

DOI:10.16356/j.1005-2615.2020.02.016

基于 WENO-分段线性格式的旋翼流场数值模拟

张居晖, 陈仁良

(南京航空航天大学直升机旋翼动力学国家级重点实验室, 南京, 210016)

摘要: 为了降低二阶 JST (Jameson-schmidt-turkel) 格式导致的数值耗散, 发展了一套适合于格心格式的基于加权本质无振荡 (Weighted essentially non-oscillatory, WENO)-分段线性格式的旋翼流场数值模拟方法。采用运动嵌套网格方法生成围绕旋翼的网格系统, 主控方程选择 Navier-Stokes (N-S) 方程。为了更加有效地对桨尖涡等流动细节进行捕捉, 在笛卡尔背景网格上采用七阶 Roe-WENO 格式计算对流通量; 在桨叶贴体非结构网格上采用二阶精度的 Roe-分段线性格式计算对流通量。时间离散采用了高效的双时间隐式 LU-SGS (Lower upper symmetric Gauss-Seidel) 方法进行时间推进。最后, 应用上述方法对悬停状态的 C-T (Caradonna-tung) 旋翼和 Helishape 7A 旋翼进行了数值模拟, 将数值计算结果与实验数据进行了对比, 计算值与实验值吻合较好; 并将桨尖涡模拟效果与二阶 JST 格式的模拟效果进行了对比。对比结果表明: 本文方法能有效对旋翼流场进行计算, 且在相同计算条件下, WENO-分段线性格式能够更有效地捕捉旋翼涡流场的流动特性, 表明在计算旋翼涡流场时 WENO-分段线性格式相比传统二阶 JST 格式具有更低的数值耗散。

关键词: 旋翼; 加权本质无振荡格式; 分段线性格式; 桨尖涡; 非结构网格

中图分类号: V275

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2020)02-0294-10

Numerical Simulation for Flow Field of Rotors Based on WENO-Piecewise Linear Scheme

ZHANG Juhui, CHEN Renliang

(National Key Laboratory of Science and Technology on Rotorcraft Aeromechanics, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: A set of technology of numerical simulation for rotor flow field based on WENO (weighted essentially non-oscillatory)-piecewise linear scheme is developed to reduce the numerical dissipation of tip vortex caused by the second-order JST scheme. The moving overset grid method is selected to generate the grid system, the Navier-Stokes equation is selected to be the main control equation. In order to capture the flow details including the tip vortex more effectively, we use the seventh-order Roe-WENO scheme on the cartesian background grid, and the second-order Roe-piecewise linear scheme is adopted on the unstructured body fitted grid of blade. Temporal discretization method chooses the efficient dual-time implicit LU-SGS (lower upper symmetric Gauss-Seidel) scheme for time advancement. Finally, we use the method to numerically calculate the flow field of C-T (caradonna-tung) model rotor in hover and the Helishape 7A model rotor in hover, and the comparison between the numerical results and the experimental data are good. Then we compare the results of WENO-piecewise linear scheme with the results of JST scheme. The comparison results verify the effectiveness of the WENO-piecewise linear scheme to calculate the flow field of rotor. And the results show that under the same calculation conditions, the proposed method can capture the flow

收稿日期: 2019-03-24; 修订日期: 2019-12-15

通信作者: 陈仁良, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: crlae@nuaa.edu.cn。

引用格式: 张居晖, 陈仁良. 基于 WENO-分段线性格式的旋翼流场数值模拟[J]. 南京航空航天大学学报, 2020, 52(2): 294-303. ZHANG Juhui, CHEN Renliang. Numerical simulation for flow field of rotors based on WENO-piecewise linear scheme[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2020, 52(2): 294-303.

characteristics of the rotor flow field more effectively, indicating that the WENO-piecewise linear scheme has lower numerical dissipation than the traditional second-order JST scheme when calculating the rotor flow field.

Key words: rotor; weighted essentially non-oscillatory scheme; piecewise linear scheme; blade-tip vortex; unstructured grid

直升机是一种以旋翼作为主要升力来源的航空飞行器,这使得直升机能够垂直起飞和降落,近地飞行,空中悬停,向前,向后和横向飞行。这让直升机独具特色,填补了固定翼等航空飞行器的空白。由于直升机拥有独一无二的飞行能力,是唯一可以到达所有地形区域的运输工具和火力点,因此直升机的应用已经遍及军用和民用各个领域。

旋翼作为直升机主要升力来源,其气动特性对直升机的噪声水平,振动水平,飞行性能,飞行品质有着不小的影响。因此,对旋翼气动特性的研究对于直升机的发展十分重要。为了更好地研究旋翼的气动特性,就需要更精确地模拟旋翼涡流场。

随着计算机性能的发展,CFD(计算流体动力学)方法也越来越多地应用于直升机技术的研究发展中。CFD技术具有成本低,耗时少的优点,可以有效降低研发成本,缩短研发周期。旋翼 CFD 技术的发展经历了小扰动方程,全位势方程,Euler 方程,N-S 方程 4 个阶段,而其中对 N-S 方程进行求解理论上可以获得真实的流场运动情况,这使得求解基于雷诺平均 N-S 方程的方法得到了广泛应用。旋翼由于其与固定翼相比更为复杂的运动,使得旋翼涡流场的计算更为复杂,目前,对于复杂桨叶运动的处理主要采用运动嵌套网格方法。Ahmad 等^[1]采用运动嵌套网格方法,计算了 AH-1G/OLS 旋翼的非定常前飞流场,计算得到的的桨叶表面压力系数分布与实验结果较为吻合,但计算得到的桨叶剖面法向力值与实验值有着不小的差距。Pomin 等^[2]基于可压缩雷诺平均 N-S 方程运用运动嵌套网格技术分析了悬停状态的 Helishape 7A 模型旋翼涡流场和前飞状态的 C-T 模型旋翼涡流场,获得了较好的数值计算结果。Wolf 等^[3]在二维非结构网格上采用高阶 WENO 和 ENO 格式求解 Euler 方程,取得了不错的计算结果。Hariharan^[4]在结构网格上采用了五阶和七阶 ENO 方法数值计算了前飞状态旋翼流场,结果显示高阶数值格式能够显著提高桨尖涡的捕捉精度。国内方面,杨爱明等^[5]运用运动嵌套网格的方法通过求解 Euler 方程,对于前飞非定常流场进行了计算,计算结果与实验值相比仍有一定的差距。招启军等^[6]在结构网格上用三阶 Roe-MUSCL 格式对旋翼悬停涡流场进行了数值模拟,计算结果相比传统二阶 JST 格式有一定提升。印智昭等^[7]基于结构网格运用

了五阶 Roe-WENO 格式对悬停和前飞状态的旋翼涡流场进行了数值计算,结果与三阶 Roe-MUSCL 格式相比更为精确,且显著降低了数值耗散。但是随着直升机技术的发展,桨叶和直升机的外形越发复杂,再使用结构网格技术进行研究时会在画网格上耗费越来越多的时间,使用非结构网格技术就能有效地解决这个问题。田书玲^[8]基于运动嵌套网格方法运用 JST 格式对 Caradona-tung 旋翼悬停流场进行了数值模拟,计算结果与实验数据相比并不十分理想。叶靓^[9]基于非结构运动嵌套网格方法运用 Roe-分段线性格式替代普遍使用的 JST 格式,获得了不错的气动特性模拟结果,但是需要使用背景网格自适应才能有效降低数值耗散,以较精确地捕捉桨尖涡,这使得数值计算需要占用较多的计算资源。

因此,为了降低流场计算中的数值耗散并提升对桨尖涡等流动细节的捕捉精度,本文提出了 WENO-分段线性格式对流场进行数值模拟。在笛卡尔背景网格上采用七阶精度 Roe-WENO 格式,在贴体非结构桨叶网格上采用二阶精度 Roe-分段线性格式,时间离散采用双时间隐式 LU-SGS(Lower upper symmetric Gauss-Seidel)方法。算例结果表明本文提出的 WENO-分段线性格式能有效对旋翼涡流场进行数值模拟,且能有效降低数值耗散。

1 旋翼运动的非结构网格间嵌套

1.1 嵌套网格间的数值传递

本文的嵌套网格间插值单元流动变量数值传递是基于梯度进行的^[10]。

非结构网格格心格式一般采用格林-高斯公式计算格心处的原始变量梯度,这个方法用控制体 Ω 表面的原始变量值与控制体面的外单位法向量的乘积沿控制体表面积分来近似标量函数 U 的梯度,梯度计算公式为

$$\nabla U_I = \frac{1}{\Omega} \sum_{j=1}^{N_F} U_{Ij} \mathbf{n}_{Ij} \Delta S_{Ij} \quad (1)$$

式中: ∇U_I 表示单元 I 的梯度, Ω 为单元 I 的体积, N_F 表示此单元的相邻单元个数, U_{Ij} 表示单元 I 与第 J 个相邻单元交接面上的物理量, \mathbf{n}_{Ij} 表示单元 IJ 交接面的法向量, ΔS_{Ij} 为单元 IJ 交接面的面积。

对于格心格式,控制体表面的原始变量值一般

取为左右单元格心处原始变量值的平均,但是这种方法精度较低,难以达到二阶精度,本文采用将格心处的原始变量值先插值到节点上,再用控制体表面上节点值取平均的方法来得到控制体表面上的原始变量值。

如图1所示,控制体单元 $N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6$ 为节点A的相邻单元,将格心处值插值到节点A上的具体插值方法为^[11]

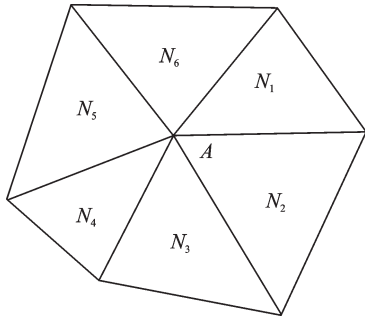


图1 网格节点A以及邻接单元示意图
Fig.1 Node A and its adjacent cells

$$U_A = \left(\sum_{i=1}^N \omega_i * U_i \right) / \left(\sum_{i=1}^N \omega_i \right) \quad (2)$$

式中: U_A 为待插值的节点处原始变量值, U_i 为相邻单元的格心处原始变量值, ω_i 为该相邻单元的插值权重系数, N 为节点A的相邻单元数目。

$$\omega_i = 1 + \Delta w_i \quad (3)$$

式中: $\Delta w_i = \lambda_x(x_i - x_A) + \lambda_y(y_i - y_A) + \lambda_z(z_i - z_A)$ 。

式(3)中的 $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ 按下面方法(式(4))求解

$$\begin{cases} R_x = \sum_{i=1}^N (x_i - x_A) \\ R_y = \sum_{i=1}^N (y_i - y_A) \\ R_z = \sum_{i=1}^N (z_i - z_A) \\ I_{xx} = \sum_{i=1}^N (x_i - x_A)^2 \\ I_{yy} = \sum_{i=1}^N (y_i - y_A)^2 \\ I_{zz} = \sum_{i=1}^N (z_i - z_A)^2 \\ I_{xy} = \sum_{i=1}^N (x_i - x_A)(y_i - y_A) \\ I_{xz} = \sum_{i=1}^N (x_i - x_A)(z_i - z_A) \\ I_{yz} = \sum_{i=1}^N (y_i - y_A)(z_i - z_A) \end{cases}$$

$$D = I_{xx}(I_{yy}I_{zz} - I_{yz}^2) - I_{xy}(I_{xy}I_{zz} - I_{xz}I_{yz}) + I_{xz}(I_{xy}I_{yz} - I_{yy}I_{xz})$$

$$\begin{cases} \lambda_x = [-R_x(I_{yy}I_{zz} - I_{yz}^2) + R_y(I_{xy}I_{zz} - I_{xz}I_{yz}) - R_z(I_{xy}I_{yz} - I_{yy}I_{xz})] / D \\ \lambda_y = [R_x(I_{xy}I_{zz} - I_{xz}I_{yz}) - R_y(I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2) + R_z(I_{xx}I_{yz} - I_{xz}I_{yz})] / D \\ \lambda_z = [-R_x(I_{xy}I_{yz} - I_{yy}I_{xz}) + R_y(I_{xx}I_{yz} - I_{xy}I_{yz}) - R_z(I_{xx}I_{yy} - I_{yy}^2)] / D \end{cases} \quad (4)$$

嵌套网格间的数值传递方式为

$$U_M = U_I + \nabla U_I \mathbf{r}_{IM} \quad (5)$$

式中: U_M 为插值边界单元M上的物理量, U_I 为边界单元M的宿主单元I上的物理量, ∇U_I 表示M单元的宿主单元I上的物理量梯度, \mathbf{r}_{IM} 表示I单元格心指向M单元格心的向量。采用这种方法可以维持二阶的数值传递精度。

1.2 网格间插值边界重构

网格间的嵌套将单元类型分为3类:活动单元,边界单元和非活动单元。其中活动单元上的变量值要使用空间离散方法进行计算,边界单元上的变量值采用前文提到的嵌套网格间的数值传递方式通过宿主单元插值得来,非活动单元无需计算。在流场求解时,若空间离散方法采用二阶精度网格间插值边界单元为2层即可满足计算精度的要求,但是若采用更高阶的插值格式,那么在网格边界处的精度必然会降低。

本文通过研究结构网格情况采用一种插值边界重构方法来处理这个问题。如图2所示,以一维结构网格为例, $i+1, i+2, i+3$ 单元均为活动单元, $i, i-1$ 单元为网格间插值边界单元, $i-2$ 为非活动单元。在计算面 $(i+1)/2$ 上的对流通量时,若只采用二阶精度,两层边界单元已可满足要求。但本文在背景网格上采用了七阶WENO格式,在计算面 $(i+1)/2$ 上的对流通量时要用到单元 $i-2$ 上的流动信息,但是单元 $i-2$ 为非活动单元,因而不能参加计算,此时,如若不想降低这里的精度,就只能扩充插值边界单元的层数。因此,为了满足高阶计算格式的需要,本文采用了增加插值边界单元层数的方法,采用的网格间边界重构方法如下:

(1) 程序以网格单元 I_blank 的数值来区分单元的类型, $I_blank=1$ 表示为活动单元, $I_blank=0$ 为非活动单元, $I_blank=2$ 为边界单元。将 $I_blank=2$ 的边界单元定义为第一类边界单元。

(2) 遍历所有单元,若此单元为非活动单元,

且与第一类边界单元相邻,则定义此单元为第二类边界单元,令 $I_blank=4$ 。

(3) 在遍历完所有单元后,将第二类边界单元也定义为边界单元,令 $I_blank=2$ 。

使用上述网格间边界重构方法后,原本与紧邻着边界单元的非活动单元也变成了边界单元,边界单元层数增加 1,重复使用上述方法即可不断扩充边界单元的层数,本文增加两层边界单元即可满足保持精度的需求。如图 3 所示,展示了背景网格与桨叶网格的网格间边界单元重构前后网格截面的网格间边界,可以看出重构后的网格间插值边界单元区域扩大。

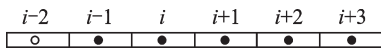


图 2 一维结构网格 2 层插值边界单元示意图

Fig.2 2 layers of boundary cells of 1-D structured grid

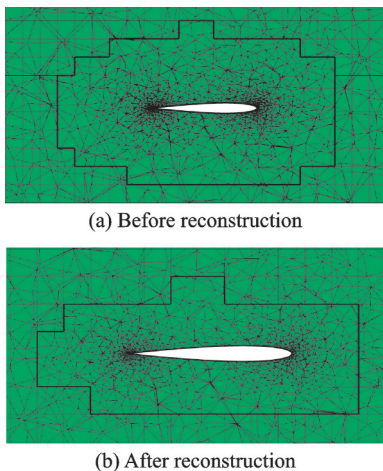


图 3 插值边界单元重构前后示意图

Fig.3 Boundary cells before and after reconstruction

上述提到的方法确实能有效扩充边界单元的层数,但是,在某些情况下,网格间的插值边界上的一些单元不仅仅从其他网格的宿主单元中获取信息,还作为宿主单元的相邻单元,给其他网格的边界单元提供流场信息,这使得网格间数值传递有很大的误差。因此,对上述的网格间边界重构方法稍加更改^[8]:首先采用上述方法增加 3 层边界单元,则现共有 5 层边界单元,将 $I_blank=1$ 的单元定义为第一类活动单元,然后遍历所有单元,令所有与第一类活动单元相邻的边界单元的 I_blank 为 3,定义为第二类活动单元,遍历完成后将第一类与第二类活动单元定义为活动单元,令其 $I_blank=1$ 。图 4 为采用改进后的网格间插值边界重构方法后的网格截面示意图。

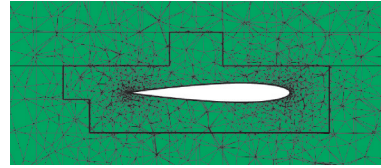


图 4 改进后的插值边界单元重构示意图

Fig.4 Boundary cells after using improved reconstruction method

2 非定常流场求解

2.1 流场控制方程

N-S 方程的守恒形式为

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} W d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (F_c - F_v) dS = \int_{\Omega} Q d\Omega \quad (6)$$

式中: W 为守恒变量, F_c 为对流通量, F_v 为黏性项, Q 为源项。考虑旋翼流场模拟时, Q 为 0。 W , F_c , F_v 分别表示为

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix} \quad F_c = \begin{bmatrix} \rho V_r \\ \rho u V_r + n_x p \\ \rho v V_r + n_y p \\ \rho w V_r + n_z p \\ \rho H v + V_l p \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z \\ \tau_{yx} n_x + \tau_{yy} n_y + \tau_{yz} n_z \\ \tau_{zx} n_x + \tau_{zy} n_y + \tau_{zz} n_z \\ \Theta_x n_x + \Theta_y n_y + \Theta_z n_z \end{bmatrix}$$

式中: ρ , E , H 分别为密度, 单位质量总能, 单位质量总焓; u , v , w 分别为 x , y , z 方向的速度分量; V_r 为流体相对于交界面的法向速度; n_x , n_y , n_z 分别为 x , y , z 方向上交界面的单位法向量的分量; V_l 为逆变速度; τ_{ij} 表示黏性张量分量; Θ 表示黏性应力功和流体热传导的组合项。

2.2 空间离散

当使用 JST 中心格式计算对流通量时, 由于附加了人工耗散项, 使得计算存在着一些不确定因素, 同时 JST 方法在空间方向上只具有二阶精度, 存在较大的数值误差。为了提高计算结果的精度, 并降低数值耗散, 可以采用迎风格式计算对流通量。迎风格式主要分为 FVS(矢通量分裂)方法及 FDS(通量差分分裂)方法两类, 本文采用的 Roe 格式属于通量差分分裂方法。

本文采用运动网格上的 Roe 格式^[12]来计算对流通量, 采用七阶 WENO 格式和分段线性重构方法来求解左右状态值。因为本文对 N-S 方程的求解基于格心格式, 所以交界面上的通量值由式(8)

得到。

$$(F_c)_{IJ} = 1/2 [F_c(\mathbf{W}_R) + F_c(\mathbf{W}_L) - |\bar{A}_{\text{Roe}}|_{IJ} (\mathbf{W}_R - \mathbf{W}_L)] \quad (8)$$

式中

$$F_c(\mathbf{W}_R) = \begin{bmatrix} \rho V_r \\ \rho u V_r + n_x p \\ \rho v V_r + n_y p \\ \rho w V_r + n_z p \\ \rho H v + V_i p \end{bmatrix}_R \quad (9)$$

$$F_c(\mathbf{W}_L) = \begin{bmatrix} \rho V_r \\ \rho u V_r + n_x p \\ \rho v V_r + n_y p \\ \rho w V_r + n_z p \\ \rho H v + V_i p \end{bmatrix}_L$$

式中:下标 IJ 表示单元交界面;L,R 分别为单元交界面的左,右两侧。

其中 Roe 平均值定义分别为

$$\begin{aligned} \tilde{\rho} &= \sqrt{\rho_L \rho_R} \\ \tilde{u} &= \frac{u_L \sqrt{\rho_L} + u_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \\ \tilde{v} &= \frac{v_L \sqrt{\rho_L} + v_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \\ \tilde{w} &= \frac{w_L \sqrt{\rho_L} + w_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \\ \tilde{H} &= \frac{H_L \sqrt{\rho_L} + H_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} \\ \tilde{c} &= \sqrt{(\gamma - 1) \left(\tilde{H} - \frac{\tilde{q}^2}{2} \right)} \\ \tilde{V} &= \tilde{u} n_x + \tilde{v} n_y + \tilde{w} n_z \\ \tilde{q}^2 &= \tilde{u}^2 + \tilde{v}^2 + \tilde{w}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

定义: $\Delta(\cdot) = (\cdot)_R - (\cdot)_L$, 交界面上的通量公式展开后,则有

$$|\bar{A}_{\text{Roe}}|_{IJ} (\mathbf{W}_R - \mathbf{W}_L) = |\Delta F_1| + |\Delta F_{2,3,4}| + |\Delta F_5|$$

$$|\Delta F_1| = \left| \tilde{V} - \tilde{c} - V_i \left(\frac{\Delta p - \tilde{\rho} \tilde{c} \Delta V}{2 \tilde{c}^2} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{u} - \tilde{c} n_x \\ \tilde{v} - \tilde{c} n_y \\ \tilde{w} - \tilde{c} n_z \\ \tilde{H} - \tilde{c} \tilde{V} \end{bmatrix} \right|$$

$$|\Delta F_{2,3,4}| = \left| \tilde{V} - V_i \left(\Delta \rho - \frac{\Delta p}{\tilde{c}^2} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \\ \frac{\tilde{q}^2}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta u - \Delta V n_x \\ \Delta v - \Delta V n_y \\ \Delta w - \Delta V n_z \\ \tilde{u} \Delta u + \tilde{v} \Delta v - \tilde{V} \Delta V \end{bmatrix} \right| \quad (11)$$

$$|\Delta F_5| = \left| \tilde{V} + \tilde{c} - V_i \left(\frac{\Delta p + \tilde{\rho} \tilde{c} \Delta V}{2 \tilde{c}^2} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{u} + \tilde{c} n_x \\ \tilde{v} + \tilde{c} n_y \\ \tilde{w} + \tilde{c} n_z \\ \tilde{H} + \tilde{c} \tilde{V} \end{bmatrix} \right|$$

但是原始格式无法识别出声速点,为了解决这个问题,对特征值进行修改,特征值 $|\Lambda_c|$ 改为

$$|\Lambda_c| = \begin{cases} |\Lambda_c| & |\Lambda_c| > \delta \\ \frac{|\Lambda_c|^2 + \delta^2}{2\delta} & |\Lambda_c| \leq \delta \end{cases} \quad (12)$$

式中 δ 是一个小值,取为当地声速的 $1/10$ 。

2.2.1 七阶 WENO 插值格式

本文在笛卡尔背景网格上采用七阶 WENO 格式计算交接面的左右状态值^[13-14]。七阶 WENO 格式的插值示意图如图 5 所示,点 I 和点 J 分别为待插值交界面的左右单元格心, $I', I'', I''', J', J'', J'''$ 为虚构节点,虚构节点都在 IJ 延长线上,且 $I'''I'' = I''I' = I'I = I'J = J'J' = J'J'' = J''J'''$, v_1, v_2, v_3, v_4 为用来求解交界面上左状态值的 4 个重构模板。

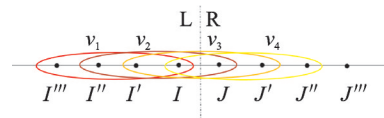


图 5 七阶 WENO 格式交界面左状态值插值示意图
Fig.5 The seventh order WENO reconstruction for left state of the interface

4 个重构模板 v_1, v_2, v_3, v_4 的表达式分别为

$$v_1 = -\frac{U_{I'''} + 13 \times \frac{U_{I''}}{12} - 23 \times \frac{U_{I'}}{12} + 25 \times \frac{U_I}{12}}{4}$$

$$v_2 = \frac{U_{I''}}{12} - 5 \times \frac{U_{I'}}{12} + 13 \times \frac{U_I}{12} + \frac{U_J}{4}$$

$$\begin{aligned} v_3 &= -\frac{U_I}{12} + 7 \times \frac{U_I}{12} + 7 \times \frac{U_J}{12} - \frac{U_{J'}}{12} \\ v_4 &= \frac{U_I}{4} + 13 \times \frac{U_J}{12} - 5 \times \frac{U_{J'}}{12} + \frac{U_{J''}}{12} \end{aligned} \quad (13)$$

用来求解交界面左状态值的加权重构公式为

$$U_{II}^L = w_1 \times v_1 + w_2 \times v_2 + w_3 \times v_3 + w_4 \times v_4 \quad (14)$$

其中非线性加权系数表达式为

$$\begin{aligned} I_{S1} &= U_{I'''} \times (547 \times U_{I'''} - 3882 \times U_{I''} + 4642 \times U_{I'} - 1854 \times U_I) + U_{I''} \times \\ &\quad (7043 \times U_{I''} + 17246 \times U_I + 7042 \times U_{I'}) + U_{I'} \times (11003 \times U_{I'} - 9402 \times U_I) + 2107 \times U_I^2 \\ I_{S2} &= U_{I''} \times (267 \times U_{I''} - 1643 \times U_{I'} + 1602 \times U_I - 494 \times U_J) + U_{I'} \times (2843 \times U_{I'} - \\ &\quad 5966 \times U_I + 1922 \times U_J) + U_I \times (3443 \times U_I - 2522 \times U_J) + 547 \times U_J^2 \\ I_{S3} &= U_{I'} \times (547 \times U_{I'} - 2522 \times U_I + 1922 \times U_J - 494 \times U_{J'}) + U_I \times (3443 \times U_I - \\ &\quad 5966 \times U_J + 1602 \times U_{J'}) + U_J \times (2843 \times U_J - 1642 \times U_{J'}) + 267 \times U_{J'}^2 \\ I_{S4} &= U_I \times (2107 \times U_I - 9402 \times U_J + 7402 \times U_{J'} - 1854 \times U_{J''}) + U_J \times (11003 \times \\ &\quad U_J - 17246 \times U_{J'} + 4642 \times U_{J''}) + U_{J'} \times (7043 \times U_{J'} - 3882 \times U_{J''}) + 547 \times U_{J''}^2 \end{aligned} \quad (16)$$

对于交界面 II 的右状态值的计算方法与上文相同,根据对称性便可计算得到。

采用七阶 WENO 格式计算左右单元交界面上的对流通量时,除了左右单元格心处的流动变量值外,还需要用到 6 个虚构节点 $I', I'', I''', J', J'', J'''$ 处的流动变量值,本文通过梯度插值的方法来获得这 6 个虚构节点处的流动变量。虚构节点 $I', I'', I''', J', J'', J'''$ 的坐标是已知的,首先采用相邻单元搜索算法,以左单元作为搜索初始出发单元,搜索 I', I'', I''' 节点所在单元,以右单元作为搜索初始出发单元,搜索 J', J'', J''' 所在单元,然后将每个交界面所需用到的虚构节点所在单元的序号存储在内存中,之后的计算可以直接读取使用,无需再重新查找。

2.2.2 分段线性格式

本文在贴体非结构桨叶网格上采用 Roe-分段线性格式,通过交界面左右单元格心处的流动变量值插值得到交界面面心处的左右状态值。按照前文中的方法获得所有单元格心处原始变量的梯度后,就能够插值得到每个交界面的左右状态值^[15-16]。分段线性重构示意图如图 6 所示。

$$\begin{aligned} U_L &= U_I + \Psi_I \times (\nabla U_I \cdot \mathbf{r}_L) \\ U_R &= U_J + \Psi_J \times (\nabla U_J \cdot \mathbf{r}_R) \end{aligned} \quad (17)$$

式中: U_I, U_J 分别为单元 I, J 格心处的流动变量值;

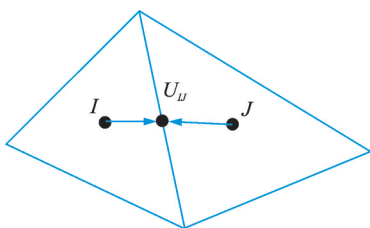


图 6 分段线性格式插值示意图

Fig.6 Piecewise linear scheme reconstruction

$$\begin{cases} w_n = \alpha_n / (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4) \\ \alpha_n = \frac{C_n}{(I_{S_n} + \epsilon)^2} \end{cases} \quad n=1,2,3,4 \quad (15)$$

式中: 权系数分别为 $C_1 = \frac{1}{35}, C_2 = \frac{12}{35}, C_3 = \frac{18}{35}, C_4 = \frac{4}{35}$, ϵ 为预防分母为 0 而引入的小量,可取 1.0^{-6} , I_{S_n} 为第 n 个模板的光滑度量系数,其表达式为

$$\nabla U_I, \nabla U_J \text{ 分别为单元 } I, J \text{ 格心处的流动变量梯度;}$$

$\mathbf{r}_L, \mathbf{r}_R$ 分别为从单元 I, J 格心指向交接面中心的矢量, Ψ_I, Ψ_J 是为了避免在大梯度区域产生振荡而采用的限制器^[17]。

$$\Psi_{II} = \begin{cases} \frac{1}{\Delta_2} \times \left[\frac{(\Delta_{1,\max} + \epsilon^2) \Delta_2 + 2\Delta_2^2 \times \Delta_{1,\max}}{\Delta_{1,\max}^2 + 2\Delta_2^2 + \Delta_{1,\max} \Delta_2 + \epsilon^2} \right] & \Delta_2 > 0 \\ \frac{1}{\Delta_2} \times \left[\frac{(\Delta_{1,\min} + \epsilon^2) \Delta_2 + 2\Delta_2^2 \times \Delta_{1,\min}}{\Delta_{1,\min}^2 + 2\Delta_2^2 + \Delta_{1,\min} \Delta_2 + \epsilon^2} \right] & \Delta_2 < 0 \\ 1 & \Delta_2 = 0 \end{cases} \quad (18)$$

式中: $\Delta_{1,\max}$ 表示单元 I 以及 I 单元所有相邻单元中流动变量值中最大的值与单元 I 格心处流动变量值的差, $\Delta_{1,\min}$ 表示单元 I 以及 I 单元所有相邻单元中流动变量值中最小的值与单元 I 格心处流动变量值的差, Δ_2 表示交接面上的流动变量值与单元格心处流动变量值的差,参数 ϵ^2 是与网格尺度有关的小量,用于控制限制器的大小。采用这种方法计算的对流通量具有二阶精度。

2.3 时间离散

时间离散使用了三点后向差分进行离散

$$\frac{3\Omega W^{n+1} - 4\Omega W^n + \Omega W^{n-1}}{2\Delta t} + R(W^{n+1}) = 0 \quad (19)$$

式中: Δt 表示真实时间步长; R 表示控制单元表面上通量的和; n 为时间步数。

时间离散迭代方法采用双时间精度隐式 LU-SGS 方法实现时间推进^[18]。由于较低的数值复杂性以及合适的计算资源需求,使得隐式 LU-SGS 方法广泛应用于时间推进迭代。LU-SGS 迭代方法中需要实施向前和向后两次扫略。

$$\begin{aligned}
 D\Delta W_i^1 &= -R_i^n - \sum_{j \in L(i)} \frac{1}{2} [(\Delta F_c^1)_j \Delta S_{ij} - \\
 & (r_A^*)_j \bar{I} \Delta W_j^1] \\
 D\Delta W_i^n &= D\Delta W_i^1 - \sum_{j \in U(i)} \frac{1}{2} [(\Delta F_c^n)_j \Delta S_{ij} - \\
 & (r_A^*)_j \bar{I} \Delta W_j^n]
 \end{aligned} \tag{20}$$

式中

$$\begin{aligned}
 D &= \left(\frac{\Omega}{\Delta \tau} + \frac{\omega}{2} \bar{\Lambda}_c + \bar{\Lambda}_v \right) I - \frac{\partial Q}{\partial W} \Omega \\
 r_A^* &= \omega \bar{\lambda}_c + \bar{\lambda}_v \quad \omega \in (1, 2] \\
 \bar{\Lambda}_c &= \sum \bar{\lambda}_c = \sum \rho \left(\frac{\partial F_c}{\partial W} \right) \\
 \bar{\Lambda}_v &= \sum \bar{\lambda}_v = \sum \rho \left(\frac{\partial F_v}{\partial W} \right)
 \end{aligned} \tag{21}$$

3 算例及计算结果分析

为了证明本文提出的计算方法的可行性与正确性,对悬停状态的C-T(Caradonna-tung)模型旋翼^[19]和Helishape 7A模型旋翼进行了数值模拟。计算状态如表1所示。

表1 计算状态参数

Table 1 Computation state parameters		
Rotor	Ma_{tip}	桨距 $\theta/(^\circ)$
C-T(hover)	0.877	8
Helishape 7A(hover)	0.794	7.5

3.1 C-T旋翼悬停流场数值模拟

C-T旋翼包含2片桨叶,桨叶半径1.143 m,弦长为0.190 5 m,展弦比6,桨叶剖面翼型为NA-CA0012,桨叶无尖削,无扭转。

本文在桨叶附近生成贴体非结构网格,桨叶网格数量约为62万个,背景网格为笛卡尔网格,背景网格数量约为45万个,背景网格最小尺寸为50 mm。

图7给出了WENO-分段线性格式计算得到的桨叶不同剖面压强系数 C_p 对比,可以看出WENO-分段线性格式的计算结果与实验值吻合较好。

图8展示了在同样的网格和计算条件下,等涡强度值(275)下的涡量捕捉对比,WENO-分段线性格式可以捕捉到大约630°的桨尖涡,而JST格式只能捕捉到大约330°的桨尖涡。由对比结果能够看出,与JST格式相比,WENO-分段线性格式能够显著降低桨尖涡输运过程中的数值耗散。

图9则给出了同样的网格和计算条件下0°与90°方位角截面下涡强度值为200~600的涡量等值

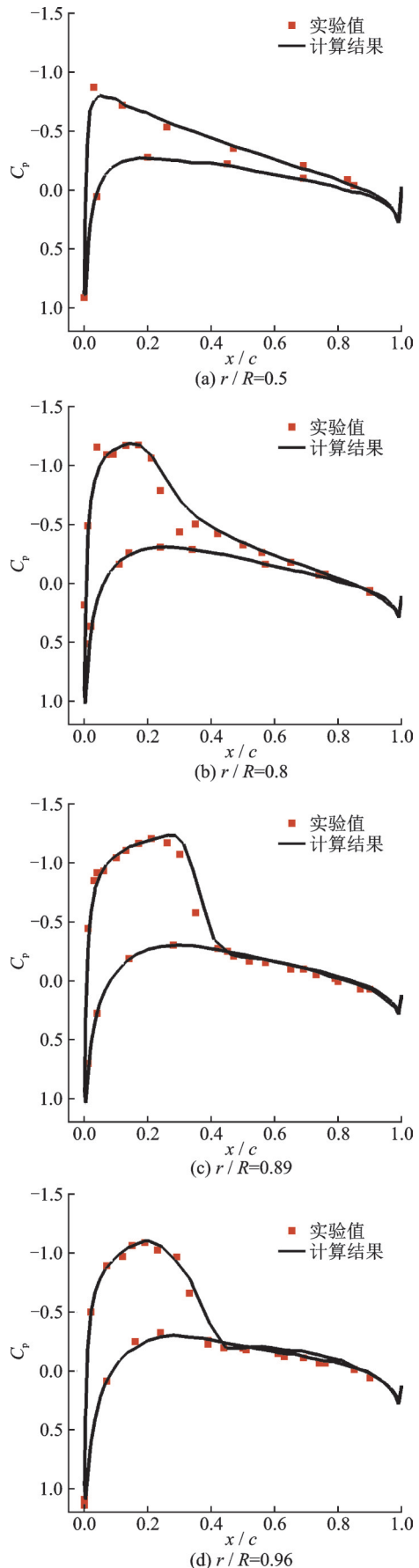


图7 WENO-分段线性格式计算结果与实验值的比较(C-T)
Fig.7 Comparasion between the results of WENO-piecewise linear scheme and the experimental data(C-T)

线对比。从图中能够看到,在 0° 方位角截面下, WENO-分段线性格式可以捕捉到3个强度较强的涡,且能捕捉到明显的中央涡束,而JST格式只能勉强捕捉到1个强度较强和1个强度较弱的涡,之后就产生了明显的耗散; 90° 方位角截面下 WENO-分段线性格式能够捕捉到3个强度较强和1个强度较弱的涡,且能捕捉到明显的中央涡束,而JST格式只捕捉到2个强度较强的涡,之后就产生了明显的耗散。由图9的结果对比可以看出,与JST格式相比,WENO-分段线性格式对涡的捕捉精度更高。

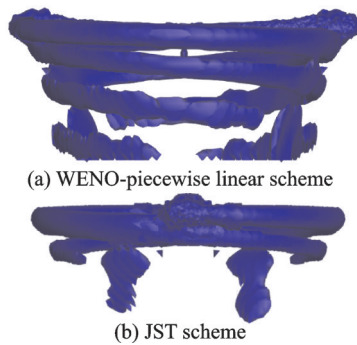


图8 旋翼涡量捕捉效果对比(C-T)
Fig.8 Comparison of blade tip vortex (C-T)

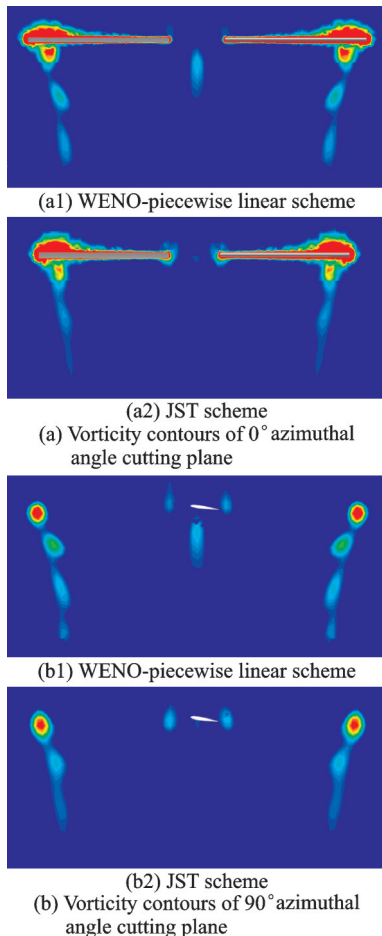


图9 两个截面旋翼尾迹涡量比较
Fig.9 Comparison of rotor vorticity contours at two cutting planes

3.2 Helishape 7A 旋翼悬停流场数值模拟

Helishape 7A 旋翼^[20]由4片桨叶组成,桨叶半径2.1 m,弦长0.14 m,桨叶平面形状为矩形,桨叶分为3段,每段桨叶剖面翼型不同,且有负扭转。

本文在桨叶附近生成贴体非结构网格,桨叶网格数量约为67万个,背景网格为笛卡尔网格,背景网格数量约为80万个,背景网格最小尺寸为50 mm。

图10给出了WENO-分段线性格式计算得到的桨叶不同剖面压强系数 C_p 与实验值的对比,计算结果与实验值吻合较好。

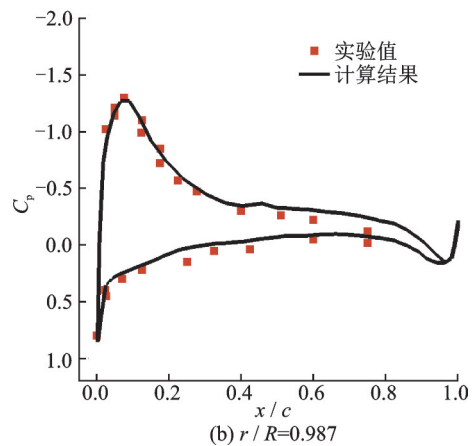
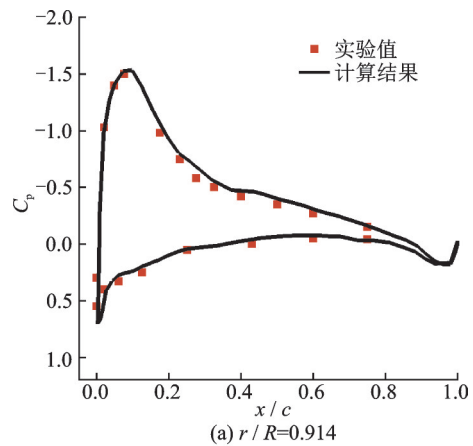


图10 WENO-分段线性格式计算结果和实验值的比较 (Helishape 7A)

Fig.10 Comparison between the results of WENO-piecewise linear scheme and the experimental data (Helishape 7A)

图11展示了在同样的网格和计算条件下,相同涡强度值(225)下的涡量捕捉效果对比,可以看出WENO-分段线性格式可以捕捉到大约 270° 的桨尖涡,而JST格式只能捕捉到大约 180° 的桨尖涡。通过对比可以看出,WENO-分段线性格式相比传统二阶JST格式对涡尾迹特征具有更高的计算精度。

图12给出了同样的网格和计算条件下 90° 方

位角截面下涡强度值为175~600的涡量等值线对比。从图中能够看到,WENO-分段线性格式可以捕捉到2个强度较强的涡和1个强度较弱的涡,且能捕捉到明显的中央涡束,而JST格式只能勉强捕捉到1个强度较强的涡,随后就产生了明显的耗散。通过对比可以看出,与二阶JST格式相比,WENO-分段线性格式对涡细节的捕捉能力更强。

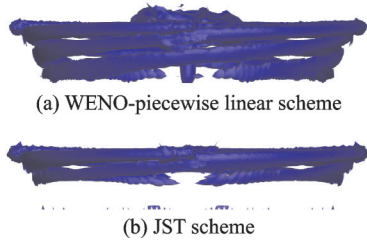


图11 旋翼涡量捕捉效果对比(Helishape 7A)

Fig.11 Comparison of blade tip vortex (Helishape 7A)

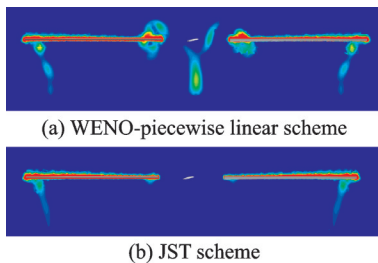


图12 截面旋翼尾迹涡量比较

Fig.12 Comparison of rotor vorticity contours at the cutting plane

4 结 论

为了降低旋翼涡流场数值模拟中的数值耗散,本文发展了一套基于WENO-分段线性格式的雷诺平均N-S方程求解方法,在笛卡尔背景网格上采用七阶Roe-WENO格式,在贴体非结构桨叶网格上采用Roe-分段线性格式。主要结论如下:

(1) 计算算例表明了本文提出的WENO-分段线性格式对旋翼涡流场数值模拟的有效性。

(2) 与二阶JST格式相比,本文发展的WENO-分段线性格式在桨尖涡输运过程中的数值耗散更低。

(3) 本文发展的WENO-分段线性格式能有效提升对桨尖涡等流动细节的捕捉精度,可以为后续的旋翼/机身气动干扰等复杂问题研究提供数值基础。

参考文献:

[1] AHMAD J U, DUQUE E P N. Helicopter rotor blade

computation in unsteady flows using moving overset grids[J]. Journal of Aircraft, 1996, 33(1): 54-60.

[2] POMIN H, WAGNER S. Navier-Stokes analysis of helicopter rotor aerodynamics in hover and forward flight[J]. Journal of Aircraft, 2002, 39(5): 813-821.

[3] WOLF W R, AZEVEDO J L F. High-order ENO and WENO schemes for unstructured grids[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2007, 55: 917-943.

[4] HARIHARAN N. High order accurate numerical convection of vortices across overset interfaces: AIAA-2005-1263[R]. Reston: AIAA, 2005.

[5] 杨爱明, 乔志德. 用运动嵌套网格数值模拟旋翼前飞非定常流场[J]. 空气动力学学报, 2000, 18(4): 427-433.

YANG Aiming, QIAO Zhide. Numerical simulation of unsteady flow around a helicopter rotor in forward flight using moving overset grids[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2000, 18(4): 427-433.

[6] 招启军, 徐国华. 使用高阶逆风通量差分裂格式的悬停旋翼流场数值模拟[J]. 航空动力学报, 2005, 20(2): 186-191.

ZHAO Qijun, XU Guohua. Numerical simulations for the flow-field of helicopter rotors in hovering based on high-order upwind flux-difference splitting scheme[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(2): 186-191.

[7] 印智昭, 招启军, 王博. 基于高阶WENO格式的旋翼非定常涡流场数值模拟[J]. 航空学报, 2016, 37(8): 2552-2564.

YIN Zhizhao, ZHAO Qijun, WANG Bo. Numerical simulations of unsteady vortex flowfield of rotors based on high-order WENO scheme[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(8): 2552-2564.

[8] 田书玲. 基于非结构网格方法的重叠网格算法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2008.

TIAN Shuling. Investigation of overset unstructured grids algorithm[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008.

[9] 叶靓. 基于非结构网格的直升机旋翼流场及噪声研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2009.

YE Liang. Research on the flowfield and noise of helicopter rotors based on unstructured mesh[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009.

[10] 桑树浩, 孙振航, 陈仁良, 等. 基于自适应非结构嵌套网格的旋翼流场模拟[J]. 南京航空航天大学学报, 2018, 50(4): 528-535.

SANG Shuhao, SUN Zhenhang, CHEN Renliang, et

- al.Computing flows around rotor by using time-dependent adaptive grid based on unstructured-cartesian overset mesh system[J].Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics,2018,50(4):528-535.
- [11] FRINK N T.Recent progress toward a three-dimensional Navier-Stokes solver: AIAA Paper 94-0061 [R]. USA: AIAA,1994.
- [12] ROE P L.Approximate riemann solvers parameter vectors, and difference schemes[J].Journal of Computational Physics,1981,43(2):357-372.
- [13] SHEN Y Q,ZHA G C.A robust seventh-order WENO Scheme and its applications: AIAA Paper 2008-0757[R]. USA: AIAA,2008.
- [14] 招启军,徐国华.直升机计算流体力学基础[M].北京:科学出版社,2016:120-128.
ZHAO Qijun, XU Guohua.Foundations of helicopter computational fluid dynamics [M]. Beijing: Science Press,2016:120-128.
- [15] BARTH T J,JESPERSEN D C.The design and application of upwind scheme on unstructured meshes: AIAA Paper 89-0366[R]. USA: AIAA,1989.
- [16] TOUZE C L, MURRONE A, GUILARD H. Multislope MUSCL method for general unstructured meshes[J]. Journal of Computational Physics, 2015, 284: 389-418.
- [17] VENKATAKRISHNAN V. Convergence to steady-state solutions of the Euler equations on unstructured grids with limiters [J]. J Comput Phys, 1995,118:120-130.
- [18] JAMESON A, TURKEL E.Implicit schemes and MYM-LUMYM decompositions[J]. Mathematics of Computation,1981,37(156):385-397.
- [19] CARADONNA F X, TUNG C.Experimental and analytical studies of a model helicopter rotor in hover[J]. Vertica,1981,5(1):149-161.
- [20] STEIJL R, BARAKOS G N, BADCOCK K J. A CFD framework for analysis of helicopter rotors[C]// Proceedings of the 17th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference. Toronto, Ontario, Canada: AIAA,2005.

(编辑:夏道家)