

DOI:10.16356/j.1005-2615.2019.05.020

改进蚁群算法在移动机器人避障中的应用

王雷石鑫

(安徽工程大学机械与汽车工程学院, 芜湖, 241000)

摘要: 在移动机器人路径规划中, 由于基本蚁群算法具有进化缓慢、易陷入局部最优等问题, 提出一种改进的蚁群算法。建立了静态环境下的路径规划栅格模型, 通过对信息素启发因子及期望启发因子实时调节, 自适应改变挥发因素, 在初始时刻扩大蚁群的搜索范围, 以免陷入局部最优。针对凹型障碍物, 当机器人陷入凹型障碍并且在复杂环境搜索效率低的情况下算法也能较好的收敛。与其他算法的仿真结果表明, 此算法在栅格地图模型中, 能快速地避开障碍找到最优解。

关键词: 移动机器人; 栅格法; 改进蚁群算法; 凹型障碍

中图分类号: TP242 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-2615(2019)05-0728-07

Improved Ant Colony Algorithm of Obstacle Avoidance for Mobile Robot

WANG Lei, SHI Xin

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Anhui Polytechnic University, Wuhu, 241000, China)

Abstract: An improved ant colony algorithm is proposed for solving the disadvantages, including slow convergence speed, local optimum, etc., of the basic ant colony algorithm in mobile robot path planning. The path planning grid model is established in a static environment. Dynamically adjusting the parameter pheromone heuristic factor and the expected heuristic factor, adaptively changing volatile factor can expand the scope of the search and avoid getting into the local optimum at the initial time. When the robot gets into the concave obstacle and in a complex environment under the condition of low searching efficiency, the algorithm can also have better convergence. The simulation results show that the algorithm in the grid map can quickly avoid obstacles and find the optimal solution.

Key words: mobile robot; grid method; improved ant colony algorithm; concave obstacle

路径规划作为移动机器人研究内容的一个重要分支, 其目的主要有以下两个方面: (1) 机器人从起始点移动到目标点; (2) 绕过障碍寻找一条最优路径^[1]。到目前为止, 国内外众多学者对移动机器人路径规划智能优化方法做了大量的研究工作, 这些方法包括免疫算法、遗传算法、鱼群算法、粒子群算法、神经网络算法、蚁群算法等^[2-8]。其中蚁群算法作为启发式搜索算法已被广泛应用于各个领域, 是因为该算法具有鲁棒性好及分布式计算能力强,

并且易与其他算法相结合的优点^[9]。然而蚁群算法也存在一些不足, 包括进化速度慢、容易陷入局部最优解等。所以, 国内外的专家学者们提出了大量的改进方法。文献[10]提出一种改进算法, 自适应根据目标点调整启发函数, 使算法避免陷入局部最优; 文献[11]通过自适应调整挥发系数的方式更新信息素以找到最优解; 文献[12]为了避免蚁群在面对凹型障碍物时易陷入死锁状态, 改进算法采用广义信息素更新原则, 代替传统蚁群算法信息素更

基金项目: 安徽省自然科学基金 (1708085ME129) 资助项目; 安徽工程大学“中青年拔尖人才”资助项目。

收稿日期: 2018-09-16; **修订日期:** 2019-03-14

通信作者: 王雷, 男, 博士, 教授, E-mail: wangdalei2000@126.com。

引用格式: 王雷, 石鑫. 改进蚁群算法在移动机器人避障中的应用[J]. 南京航空航天大学学报, 2019, 51(5): 728-734.
WANG Lei, SHI Xin. Improved Ant Colony Algorithm of Obstacle Avoidance for Mobile Robot[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2019, 51(5): 728-734.

新,从而找到最优解。

从以上对改进算法的分析不难发现,蚁群算法的优劣在于信息素变化趋势。针对此问题,本文从信息素的角度,自适应改变挥发系数和用最大最小值改变信息素影响权值和启发式影响权值,在不同时刻,对信息素采取全局掌控,使算法相对趋于稳定,避免陷入局部最优又避免收敛速度慢。最后通过对比实验进一步验证本文所提出改进算法的可行性和有效性。

1 环境建模

环境建模方法大多数以栅格地图、拓扑地图及特征地图为主。由于栅格法在建模时易于实现、存储和分析、表达等优点,所以被广泛应用于机器人建模。因此,本文采用栅格法建模。

对机器人工作环境进行假设:定义机器人工作区间是二维平面上一个有限区域,区域记为 G ; G 区域内均匀分布着静止且大小不发生变化的障碍物,移动机器人在栅格间行走,无障碍栅格为可行栅格,记 0 为白栅格,有障碍栅格为不可行栅格,记 1 为黑栅格,不满一个栅格按一个计算,每个栅格都为 1×1 正方形。栅格法模型如图 1 所示,图中从左至右、从上至下对栅格进行编码,依次标记为序号 1, 2, 3, ..., n , 每个栅格都有对应的序号,坐标以左下方为原点。从左到右为 x 轴正方向,从下到上为 y 轴正方向,每个栅格都有对应序号和坐标,栅格序号与坐标一一对应,第 x 列、第 y 行栅格记为 $G(x, y)$, 序号为 s_n , 则栅格序号 s_n 与坐标 (x_{s_n}, y_{s_n}) , 关系式为

$$\begin{cases} x_j = \text{mod} [(s_n - 1) \div Nu] + 1 \\ y_j = 10 - \text{floor} [(s_n - 1) \div Nu] \end{cases} \quad (1)$$

式中: floor 为向下取整; mod 为求余计算; Nu 为栅格数。

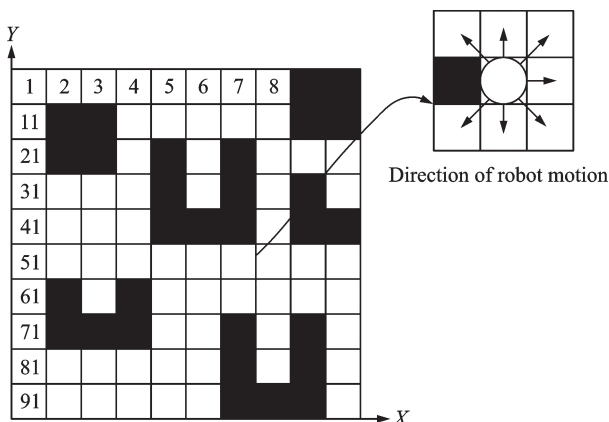


图 1 栅格法环境模型

Fig.1 Environment model of grid method

2 基本蚁群算法

2.1 凹型障碍问题描述

蚁群算法在实现过程中,若遇到复杂的环境往往会陷入局部最优。由于禁忌表对已访问节点进行存储,下一节点为未访问节点,这样当蚂蚁遇到凹型障碍时只能陷入死锁。凹型障碍如图 2 所示。其中只要路径节点经过 D , 不经过 E 和 F , 则表示蚂蚁陷入凹型障碍, 不陷入死锁; 路径节点经过 E 和 F , 则表示蚂蚁陷入死锁, 虽然前者蚂蚁不陷入死锁, 但是会影响蚂蚁搜寻最优解, 同时做了无用功, 导致整个蚁群能量损耗, 降低了搜索速度。

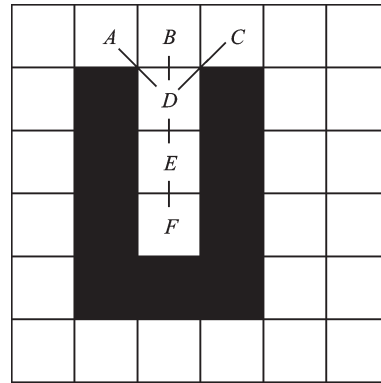


图 2 凹型障碍

Fig.2 Concave obstacle

针对凹型障碍, 无非就是以下几种处理方法^[13-14]:

(1) 将凹型障碍进行凸型处理, 牺牲环境为代价。由于在实际环境中实施起来较为困难, 所以一般不采用。

(2) 若蚂蚁陷入死锁, 则将蚂蚁判断为死亡蚂蚁, 不再进行路径搜索, 并且清除死亡蚂蚁路径上的信息素, 不再更新, 这种方法虽然可避免蚂蚁陷入死锁, 但是若一次迭代中蚂蚁陷入陷阱过多, 则对蚂蚁寻找最优路径增加了难度。

(3) 采用回退策略, 即当蚂蚁无路径搜索时释放禁忌表, 回退一步。如图 2 所示, 当蚂蚁陷入死锁到达 F 点, 无路可走, 则释放禁忌表选择 E 点, 将 F 加入禁忌表, 同时清除路径 E 和 F 信息素, 以此循环直至“逃离”陷阱。

(4) 信息素更新策略。当遇到有凹型障碍物并陷入死锁, 则置此路径上的信息素为零; 当遇到有凹型障碍物但并没有陷入死锁时, 则采取减少信息素的方式^[3]。

本文采用(3)和(4)相结合的方式对凹型障碍物避障, 当遇到凹型障碍物并陷入死锁时, 对蚂蚁采取回退策略并将该路径信息素清零; 当遇到凹型障碍物但并未陷入死锁, 则采取将信息素二分渐灭

方式,就是之后的信息素量为当前的一半并且不对该路径增加信息素。针对移动机器人避障问题,以及遇到凹型障碍物怎样进行有效措施时,通过本文提出的改进算法,提高蚁群搜索效率找到最优路径是有必要且有意义的。

2.2 基本蚁群算法数学模型及操作步骤

现假设蚂蚁数量 K , 栅格图规模为 $Nu \times Nu$, 算法步骤如下:

(1) 初始化

用 0 和 1 矩阵表示栅格信息, 0 表示可行栅格, 1 表示障碍栅格。初始化蚂蚁数量 M , 信息素启发因子 α , 期望启发因子 β , 挥发系数 ρ , 最大迭代次数 N_{\max} , 禁忌表 tabu_k 初始化为空集, 起始点设置 S , 目标点设置为 E , 将蚂蚁从起始点出发。

(2) 状态转移概率公式的构建

蚂蚁根据式(2), 通过轮盘赌方法选择将要前进节点, $p^k(i, j)$ 是第 k 只蚂蚁从节点 i 到节点 j 的概率; $\tau(i, j)$ 表示节点 i 到节点 j 边上信息素量, 各边信息素初始值相同, 栅格法建模时, 当机器人处于某一点时, 只能向周围 8 个可选择节点前进; A_i 表示可行域(除去障碍节点及禁忌点集合)节点; 禁忌表 tabu_k 存入蚂蚁已行节点。

$$p^k(i, j) = \begin{cases} \frac{\tau(i, j)^\alpha * \eta(i, j)^\beta}{\sum_{j \in A_i} \tau(i, j)^\alpha * \eta(i, j)^\beta} & j \in A_i \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

$\eta(i, j)$ 表示 i, j 两节点间期望值, 与两节点距离成反比。

$$\eta(i, j) = \frac{1}{d_{ij}} \quad (3)$$

(3) 修改禁忌表

蚂蚁每转移一次节点, 将节点 j 加入禁忌表。

(4) 重复步骤(2)和(3)

当代所有蚂蚁到达终点, 结束循环, 计算每只蚂蚁路径并保存。

(5) 更新信息素

所有蚂蚁寻迹完成后对残局信息进行全局更新, 更新规则如下

$$\tau_{t+1}(i, j) = (1 - \rho)\tau_t(i, j) + \Delta\tau(i, j) \quad (4)$$

$$\Delta\tau(i, j) = \sum_{k \in K_j} \Delta\tau^k(i, j) \quad (5)$$

$$\Delta\tau^k(i, j) = \begin{cases} Q/L_k & \text{第 } k \text{ 只蚂蚁经过路径 } (i, j) \\ 0 & \text{第 } k \text{ 只蚂蚁不经过路径 } (i, j) \end{cases} \quad (6)$$

式中: $1 - \rho$ 为信息素残留因子; $\tau_{t+1}(i, j)$ 为 $t+1$ 时刻节点 i, j 间信息素量; $\tau_t(i, j)$ 为 t 时刻信息素量; $\Delta\tau(i, j)$ 为信息素增量; L_k 为第 k 只蚂蚁所寻路径长度; Q 为信息素强度。

(6) 迭代循环

信息素量更新完一次后把所有蚂蚁再放回起始点重新寻找路径, 每次迭代后, 计算出每代蚂蚁中最短路径。

3 改进蚁群算法

基本蚁群算法具有优良的分布式机制、鲁棒性强、易与其他算法结合等优点, 但是收敛速度慢、易陷于局部最优解、出现搜索停滞又是它的不足之处。为了提高算法的有效性与实用性, 本文主要针对蚂蚁在避障时找到最优路径以及在陷入凹型障碍时遇到的问题所做出处理方法。首先, 采用动态参数自适应的调整策略对 α 和 β 进行改进, 代替基本蚁群算法中固定值。每代蚂蚁寻优结束后对 α 和 β 进行更新, 以扩大全局搜索空间, 以避免陷入局部最优。其次, 自适应调整挥发系数 ρ , 经过若干次迭代, 当迭代数超过某个定值、最优路径无改变时, 更新挥发系数, 增加全局搜索范围, 使其找到最优解。

(1) 调整动态参数 α 和 β

蚁群算法性能的优劣在于环境信息的获取, 信息素影响权值 α 和启发式影响权值 β 的大小会影响蚂蚁寻找路径的随机性, α 过大或过小, 蚁群都会陷入局部最优。 β 越大, 蚂蚁更倾向于选择离目标点更近的路径。所以, 在算法初始阶段, 先将 α 和 β 设置最小值, 在蚂蚁搜索初期增加全局搜索能力, 提高全局最优解效率。当迭代次数达到某一个定值 W 时, α 和 β 随下列更新, 公式更新从小到大, 提高算法的收敛性能(α 和 β 更新见式(7)和(8))。其中 α_{\min} , β_{\min} 分别为 α , β 初始值, N_c 为当前迭代次数, W 为一给定常数, α 和 β 的最大最小值选取 $\alpha_{\max} = 4$, $\alpha_{\min} = 1$, $\beta_{\max} = 9$, $\beta_{\min} = 4$ 。

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_{\max} - (\alpha_{\max} - \alpha_{\min}) \frac{W}{N_c} & N_c \geq W \\ \alpha_{\min} & N_c \leq W \end{cases} \quad (7)$$

$$\beta = \begin{cases} \beta_{\max} - (\beta_{\max} - \beta_{\min}) \frac{W}{N_c} & N_c \geq W \\ \beta_{\min} & N_c \leq W \end{cases} \quad (8)$$

(2) 调整动态参数 ρ

在全局路径规划中, 信息素挥发因素 ρ 起着至关重要的作用, 当挥发系数比较大时, 前搜索路径被再次选择的可能性越大, 信息正反馈占主导作用; 当挥发信息素系数过小时, 可提高随机性和全局搜索, 但收敛速度过慢。考虑这些因素, 在迭代初期将挥发系数取较大值增加信息素正反馈, 以弥补 α 和 β 前期取最小值收敛速度过慢的缺陷。当迭代数达到一定

值 W 时,按式(9)更新挥发系数,使其从大到小更新,弥补更新 α 和 β 后的全局搜索不足。挥发系数的初始值 ρ_0 设置为 0.9,经过 W 次迭代后按式(9)对挥发系数自适应更新。

$$\rho = \begin{cases} \left(1 - \sqrt{\frac{W}{N_c}}\right) \rho_0 & N_c > W \\ \rho_0 & N_c \leq W \end{cases} \quad (9)$$

4 改进算法流程

(1)初始化

构建环境模型,生成已知障碍物下的栅格图,设置栅格序号、起始点、终止点。将 M 只蚂蚁置于起始点,设置最大迭代数 N_{max} ,当迭代数 $N=0$ 时,设置信息素影响权值 α 和启发式影响权值 β ,初值为 $\alpha_{min}, \beta_{min}$ 。挥发系数 $\rho_0 = 0.9$,信息素强度设置为常数 Q ,令初始信息素增量 $\Delta\tau = 0$ 。

(2)根据转移状态概率公式选择下一节点

蚂蚁 $k(k=1, 2, \dots, M)$ 从起点出发,并将初始点储存到禁忌表 $tabu_k$ 中,使蚂蚁 k 根据式(3)从当前节点转移至下一节点,其中 α, β, ρ 分别按式(7—9)进行更新,每次转移将之后走过的点加入禁忌表。如此循环,直至所有蚂蚁到达目标点。

(3)存储路径

存储当代所有蚂蚁 k 所寻路径及路径长度。

(4)信息素更新

如果蚂蚁陷入凹型障碍并出现死锁,则清零该路径上的信息素;当遇到凹型障碍物但并没有陷入死锁,则采取逐渐减少信息素方式。否则,按式(4—6)更新全局信息素。

(5)判断终止条件

当算法迭代次数大于给定迭代次数 N_{max} 时,则退出程序,给出最优解。

改进蚁群算法的流程如图 3 所示。

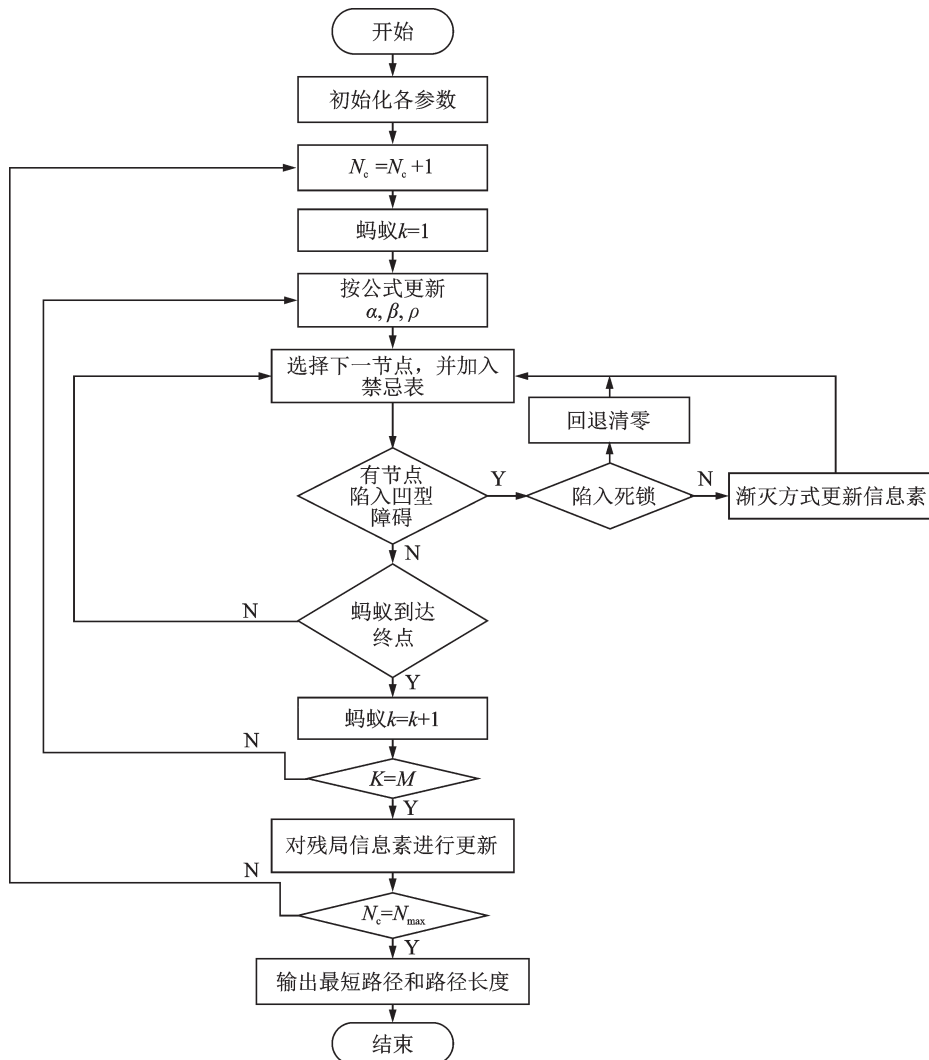


图 3 改进蚁群算法流程图

Fig.3 Flow chart of the improved ant colony algorithm

5 仿真实验及结果分析

为了验证本算法的有效性,笔者将本算法用于机器人避障问题,并进行仿真实验,与基本蚁群算法和其他改进的蚁群算法相比较。使用软件MATLAB 2015在 Windows 10操作平台对算法进行验证,实验基本数据为蚂蚁数目 $M=100$,最大迭代数 $N_{max}=150$,信息素强度 $Q=1$, $W=10$,其中, W 是根据最大迭代次数,动态调整信息素影响权值和启发式影响权值,再结合蚁群算法前期和后期的搜索特性所确定的一个值。将仿真的结果与文献[12]中的算法进行了比较分析。尽管文献[12]算法也能找到机器人在凹型障碍下环境下的最短路径,但该算法需要40多代才能收敛最优解(图4),本文提出的改进算法在凹型障碍下只需要经过20多代便能收敛到最优解(图5,6),由此验证了本文算法的有效性和可行性。

为了进一步试验所提出的改进蚁群算法的效果,选择机器人的工作环境与文献[11]相同,对 20×20 的栅格环境进行仿真实验,与基本蚁群算法及文献[11]所提出的改进蚁群算法进行比较,结果如表1所示。由表1不难发现,尽管文献[11]能够搜寻到最优路径,但是运行多次发现,本文所改进的蚁群算法较为稳定,多次运行基本都能找到最优路径,搜索最优值成功率高,且拐点数较少。因此,本文改进的蚁群算法在解决移动机器人路径规划方面是可行的。

另外,笔者对环境模型 25×25 的复杂情况进行实验研究。图7和8分别为基本蚁群算法下的进化曲线和避障路线图,图9和10为改进后蚁群算法下的进化曲线和避障路线图。从图9可知,利用本文算法得到的最优路径值为35.699,明显优于基本蚁群算法的38.527(图7),而且就收敛曲线可以看出,基本蚁群算法陷入局部最优。

通过大量的实验分析发现,传统蚁群算法搜索

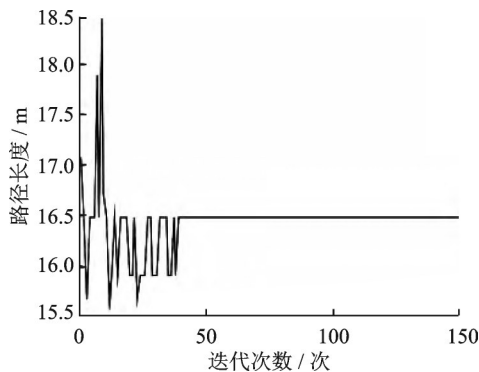


图4 文献[12]改进蚁群算法得到的收敛曲线

Fig.4 Convergence curve based on the improved ant colony algorithm in Ref.[12]

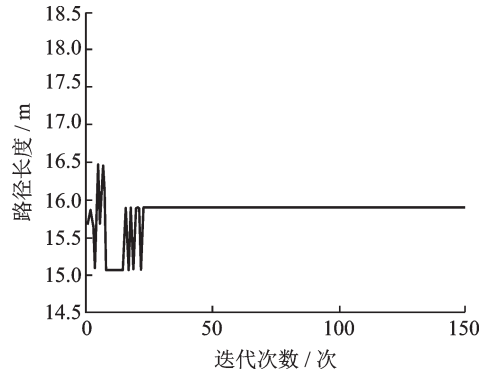


图5 本文改进蚁群算法得到的收敛曲线

Fig.5 Convergence curve based on the improved ant colony algorithm

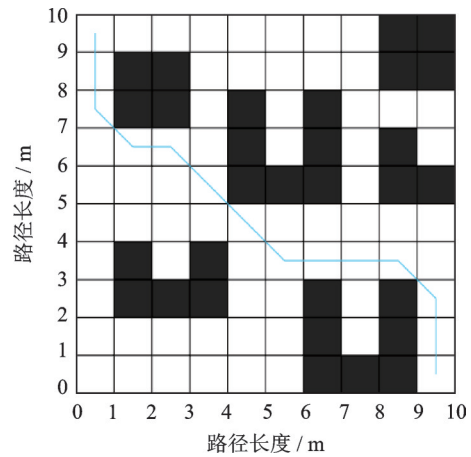


图6 基于改进蚁群算法的机器人避障路线

Fig.6 Obstacle avoidance path of robot based on the improved ant colony algorithm

表1 不同算法结果比较

Tab.1 Comparison of different algorithms

序号	基本蚁群算法		文献[11]算法		改进蚁群算法	
	最优路径长度/m	拐点数	最优路径长度/m	拐点数	最优路径长度/m	拐点数
1	34.484	34	29.796	16	28.038	7
2	41.554	48	29.210	13	28.038	7
3	42.968	56	28.038	7	28.038	7
4	38.140	38	29.210	12	28.624	8
5	37.070	40	29.796	16	28.038	7
6	34.140	26	28.624	11	28.624	8
7	35.312	26	29.796	16	29.210	9
8	36.828	27	30.382	13	28.038	7
9	38.968	41	28.624	8	28.038	7
10	35.312	35	29.796	16	29.210	9
最优值搜索成功率 $n/\%$	0		10		60	

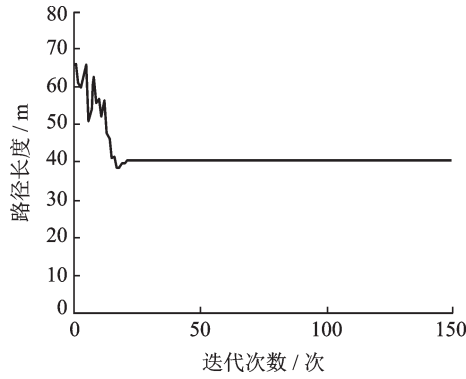


图 7 传统蚁群算法收敛曲线

Fig.7 Convergence curve of the general ant colony algorithm

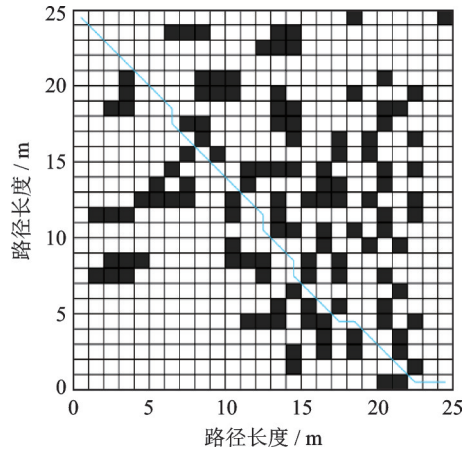


图 10 本文改进蚁群算法针对 25×25 的栅格模型得到的机器人避障路线

Fig.10 Obstacle avoidance path of robot based on the improved ant colony algorithm for 25×25 grid model

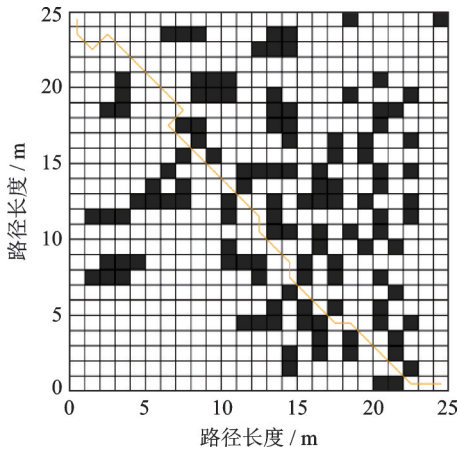


图 8 基于传统蚁群算法机器人避障路线

Fig.8 Obstacle avoidance path of robot based on the general ant colony algorithm

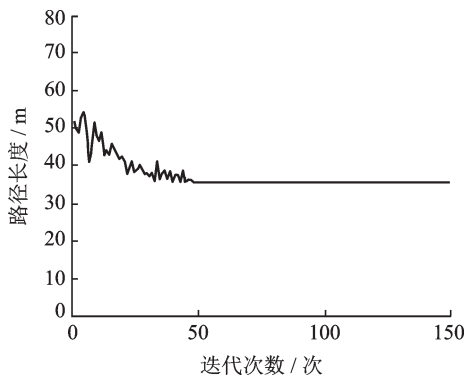


图 9 本文改进蚁群算法针对 25×25 的栅格模型得到的收敛曲线

Fig.9 Convergence curve of the improved ant colony algorithm for 25×25 grid model

能力不强,效率不高,效果较差。而本文所提出的动态自适应改变信息素影响权值和期望启发式影响权值对基本蚁群算法进行改进,在算法前期能扩大搜索范围,后期能快速找到最短路径,并在凹型障碍中能够快速收敛,很好地克服了算法在搜索初期易局部最优解的问题,同时又克服了算法在后期不能快速收敛的问题,能够提高算法的全局搜索能

力,机器人能快速地避开这障碍找到最短路径。

6 结 论

基本蚁群算法虽然在路径搜索上取得了很好的效果,但是在环境复杂的情况下,还是存在着收敛速度慢、易陷入局部最优等问题。针对这些不足,本文提出了一种自适应动态参数调整策略,改善蚁群算法性能。虽也能取得较好结果,但还是存在很多不足,局限于二维静态空间下机器人避障,环境信息已知,所以算法还有待进一步改进研究。另外在接下来的研究中,对机器人动态路径规划、多机器人协作,以及如何减少机器人的耗能等方面需进一步研究。

参考文献:

[1] 熊 菡. 移动机器人全局路径规划及轨迹跟踪研究 [D]. 武汉: 武汉科技大学, 2014.
XIONG Han. Research on global path planning trajectory tracking for mobile robot [D]. Wuhan: Wuhan University of Science and Technology, 2014.

[2] 王雷, 李明, 唐敦兵, 等. 基于改进遗传算法的机器人动态路径规划[J]. 南京航空航天大学学报, 2016, 48(6): 841-846.
WANG Lei, LI Ming, TANG Dunbing, et al. Dynamic path planning of robot based on improved genetic algorithm[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016, 48(6): 841-846.

[3] AZIMIRAD V, SHORAKAEI H. Dual hierarchical genetic-optimal control: A new global optimal path planning method for robots[J]. Journal of Manufacturing Systems, 2014, 33(1): 139-148.

[4] VOLOS C K, KYPRIANIDIS I M, STOUBOULOS I N. A chaotic path planning generator for autonomous

- mobile robots[J]. *Robots and Autonomous Systems*, 2012, 60(4): 651-656.
- [5] MIAO H, TIAN Y C. Dynamic robot path planning using an enhanced simulated annealing approach[J]. *Applied Mathematics & Computation*, 2013, 222(5): 420-437.
- [6] MAC T T, COPOT C, TRAN D T, et al. A hierarchical global path planning approach for mobile robots based on multi-objective particle swarm optimization[J]. *Applied Soft Computing*, 2017, 59: 68-76.
- [7] 董蓉, 何卫平. 求解 FJSP 的混合遗传-蚁群算法[J]. *计算机集成制造系统*, 2012, 18(11): 2492-2501.
DONG Rong, HE Weiping. Hybrid genetic-ant colony algorithm for FJSP[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2012, 18(11): 2492-2501.
- [8] 段海滨. 蚁群算法原理及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
DUAN Haibin. *Ant colony algorithm principle and its application*[M]. Beijing: Science Press, 2005.
- [9] 潘杰, 王雪松, 程玉虎. 基于改进蚁群算法的机器人路径规划[J]. *中国矿业大学学报*, 2012, 41(1): 108-113.
PAN Jie, WANG Xuesong, CHENG Yuhu. Path planning of mobile robot based on improved ant colony algorithm[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2012, 41(1): 108-113.
- [10] 柳长安, 鄢小虎, 刘春阳, 等. 基于改进蚁群算法的机器人动态路径规划[J]. *电子学报*, 2011, 39(5): 1220-1224.
LIU Changan, YAN Xiaohu, LIU Chunyang, et al. Dynamic path planning of mobile robot based on improved ant colony algorithm[J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2011, 39(5): 1220-1224.
- [11] 万晓凤, 胡伟, 方武义, 等. 基于改进蚁群算法的机器人路径规划研究[J]. *计算机工程与应用*, 2014, 50(18): 63-66.
WAN Xiaofeng, HU Wei, FANG Wuyi, et al. Robot path planning based on improved ant colony algorithm[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2014, 50(18): 63-66.
- [12] 裴振兵, 陈学波. 改进蚁群算法及其在机器人在避障中应用[J]. *智能系统学报*, 2015, 10(1): 90-96.
PEI Zhenbing, CHEN Xuebo. Improved ant colony algorithm and its application in obstacle avoidance of robot[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2015, 10(1): 90-96.
- [13] 陈杰. 基于蚁群算法的机器人路径规划研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2009.
CHEN Jie. *Research on robot path planning based on ant colony algorithm*[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2009.
- [14] 牛治永, 李炎, 李晓岚. 基于改进蚁群算法的机器人路径规划[J]. *自动化技术与应用*, 2011, 30(7): 1-4.
NIU Zhiyong, LI Yan, LI Xiaolan. Robot path planning based on improved ant colony algorithm[J]. *Techniques of Automation and Applications*, 2011, 30(7): 1-4.

(编辑: 胥橙庭)