

DOI:10.16356/j.1005-2615.2019.06.008

无人机栖落机动的一种离线鲁棒预测控制算法

万慧雯 何真 曹瑞 胡舟逸

(南京航空航天大学自动化学院,南京,211106)

摘要:针对固定翼无人机栖落机动过程的纵向运动,研究了一种在线计算量小的栖落机动鲁棒预测控制方法。首先将飞行器栖落机动动力学模型沿参考轨迹建立分段线性切换系统模型。考虑外部风扰动,进一步建立张量积模型。然后,利用渐近稳定的椭圆不变集的概念,采用“离线设计、在线综合”的方法设计了在线计算量较小的栖落轨迹跟踪控制律;结合鲁棒预测控制和切换系统全局稳定分析方法分析了系统稳定性。最后,对外部风扰动下的固定翼无人机栖落机动过程进行了仿真。仿真结果表明所设计的跟踪控制器在线计算量小并具有良好的控制效果。

关键词:栖落机动;切换控制;轨迹跟踪控制;鲁棒预测控制;椭圆不变集

中图分类号:V 249 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2019)06-0785-10

An Off-Line Robust Predictive Control Algorithm for UAV in Perching Maneuver

WAN Huiwen, HE Zhen, CAO Rui, HU Zhouyi

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 211106, China)

Abstract: A robust model predictive control algorithm which costs little online computation for the fixed-wing unmanned aircraft during its perching maneuver process is investigated based on the UAV's longitudinal motion. First, the nonlinear dynamic system is linearized along the reference trajectory in order to establish the piecewise linear system. Second, considering the external wind disturbance, a tensor product model is further constructed. Then, using the concept of asymptotically stable elliptical invariant set, the method of “offline design, online synthesis” is adopted to design the tracking trajectory control law with less online calculation. The stability of the system is analyzed by combining the robust predictive control and the global stability analysis method of the switching system. Finally, the maneuvering process of fixed-wing UAV under external wind disturbance is simulated. The simulation results show that the designed tracking controller costs less on-line calculation and provides good control effect.

Key words: perching maneuver; switching control; trajectory tracking control; robust predicted control; invariant ellipsoid

近年来,无人飞行器得到了快速发展和广泛应用。文献[1]针对无人机协同作战时的多无人机交会问题,提出了交会控制策略。文献[2]分别采用了牛顿—欧拉方法和欧拉—拉格朗日方法对四旋

翼无人机进行建模,并针对模型设计了TS模糊控制器。在众多种类的无人飞行器中,固定翼无人机的续航能力、飞行范围和巡航速度等都有着明显的优势。然而,不像旋翼飞行器,固定翼飞行器并不

基金项目:国家自然科学基金(6187312)资助项目。

收稿日期:2019-05-08;**修订日期:**2019-11-26

通信作者:何真,女,副教授,硕士生导师,E-mail: hezhen@nuaa.edu.cn。

引用格式:万慧雯,何真,曹瑞,等. 无人机栖落机动的一种离线鲁棒预测控制算法[J]. 南京航空航天大学学报,2019,51(6):785-794. WAN Huiwen, HE Zhen, CAO Rui, et al. An Off-Line Robust Predictive Control Algorithm for UAV in Perching Maneuver[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2019, 51(6):785-794.

能实现垂直降落。固定翼飞行器一般采用滑跑降落或者撞网、伞降等方式进行回收降落。这几类降落方式具有场地空间要求大、落点难确定、地面的辅助降落装置复杂等缺点,使得固定翼无人机的应用场合大大降低^[3]。近年来,从鸟类栖落机动获得启发,研究者提出了一种仿生栖落机动的降落方式,即固定翼飞行器模仿鸟类,利用大迎角产生的高阻力快速减速,最终以较小的动量精准地降落在预设地点^[4-5]。如果固定翼无人机能够像鸟类一样实现栖落,那么就能突破固定翼无人机的降落方式的限制,提高其应用场合,这样无人机就能进一步提高作战性能和续航能力。

近年来,固定翼无人机的栖落机动问题得到了越来越多的关注。文献[6]设计了一种小型滑翔机,用实验验证了固定翼飞行器栖落在电线上的可行性。文献[7]研究了变体无人机栖落机动纵向运动的多体动力学建模和仿真问题,并分析了变体结构对栖落机动性能的作用。文献[8]对一类变体固定翼无人机栖落机动的纵向运动进行了建模与轨迹优化研究。文献[9]利用线性二次型最优控制律分析了固定翼无人机切换控制设计并计算其吸引域,但未考虑到外部风扰动的影响。文献[10]用SOS控制框架设计了考虑风扰的栖落机动控制律,然而其反馈控制律中需要用到风速的测量值。

模型预测控制自从20世纪70年代问世以来,因为其控制机理对复杂的工业过程的适应性,在工业领域得到了广泛的应用^[11]。2000年,Mayne等^[12]总结了以往的研究成果,指出了预测控制的稳定设计的几大要素。为了保证系统的可行性和稳定性,现代预测控制理论通常都是通过增加附加的约束来修正在线优化策略,而这些约束都可以转变为线性矩阵不等式的方式来求解,虽然保证了系统的稳定性,但是增大了在线计算量,使得预测控制在实际工程应用中有较大限制。此外,由于实际工业中的对象往往存在不确定性和外部扰动,因此鲁棒预测控制的研究逐渐成为近年来预测控制综合理论的主要研究内容之一。对于受扰系统,文献[13-14]分别采用了 H_∞ 的方法来研究受扰系统的滚动时域预测控制问题。文献[15]中,Kothare将线性受扰系统转化为一个多胞模型,进而利用线性矩阵不等式的形式来设计鲁棒预测控制器。文献[16]进一步提出采用形式为 $u = Kx + c_k^*(t)$ 的控制律来控制对象,其中反馈律 K 离线设计, $c_k^*(t)$ 在线设计,使得闭环系统能渐近稳定且在线计算量明显减小。模型预测控制也被应用在无人机的研究中,文献[17]建立了多无人机协同规避控制模型,并提出

了一种基于纳什最优的分布式模型预测控制算法,缩短了优化控制的时间,改善了系统的实时性。”

本文针对固定翼无人机的栖落机动过程的非线性特性,以切换控制和鲁棒预测控制理论为基础展开研究。考虑外部风扰动的影响,通过张量积建模方法,构造出栖落机动的分段多胞模型;以此为基础,采用基于椭圆不变集的离线设计在线综合的方法,设计了栖落机动鲁棒模型预测控制器,使得无人机在容许初始误差下与风扰下,能精准地栖落在目标区域,并且控制器在线计算量较小。对固定翼无人机风扰下的栖落机动过程仿真验证了所提出的控制方法的有效性。

1 固定翼无人机栖落机动模型的建立

飞行器栖落机动是迎角大范围变化的大机动飞行方式。在设计控制器之前,需要通过优化设计获得参考轨迹,将栖落机动控制问题转化为轨迹跟踪控制问题。参考轨迹可以利用GPOPS工具箱进行设计^[18-19]。本节建立栖落机动非线性动力学模型并进行轨迹线性化处理;在此基础上,考虑外部风扰动的影响,建立分段线性模型并通过张量积建模转换为多胞模型,以便于后续控制器设计。

1.1 栖落机动中无人机的气动模型和动力学模型

在栖落机动的飞行过程中,飞行器的动力学特性发生剧烈变化,是一个参数变化范围较大的非线性系统。由于栖落轨迹一般在 $x-h$ 平面,本文仅对飞行器的纵向运动建模。以发动机的推力和升降舵偏转作为控制输入。固定翼无人机的纵向运动方程如下

$$\begin{cases} \dot{V} = (T \cos \alpha - D - mg \sin \mu) / m \\ \dot{\mu} = (T \sin \alpha + L - mg \cos \mu) / (mV) \\ \dot{\alpha} = q - (T \sin \alpha + L - mg \cos \mu) / (mV) \\ \dot{q} = M / I_y \\ \dot{x} = V \cos \mu \\ \dot{h} = V \sin \mu \end{cases} \quad (1)$$

式中: V, μ, α, q 分别代表飞行器的飞行速度、航迹角、迎角以及俯仰角速度; x 和 h 分别代表飞行器的水平位置和垂直高度; m 是飞行器的质量; T 代表飞行器发动机产生的推力; M 为空气动力矩; I_y 是飞行器俯仰转动惯量; L 和 D 分别代表飞行器所受升力和阻力。

固定翼无人机的纵向空气动力和动力矩的表达式如下

$$\begin{cases} L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \\ D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \\ M = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_M \end{cases} \quad (2)$$

飞行器栖落过程中的空气动力学系数由平板模型方法得到^[20-22],升力系数和阻力系数关于迎角 α 的表达关系式如下

$$\begin{cases} C_L = 0.8 \sin(2\alpha) \\ C_D = 1.4 (\sin\alpha)^2 + 0.1 \end{cases} \quad (3)$$

式中: C_L 、 C_D 和 C_M 分别表示飞行器升力、阻力和力矩系数; ρ 是空气密度; S 是飞行器的机翼面积(空气动力面积)。

假设飞机装有全动平尾,俯仰力矩系数表达关系式为

$$C_M = -\frac{S_e l_c}{S} (0.8 \cos\alpha \sin(2\alpha + 2\delta_e) + 1.4 \sin\alpha \sin^2(\alpha + \delta_e) + 0.1 \sin\alpha) \quad (4)$$

式中: S_e 表示升降舵的表面积; l_c 表示升降舵空气动力重心到飞行器质心的距离; δ_e 表示升降舵偏转角。

1.2 分段线性化模型

首先定义状态变量 $\mathbf{x} = [x, h, V, \mu, \alpha, q]^T$,控制输入为 $\mathbf{u} = [T, \delta_e]^T$,假设无人机的非线性模型为

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (5)$$

将非线性模型沿着参考轨迹 $(\mathbf{x}_r, \mathbf{u}_r)$ 进行泰勒展开(参考轨迹由MATLAB中的GPOPS工具包得到,详见文献[3]),忽略高阶项,并且令 $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_r$, $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_r$,建立栖落机动的线性变参数(LPV)模型,具体形式如下

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{x}} &= \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_r = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - f(\mathbf{x}_r, \mathbf{u}_r) = \\ & \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_r \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_r}} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_r) + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} \bigg|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_r \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_r}} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_r) = \\ & \tilde{\mathbf{A}}(t) \Delta \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{B}}(t) \Delta \mathbf{u} \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $\tilde{\mathbf{A}}(t)$ 和 $\tilde{\mathbf{B}}(t)$ 为线性时变矩阵; $\Delta \mathbf{x}$ 表示实际状态量和参考状态量的差量; $\Delta \mathbf{u}$ 表示实际输入和参考输入的差量。

定义 $[t_0, t_f]$ 为整个栖落机动的的时间范围,并在整个时间范围内均匀的选取 m 个时刻点 $\{t_0, t_1, \dots, t_p, \dots, t_{m-1}\}$, $t_{m-1} = t_f$ 。在每个时刻对LPV模型(6)沿参考轨迹线性化,则时刻点 t_p 处的线性化模型为

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{x}}(t_p) &= \tilde{\mathbf{A}}_p \Delta \mathbf{x}(t_p) + \tilde{\mathbf{B}}_p \Delta \mathbf{u}(t_p) \\ \text{s.t. } t_p &\in \{t_0, t_1, \dots, t_p, \dots, t_{m-2}\} \end{aligned} \quad (7)$$

综上所述,整个栖落机动时间范围内的分段线性模型如下

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{x}}(t) &= \tilde{\mathbf{A}}(t) \Delta \mathbf{x}(t) + \tilde{\mathbf{B}}(t) \Delta \mathbf{u}(t) \\ \text{s.t. } \tilde{\mathbf{A}}(t) &= \sum_{i=0}^{m-1} \tilde{\mathbf{A}}_p \chi_p(t) \\ \tilde{\mathbf{B}}(t) &= \sum_{i=0}^{m-1} \tilde{\mathbf{B}}_p \chi_p(t) \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $\chi_p(t)$ 相当于随时间变化的切换函数,可描述为

$$\chi_p(t) = \begin{cases} 1 & t \in [t_p, t_{p+1}) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

为方便后期鲁棒预测控制器的设计,将(8)离散化,选取 Δt 为采样时间,可得

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) &= \mathbf{A}(k) \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}(k) \tilde{\mathbf{u}}(k) \\ \text{s.t. } \mathbf{A}(k) &= \sum_{p=0}^{m-2} \mathbf{A}_p \chi_p(k) \\ \mathbf{B}(k) &= \sum_{p=0}^{m-2} \mathbf{B}_p \chi_p(k) \end{aligned} \quad (10)$$

且有

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_p &= \mathbf{I} + \Delta t \tilde{\mathbf{A}}_p \\ \mathbf{B}_p &= \Delta t \tilde{\mathbf{B}}_p \\ \chi(k) &= \begin{cases} 1 & k \cdot \Delta t \in [t_p, t_{p+1}) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

1.3 风扰下栖落机动的张量积建模

风扰动是固定翼无人机飞行时常见的外部干扰之一。本小节先对风扰下无人机栖落机动进行张量积建模,得到多胞结构的模型以便于后续控制器设计。

假设外部风扰动 $V_w(k) \in \Omega_w$ 是有界的,则无人机的纵向动力矩的表达关系式由(2)转变为如下

$$\begin{cases} L(k) = \frac{1}{2} \rho (V + V_w(k))^2 S C_L \\ D(k) = \frac{1}{2} \rho (V + V_w(k))^2 S C_D \\ M(k) = \frac{1}{2} \rho (V + V_w(k))^2 S C_M \end{cases} \quad (12)$$

分段线性LPV模型(10)也转变为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) &= \mathbf{A}(V_w(k)) \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}(V_w(k)) \tilde{\mathbf{u}}(k) \\ \text{s.t. } \mathbf{A}(V_w(k)) &= \sum_{i=0}^{m-2} \mathbf{A}_p(V_w(k)) \chi_p(k) \\ \mathbf{B}(V_w(k)) &= \sum_{i=0}^{m-2} \mathbf{B}_p(V_w(k)) \chi_p(k) \end{aligned} \quad (13)$$

而有外部风扰动下的切换子系统的模型如下

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}(k+1) &= \mathbf{A}_p(V_w(k)) \tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_p(V_w(k)) \tilde{\mathbf{u}}(k) \\ \text{s.t. } [\mathbf{A}_p(V_w(k)), \mathbf{B}_p(V_w(k))] &= \omega_{pj}(k) \times [\mathbf{A}_{pj}, \mathbf{B}_{pj}] \end{aligned} \quad (14)$$

式中: A_{pj} 和 B_{pj} 表示顶点常数矩阵; I_j 表示参数变量权重函数的数量; $\omega_{pj}(k)$ 表示权重函数且满足以下约束要求

$$\begin{cases} \omega_{pj}(k) \in [0, 1] \\ \sum_{j=1}^{I_j} \omega_{pj}(k) = 1 \end{cases} \quad (15)$$

对整个栖落机动时间间隔 $[t_0, t_f]$ 内的 m 个分段模型都进行转换, 可以得到整个时间范围的无人机栖落机动切换系统的张量积模型

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \sum_{p=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{I_j} \chi_p(k) \omega_{ij} [A_{pj} \ B_{pj}] \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k) \\ \tilde{\mathbf{u}}(k) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\chi_p(k) = \begin{cases} 1 & k \cdot \Delta t \in [t_{p-1}, t_p) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

虽然在加入外界风扰动之后无人机切换系统的第 p 个子系统的系统矩阵 $A_p(k)$ 和 $B_p(k)$ 是随时间变化的, 但是其变化范围始终在由顶点 $[A_{pj}, B_{pj}]$ 所组成的凸包内, 而每个子系统系统矩阵的顶点是时不变的常量, 这样可以大大降低后面切换控制器设计的复杂性。

2 在线鲁棒预测控制器的设计

考虑到如下无人机切换系统的第 p 个子系统 $\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = A_p(V_w(k)) \tilde{\mathbf{x}}(k) + B_p(V_w(k)) \tilde{\mathbf{u}}(k)$ $\mathbf{y}(k) = C \tilde{\mathbf{x}}(k)$ (18)

式中: $\mathbf{x} \in R^n$ 是指系统的状态量; $\mathbf{u} \in R^m$ 是系统的输入量; $A_p(V_w(k))$ 与 $B_p(V_w(k))$ 表示等效切换系统的第 p 个子系统的系统矩阵。 $[A_p(V_w(k)), B_p(V_w(k))] \in \Omega = C \{ [A_{p1}, B_{p1}], [A_{p2}, B_{p2}], \dots, [A_{pL}, B_{pL}] \}$, 即存在 L 个非负系数 $\omega_{pj}(k)$, $\sum_{j=1}^L \omega_{pj}(k) = 1$, 使得 $[A_p(V_w(k)), B_p(V_w(k))] = \sum_{j=1}^L \omega_{pj}(k) [A_{pj}, B_{pj}]$ 。

设定系统的第 p 个子系统在 k 时刻的无穷时域二次性能指标为

$$\begin{aligned} & \min_{\tilde{\mathbf{u}}(k+i|k)=F(k)\tilde{\mathbf{x}}(k+i|k)} \max_{[A(k+i)B(k+i)] \in \Omega, i \geq 0} J_\infty(k) \quad (19) \\ J_\infty(k) = & \sum_{i=0}^{\infty} [\tilde{\mathbf{x}}(k+i|k)^T \bar{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{x}}(k+i|k) + \tilde{\mathbf{u}}(k+i|k)^T \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}(k+i|k)] \quad (20) \end{aligned}$$

式中: $\bar{\mathbf{Q}} = \bar{\mathbf{Q}}^T > 0$, $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T > 0$ 分别是无人机栖落机动的状态量和控制量的加权矩阵; $\tilde{\mathbf{x}}(k+i|k)$ 表示在 k 时刻对 $k+i$ 时刻状态量的预测; $\tilde{\mathbf{u}}(k+i|k)$ 表示在 k 时刻对 $k+i$ 时刻输入量的预测。

根据实际情况, 考虑栖落机动系统的状态量和

输出量的约束。式(18)中取 C 为单位对角矩阵, 即有 $\mathbf{y}(k) = \tilde{\mathbf{x}}(k)$, 则对栖落机动输出量的约束可转化为对栖落机动状态量的约束。状态量和输入量的约束设定为

$$\begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{x}}_l\|_2 & \leq x_{l,\max} \quad l=1, 2, \dots, 6 \\ \|\tilde{\mathbf{u}}_l\|_2 & \leq u_{l,\max} \quad l=1, 2 \end{aligned} \quad (21)$$

式中: 状态量 x_l 分别为水平位移、高度、速度、航迹角、迎角和俯仰角速率; 输入量 u_l 分别为舵面和推力。

对于公式(20), 假设在每一个采样时间 k , 均有一个反馈控制律 $\tilde{\mathbf{u}}(k+i|k) = F(k) \tilde{\mathbf{x}}(k+i|k)$ 对应于“最坏”情况下的最优无穷时域性能指标 $J_\infty(k)$ 。参照文献[15], 构造式(20)的一个上界, 将“极小-极大”问题转化为单纯的极小化问题。首先, 在每一个采样时间 k , 定义一个二次函数 $V(\tilde{\mathbf{x}}) = \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}}$, $\mathbf{P} > 0$ 。对于任何 $[A_p(k+i)B_p(k+i)] \in \Omega, i \geq 0$, 假设 $V(\tilde{\mathbf{x}})$ 满足以下的鲁棒稳定性约束

$$\begin{aligned} & V(\tilde{\mathbf{x}}(k+i+1|k)) - V(\tilde{\mathbf{x}}(k+i|k)) \leq \\ & -[\tilde{\mathbf{x}}(k+i|k)^T \bar{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{x}}(k+i|k) + \\ & \tilde{\mathbf{u}}(k+i|k)^T \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}(k+i|k)] \end{aligned} \quad (22)$$

将式(22)从 $i=0$ 累加到 $i=\infty$, 并要求 $\tilde{\mathbf{x}}(\infty|k) = 0$ 或 $V(\tilde{\mathbf{x}}(\infty|k)) = 0$, 可以得到

$$\max_{[A_p(k+i)B_p(k+i)] \in \Omega, i \geq 0} J_\infty(k) \leq V(\tilde{\mathbf{x}}(k|k)) \leq \gamma \quad (23)$$

由式(22—23)给 $J_\infty(k)$ 定义了一个无人机切换子系统的上界, 式(23)可以转化成如下线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} 1 & * \\ \tilde{\mathbf{x}}(k|k) & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \geq 0 \quad \mathbf{Q} > 0 \quad (24)$$

式中: $*$ 表示矩阵对称位置上块矩阵的转置; $\tilde{\mathbf{x}}(k|k) = \tilde{\mathbf{x}}(k)$, 且 $\mathbf{Q} = \gamma \mathbf{P}^{-1}$ 。

对于鲁棒稳定性约束(22), 可写成如下线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q} & * & * & * \\ A_{pj} \mathbf{Q} + B_{pj} \mathbf{Y} & \mathbf{Q} & * & * \\ \bar{\mathbf{Q}}^{1/2} \mathbf{Q} & 0 & \gamma \mathbf{I} & * \\ \mathbf{R}^{1/2} \mathbf{Y} & 0 & 0 & \gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq 0 \quad j=1, \dots, L \quad (25)$$

在每个采样时刻 k 的反馈控制律可以由 $F(k) = \mathbf{Y} \mathbf{Q}^{-1}$ 得到。假设存在实对称矩阵 \mathbf{U} 和 \mathbf{M} , 对于无人机栖落机动的输入约束的线性矩阵不等式的表达式为

$$\begin{bmatrix} U & Y \\ * & Q \end{bmatrix} \geq 0 \tag{26}$$

$$U_{ll} \leq \bar{u}_{l,\max}^2 \quad l=1,2$$

同理,无人机栖落机动的状态量约束的线性矩阵不等式的表达式为

$$\begin{bmatrix} M & Q \\ * & Q \end{bmatrix} \geq 0 \tag{27}$$

$$M_{ll} \leq \bar{x}_{l,\max}^2 \quad l=1,2,\dots,6$$

上述公式的稳定性证明可参考文献[15]。经过以上分析和推导,可以得出结论:对于系统(18),在每个采样时刻 k , $u(k+i|k)=F(k)x(k+i|k)$, $i \geq 0$ 中所需要的控制律 $F(k)=YQ^{-1}$ 可由求解如下线性最小化问题得到

$$\begin{aligned} & \min_{\gamma, Q, Y, U, M} \gamma \\ & \text{s.t. 式(24—27)} \end{aligned} \tag{28}$$

对于整个栖落机动切换系统,已知栖落机动切换系统的切换时间点分别为 t_1, \dots, t_{m-2} , 末端时刻点为 t_{m-1} , 所对应的 k 值分别为 $k_i = t_i/\Delta t$, $i=1, 2, \dots, m-1$ 。使得整个切换系统渐近稳定的充分条件是要保证在每一次切换时李雅普诺夫函数的值都比前一个切换时刻的李雅普诺夫函数值要小,即

$$V_{i-1}(k_i) \geq V_i(k_{i+1}) \quad i=1, \dots, m-2 \tag{29}$$

当 $t = k_{i+1}\Delta t$ 时, $V_{i-1}(k_i)$ 是过去时刻所发生的, 因此为一个已知的常量; 当前时刻的状态量 $\tilde{x}(k_{i+1})$ 是一个测量值, 也是已知量。因此, 式(29)可以转化为对 $t = k_{i+1}\Delta t$ 时刻所求解的矩阵 Q 的约束条件

$$\begin{bmatrix} V_{i-1}(k_i)\gamma & * \\ \tilde{x}(k_{i+1})\gamma & Q \end{bmatrix} \geq 0 \tag{30}$$

因此, 整个无人机栖落机动切换系统的在线鲁棒预测控制器可以总结为求解如下优化问题

$$\begin{aligned} & \min_{\gamma, Q, Y, U, M} \gamma \\ & \text{s.t. 式(24—27, 30)} \end{aligned} \tag{31}$$

3 离线鲁棒预测控制器的设计

对于上文提出的在线鲁棒约束预测控制算法, 由于每个时刻都需要求解一定量的线性矩阵不等式, 在线计算量大, 不利于无人机栖落机动的实时应用。针对无人机栖落机动的切换子系统, 本节基于渐近稳定的椭圆不变集的概念, 设计一种离线的鲁棒预测控制算法。以上一节在线预测控制方法为基础, 仍基于多面体不确定系统(18)来进行离线算法设计。

3.1 渐近稳定的椭圆不变集的定义

定义 1^[23] 假设有一个离散自治系统 $x(k+1) = f(x(k))$, 对于集合 $\xi = \{x \in R^{n_x} | x^T Q^{-1} x \leq 1\}$, 若满足对于任意 $x(k_1) \in \xi$, 有 $x(k) \in \xi, k \geq k_1$, 且 $k \rightarrow \infty$ 时, $x(k) \rightarrow 0$ 成立, 则集合 ξ 是该系统的渐近稳定椭圆不变集。

引理 1^[23] 考虑一个由式(18)构成的闭环系统, 且系统的状态反馈控制器为 $u(k) = YQ^{-1}x(k)$, 其中, Y 和 Q^{-1} 通过将系统状态 x_0 应用到鲁棒预测控制算法(28)中得到。则状态空间 R^{n_x} 的子集 $\xi = \{x \in R^{n_x} | x^T Q^{-1} x \leq 1\}$ 是该闭环系统的渐近椭圆不变集。即, 若给定一个系统状态量 x_0 , 在控制律 $u(k) = YQ^{-1}x(k)$ 的作用下, 系统的之后状态量仍然能保持在集合 ξ 内。

3.2 离线的鲁棒约束预测控制

借鉴文献[23]提出的“离线设计, 在线综合”的思想, 设计栖落机动的离线鲁棒预测控制算法。对于每一个栖落机动切换系统的子系统, 离线构造一组逐个包含的椭圆不变集, 并计算出每个不变集对应的反馈控制律, 存在表中, 在线时根据系统的实际状态, 通过查表法确定其对应的不变集和反馈控制律。具体算法如下。

算法 1 离线鲁棒模型预测控制对于整个受外部风扰动下的无人机栖落机动过程, 主要分为离线设计和在线综合两部分进行。

(1) 离线设计

对于无人机栖落的第 p 个多胞不确定系统(18), 分为以下 3 个步骤进行离线设计。

步骤 1 选择一个远离原点的初始可行解 $x_{1,p}$, 将其当做某一时刻的状态 $x(k)$, 求解优化问题(28), 得到解 $\gamma_{1,p}, Q_{1,p}, Y_{1,p}$ 。这表示当 $x_{1,p}$ 位于椭圆不变集 $\xi_{1,p} = \{x_{1,p} \in R^{n_x} | x^T Q_{1,p}^{-1} x \leq 1\}$ 内时, 采用反馈控制律 $u(k) = F_{1,p}x(k)$, 其中, $F_{1,p} = Y_{1,p}Q_{1,p}^{-1}$ 。

步骤 2 从 $i=2$ 到 $i=N$, 在上一个椭圆不变集 $\xi_{i-1,p}$ 中选择状态 $x_{i,p}$, 即有 $x_{i,p}^T Q_{i-1,p}^{-1} x_{i,p} \leq 1$, 将 $x_{i,p}$ 当做某一时刻的 $x(k)$, 并在此基础上增加约束条件 $Q_{i,p}^{-1} < Q_{i-1,p}^{-1}$, 求解优化问题(28), 得到解 $\gamma_{i,p}, Q_{i,p}, Y_{i,p}$, 由此可计算出 $F_{i,p} = Y_{i,p}Q_{i,p}^{-1}$ 。由于在之前的基础上增加了约束条件 $Q_{i,p}^{-1} < Q_{i-1,p}^{-1}$, 因此, 对于每一个无人机切换子系统, 由离线设计得到的椭圆不变集是逐个包含的。

步骤 3 把 $F_{i,p}, Q_{i,p}^{-1}, Y_{i,p}, i=1, \dots, N$ 存在第 p 个表中。

由此, 无人机栖落机动轨迹跟踪的第 p 个子系

统的离线椭圆不变集及其对应控制律设计完成,切换系统的其他子系统设计方法相同,不再赘述。

(2)在线综合

步骤1 确定无人机栖落机动状态量的实际曲线与参考曲线的初始误差 $x(k)$, 此时, $k=1$ 。

步骤2 判断 k 时刻属于无人机切换系统的第几个子系统。若系统的状态 $x(k)$ 在第 p 个子系统内, 则通过查表法, 在第 p 个表中找出满足 $x(k)^T Q_{i,p}^{-1} x(k) \leq 1$ 的最大的 i , 即 $x(k)$ 所属的最

$$\tilde{x}_p(k+1) = \begin{cases} (A_p(V_w(k)) + B_p(V_w(k))F_i) \tilde{x}_p(k) \\ (A_p(V_w(k)) + B_p(V_w(k))F_N) \tilde{x}_p(k) \end{cases}$$

事实上, 对于无人机栖落机动的第 p 个多胞不确定子系统(18), 给定一个初始状态量 $x_p(0)$, 满足 $x_p(0)^T Q_{1,p}^{-1} x_p(0) \leq 1$, 离线鲁棒预测控制算法可使该闭环系统渐近稳定。对于栖落机动的第 p 个切换子系统, 当无人机栖落机动的状态 $\tilde{x}_p(k)$ 满足条件 $\tilde{x}_p(k)^T Q_{i,p}^{-1} \tilde{x}_p(k) \leq 1, \tilde{x}_p(k)^T Q_{i+1,p}^{-1} \tilde{x}_p(k) \geq 1$

$$V_p(\tilde{x}) = \begin{cases} \tilde{x}_p(k)^T Q_{i,p}^{-1} \tilde{x}_p(k) \\ \tilde{x}_p(k)^T Q_{N,p}^{-1} \tilde{x}_p(k) \end{cases} \leq 1$$

在最小的椭圆不变集内以及每两个相邻的椭圆不变集的环形区域内, 能使李雅普诺夫函数单调递减, 这就足以使无人机栖落机动的每一个子系统稳定。切换时刻时, 同在线鲁棒预测控制算法一样, 需要满足条件(29), 即要保证在每一次切换时李雅普诺夫函数的值都比前一个切换时刻的李雅普诺夫函数值要小。但由于离线鲁棒预测控制的在线部分只是针对系统的状态选择对应的椭圆不变集和对应的控制律, 而查表时系统状态对应的椭圆不变集是未知的。对于每一个子系统设计的离线的椭圆不变集, 以第 p 个子系统和第 $p+1$ 个子系统为例, 分别有 $Q_{i-1,p}^{-1} < Q_{i,p}^{-1}, i=2, \dots, N$ 和 $Q_{i-1,p+1}^{-1} < Q_{i,p+1}^{-1}, i=2, \dots, N$ 。假设在进入第 p 个和第 $p+1$ 个切换时刻, 无人机栖落机动状态分别对应为该段的第 j 个和第 i 个椭圆不变集。无人机栖落机动从第 p 个子系统进入到第 $p+1$ 个子系统的切换时刻, 由于此时, 系统在第 p 个子系统时的状态属于已发生的事情, 是可以测得的, 只需要保证离线设计的 $Q_{N,p+1}$ 满足 $V_p(k_p) \geq \tilde{x}^T(k_{p+1}) Q_{N,p+1}^{-1} \tilde{x}(k_{p+1}), p=1, \dots, m-2$, 则必有 $V_p(k_p) = \tilde{x}^T(k_p) Q_{j,p}^{-1} \tilde{x}(k_p) \geq \tilde{x}^T(k_{p+1}) Q_{i,p+1}^{-1}$

小的控制椭圆不变集 $\xi_{i,p}$ 。如果 $i \neq N$, 则采用控制律 $u(k) = F_{i,p} x(k)$; 若 $i = N$, 采用控制律 $u(k) = F_{N,p} x(k)$ 。

步骤3 $k = k+1$, 返回步骤2。

下面对系统稳定性进行分析。对于外部风扰下的无人机栖落机动的多胞不确定子系统(18), 给定一个满足 $x_p(0)^T Q_{1,p}^{-1} x_p(0) \leq 1$ 的初始状态 $x_p(0)$, 则闭环系统可变为

$$\begin{cases} \tilde{x}_p(k)^T Q_{1,p}^{-1} \tilde{x}_p(k) \leq 1 \\ \tilde{x}_p(k)^T Q_{i+1,p}^{-1} \tilde{x}_p(k) \geq 1 \\ i \neq N \\ \tilde{x}_p(k)^T Q_{N,p}^{-1} \tilde{x}_p(k) \leq 1 \end{cases} \quad (32)$$

1, $i=1, \dots, N-1$ 时, 控制律 $\tilde{u}_p(k) = F_{i,p} \tilde{x}_p(k)$ 将系统状态保持在 $\xi_{i,p}$ 内, 并将其逐渐驱动到 $\xi_{i+1,p}$, 最终, 最小的椭圆不变集 $\xi_{N,p}$ 也能保证将系统状态保持在 $\xi_{N,p}$ 内并逐渐驱动到原点。

对于无人机栖落机动的第 p 个切换子系统, 其李雅普诺夫函数为

$$\begin{cases} \tilde{x}_p(k)^T Q_{i+1,p}^{-1} \tilde{x}_p(k) \geq 1, i \neq N \\ \tilde{x}_p(k)^T Q_{N,p}^{-1} \tilde{x}_p(k) \leq 1 \end{cases} \quad (33)$$

$\tilde{x}(k_{p+1}), p=1, \dots, m-2, i=1, \dots, N$ 成立, 则式(29)成立, 无人机栖落机动系统在切换时刻保持稳定。若验证时发现不满足条件, 需重新设计第 $p+1$ 个子系统的椭圆不变集直到满足条件为止, 而进入的第 $p+1$ 个多胞不确定子系统后的稳定性同第 p 个多胞不确定子系统一样, 不再赘述。由此, 整个无人机栖落机动过程稳定。

对于该离线鲁棒预测控制算法, 在线计算量主要来源于查表过程的搜索。对于每一个子系统对应的储存着若干个椭圆不变集 Q_i^{-1} 的表, 当表中不变集的个数为 K , 且有 n_x 个状态变量时, 总的在线计算量为 $O(n_x^2 \log_2 K)$ 。而对于在线鲁棒预测控制, 由文献[23]可知, 当 M 为线性矩阵不等式的行数, N 为标量决策变量的总数, L 为多胞模型的顶点个数时, M 与 L 成正比, 且有 $N \sim n_x^2/2 + n_x n_c$, 其中 n_c 是可操纵变量的个数。由此可以得出, 这种“离线计算, 在线综合”的方法可以大大降低无人机栖落机动过程的在线计算量。

4 仿真结果与分析

本文设定无人机的质量与转动惯量分别为: $m = 0.8 \text{ kg}, I_y = 0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 无人机的其他物理参数

见文献[24]。仿真中采用的飞行器动力学模型为式(1)所表示的栖落机动非线性模型,其中,气动参数由式(2—4)获得。初始时间 $t_0 = 0$ s;栖落轨迹跟踪结束时间 $t_f = 1.5$ s;无人机连续系统离散化的采样时间 $\Delta t = 0.01$ s;切换系统所选取的切换时刻点数量 $m = 16$,也就是说,在设计控制律时,将整个栖落时间区域 $[0, 1.5]$ s 均匀地分为 15 段,在 $\{0, 0.1, \dots, 1.5\}$ s 这 16 个参考点处分别得到线性化的模型来设计控制律。在设计每一个切换多胞子系统的椭圆不变集时,设定式(20)中的权重矩阵为 $\bar{Q} = \text{diag} [20, 20, 1.5, 3, 15, 1]$, $R = \text{diag} [0.01, 0.01]$;由于切换系统稳定性的需求,每一个子系统离线时所选取的初始可行解 x_1 不一样;进而通过算法 1 获得控制律,将所设计的控制律应用于栖落机动非线性动力学模型(1)进行仿真,并与采用线性二次型最优控制律方法的栖落机动跟踪曲线进行仿真对比^[9, 22]。其中, LQR 方法中选取的权值矩阵为 $Q = \text{diag} [40, 50, 70, 15, 20, 50]$, $R = \text{diag} [80, 110]$ 。

本文设定风扰动的范围为 $\Omega_w = \{V_w \mid |V_w| \leq 1.5\}$, 飞行器栖落机动的理想初始飞行状态 $x_r(t_0) = [0, 0, 13, 0, 0.177, 0]$ 。为检验设计的算法在外部风扰动下的状态量跟踪效果,设定初始情况下飞行速度偏差量为 0.5 m/s, 水平和垂直方向分辨偏离参考状态 0.5 m, 航迹角和迎角偏差 0.15 rad, 俯仰角速率偏差 0.05 rad/s。为考察不同

风扰动情况对栖落机动的影响,仿真中考虑两种外部风扰动,其具体形式分别为:第一种风扰动情况为

$$V_{w1} = \begin{cases} -0.5 - \sin(1.43\pi t) & t \leq 0.7 \\ -0.5 & \text{其他} \end{cases}$$

第二种风扰动情况为 $V_{w2} = -0.5 - \sin(1.43\pi t)$ 。

对应的仿真结果与在线的鲁棒预测控制器的仿真结果及参考曲线进行比较,见图 1, 2。图 1(a—f)和图 2(a—f)分别给出了第一种风扰动和第二种风扰动下的无人机栖落机动的水平跟踪曲线、高度跟踪曲线、速度跟踪曲线、航迹角跟踪曲线、迎角跟踪曲线、俯仰角速率曲线。其中,蓝色虚线是参考曲线,黑色虚线是使用在线鲁棒预测控制器的无人机栖落机动跟踪曲线,红色实线是离线鲁棒预测控制器下的栖落机动跟踪曲线,绿色点画线是参考文献[9, 22]中线性二次型最优控制律 LQR 方法的栖落机动跟踪曲线。

从图 1, 2 中可以看出,在外部风扰动下,减小在线计算量的方法可以达到与在线鲁棒预测控制设计的控制器的类似的控制效果;采用线性二次型最优控制律设计的 LQR 控制器可以使无人机的速度、航迹角、迎角较好的跟踪上参考轨迹,但在栖落机动最重要的 $x-h$ 平面上,水平位移和高度均未取得理想的跟踪效果。尤其在终点时刻,水平位移与参考轨迹之间的偏差较大。图 1(a—f)与图 2(a—f)表明,尽管初始位置偏差较大,在离线的鲁棒预测控制作用下,无人机状态变量均能较好地跟踪参考

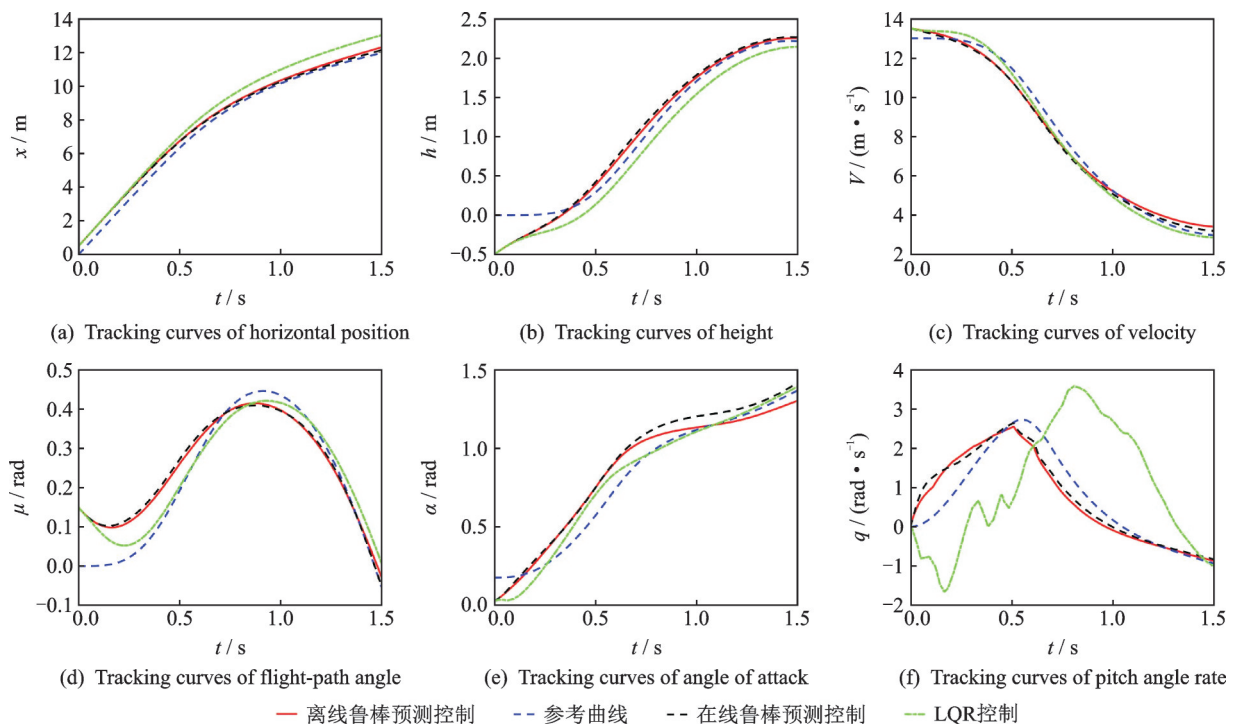


图 1 第一种风扰动下状态变量跟踪曲线

Fig. 1 Tracking curves of state variables under the first type of wind disturbance

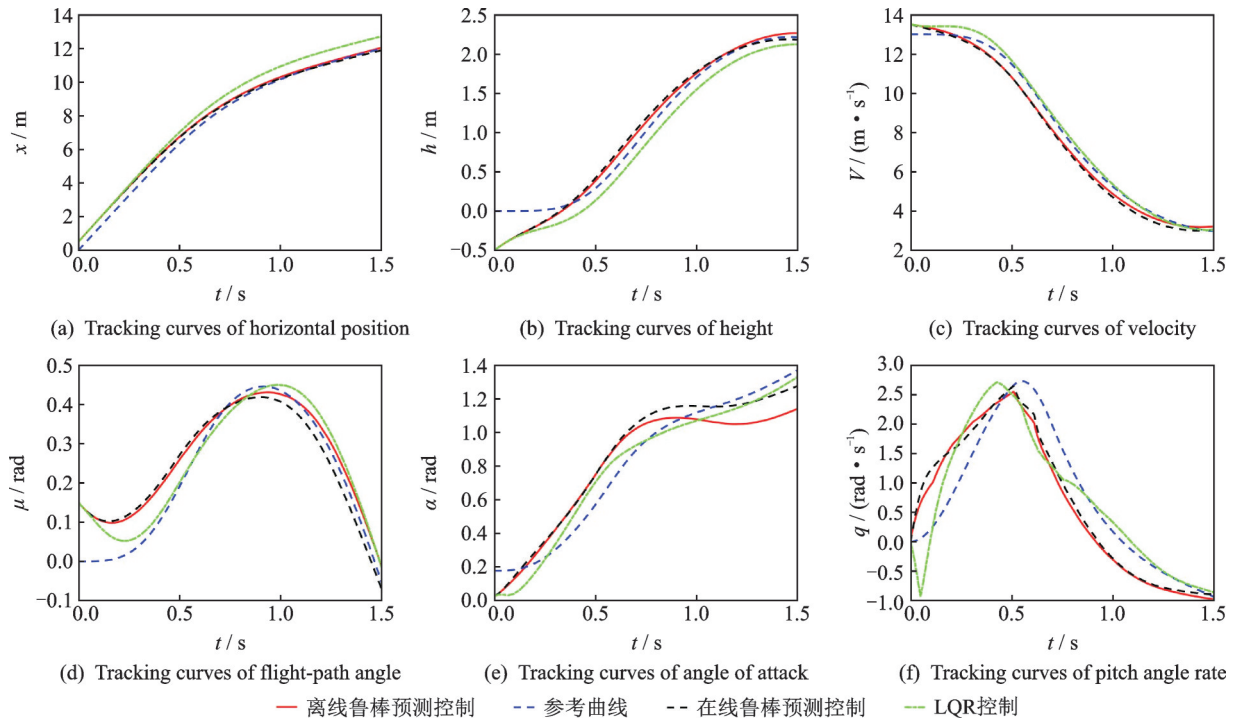


图2 第二种风扰动下状态变量跟踪曲线

Fig. 2 Tracking curves of variables under the second type of wind disturbance

曲线。其中水平位置、高度、速度、航迹角与在线鲁棒预测控制的跟踪效果接近,迎角和俯仰角速率的跟踪效果虽不如在线鲁棒预测控制的跟踪效果,但依旧在满足栖落机动的要求范围内。图3表明,两种风扰动下,在两种鲁棒预测控制算法的控制下,

水平位移和高度这两个位置状态变量在终点时刻均收敛到满足要求的范围内,符合固定翼无人机的栖落机动的要求。而在线性二次型最优控制律LQR控制器的控制下,水平位移和高度均无法跟踪上参考轨迹,终点时刻距离参考轨迹的落点较远,未满足无人机栖落机动的要求。验证了离线设计的鲁棒预测控制器对于无人机栖落机动状态量跟踪的有效性。

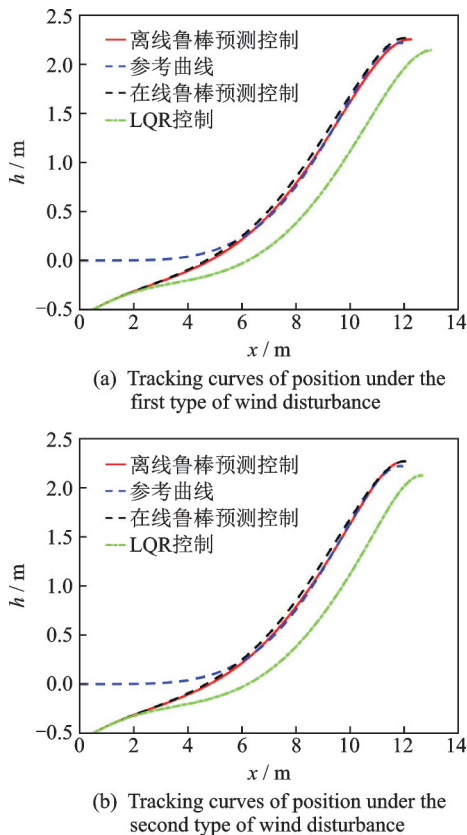


图3 位置跟踪曲线

Fig. 3 Tracking curves of position

表1分别给出了两种外部风扰动下在线鲁棒预测控制和离线鲁棒预测控制算法所需要的仿真计算时间。离线的鲁棒预测控制的算法,将无人机栖落机动的每一个多胞不确定子系统的求解线性矩阵不等式的计算量转移到离线进行,在线时只需要根据无人机栖落机动的状态量来选择对应的控制律,大大减小了在线计算量。无人机连续系统离散化的采样周期 $\Delta t = 0.01$ s。根据表1可以看出,在每个采样时刻,离线鲁棒预测控制算法的控制律计算时间只需约0.001 3 s,远少于在线鲁棒预测控

表1 两种方法控制律在线计算时间比较

Tab. 1 Comparison of online calculation time of the two methods

仿真条件	计算时间类型	在线鲁棒预测控制	离线鲁棒预测控制
第一种风扰	总计算时间/s	5.349 1	0.200 8
	采样时刻平均计算时间/s	0.035 6	0.001 3
第二种风扰	总计算时间/s	5.479 2	0.198 6
	采样时刻平均计算时间/s	0.036 5	0.001 3

制控制律的计算时间。这对于进一步研究实时控制固定翼无人机的栖落机动具有重要意义。

5 结 论

本文采用基于鲁棒预测控制与切换控制相结合的综合控制方法,设计固定翼无人机栖落机动轨迹跟踪控制律。针对鲁棒预测控制在线计算量大,不利于对无人机栖落机动进行实时控制的问题,利用渐近椭圆不变集的概念,设计了一种“离线设计、在线综合”的优化算法。对风扰下飞行器栖落机动的过程的仿真结果表明,根据优化算法设计的控制器可以取得良好的控制效果,且与在线鲁棒预测控制控制器相比在线计算量大大降低,验证了所设计的轨迹跟踪控制器的有效性。

参考文献:

- [1] LIU Guoliang, XING Dongjing, HOU Jianyong, et al. Distributed cooperative control algorithm for multi-UAV mission rendezvous[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 34(6): 617-626.
- [2] KUMAR B A, JIANG Ju, ZHEN Ziyang. Quadcopter UAV modeling and automatic flight control design [J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017, 34(6): 627-636.
- [3] 李达, 何真, 阚莹莹. 无人机栖落机动建模与轨迹优化[J]. 飞行力学, 2017, 35(4): 47-51.
LI Da, HE Zhen, KAN Yingying. Modeling and trajectory optimization of perching maneuvers for UAV [J]. Flight Dynamics, 2017, 35(4): 47-51.
- [4] POPE M T, KIMES C W, JIANG H, et al. A multimodal robot for perching and climbing on vertical outdoor surfaces[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33(1): 38-48.
- [5] HE Zhen, LI Da, LYU Yuping. Disturbance compensation-based piecewise linear control design for perching maneuvers[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019, 55(1): 192-204.
- [6] CORY R, TEDRAKE R. Experiments in fixed-wing UAV perching[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Honolulu, Hawaii: AIAA, 2008.
- [7] 何真, 陆宇平, 郑曼曼. 变体无人机栖落机动的仿真与分析[C]//第33届中国控制会议. 南京:中国学术会议文献数据库, 2014: 2047-2056.
HE Zhen, LYU Yuping, ZHENG Manman. Simulation and analysis of perching maneuvers for morphing UAVs[C]//Proc of the 33th Chinese Control Conference. Nanjing, China: China Conference Proceedings Database, 2014: 2047-2056.
- [8] 袁亮, 何真, 王月. 变体无人机栖落机动建模与轨迹优化[J]. 南京航空航天大学学报, 2018, 50(2): 266-275.
YUAN Liang, HE Zhen, WANG Yue. Modeling and trajectory optimization of perching maneuvers for morphing UAV[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2018, 50(2): 266-275.
- [9] 王月, 何真, 张建兰, 等. 飞行器栖落机动切换控制设计及其吸引域计算[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(11): 132-140.
WANG Yue, HE Zhen, ZHANG Jianlan, et al. Switching control design and calculation of domain of attraction for aircraft in perching maneuvers [J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40(11): 132-140.
- [10] MOORE J. Robust post-stall perching with a fixed-wing UAV[D]. Boston, USA: Massachusetts Institute of Technology, 2014.
- [11] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京:国防工业出版社, 1993.
XI Yugeng. Predictive control [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1993.
- [12] MAYNE D Q, RAWLINGS J B, RAO C V, et al. Constrained model predictive control: Stability and optimality[J]. Automatica, 2000, 36(6): 789-814.
- [13] 耿晓军, 席裕庚. 不确定系统的滚动时域 H_∞ 控制设计[J]. 控制与决策, 2000, 15(2): 149-152.
GENG Xiaojun, XI Yugeng. Receding horizon H_∞ control for systems with uncertainty [J]. Control and Decision, 2000, 15(2): 149-152.
- [14] KIM K B. Disturbance attenuation for constrained discrete-time systems via receding horizon controls[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(5): 797-801.
- [15] KOTHARE M V, BALAKRISHNAN V, MORAI M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities [J]. Automatica, 1996, 32(10): 1361-1379.
- [16] CASAVOLA A, FAMULARO D, GIUSEPPE F. Robust constrained predictive control of uncertain norm-bounded linear systems[M]. Oxford, UK: Pergamon Press, Inc, 2004.
- [17] 章豪, 傅鸣毅, 龚瑞. 基于分布式模型预测控制的多无人机协同规避控制技术[J]. 南京航空航天大学学报, 2017, 49(S1): 96-102.
ZHANG Hao, FU Mingyi, GONG Rui. Cooperative avoid control technology of multi-UAV based on distributed model predictive control algorithm [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2017, 49(S1): 96-102.
- [18] RAO A V, BENSON D A, DARBY C L, et al. Algorithm 902: Gpops, a matlab software for solving

- multiple-phase optimal control problems[J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 2010, 37(2): 22.
- [19] 穆凌霞, 李平, 李乐尧, 等. RLV末端能量管理段的在线轨迹规划算法[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(3): 591-598.
- MU Lingxia, LI Ping, LI Leyao, et al. Onboard trajectory planning algorithm for terminal area energy management phase of a RLV [J]. Systems Engineering and Electronics, 2017, 39(3): 591-598.
- [20] ALIKHAN M, PEYADA N K, GO T H. Flight dynamics and optimization of three-dimensional perching maneuver[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(6): 1791-1797.
- [21] TAHK M J, HAN S, LEE B Y, et al. Trajectory optimization and control algorithm of longitudinal perch landing assisted by thruster[C]//2016 European Control Conference. Aalborg, Denmark: IEEE, 2017.
- [22] MOORE J, CORY R, TEDRAKE R. Robust post-stall perching with a simple fixed-wing glider using LQR-trees[J]. Bioinspiration & biomimetics, 2014, 9(2): 1-24.
- [23] WAN Z, KOTHARE M V. An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities [J]. Automatica, 2003, 39(5): 837-846.
- [24] RAO V D M K K, GO T H. Optimization, stability analysis, and trajectory tracking of perching maneuvers [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(3): 879-888.

(编辑:张蓓)