3 个平动自由度保持一致,即

$$\begin{cases} u_i - u_j = 0 \\ v_i - v_j = 0 \\ w_i - w_j = 0 \end{cases} \quad (10)$$

式中: $i$ 为左端面节点编号, $j$ 为右端面对应节点编号。波纹梁采用扫略网格划分技术,即左右端面的单元节点相对位置不变。

#### 3.4.2 反对称边界条件

考虑到波纹梁并不像正六面体那样是一个完全规则且完全对称的单胞模型,它的截面形状相对



于中轴来说是呈现反对称的。因此反对称边界条件有可能更适用于波纹梁。对左右端面单元节点施加反对称约束,可以与周期性边界条件作对比,节点位移约束为

$$\begin{cases} u_i + u_j = 0 \\ v_i + v_j = 0 \\ w_i + w_j = 0 \end{cases} \quad (11)$$

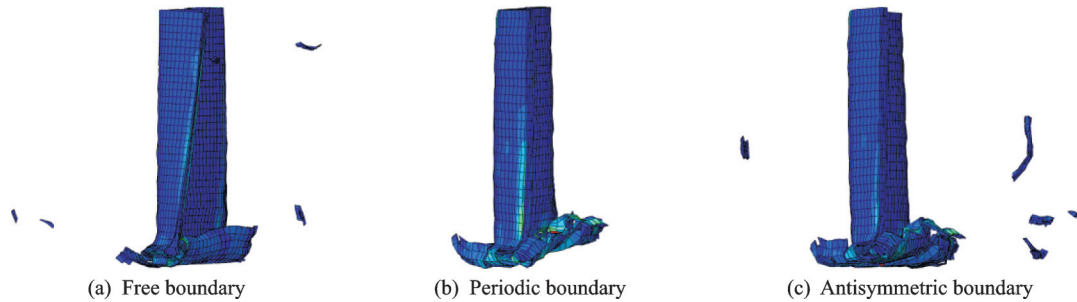


图 11 不同边界条件下的边缘倾斜程度

Fig. 11 Degree of edge inclination under different boundary conditions

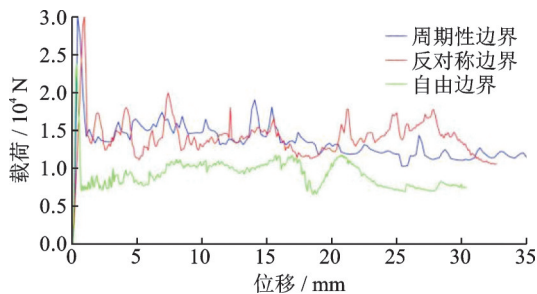


图 12 不同边界条件下的载荷-位移曲线

Fig. 12 Load-displacement curves under different boundary conditions

在施加周期性边界条件之后,由于左右端面位移差被强制约束,但仍有略微倾斜,平均载荷稍有提升。周期性边界条件的施加有效缓解了边缘倾斜的情况,增加了波纹梁的吸能能力。施加反对称边界条件后,左右端面略有倾斜,波纹梁纵向与载荷方向得以基本一致,峰值载荷较自由边界时大,较周期性边界条件时小,平均载荷稍有提升。可以预测随着波纹梁波数的增加,波纹梁的比吸能随之提高。峰值载荷、比吸能如表 5 所示。

表 5 不同边界条件下的峰值载荷及比吸能

Table 5 Peak load and specific energy absorption under different boundary conditions

边界条件	峰值载荷/kN	比吸能/(N·m·g <sup>-1</sup> )
自由边界	23.82	28.43
周期性边界	29.94	39.67
相对比例	1.26	1.40
反对称边界	29.58	40.02
相对比例	1.24	1.41

式中: $i$ 为左端面节点编号, $j$ 为右端面反对称处节点编号。

### 3.4.3 仿真及结果分析

对长 160 mm 含薄弱环节的波纹梁分别施加周期性边界条件和反对称边界条件,应力云图如图 11 所示,载荷-位移曲线如图 12 所示。

在有限元分析中,合适的边界条件也是决定结果是否准确的重要部分。添加了边界条件之后,尽管峰值载荷显著提高,但同时平均载荷提高,比吸能增大,有较好的压溃吸能效果。

## 4 结 论

(1)对波纹梁进行轴向准静态压溃试验和仿真分析,结果表明波纹梁压溃过程主要分为两个阶段:载荷迅速到达峰值的初始阶段和回归平稳波动的中后期阶段。试验和仿真中均出现面内断裂和分层的现象,曲线基本吻合,误差在 20% 左右,验证了复合材料连续损伤模型的正确性。

(2)波纹梁的长度、薄弱环节都是影响压溃过程是否稳定的因素,尤其影响压溃初始阶段,而对于结构压溃比吸能并没有显著影响。

(3)边界条件的施加更有利于合理地进行有限元分析,周期性边界条件和反对称边界条件均改善了波纹梁在压溃过程中边缘易发生扭转倾斜的问题。尽管在初始阶段,波纹梁会受到更严重的载荷,但整体吸能能力明显提高。

### 参考文献:

- [1] FEDULOV B, FEDORENKO A. The analysis of the worst-case distribution of the damage in composite material imposed by a low velocity impact[J]. Procedia Structural Integrity, 2019(1): 9-20.
- [2] EGAN B, MCCARTHY M A, FRIZZELL R M, et al. Modelling bearing failure in countersunk composite joints under quasi-static loading using 3D explicit finite element analysis[J]. Composite Structures, 2014,

- 108: 963-977.
- [3] MAHDI E, HAMOUDA A M S, SEBAEY T A. The effect of fiber orientation on the energy absorption capability of axially crushed composite tubes[J]. *Materials and Design*, 2014(1): 56-64.
- [4] 蒋宏勇, 任毅如, 袁秀良. 基于非线性渐进损伤模型的复合材料波纹梁耐撞性能研究[J]. *航空学报*, 2017, 38(6): 23-36.  
JIANG Hongyong, REN Yiru, YUAN Xiuliang. Research on crashworthiness of composite corrugated beam based on nonlinear progressive damage model [J]. *Acta Aeronautica Sinica*, 2017, 38(6): 23-26.
- [5] 王璠, 何一帆, 宋毅. 引发方式、铺层对纤维增强复合材料圆柱壳吸能特性影响的冲击试验研究[J]. *振动工程学报*, 2013, 26(1): 123-134.  
WANG Fan, HE Yifan, SONG Yi. Impact test study on the effect of initiation method and layer on the energy absorption characteristics of fiber reinforced composite cylindrical shells[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2013, 26(1): 123-134.
- [6] WU W, OWINO J, AL-OSTAZ A. Applying periodic boundary conditions in the finite element analysis[J]. *Materials and Design*, 2014(3): 707-719.
- [7] MAIMÍ P, CAMANHO P P, MAYUGO J A. A thermodynamically consistent damage model for advanced composites: Technical Report NASA/TM-2006-214282[R]. [S.l.]: NASA, 2006: 923-935.
- [8] MAIMÍ P, CAMANHO P P, MAYUGO J A, et al. A continuum damage model for composite laminates: Part I—Constitutive model[J]. *Mechanics of Materials*, 2007, 39(10): 897-908.
- [9] DAVID M, JOHNSON A F. Effect of strain rate on the failure mechanisms and energy absorption in polymer composite elements under axial loading[J]. *Procedia Structural Integrity*, 2015, 122: 430-439.
- [10] 徐庚. 基于率相关粘接界面模型的夹芯复合材料结构极限强度研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2018.  
XU Geng. Research on the ultimate strength of sandwich composite structure based on the rate-dependent bonding interface model[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2018.
- [11] 陶然. 复合材料波纹梁耐撞性研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2016.  
TAO Ran. Research on the crashworthiness of composite corrugated beams[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016.
- [12] SOKOLINSKY V S, INDERMUEHLE K C, HURTADO J A. Numerical simulation of the crushing process of a corrugated composite plate[J]. *Composites Part A*, 2011, 42(9): 1119-1126.

(编辑:夏道家)