

转台不水平度误差对加速度计标定精度影响分析

许琪琪 刘巾杰 王谱华 于 鹏

(西昌卫星发射中心, 文昌, 571300)

摘要:捷联惯组中加速度计的标定通常采用转台来完成,而转台的不水平度会直接影响加速度计的标定精度。为量化不水平度误差带来的影响,本文从加速度计十二位置静态标定模型出发,理论推导出转台耦合不水平度与标定参数之间的关系;并通过仿真分析,发现不水平度对零偏、标度因素的影响较小,对安装误差系数的影响较大,为系数的超差现象分析提供参考依据。

关键词:加速度计;三轴转台;不水平度误差

中图分类号:U666.1

文献标志码:A

文章编号:1005-2615(2019)S-0063-05

Effect of Turntable's Unbalanced Error on Accelerometer Calibration Accuracy

XU Qiqi, LIU Jinjie, WANG Puhua, YU Peng

(Xichang Satellite Launch Center, Wenchang, 571300, China)

Abstract: SIMU's accelerometer is usually calibrated by turntable and the accelerometer calibration accuracy is directly affected by the turntable's unbalanced error. In order to quantify the unbalanced error influences, based on the static twelve-position model, the relation between unbalanced error and calibration is derived. The simulation analysis results indicate that the fixed error is significantly influenced by turntable's unbalanced error, while the bias and scale factor error are little influenced by it. The results can provide a reference on the out-of-tolerance calibration parameters during tests.

Key words: accelerometer; three-axis turntable; unbalanced error

在火箭飞行中,捷联惯导系统^[1]被用来敏感火箭的姿态角速度和视加速度,经过箭载计算机的解算,分别输出给制导系统和姿控系统,以完成姿控制导计算和保证箭体稳定飞行。捷联惯导系统的高精度性能由标定参数的精度决定^[2-5],主要通过单元测试进行验证,该测试过程是在三轴转台上进行^[6],而转台受外界各种因素干扰,易产生不水平度,会引入转台误差。因此,高精度捷联惯组标定必须考虑转台误差的影响,文献[7]定量研究了双轴转台的安装误差对加速度计标定参数的影响,文献[8]从理论上分析双轴转台误差对加速度计标定

参数值的影响,文献[9]分析了转台误差对加速度计输出计算精度的影响。本文通过仿真来分析转台 x, y, z 轴方向不同水平度对误差模型中的零偏、标度因素和安装误差的影响。

1 静态模型分析

捷联惯组在实际工作中的标定分为位置标定和速率标定,位置标定完成对捷联惯组中陀螺的零位误差、加速度计的零位误差、标度因素以及安装误差的标定;速率标定完成对捷联惯组中的陀螺安装误差以及标度因素的标定。

收稿日期:2019-04-09;修订日期:2019-06-20

通信作者:许琪琪,女,工程师,E-mail:xuqiqi77@qq.com。

引用格式:许琪琪,刘巾杰,王谱华,等.转台不水平度误差对加速度计标定精度影响分析[J].南京航空航天大学学报,2019,51(增刊):63-67. XU Qiqi, LIU Jinjie, WANG Puhua, et al. Effect of Turntable's Unbalanced Error on Accelerometer Calibration Accuracy[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2019, 51(S):63-67.

1.1 位置标定原理

捷联惯组中加速度计的通用误差模型可表示为

$$y=f(x)+\varepsilon \quad (1)$$

式中 $f(x)$ 展开式为

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x-x_0)^n = \\ & f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} (x-x_0)^2 + \dots \\ & \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x-x_0)^n + \dots \\ & y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + \varepsilon \end{aligned} \quad (2) \quad (3)$$

本文中用到的模型忽略了方程的二阶项及以上部分以及随机误差,即

$$y = a_0 + a_1x \quad (4)$$

则任一方向的加速度计都可改写为

$$U_I = k_0 + k_1 \begin{bmatrix} 1 & F_{PI} & F_{OI} \\ a_P \\ a_O \end{bmatrix} = \quad (5)$$

$$k_0 + k_1 a_I + F_{PI} k_1 a_P + F_{OI} k_1 a_O$$

则对于 x 方向的加速度计可表达为

$$U_x = k_0 + k_1 I_x + E_{xy} I_y + E_{xz} I_z \quad (6)$$

式中: k_0 代表零偏, k_1 代表标度因素, E_{xy} 和 E_{xz} 分别代表 x 对 y 方向和 z 方向的安装误差。试验中,加速度计各误差系数的标定采用十二位置法。

若位置为天北东,理想状态下加速度计各方向敏感到的加速计为 $[g \ 0 \ 0]$ 。同理可得出测试中的位置矩阵 G 为

$$G = \begin{bmatrix} g & 0 & 0 \\ g & 0 & 0 \\ -g & 0 & 0 \\ -g & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & -g & 0 \\ 0 & -g & 0 \\ 0 & 0 & g \\ 0 & 0 & g \\ 0 & 0 & -g \\ 0 & 0 & -g \end{bmatrix} \quad (7)$$

则对于上述十二位置,加速度计的输出模型可表示为

$$\begin{bmatrix} p_{x_1} \\ p_{x_2} \\ p_{x_3} \\ p_{x_4} \\ p_{x_5} \\ p_{x_6} \\ p_{x_7} \\ p_{x_8} \\ p_{x_9} \\ p_{x_{10}} \\ p_{x_{11}} \\ p_{x_{12}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & g & 0 & 0 \\ 1 & g & 0 & 0 \\ 1 & -g & 0 & 0 \\ 1 & -g & 0 & 0 \\ 1 & 0 & g & 0 \\ 1 & 0 & g & 0 \\ 1 & 0 & -g & 0 \\ 1 & 0 & -g & 0 \\ 1 & 0 & 0 & g \\ 1 & 0 & 0 & g \\ 1 & 0 & 0 & -g \\ 1 & 0 & 0 & -g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

即为 $P=AM$,根据最小二乘法可得最优解为

$$M=(A^T A)^{-1} A^T P \quad (9)$$

标定过程中,可得到每个位置条件下, x,y,z 三个不同方向的脉冲累积量 p_{x_i} ,由此可解4个 m 的值,依次则为零偏、标度因素和两项安装误差。

1.2 转台误差模型

在理想条件下,惯组坐标系与转台坐标系是完全重合的,实际标定过程中往往会因为是安装在三轴转台上完成的^[10-11],这就不可避免会引入转台误差。文中只考虑转台 x,y,z 不同方向的不水平度对标定模型的影响。

图1为惯组的惯性坐标系 $ox_s y_s z_s$ (s 系)。

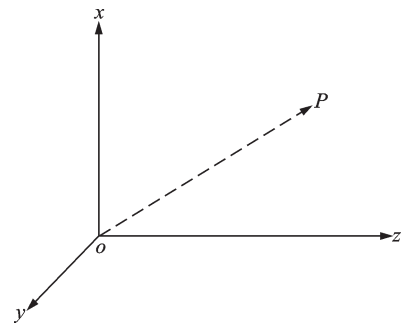


图1 惯性坐标系

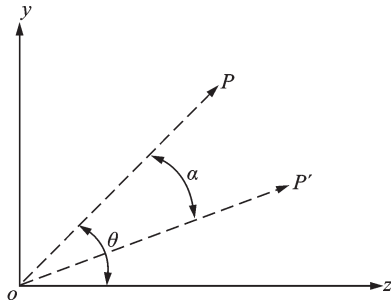
Fig.1 Inertial coordinate system

若三轴转台在 x,y,z 方向上均存在不水平度 α,β,γ ,此时的坐标系变为 s' 系,均可通过3次旋转后达到新的坐标系。

(1)如图2所示,当坐标系统绕 x 轴旋转 α 时,即相当于空间某一向量在 oyz 平面内的投影 \overline{OP} 旋转 α 到 $\overline{OP'}$ 。

则 $\overline{OP'}$ 的坐标为

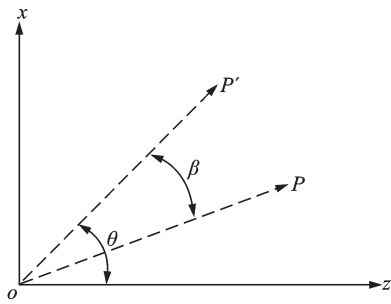
$$\begin{cases} z' = z \cos \alpha + y \sin \alpha \\ y' = y \cos \alpha - z \sin \alpha \end{cases} \quad (10)$$

图2 向量 \overline{OP} 绕 x 轴旋转投影图Fig.2 Projection of vector \overline{OP} rotating around x -axis

且 $x = x'$,可得绕 x 轴旋转 α 后的旋转矩阵为

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (11)$$

(2)如图3所示,当坐标系绕 y 轴旋转 β 时,即相当于空间某一向量在 oxz 平面内的投影 \overline{OP} 旋转 β 到 \overline{OP}' 。

图3 向量 \overline{OP} 绕 y 轴旋转投影图Fig.3 Projection of vector \overline{OP} rotating around y -axis

则 \overline{OP}' 的坐标为

$$R_x(\alpha) \cdot R_y(\beta) \cdot R_z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma & -\sin\gamma\cos\beta & \sin\beta \\ \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\gamma\cos\alpha & -\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & -\sin\alpha\cos\beta \\ \sin\beta\cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma & \sin\gamma\sin\beta\cos\alpha + \sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix} \quad (16)$$

即 x, y, z 轴方向的不同水平度耦合后引入的误差项为

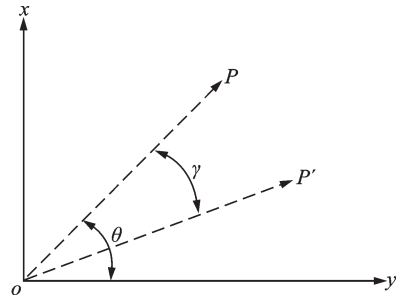
$$\Delta\Phi = \begin{bmatrix} g & 0 & 0 \\ g & 0 & 0 \\ -g & 0 & 0 \\ -g & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & -g & 0 \\ 0 & -g & 0 \\ 0 & 0 & g \\ 0 & 0 & g \\ 0 & 0 & -g \\ 0 & 0 & -g \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma & -\sin\gamma\cos\beta & \sin\beta \\ \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\gamma\cos\alpha & -\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & -\sin\alpha\cos\beta \\ \sin\beta\cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma & \sin\gamma\sin\beta\cos\alpha + \sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{cases} x' = x\cos\beta + z\sin\beta \\ z' = z\cos\beta - x\sin\beta \end{cases} \quad (12)$$

且 $y = y'$,可得绕 y 轴旋转 β 后的旋转矩阵为

$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\beta & -\sin\beta \\ 0 & \sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (13)$$

(3)如图4所示,当坐标系绕 z 轴旋转 γ 时,即相当于空间某一向量在 oxy 平面内的投影 \overline{OP} 旋转 γ 到 \overline{OP}' 。

图4 向量 \overline{OP} 绕 z 轴旋转投影图Fig.4 Projection of vector \overline{OP} rotating around z -axis

则 \overline{OP}' 的坐标为

$$\begin{cases} x' = x\cos\gamma - y\sin\gamma \\ y' = y\cos\gamma + x\sin\gamma \end{cases} \quad (14)$$

且 $z = z'$,可得绕 z 轴旋转 γ 后的旋转矩阵为

$$R_z(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & -\sin\gamma \\ 0 & \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \quad (15)$$

综上所述,从 s 系到 s' 系的旋转矩阵为

将误差项得到的表达式代入式(8)中,同样根据最小二乘法可依次解得不同水平度条件下各标定系数的值。

2 仿真分析

仿真分析中,设 $\theta = \beta = \gamma$,将 x, y, z 轴方向的不水平度耦合后,得出转台在25组不水平度(1"、1.5"、10"、20"、30"、40"、50"、60"、70"、80"、90"、100"、200"、300"、400"、500"、1 000"、2 000"、3 000"、3 600"、3 700"、3 800"、4 000"、5 000"、6 000")下,零偏、标度因素的相对误差如表1所示。

不同水平度下,零偏、标度因素以及安装误差的标定值如图5所示。

从图5中可看出在算例范围内,不同水平度的大小对零偏系数影响很小,在100"范围内相对误差为0,100"~400"范围相对误差数量级为 10^{-6} ,在400"~2 000"范围相对误差数量级为 10^{-5} ,在2 000"~6 000"范围相对误差数量级为 10^{-4} 。

从图6中可看出,在算例范围内,不同水平度

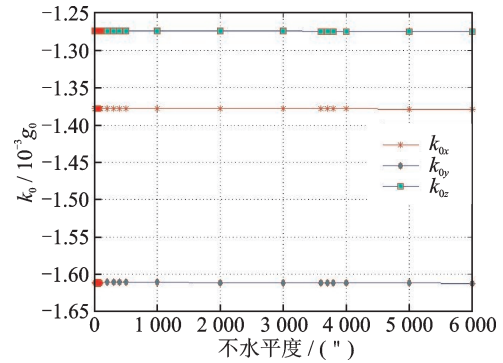


图5 不水平度对零偏系数的影响

Fig.5 Influence of horizontal error on the bias

的大小对标度因素影响很小,在1.5"范围内相对误差为 10^{-8} ,1.5"~20"范围相对误差数量级为 10^{-7} ,在20"~300"范围相对误差数量级为 10^{-6} ,在300"~2 000"范围相对误差数量级为 10^{-5} ,在2 000"~6 000"范围相对误差数量级为 10^{-4} 。

从图7中可看出在算例范围内,不同水平度的大小对安装误差影响明显,在不水平度为1.5"时,安装误差 E_{xz} 的相对误差就已经达到32%。

表1 不同水平度下标定系数的相对误差

Tab. 1 Relative errors of calibration coefficient at horizontal error

不水平度/(")	Δk_{0x}	Δk_{1x}	Δk_{0y}	Δk_{1y}	Δk_{0z}	Δk_{1z}
1	0.000 000 00	0.000 000 00	0.000 000 00	0.000 000 03	0.000 000 00	0.000 000 03
1.5	0.000 000 00	0.000 000 00	0.000 000 00	0.000 000 05	0.000 000 00	0.000 000 05
10	0.000 000 00	0.000 000 00	0.000 000 00	0.000 000 34	0.000 000 00	0.000 000 34
20	0.000 000 00	-0.000 000 01	0.000 000 00	0.000 000 68	0.000 000 00	0.000 000 68
30	0.000 000 00	-0.000 000 02	0.000 000 00	0.000 001 01	0.000 000 00	0.000 001 02
40	0.000 000 00	-0.000 000 03	0.000 000 00	0.000 001 33	0.000 000 00	0.000 001 35
50	0.000 000 00	-0.000 000 05	0.000 000 00	0.000 001 65	0.000 000 00	0.000 001 67
60	0.000 000 00	-0.000 000 08	0.000 000 00	0.000 001 97	0.000 000 00	0.000 001 99
70	0.000 000 00	-0.000 000 11	0.000 000 00	0.000 002 28	0.000 000 00	0.000 002 31
80	0.000 000 00	-0.000 000 14	0.000 000 00	0.000 002 59	0.000 000 00	0.000 002 62
90	0.000 000 00	-0.000 000 18	0.000 000 00	0.000 002 89	0.000 000 00	0.000 002 93
100	0.000 000 00	-0.000 000 23	0.000 000 00	0.000 003 19	0.000 000 00	0.000 003 23
200	0.000 007 26	-0.000 000 92	-0.000 006 21	0.000 005 92	0.000 000 00	0.000 005 98
300	0.000 007 26	-0.000 002 09	-0.000 006 21	0.000 008 18	-0.000 007 85	0.000 008 27
400	0.000 007 26	-0.000 003 72	-0.000 006 21	0.000 009 97	-0.000 007 85	0.000 010 09
500	0.000 007 26	-0.000 005 83	-0.000 012 41	0.000 011 29	-0.000 007 85	0.000 011 43
1 000	0.000 029 03	-0.000 023 41	-0.000 012 41	0.000 010 82	-0.000 007 85	0.000 011 11
2 000	0.000 094 35	-0.000 093 81	0.000 024 83	-0.000 025 71	0.000 031 39	-0.000 024 78
3 000	0.000 217 73	-0.000 211 22	0.000 111 73	-0.000 110 27	0.000 109 88	-0.000 107 68
3 600	0.000 304 82	-0.000 304 22	0.000 186 21	-0.000 184 33	0.000 180 51	-0.000 179 98
3 700	0.000 326 59	-0.000 321 36	0.000 198 62	-0.000 198 39	0.000 196 21	-0.000 193 68
3 800	0.000 341 11	-0.000 338 97	0.000 211 04	-0.000 212 95	0.000 211 91	-0.000 207 84
4 000	0.000 377 40	-0.000 375 61	0.000 242 07	-0.000 243 53	0.000 243 30	-0.000 237 58
5 000	0.000 587 87	-0.000 586 97	0.000 428 28	-0.000 426 16	0.000 415 97	-0.000 414 47
6 000	0.000 849 14	-0.000 845 28	0.000 657 94	-0.000 658 83	0.000 643 57	-0.000 638 32

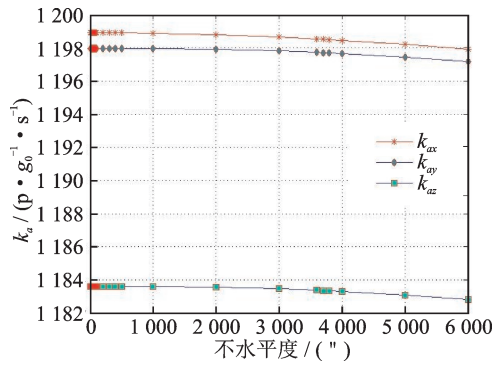


图6 不水平度对标度因素的影响

Fig.6 Influence of horizontal error on the scale factor

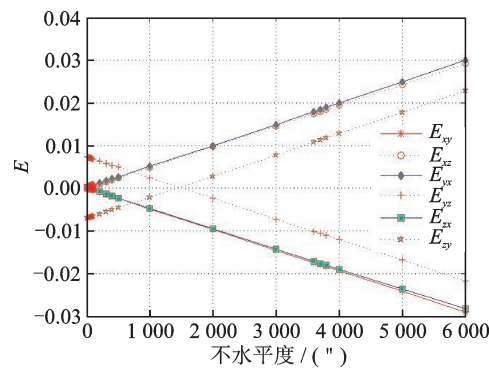


图7 不水平度对安装误差的影响

Fig.7 Influence of horizontal error on the fixed error

3 结 论

本文从十二位置的标定模型出发,理论推导出不水平度与标定参数的误差项。结合具体算例 x, y, z 轴方向的不同水平度耦合后,得出以下结论:

(1)不水平度对零偏和标度因素的影响较小。在2000"不水平度范围相对误差数量级仅为 10^{-5} ,这样的精度可满足使用要求;

(2)不水平度对安装误差系数的影响较大。在大于1"条件下时,安装误差系数已经接近与使用性能标准的临界范围;在不水平度大于4000"时安装误差系数已经大于0.02,已超出测试过程中的性能指标,测试过程中会造成产品超差。

因此,如果测试过程中发现安装系数超差,可进一步通过转台标校来判断是否是转台不水平度造成的影响,并通过定期标校来排除不水平度对安装误差系数造成的影响。

参考文献:

[1] ZHA Feng, XU Jiangning, HU Baiqing, et al. Error analysis for SINS with different IMU rotation scheme [C]//2010 2nd International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics. [S.l.]: IEEE, 2010.

- [2] HURST R B, MAYERBACHER M, GEBAUER A, et al. High-accuracy absolute rotation rate measurements with a large gyro: Establishing the scale factor [J]. Applied Optics, 2017, 56 (4) : 1124-1130.
- [3] YANG Jinxian, TAO Hui. Research of micro-mechanical gyro measurement methods [C]//2009 International Conference on Test and Measurement. [S.l.]: IEEE, 2009: 45-48.
- [4] 李艳波,曾鸣. 三轴转台误差源对陀螺加速度表测试的影响[J]. 航空精密制造技术, 2008, 44(2): 28-31.
- LI Yanbo, ZENG Ming. Influence of three-axis turntable error source on pendulous integrating gyro accelerometer testing [J]. Aviation Precision Manufacturing Technology, 2008, 44(2): 28-31.
- [5] SHCHEGLOV K, EVANS C, GUTIERREZ R, et al. Temperature dependent characteristics of the JPL silicon MEMS gyroscope [C]//2000 IEEE Aerospace Conference. [S.l.]: IEEE, 2000: 403-411.
- [6] HENDERSON G. Applied mathematics in integrated navigation systems [M]. [S. l.]: Cambridge University Press, 2009: 202.
- [7] 丁枫,冯丽爽,晁代宏,等. 转台安装误差对光学捷联惯导标定的影响分析[J]. 弹箭与制导学报, 2013, 33 (1): 19-24.
- DING Feng, FENG Lishuang, CHAO Daihong, et al. The influence of turntable fixing errors on optical gyro strapdown inertial system calibration [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2013, 33(1): 19-24.
- [8] 曹雅丽,张福斌. 双轴转台误差对加速度计标定精度的影响[J]. 鱼雷技术, 2016, 24(3): 194-199.
- CAO Yali, ZHANG Fubin. Effects of two-axis turntable position errors on accelerometer calibration accuracy [J]. Torpedo Technology, 2016, 24(3): 194-199.
- [9] 程源,陈希军,任顺清,等. 三轴转台误差对加速度计误差模型系数标定精度的影响[J]. 空间控制技术与应用, 2010, 36(5): 58-62.
- CHENG Yuan, CHEN Xijun, REN Shunqing, et al. Influence of three-axis turntable error on calibration accuracy of accelerometer error model coefficients [J] Aerospace Control and Application, 2010, 36 (5) : 58-62.
- [10] 严恭敏,李四海,秦永元. 捷联仪器测试与数据分析 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2012.
- YAN Gongmin, LI Sihai, QIN Yongyuan. Strapdown instrument testing and data analysis [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2012.
- [11] LEE D Y, LEE S, PARK S Y, et al. Test and error parameter estimation for MEMS-based low cost IMU calibration [J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2011, 12 (4) : 597-603.